

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Bakalárska práca

**Prezentácia činnosti dynamických systémov
Gulička na rovine**

Jozef Zakucia

Vedúci práce : Ing. František Vaněk

Študijný program: Elektrotechnika a informatika štrukturovaný
bakalársky

Obor : Kybernetika a měření

Rok : 2006

Abstrakt

Táto bakalárska práca analyzuje reálny model Gulička na rovine. Model Guličky na rovine demonštruje riadiaci problém spojitého nestabilného systému. Úlohou bolo identifikovať daný model, teda zistiť potrebné parametre pokusom. Následne zo zistených parametrov modelu bola navrhnutá simulačná schéma daného systému, pomocou ktorej boli navrhnuté regulátory polohy guličky na rovine.

Abstract

This bachelor's project analyzes the real model of Ball & plate. The model of Ball & plate demonstrates the operating problem of continuous unstable system. The task was to identify the certain model, thus to find out needed parameters by an experiment. Consequently the simulating scheme was suggested from established parameters and with this support the positioning regulators of ball & plate on the flatland were suggested as well.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne a použil som len podklady (literaturu, projekty, SW atď.) uvedené v priloženom zozname.

V Prahe dňa

.....

podpis

Pod'akovanie

Toto cestou by som sa chcel pod'akovať pánovi Ing. Františkovi Vaňkovi za odborné vedenie, konzultácie, cenné rady a pripomienky pri vypracovaní mojej bakalárskej práce.

Obsah

Úvod.....	6
1.1 Základný popis modelu Gulička na rovine	7
1.1.1 <i>Popis</i>	7
1.2 Uživatelské prostredie	8
1.3 Základný fyzikálny model.....	10
1.3.1 <i>Snímač pozície</i>	10
1.4 Teoretický popis modelovania a dynamiky systému Gulička na rovine.....	11
1.5 Identifikácia systému Guličky na naklonenej rovine	14
1.6 Identifikácia systému Naklonenia roviny.....	16
1.6.1 <i>Závislosť medzi uhlom naklonenia roviny a vstupným napätím na motore</i>	16
1.6.2 <i>Simulácia nakláňania roviny</i>	17
1.7 Návrh regulátorov pre systém Gulička na rovine.....	20
1.7.1 <i>Návrh regulátoru frekvenčnými metódami</i>	20
1.7.2 <i>Návrh regulátoru metódou Geometrické miesto koreňov</i>	22
1.8 Návrh systému pre pohyb Guličky na rovine po kružnici.....	24
1.8.1 <i>Návrh s PD regulátorom navrhnutým frekvenčnými metódami</i>	24
1.8.2 <i>Návrh s PD regulátorom navrhnutým metódou GMK</i>	28
1.9 Simulácia a chovanie reálneho modelu Gulička na rovine	30
Záver.....	31
Zoznam použitej literatúry.....	32
Prílohy	33

Úvod

V dnešnej dobe, ak sa chce študent dobre uplatniť na trhu práce musí mať nie len teoretické skúsenosti, ale čoraz viac sa kladie dôraz na praktické vedomosti. Preto je pomerne veľký záujem zo strany stredných a vysokých škôl o reálne výučbové modely, na ktorých si môžu študenti overiť svoje teoretické vedomosti, experimenty a výpočty. Zároveň získajú cenné skúsenosti pri riešení problémov s aplikovaním teórie do praxe, ktoré im umožnia flexibilnejšie riešiť problémy v budúcej práci.

Cieľom tejto práce je demonštrovať vedomosti hlavne z oblasti teórie riadenia na reálnom modeli guľičky na rovine.

Model Guľička na rovine je jeden z mála reálnych modelov, ktorý využíva inteligentný senzor pozície guľičky reprezentovaný systémom počítačového videnia. Tento systém sa štandardne skladá z farebnej Web kamery, karty na spracovanie signálu z kamery a softvéru na spracovanie obrazu v reálnom čase. Zároveň ide o systém s vysokou mierou nestability, preto je vhodný na overovanie robustnosti regulátora.

1.1 Základný popis modelu Gulička na rovine

Model Gulička na rovine bol vyrobený firmou Humusoft pre potrebu podpory výučby teórie riadenia [1].



Obr. 1 Model CE 151 Guličky na rovine

1.1.1 Popis

Model demonštruje riadiace problémy spojené s nestabilnými systémami. Systém pozostáva z roviny nakláňajúcej sa okolo svojej stredovej osi a ovládanej v dvoch zvislých smeroch pomocou dvoch samostatných krokových motorov. Riadenie motorov je vykonávané pomocou špecializovanej PCI karty, ktorá je nainštalovaná v riadiacom počítači. Na meranie pozície guličky sa používa inteligentné počítačové videnie, ktoré je tvorené webovou kamerou a softvérovým balíkom Matlab – Simulink na real-time spracovanie videa. Základnou úlohou riadenia systému je riadenie pozície guličky, ktorá sa voľne pohybuje po rovine. Systém Gulička na rovine je dvojrozmerný dynamický systém s astatizmom druhého radu. Obidve súradnice môžu byť riadené nezávisle, pretože ich vzájomné pôsobenia sú zanedbateľné vzhľadom na malú rýchlosť a zrýchlenie pohybu guličky. Systém má diskretnú charakteristiku, pretože krokové motory a snímač polohy guličky sú snímané v diskretnom čase. Systém je navrhnutý tak, aby mohol byť riadený digitálnymi regulátormi.

1.2 Užívateľské prostredie

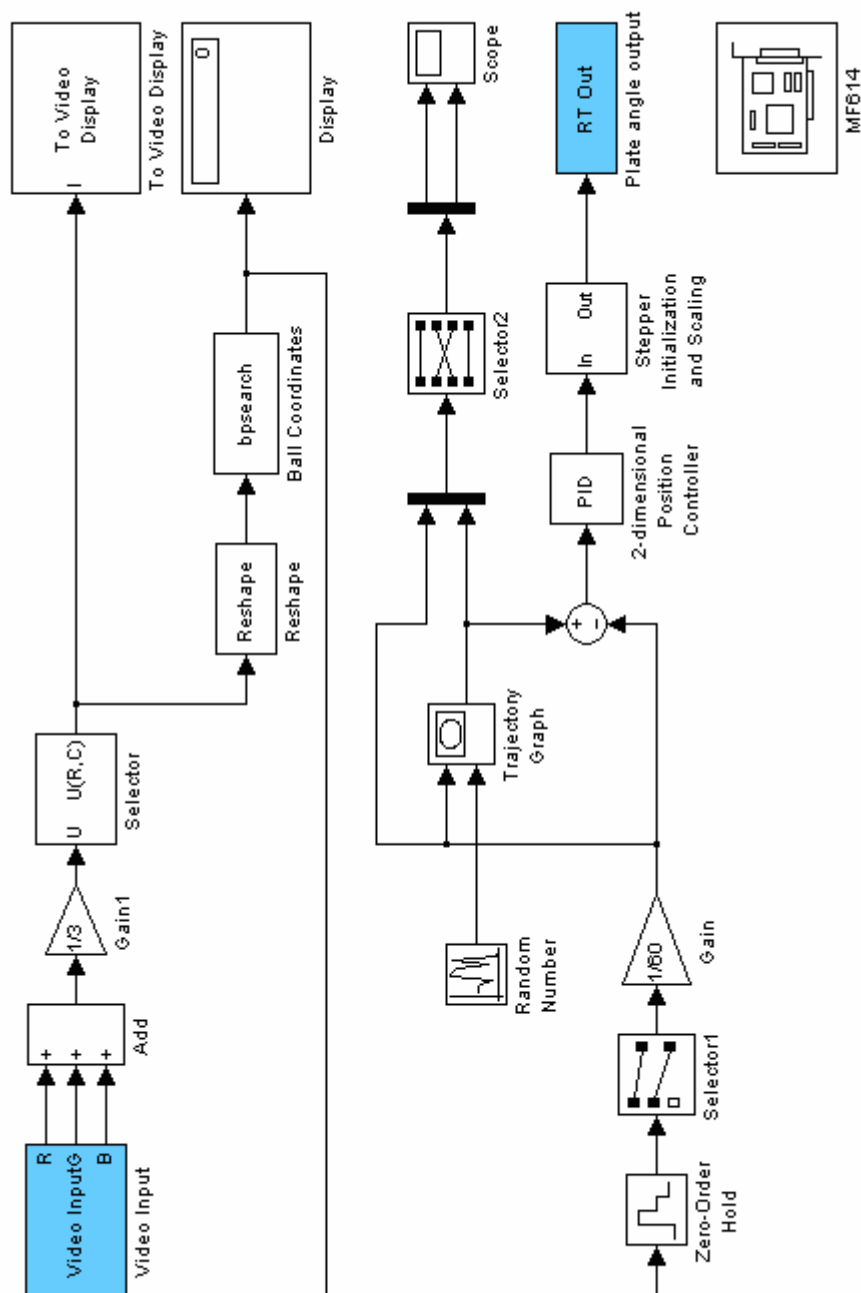
Prostredie programu Matlab - Simulink je interaktívny balík pre vedecké a inžinierske matematické výpočty podporené simuláciou. Model pre toto prostredie (bp_demo.mdl) ponúka užívateľovi možnosť komunikovať so systémom priamo cez prostredie programu Matlab a Real Time Toolbox, ktorý je dodávaný spolu s modelom CE151 Gulička na rovine.

Základný popis

Prostredie Simulinku umožňuje pozmeniť simulačnú schému modelu Gulička na rovine znázornenú na Obr. 2. Zmenami v schéme je možné rozšíriť možnosti modelu.

Medzi základne prvky schémy modelu patrí blok *Video Input* na zachytenie a spracovanie signálu z kamery. V tomto bloku môžeme nastaviť parametre pre snímanie obrazu. Bloky medzi *Video Input* a *Ball Coordinates* slúžia na úpravu videa pre potreby S funkcie umiestnenej v *Ball Coordinates*, ktorá obsahuje algoritmus na zistenie pozície guličky. Aktuálna pozícia guličky je znázornená v bloku *Display*, kde prvá hodnota je poloha X , druhá poloha Y a tretia informuje o chybe pri rozpoznaní guličky.

Nastavenie žiadanej polohy je možné v bloku *Random Number*, zobrazenie žiadanej polohy s priebehom skutočnej polohy guličky sa vykresľuje pomocou grafu v *Trajectory Graph*. Nastavenie jednotlivých zložiek regulátora je možné buď priamo v bloku *PID* alebo pomocou premenných v prostredí Matlabu. Inicializácia motorov systému je realizovaná v *Stepper Initialization and Scaling*.



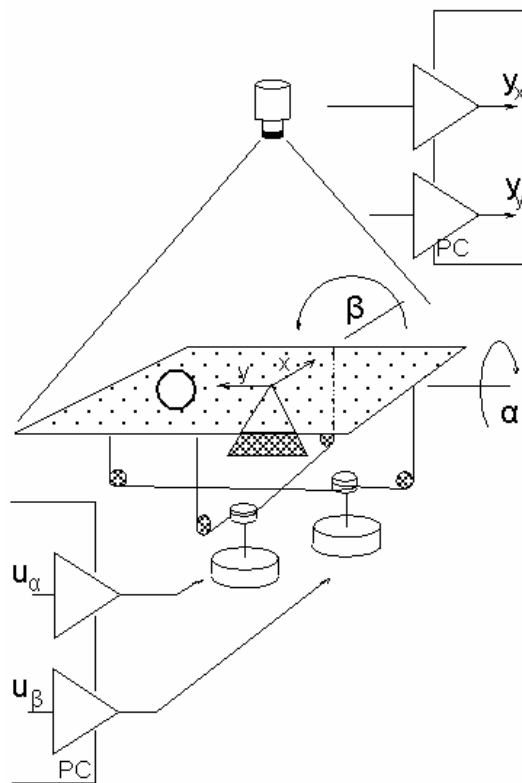
Obr. 2 Základný model Gulička na rovine v Simulinku dodávaný výrobcom

Významný blok *MF614* vytvára prepojenie medzi Simulinkovou časťou, Real Time Toolbox a ovládačmi vstupno/výstupnej karty, ktorá riadi krokové motory.

Takáto koncepcia umožňuje jednoducho aplikovať nové spôsoby na daný model bez nutnosti tvorby komplikovaného softvérového vybavenia. Medzi nevýhody tohto prístupu patrí zvýšenie oneskorenia v riadiacej časti a strata možnosti priameho prístupu k riadiacim signálom na hardvérovej úrovni.

1.3 Základný fyzikálny model

Technologická schéma modelu Gulička na rovine je znázornená na Obr. 3 [1]. Vstupnými údajmi pre počítač sú video snímky z kamery umiestnenej nad rovinou. Z zosnímaných obrázkov sa pomocou algoritmu rozpoznávania objektov určí poloha guličky y_x a y_y . Výstupnými signálmi z počítača sú napätia u_α a u_β , ktoré ovládajú obidva krokové motory. Uhly α a β predstavujú uhly naklonenia roviny.



Obr. 3 Schematický diagram modelu Gulička na rovine

Dynamický systém môže byť rozdelený do dvoch častí: servosystému pre naklonenie roviny a guličky voľne sa pohybujúcej po rovine. Medzi pozíciou guličky a uhlom naklonenia roviny nie je spätná väzba. Preto sú krokové motory analyzované oddelene od zvyšnej časti systému.

1.3.1 Snímač pozície

Pozícia guličky je snímaná pomocou systému počítačového videnia. Ako zdroj video signálu slúži web kamera, ktorá je prostredníctvom USB pripojená k riadiacemu počítaču, kde je signál z kamery spracovaný prostredím Matlab – Simulink. Signál je snímaný s konštantným počtom snímok za sekundu. V prípade nedostatočného osvetlenia nastáva pokles obnovovacej frekvencie snímkovania, čo výrazne zhoršuje prácu senzora. Následne

Matlab prevádza operáciu prahovania obrazu. Doba pre obnovovanie merania pozície guličky je nastavená na 20ms, pretože web kamera nedokáže zaznamenať viacej snímok za sekundu.

1.4 Teoretický popis modelovania a dynamiky systému Gulička na rovine

Na odvodenie základného dynamického systému modelu vynímajúc servosystém pre naklonenie roviny, ktorý bude modelovaný osobitne, sa môže použiť variačná modelovacia metóda [2]. Základná forma Euler-Lagrangeovej rovnice je

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (1),$$

kde q_i je i-ty zovšeobecnený parameter

\dot{q}_i je derivácia prvého rádu z i-tého zovšeobecneného parametra

T je kinetická energia systému

V je potenciálna energia systému

Q_i je i-ta zovšeobecnená sila

Systém má štyri stupne voľnosti, dva v pohybe guličky na rovine a dva stupne voľnosti v sklone roviny. Pre pozíciu guličky sa ako všeobecné súradnice vybrali koordináty x a y . Pre sklon roviny boli vybrané uhly α a β . Naklonenie roviny je ovládané zovšeobecnenými krútiacimi momentmi τ_α a τ_β pôsobiacimi na rovinu v príslušnom smere. A teda zjednodušené súradnice budú tieto premenné:

$$q_1 = x \quad q_2 = y \quad q_3 = \alpha \quad q_4 = \beta$$

Nasledujúce systémové premenné a parametre boli zadefinované:

x, y	súradnice pozície guličky na rovine	[m]
r	polohový vektor guličky	[m]
v	vektor rýchlosti guličky	[m/s]
r_b	polomer guličky	[m]
ω	vektor uhlovej rýchlosti rotujúcej guličky	[rad/s]
Ω	vektor uhlovej rýchlosti rotujúce roviny	[rad/s]
α, β	uhly naklonenia roviny	[rad]

I_b	zotrvačnosť guľičky	[kg.m ²]
I_p	zotrvačnosť roviny	[kg.m ²]
m	hmotnosť guľičky	[kg]

Na zjednodušenie odvodenia dynamického systému sa uvažoval systém s týmito predpokladmi:

- kontakt guľičky s rovinou nie je prerušený za žiadnych okolností
- guľička na rovine sa nebude šmýkať, ale gúľať
- všetky trecie sily a krútiace momenty sú zanedbané

Kinetická energia guľičky je daná súčtom rotačnej energie vzhľadom na stred pohybujúcej sa guľičky a pohybovej energie guľičky.

$$T_b = \frac{1}{2} [m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{I_b}{r_b^2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)] = \frac{1}{2} (m + \frac{I_b}{r_b^2})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (2)$$

Kinetická energia roviny vrátane loptičky umiestnenej v polohe (x, y) , rotujúcej okolo svojho stredu je daná rovnicou :

$$T_p = \frac{1}{2} [(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m |\Omega x r|^2] \quad (3)$$

výraz $|\Omega x r|^2$ môže byť vyjadrený ako

$$(\dot{\beta}y + \dot{\alpha}x)^2 = \dot{\beta}^2 y^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}xy + \dot{\alpha}^2 x^2 \quad (4)$$

potom celková kinetická energia systému je

$$T = T_p + T_b = \frac{1}{2} [(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m(\dot{\beta}^2 y^2 + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}xy + \dot{\alpha}^2 x^2) + (m + \frac{I_b}{r_b^2})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)] \quad (5)$$

Potenciálna energia guľičky závisí od naklonenia myslenej horizontálnej roviny, umiestnenej v strede naklonenej roviny modelu.

$$V = mgh = mg(x \sin \alpha + y \sin \beta) \quad (6)$$

Zovšeobecnená sila je daná krútiacim momentom vytváraným krokovým motorom vrátane prenosu systému.

$$Q_\alpha = F_\alpha d \cos \alpha, \quad Q_\beta = F_\beta d \cos \beta. \quad (7)$$

Parameter d je vzdialenosť medzi stredom roviny a miestom, kde servosystém pôsobí na rovinu. Po deriváciách potrebných na získanie špecifickej formy skupiny Euler - Langrangeových rovníc, bola získaná skupina nelineárnych diferenciálnych rovníc.

$$x : \left(m + \frac{I_b}{r_b^2}\right)\ddot{x} - m(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\alpha}^2x) + mg \sin \alpha = 0 \quad (8)$$

$$y : \left(m + \frac{I_b}{r_b^2}\right)\ddot{y} - m(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\beta}^2x) + mg \sin \beta = 0 \quad (9)$$

$$(I_p + I_b + mx^2)\ddot{\alpha} + m(\ddot{\beta}xy + \dot{\beta}\dot{x}y + \dot{\beta}x\dot{y} + 2\dot{\alpha}\dot{x}x) + mgx \cos \alpha = F_\alpha d \cos \alpha \quad (10)$$

$$(I_p + I_b + mx^2)\ddot{\beta} + m(\ddot{\alpha}xy + \dot{\alpha}\dot{x}y + \dot{\alpha}x\dot{y} + 2\dot{\beta}\dot{x}x) + mgx \cos \beta = F_\beta d \cos \beta \quad (11)$$

Rovnice (8) a (9) popisujú pohyb guľičky po rovine, ako závisí zrýchlenie pohybu guľičky od uhlov a uhlovej rýchlosti sklonu roviny. Rovnice (10) a (11) naznačujú ako je hybnosť naklonenia roviny ovplyvnená externou riadiacou silou krokových motorov, pozíciou a rýchlosťou guľičky.

Význam jednotlivých výrazov v rovniciach (8) a (10) je popísaný nasledovne:

$$(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\alpha}^2x)m \quad (12) \quad \text{odstredivý krútiaci moment vyplývajúci z rotácie roviny}$$

$$(I_p + I_b + mx^2)\ddot{\alpha} \quad (13) \quad \text{krútiaci moment ako výsledok zotrvačnosti roviny, guľičky a uhlového zrýchlenia jednej z osí}$$

$$(\ddot{\beta}xy + \dot{\beta}\dot{x}y + \dot{\beta}x\dot{y})m \quad (14) \quad \text{vplyv gyroskopických momentov}$$

$$2\dot{\alpha}\dot{x}x \quad (15) \quad \text{koriolízne zrýchlenie}$$

$$mgx \cos \alpha \quad (16) \quad \text{moment ako pôsobenie váhy guľičky}$$

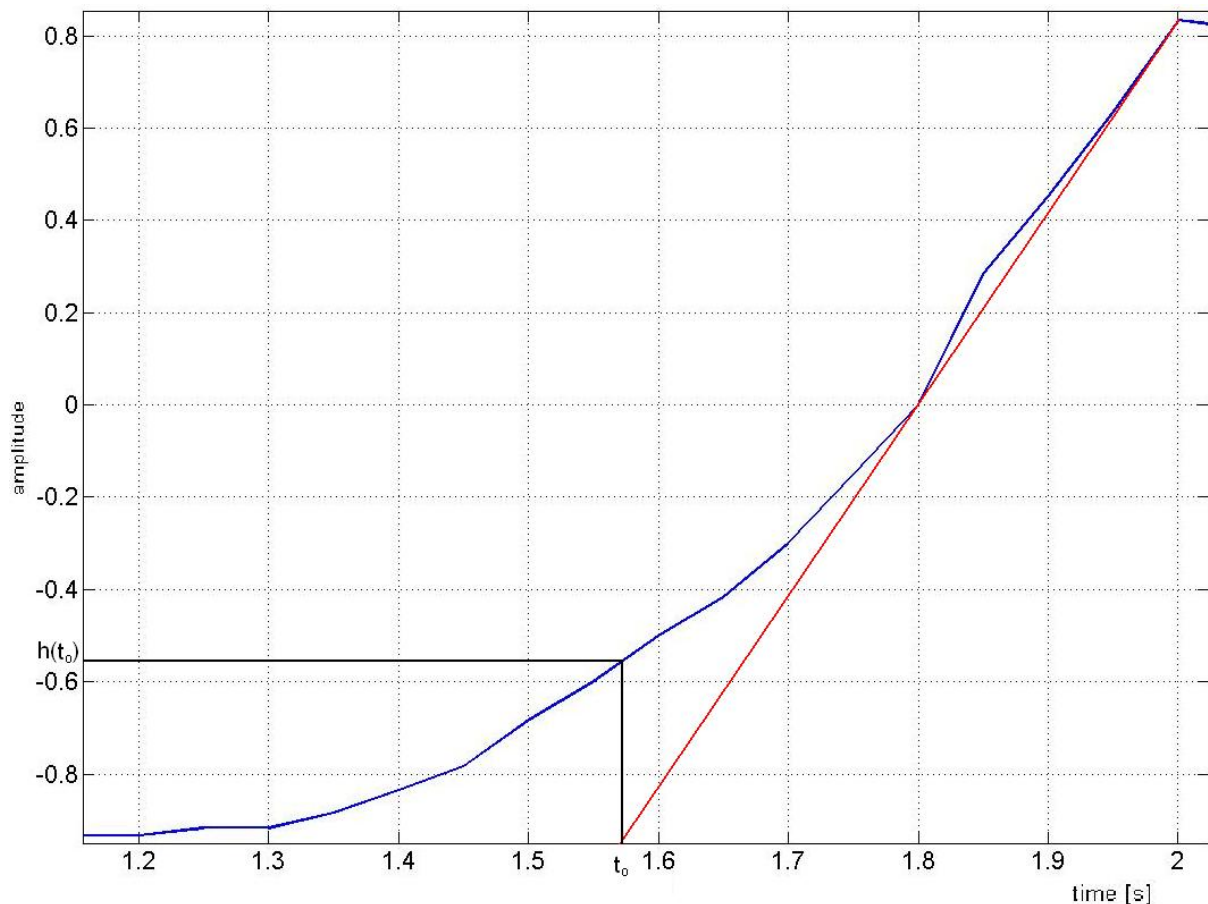
$$F_\alpha d \cos \alpha \quad (17) \quad \text{riadiaci moment krokových motorov}$$

Z týchto rovníc sa dá vyjadriť nelineárny stavový model, bol by však zložitý a nepoužiteľný pre analýzu a návrh regulátora.

1.5 Identifikácia systému Guličky na naklonenej rovine

V tejto časti sa budem venovať identifikácii systému guličky na rovine z nameraných charakteristík pohybu guličky po naklonenej rovine. Z nameraných charakteristík som získal aproximačný prenos tohto systému.

Nasledujúci obrázok popisuje pohyb guličky po celej rovine, pri náklone roviny v smere y . A sú na ňom vyznačené potrebné hodnoty pre popis tohto systému [3].



Obr. 4 Prechodová charakteristika pohybu guličky po rovine v osi y

Podľa tvaru charakteristiky môžeme usúdiť, že sa jedná o astatický systém, ktorého aproximačný prenos je :

$$F(s) = \frac{K_v}{s(1 + Ts)^n} \quad (18)$$

Kde K_v je smernica asymptoty k prechodovej charakteristike

T je n -násobná časová konštanta

n je rád systému

Smernica asymptoty k prechodovej charakteristike pretína časovú os v čase $t = t_0$. Hodnota v čase t_0 je $h(t_0)$. Ďalej platí

$$t_0 = n.T \text{ a } \frac{h(t_0)}{K_v} = e^{-n} \cdot \frac{n^{(n-1)}}{(n-1)!}$$

Závislosť $\frac{h(t_0)}{K_v}$ na rade n je vynesená v tab. 1 [3].

n	1	2	3	4	5	6
$h(t_0)/K_v$	0,368	0,271	0,224	0,195	0,175	0,161

Tab. 1

Po prepočítaní súradnic som dostal nasledujúce výsledky

$$K_v = 1,18 ; t_0 = 0,37 \text{ s} ; h(t_0) = 0,383 ; h(t_0)/K_v = 0,33$$

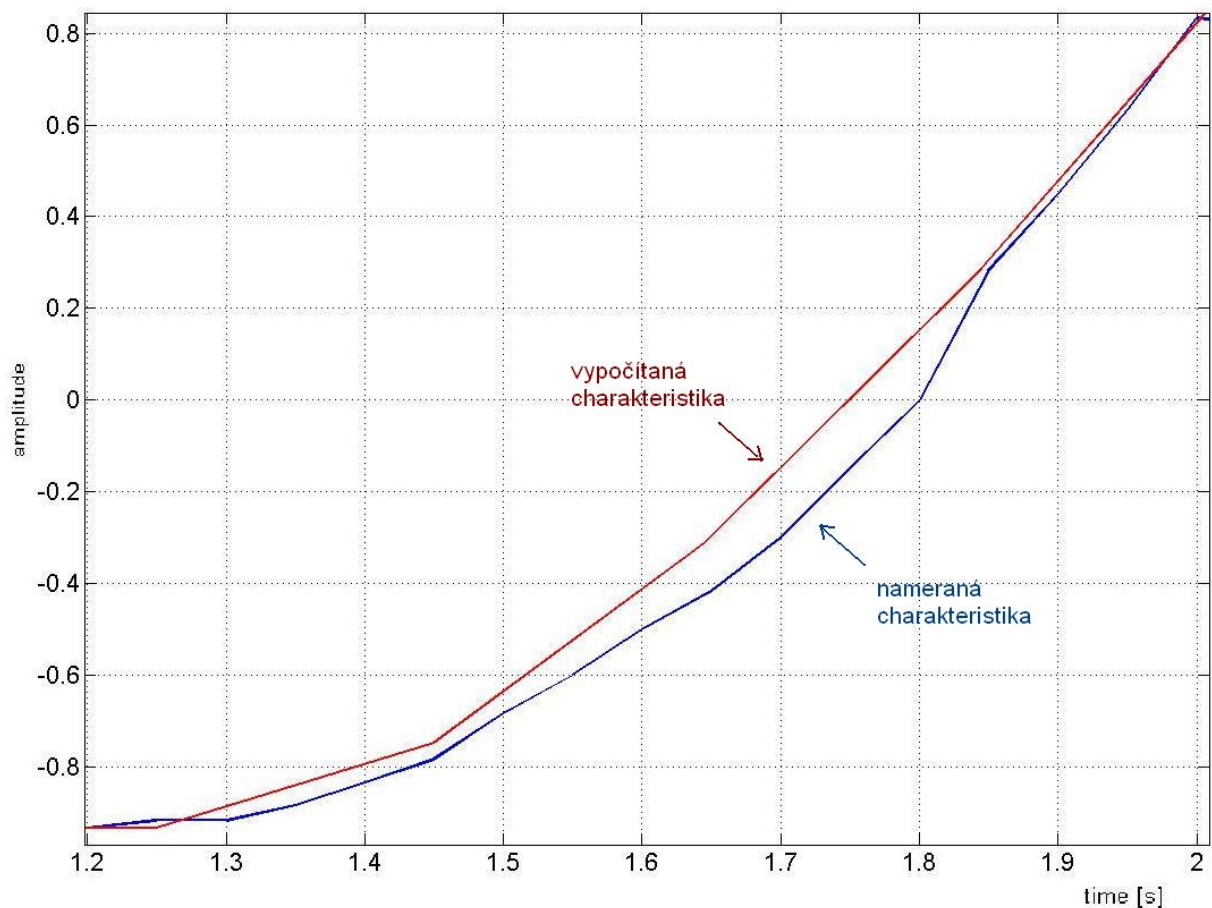
Z tabuľky 1 odčítame pre $h(t_0)/K_v = 0,33$ hodnotu $n=1$. Ďalej

$$T = \frac{t_0}{n} = 0,37 \text{ s}$$

Aproximačný prenos pre os y , ktorý vznikol touto metódou, nebol úplne presný, hlavne kvôli nepresnostiam pri určovaní smernice asymptoty. Preto som ho musel poopraviť na konečný tvar

$$F_g(s) = \frac{5.1}{s(1+0.37s)} \quad (19)$$

Aproximačný prenos pre os x je rovnaký ako pre os y , takže môžeme použiť takisto vzťah (19). V nasledujúcom obrázku je porovnanie charakteristiky nameranej a vypočítanej.



Obr. 5 Vypočítaná a reálna charakteristika pohybu guľičky po naklonenej rovine

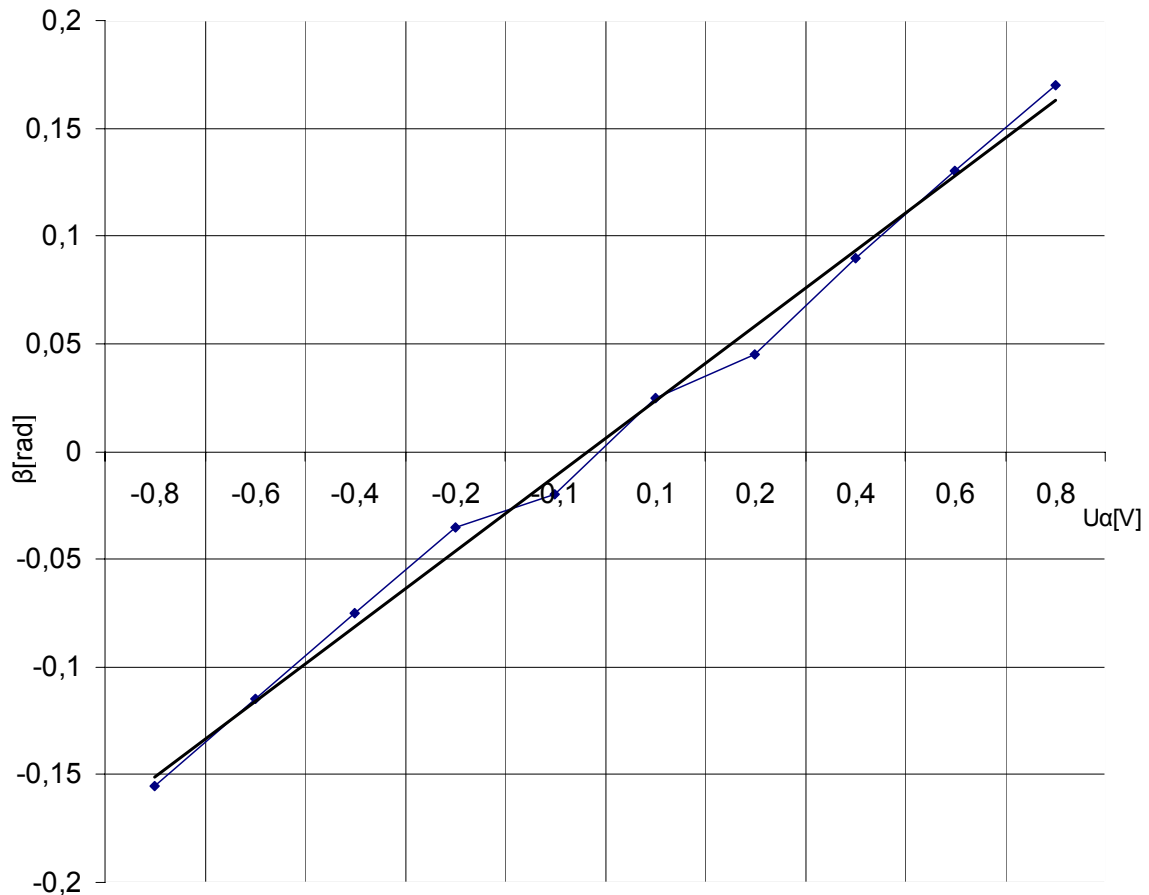
1.6 Identifikácia systému Naklonenia roviny

1.6.1 Závislosť medzi uhlom naklonenia roviny a vstupným napätím na motore

Ako bolo už spomenuté, nakláňanie roviny je realizované pomocou dvoch krokových motorov. Závislosť medzi vstupným napätím na motor a výsledným uhlom otočenia roviny je lineárna pre obe osi, čo naznačuje aj nasledujúca tabuľka a graf, získané pokusom.

U_{β} [V]	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	-0,1	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
y[cm]	-3,1	-2,3	-1,5	-0,7	-0,4	0,5	0,9	1,8	2,6	3,4
β [rad]	-0,155	-0,115	-0,075	-0,035	-0,02	0,025	0,045	0,09	0,13	0,17

Tab. 2



Obr. 6 Lineárna prevodná charakteristika medzi vstupným napätím a uhlom natočenia roviny v ose y

Lineárna prevodná funkcia medzi vstupným napätím a uhlom natočenia je pre obe osi :

$$\alpha = k \cdot u_\alpha \quad \text{a} \quad \beta = k \cdot u_\beta \quad (20)$$

Konštantu k som vypočítal ako podiel uhla naklonenia roviny a vstupného napätia ktoré toto naklonenie spôsobilo a je patrná z grafu. V tomto prípade vyšlo pre os y približne $k = 0,2$. Pre os x je konštanta $k=0,2$ približne ako pre os y. Prevodná tabuľka a charakteristika pre os x sú takmer rovnaké ako pre y preto ju neuvádzam. Po dosadení do (20) dostávame :

$$\alpha = 0,2 \cdot u_\alpha \quad \text{a} \quad \beta = 0,2 \cdot u_\beta$$

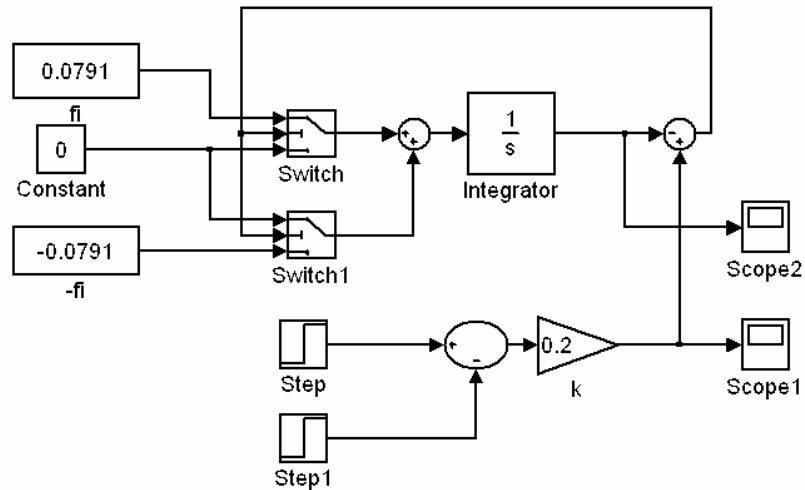
1.6.2 Simulácia nakláňania roviny

Rovina, po ktorej sa pohybuje guľička, sa po zadaní požadovanej hodnoty naklonenia nakloni na danú pozíciu za určitý čas. To znamená, že sa pohybuje istou uhlovou rýchlosťou, ktorá nie je stále rovnaká. Pre náš simulačný model však budeme uvažovať že uhlová rýchlosť roviny je konštantná, a jej veľkosť bude rovná maximálnej uhlovej rýchlosti roviny daného modelu. Uhlovú rýchlosť roviny som vypočítal ako podiel uhlu, medzi dvoma

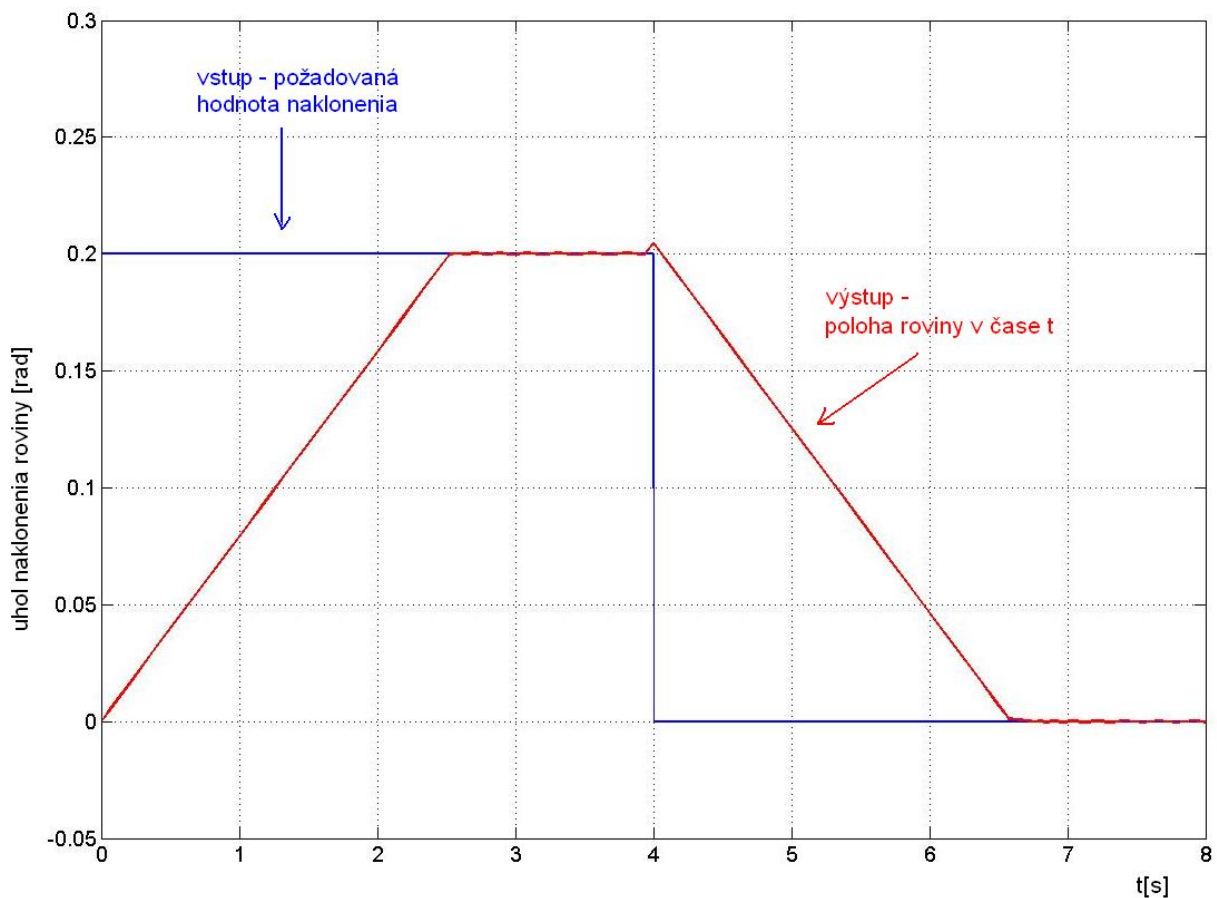
krajnými polohami daného smeru a času za ktorý rovina tento uhol opíše. Uhlová rýchlosť φ vyšla pre oba smery x aj y približne rovnaká a to :

$$\varphi = 0,0791 \text{ rad/s}$$

Nasledujúca SIMULINKová schéma a graf demonštrujú model roviny a jeho chovanie pri jednotkovom skoku, ktorý trvá 4 sekundy.

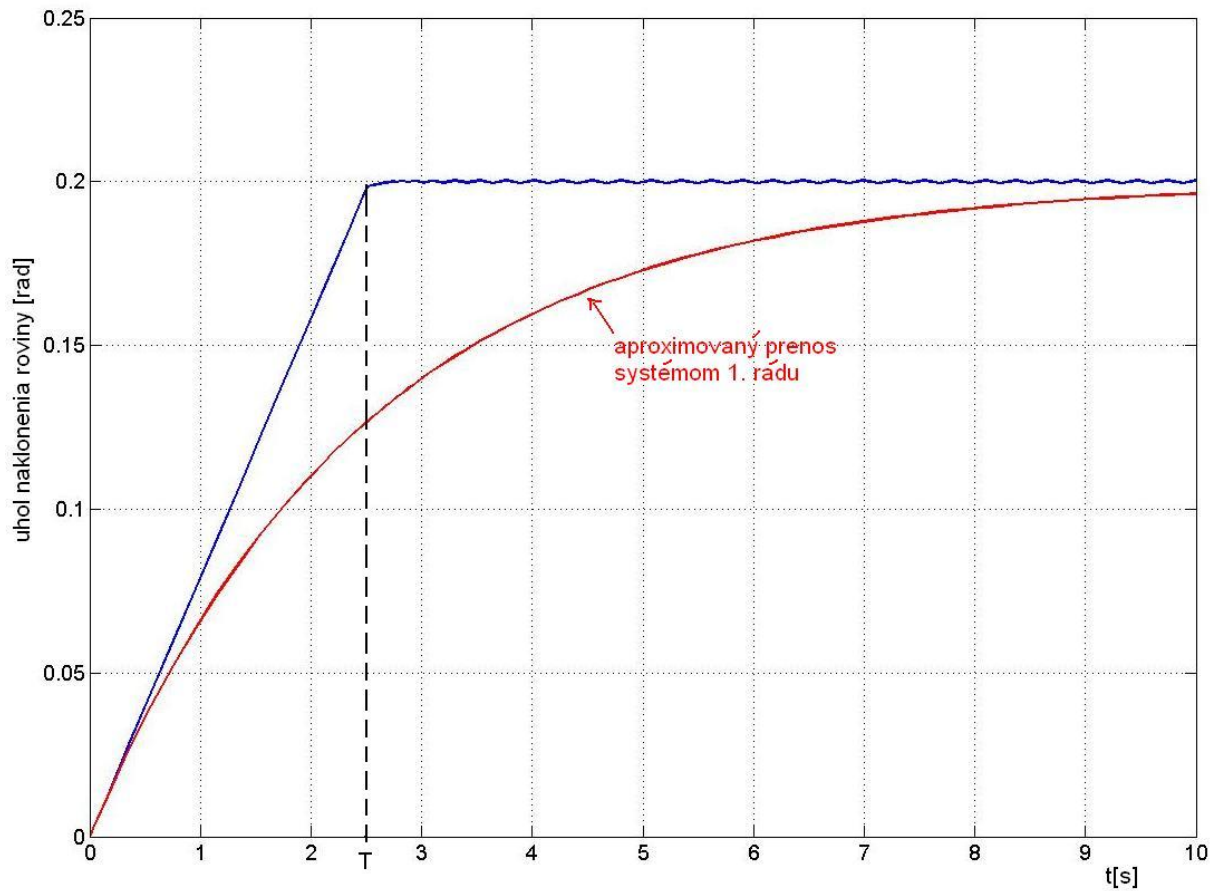


Obr. 7 Model dynamiky roviny



Obr. 8 Reakcia roviny na jednotkový skok

Pre ďalšie spracovanie úlohy bude lepšie dané chovanie nakláňania roviny aproximovať systémom 1. rádu , a to následovne [3], [4] :



Obr. 9 Aproximácia nakláňania roviny systémom 1. rádu

Jedná sa o systém prvého rádu, ktorého prenos ma tvar :

$$F(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

Kde potrebné hodnoty parametrov K a T odčítame z grafu :

$$T = 2,5 \text{ s} ; K = 0,2.$$

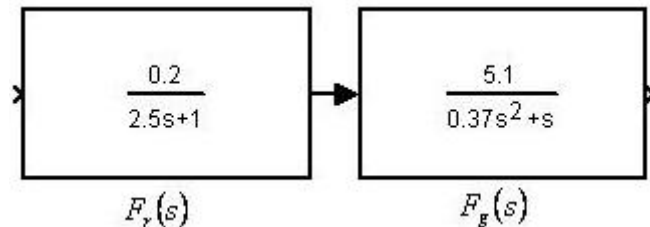
Prenos neznámeho systému teda bude :

$$F_r(s) = \frac{0,2}{2,5s + 1} \quad (21)$$

Opäť tento prenos je rovnaký pre oba smery tak ako pre x tak aj pre y.

1.7 Návrh regulátorov pre systém Gulička na rovine

V predchádzajúcom sme identifikovali systém pohybu guličky po naklonenej rovine a systém nakláňania roviny. Pri spojení týchto dvoch systémov dostávame výsledný prenos sústavy Gulička na rovine :



Obr. 10 SIMULINKová schéma výsledného systému Gulička na rovine

$$P(s) = F_r(s) \cdot F_g(s) = \frac{0,2}{2,5s + 1} \cdot \frac{5,1}{s(1 + 0,37s)} = \frac{1,02}{0,925s^3 + 2,87s^2 + s}$$

Najvýhodnejšie sa ukázalo navrhovať regulátory PD, pretože mali najrýchlejšiu dobu ustálenia, pri maximálnom akčnom zásahu rovnom približne 10-20 násobku požadovanej hodnoty na vstupe, čo by bolo pri reálnom modeli potrebné.

1.7.1 Návrh regulátoru frekvenčnými metódami

Prenos PD regulátoru je [3], [4] :

$$C(s) = k_p + k_D s = k_D s \left(s + \frac{k_p}{k_D} \right) = k_D (s + \omega_D), \quad \omega_D = \frac{k_p}{k_D}. \quad (22)$$

Parametr ω_D , zlomovú frekvenciu PD regulátoru, volíme tak, aby bola zhodná so zatiaľ neznámou frekvenciou ω_{PM} , na ktorej budeme merať fázovú bezpečnosť výsledného prenosu otvorenej slučky $L(s)$, teda zvolíme $\omega_D = \omega_{PM}$. Na tejto frekvencii zvýši PD člen fázu sústavy o 45°

$$\arg(L(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + \arg(C(j\omega_D)) = \arg(P(j\omega_D)) + 45^\circ. \quad (23)$$

Fázová bezpečnosť PM je definovaná ako :

$$-180^\circ + PM = \arg(L(j\omega_D)). \quad (24)$$

Kombináciou vzťahov (22) a (23) získame

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ + PM - 45^\circ.$$

Pokiaľ zvolíme $PM = 45^\circ$, vyjde fáza sústavy P na frekvencii ω_D splňujúca

$$\arg(P(j\omega_D)) = -180^\circ \quad (25)$$

Neznámu frekvenciu ω_D preto nájdeme na frekvenčnej charakteristike riadeného systému $P(s)$ v mieste, kde jeho fáza prechádza -180° . Pre zvolený systém, ktorého frekvenčná charakteristika je vykreslená na obr. 11, vychádza $\omega_D = 1,04$ rad/s.

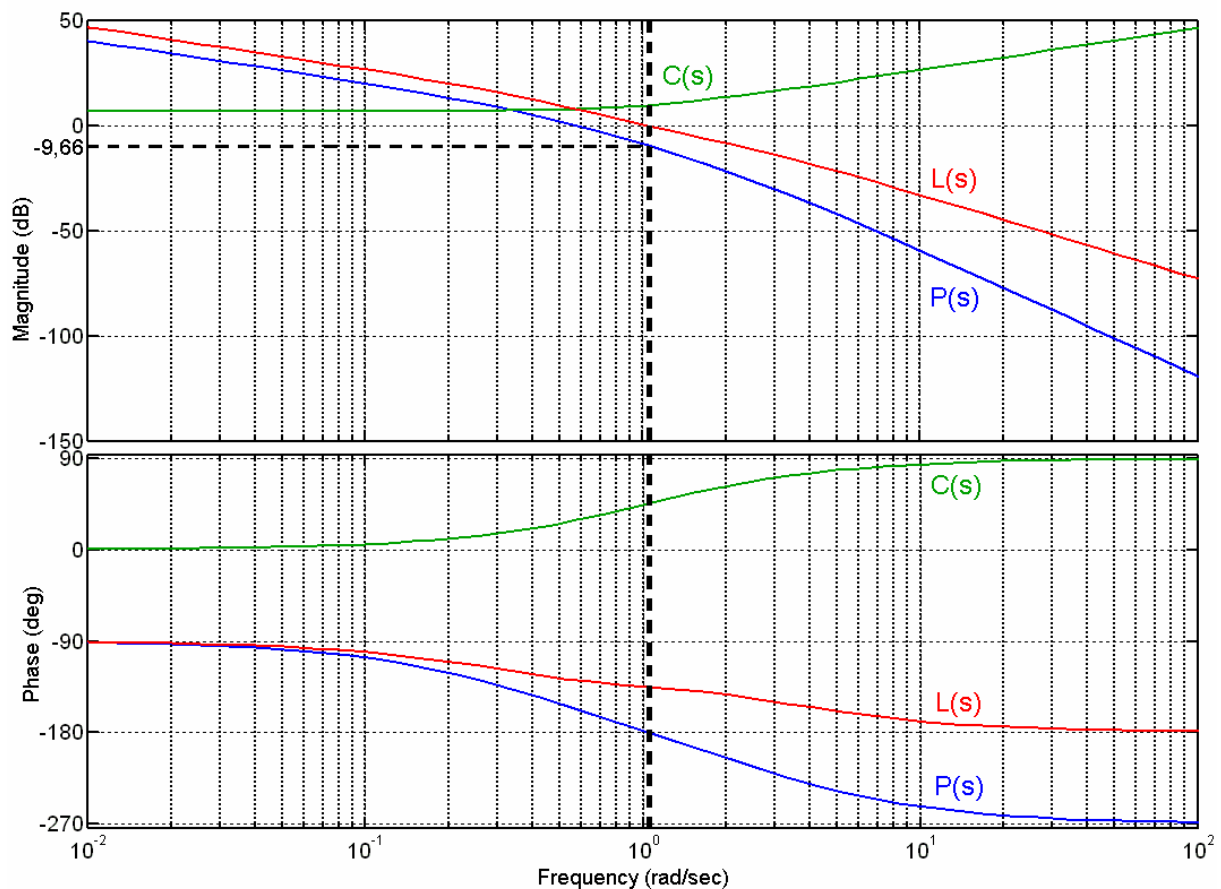
Teraz teda ostáva určiť druhý parameter PD regulátoru. Ten určíme z podmienky, že pokiaľ je ω_D frekvencia, na ktorej sa odčítá fázová bezpečnosť, musí byť na nej zosilnenie otvorenej slučky $L(j\omega_D)$ jednotkové

$$\begin{aligned} |L(j\omega_D)| &= |C(j\omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| = |k_D \cdot (j\omega_D + \omega_D)| \cdot |P(j\omega_D)| \\ &= |k_D| \cdot |j\omega_D + \omega_D| \cdot |P(j\omega_D)| = k_D \cdot \omega_D \cdot \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)| = 1. \end{aligned} \quad (26)$$

Po úprave získame
$$k_D = \frac{1}{\omega_D \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_D)|} \quad (27)$$

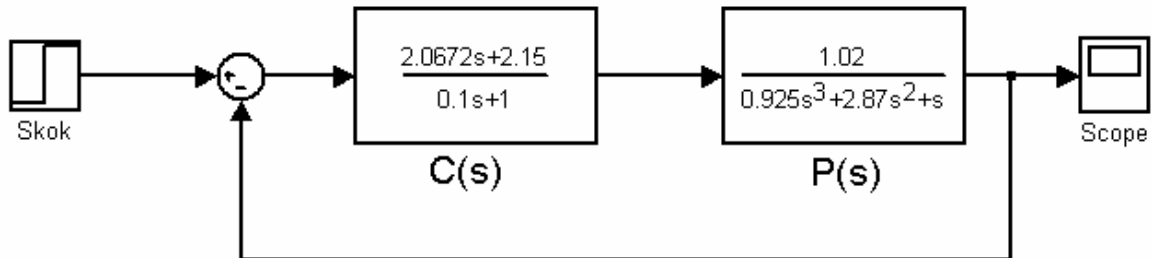
Zosilnenie $|P(j\omega_D)|$ opäť odčítame z Obr. 11, $|P(j\omega_D)| = -9,66$ dB, alebo $|P(j\omega_D)| = 0,3289$.

Po dosadení do (26) výjde $k_D = 2,0672$ a po dosadení do (22) $k_p = 2,15$.

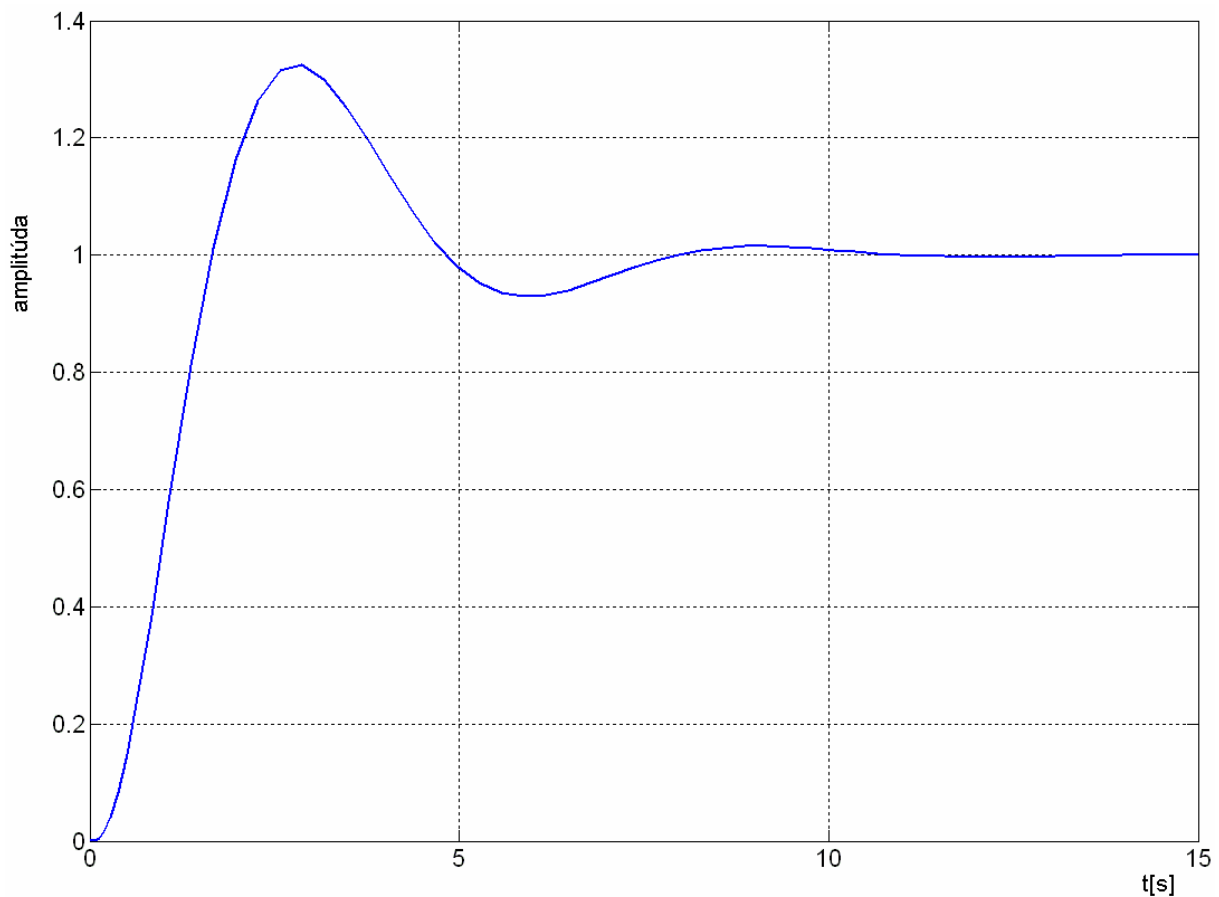


Obr. 11 Frekvenčné charakteristiky – riadeného systému $P(s)$, výsledného regulátoru $C(s)$, a otvorenej slučky $L(s)$

V nasledujúcej SIMULINKovej schéme je zapojenie výsledného regulátora a následne graf spätnoväzbového obvodu. Regulátor je doplnený filtráciou, kvôli následnému použitiu na reálnom modeli, vid' menovateľ u $C(s)$ v obrázku 12. Toto zapojenie je zhodné pre obe osy systému.



Obr. 12 Zapojenie systému s regulátorom v spätnoväzbovom obvode

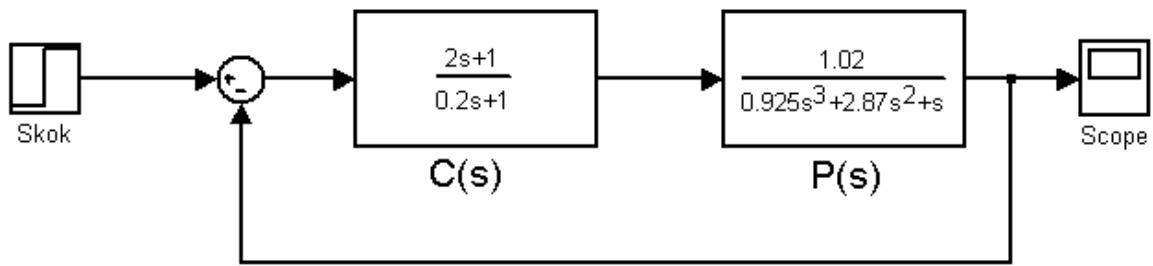


Obr. 13 Odozva systému uzavretej slučky na jednotkový skok

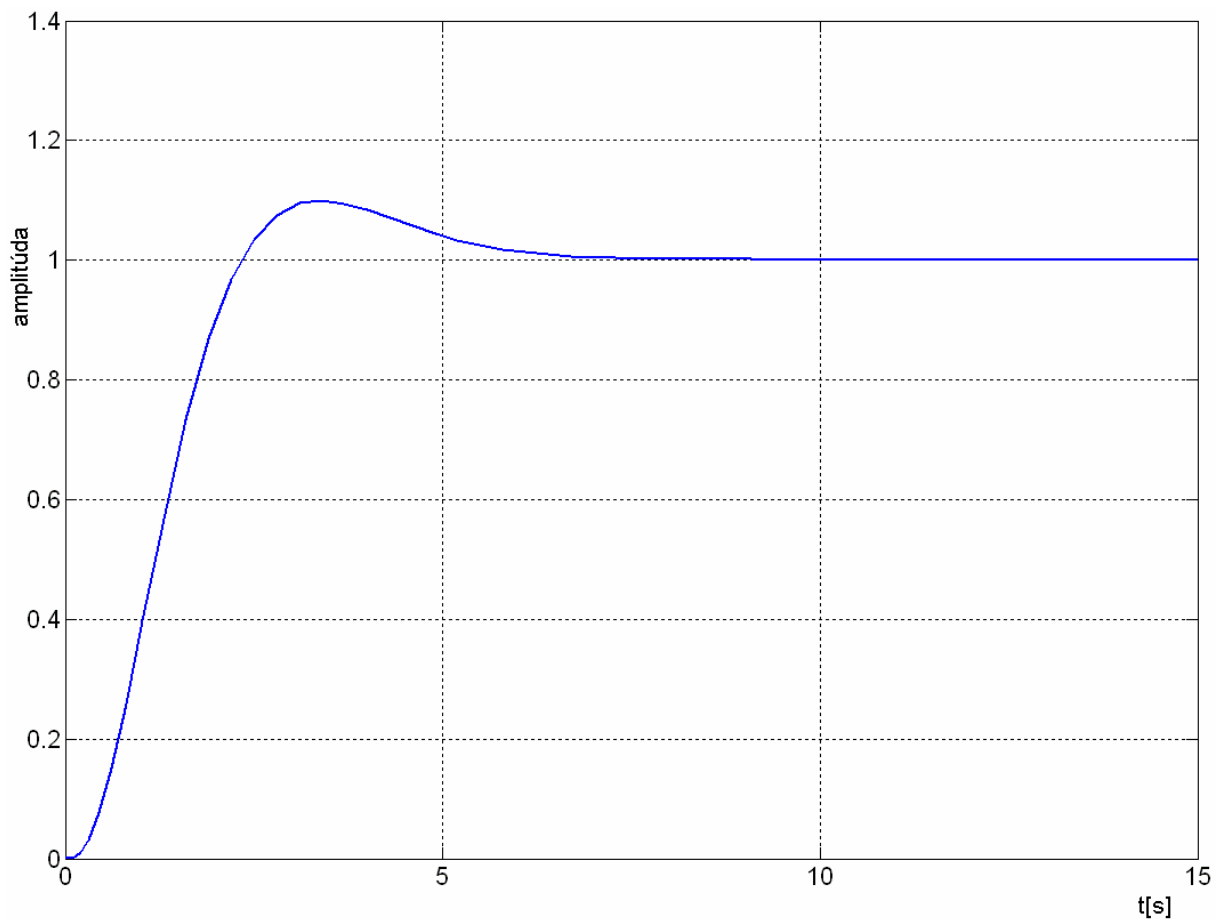
1.7.2 Návrh regulátora metódou Geometrické miesto koreňov

Opäť som navrhoval regulátor PD [3] a použil som k tomu funkciu Matlabu rltool. Nasledujúca schéma a obrázok, popisujú zapojenie a výslednú prechodovú charakterisku

systému s regulátorom. Takisto ako predchádzajúci tak aj tento regulátor je doplnený filtráciou.



Obr. 14 Zapojenie systému s regulátorom v spätnoväzbovom obvode



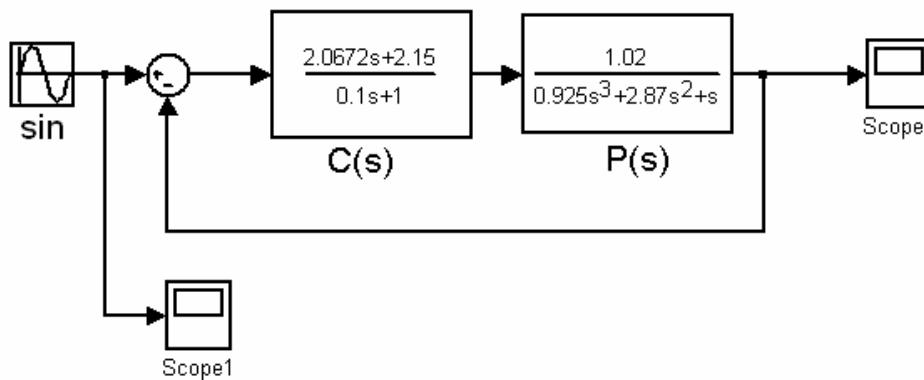
Obr. 15 Odozva systému uzavretej slučky na jednotkový skok

Otestovať navrhnuté regulátory na modely Gulička na rovine som nemohol z dôvodu zlého driveru pre reálny model, ktorý nefungoval pri dynamickom vstupe správne, táto chyba bola potvrdená aj výrobcom.

1.8 Návrh systému pre pohyb Guličky na rovine po kružnici

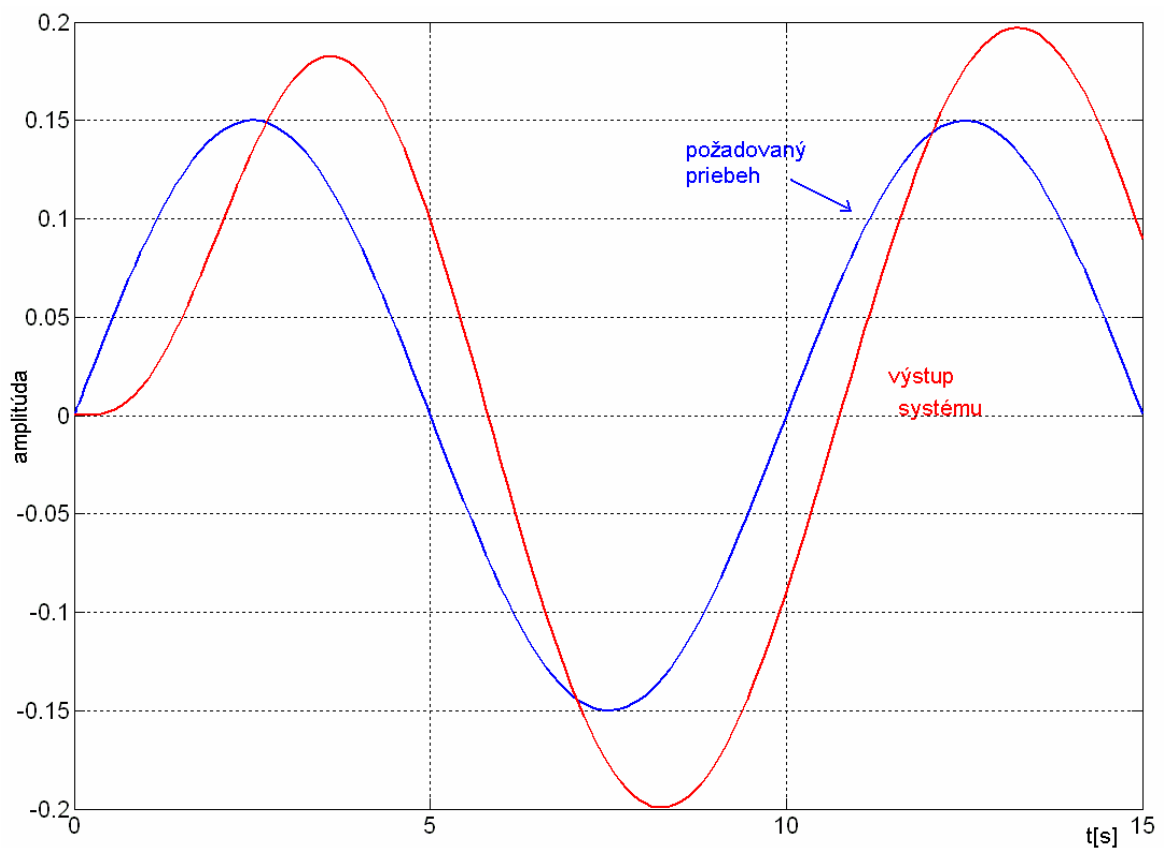
Pre dosiahnutie pohybu guľičky po kružnici je potrebné na vstup x systému s regulátorom priviesť sínusový signál a na vstup y signál posunutý o štvrt' periodu teda o $\pi/2$. Takéto zapojenie som vyskúšal pre oba regulátory.

1.8.1 Návrh s PD regulátorom navrhnutým frekvenčnými metódami



Obr. 16 Systém so sínusovým vstupom

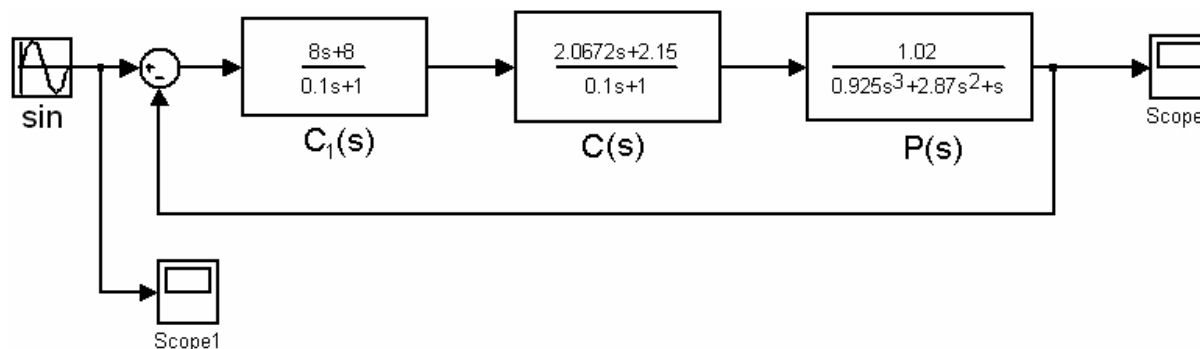
Ako je však vidno z nasledujúceho obrázku, tak výstup sa oneskoruje za vstupom a takisto aj veľkosť amplitúdy výstupu je odlišná od vstupu.



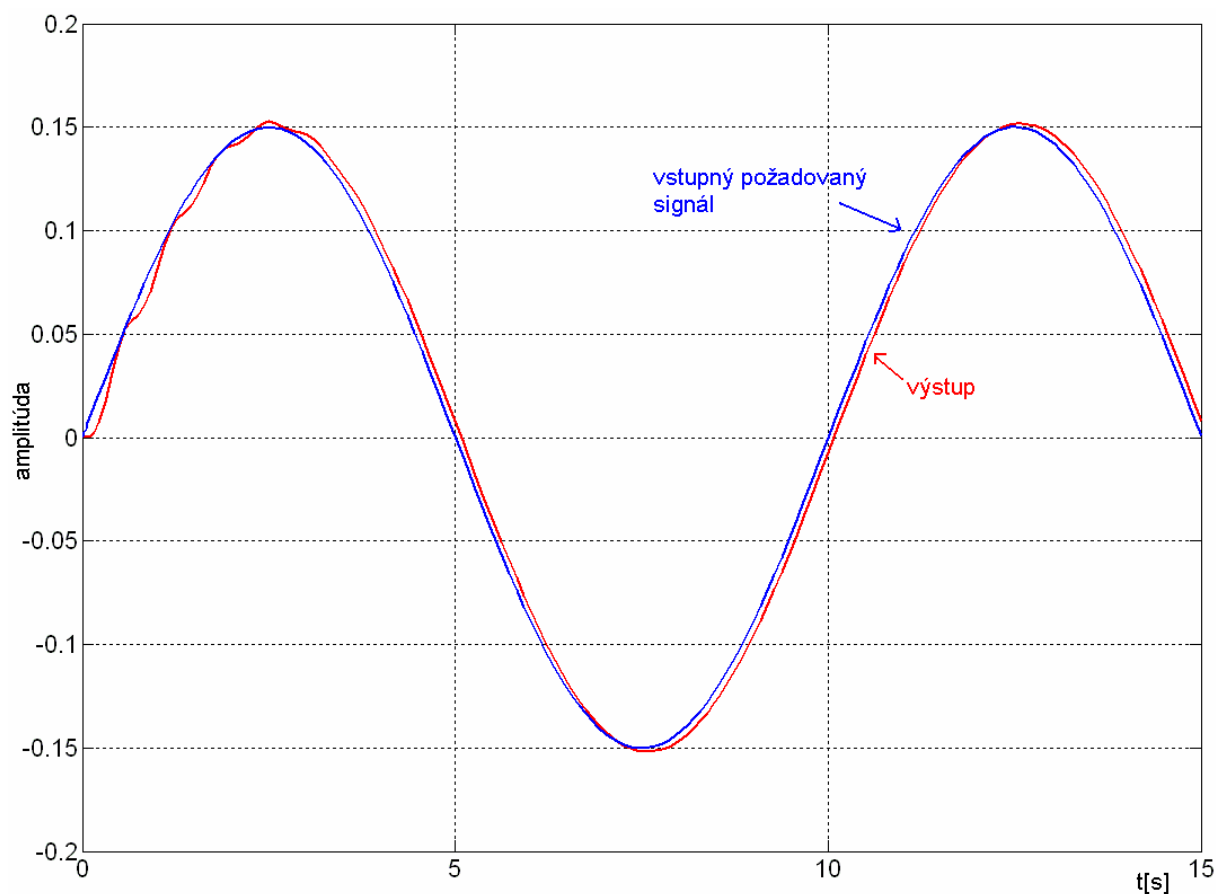
Obr. 17 Porovnanie požadovaného sínusového signálu pre os x a výstupného signálu systému

Pre minimalizáciu regulačnej odchýlky rozdielu medzi vstupom a výstupom som zapojil do systému kompenzátor [5], kedy je už výstup približne rovnaký ako vstup, čo je vidno v Obr. 19. Zapojenie s kompenzátorom je na Obr. 18.

Pohyb po kružnici som simuloval pre frekvenciu otočenia $2\pi/10$ rad/s. Čím by bola frekvencia nižšia tým by sa systém ustálil za kratší čas, naopak pri vyšších frekvenciách by sa ustáľoval dlhšie s daným kompenzátorom a regulačná odchýlka by bola väčšia.

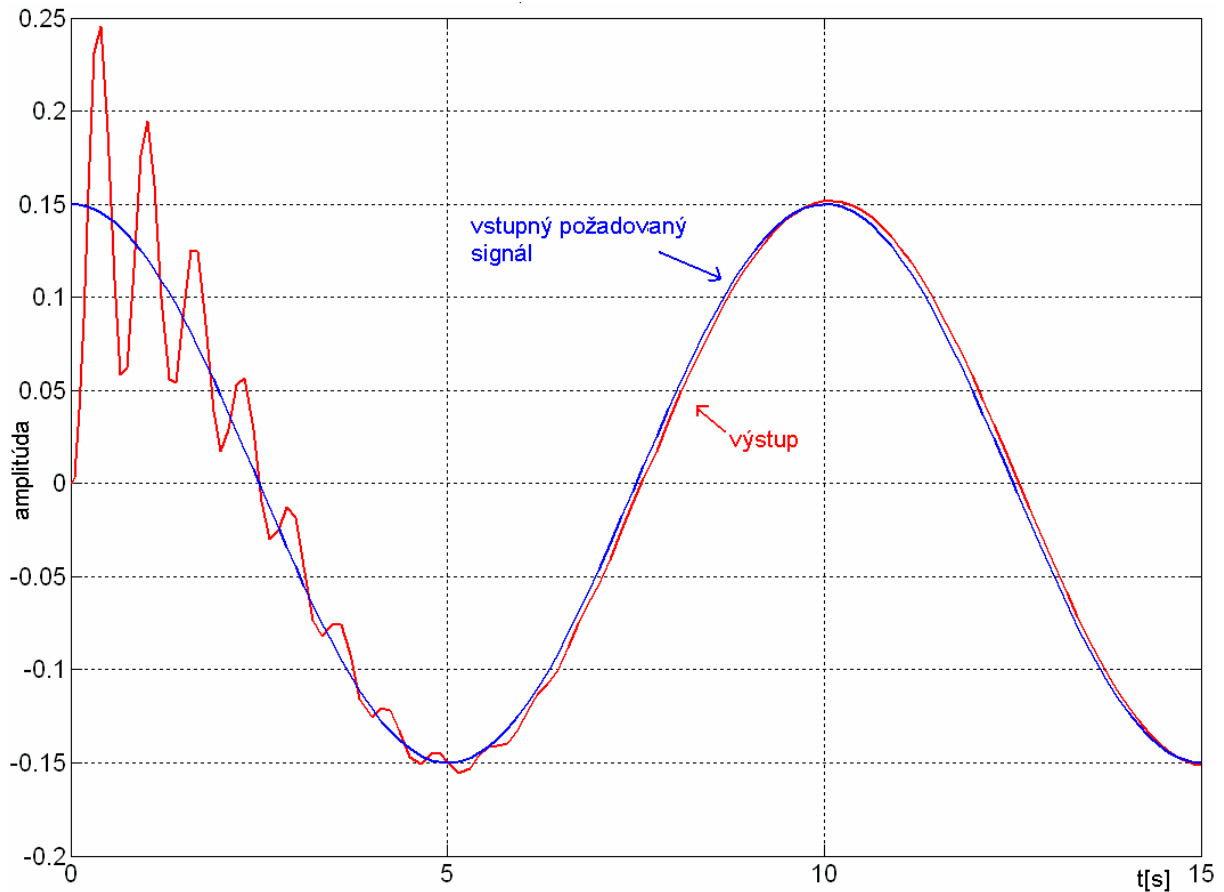


Obr. 18 Zapojenie spätnoväzbového systému s kompenzátorom $C_1(s)$ pre os x



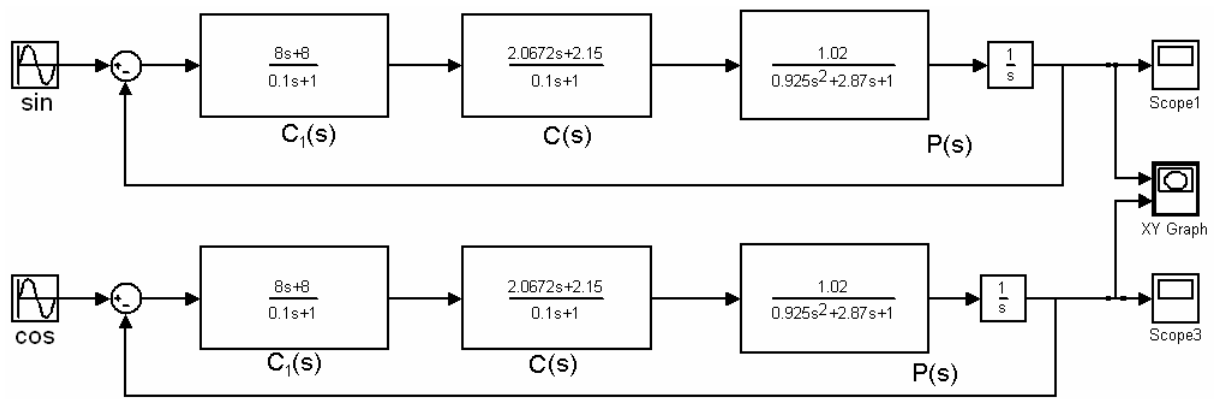
Obr. 19 Porovnanie požadovaného sínusového signálu pre pohyb v smere osi x a výstupného signálu systému pri zapojení kompenzátoru $C_1(s)$

Zapojenie schémy s kompenzátorom $C_1(s)$ pre os y je takmer rovnake ako pre os x vid' Obr. 18, len s tým rozdielom, že signál vstupu je posunutý o $-\pi/2$, čo spôsobí generovanie kosínusového signálu. Pri kosínovom vstupe sa signál ustálil neskôr ako pri sínusovom. Na Obr. 20 je porovnanie kosínusového vstupného a výstupného signálu pre os y, pri zapojenom kompenzátore $C_1(s)$.



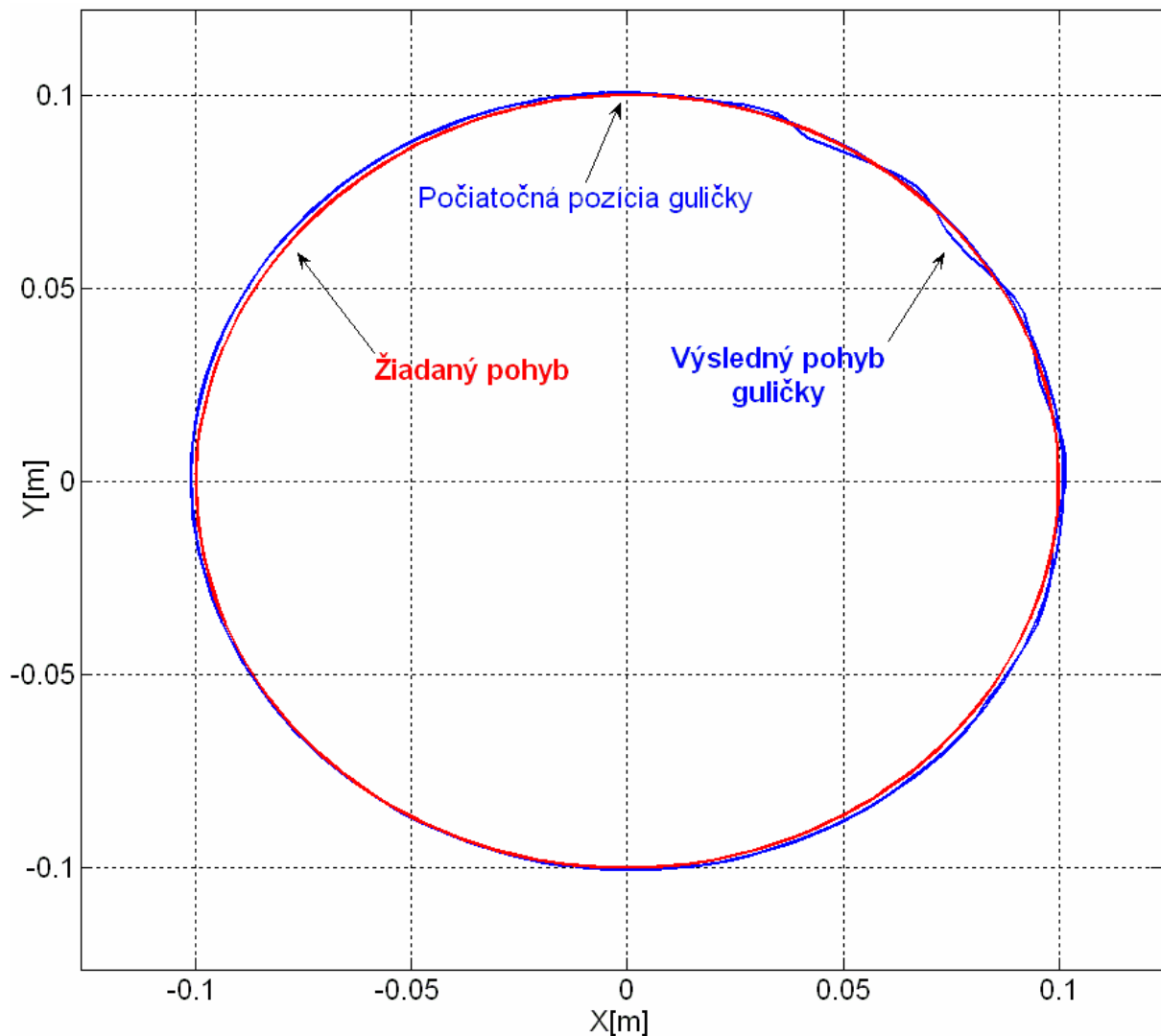
Obr. 20 Porovnanie požadovaného kosínusového signálu pre pohyb v smere osi y a výstupného signálu systému pri zapojení kompenzátora $C_1(s)$

Na Obr. 21 je výsledné zapojenie pre obé osi s kompenzátorami regulačnej odchýlky. V zapojení som vyňal z prenosu sústavy integračnú zložku, kvôli nastaveniu počiatočnej pozície guličky.



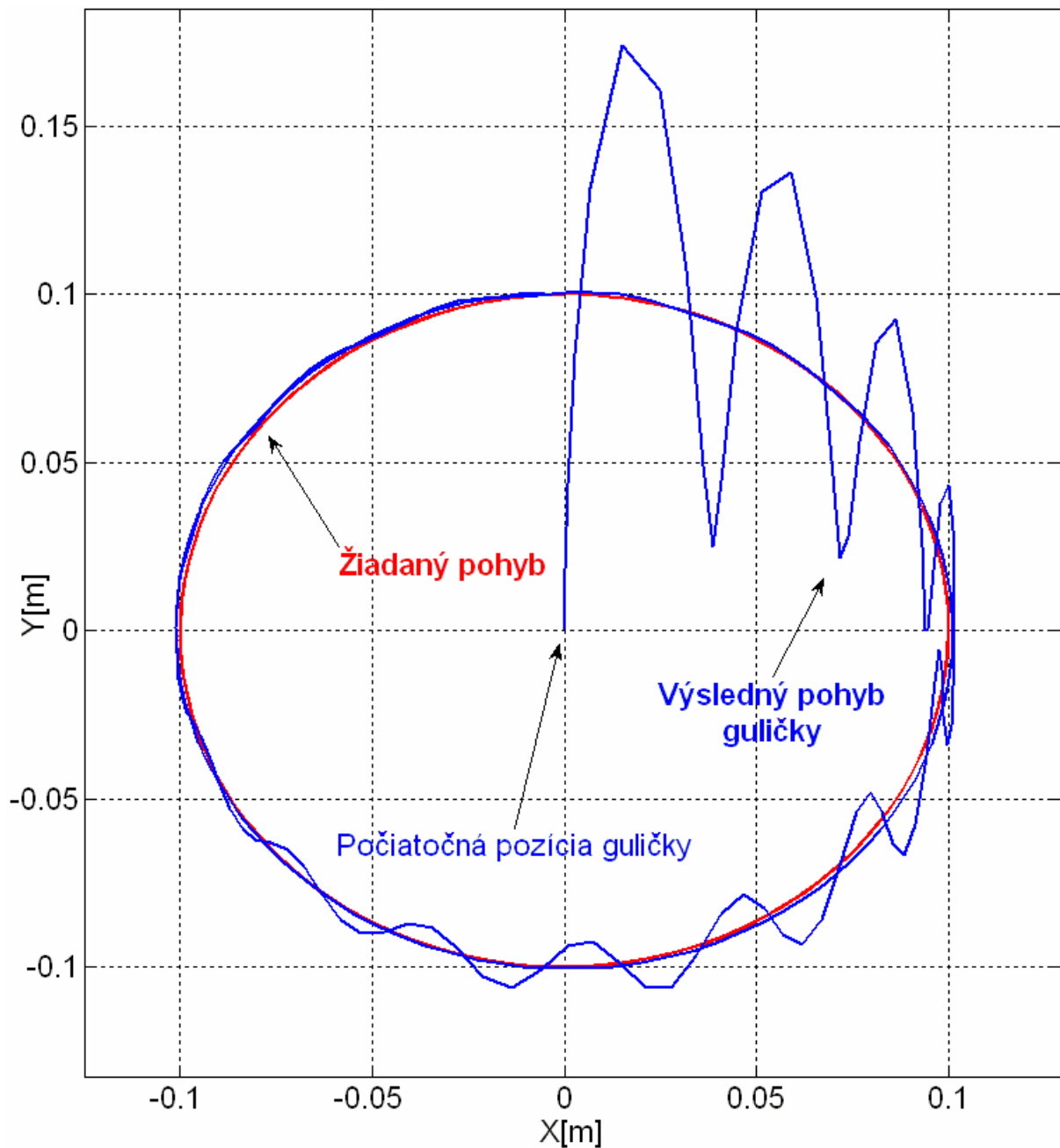
Obr. 21 Zapojenie výsledného systému s kompenzátorom $C_1(s)$ pre os x a y

Výsledný graf na Obr. 22 zobrazuje simuláciu pohybu guličky na rovine po kružnici s polomerom 0,1m s počiatočnou pozíciou v bode [0;0.1]. a odpovedá mu schéma na Obr. 21.



Obr. 22 Zobrazenie simulácie pohybu guličky po kružnici pri počiatočnej pozícii v bode [0,0.1]

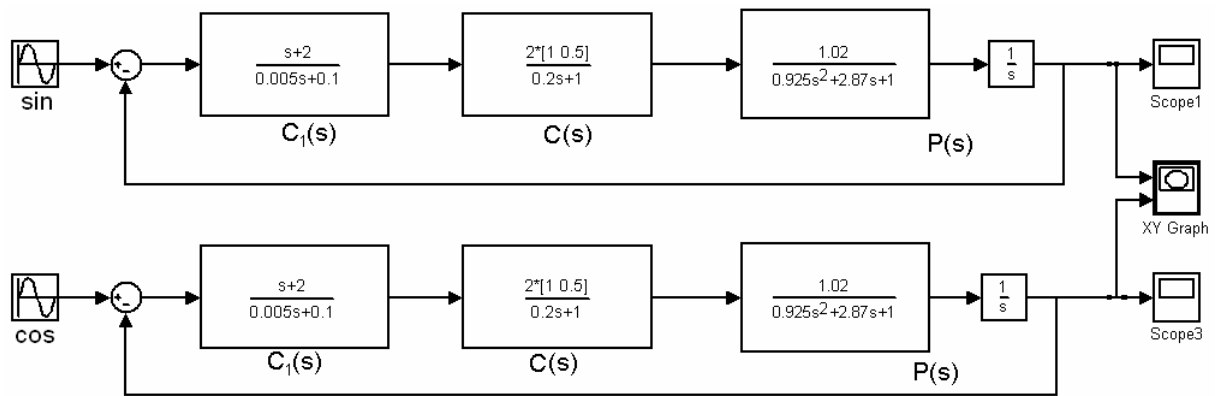
Ďalší obrázok zobrazuje pohyb guličky po kružnici s počiatočnou pozíciou v bode [0,0], kde je vidno zásah regulátorov a ustálenie pohybu nastalo takmer v troch štvrtinách kružnice.



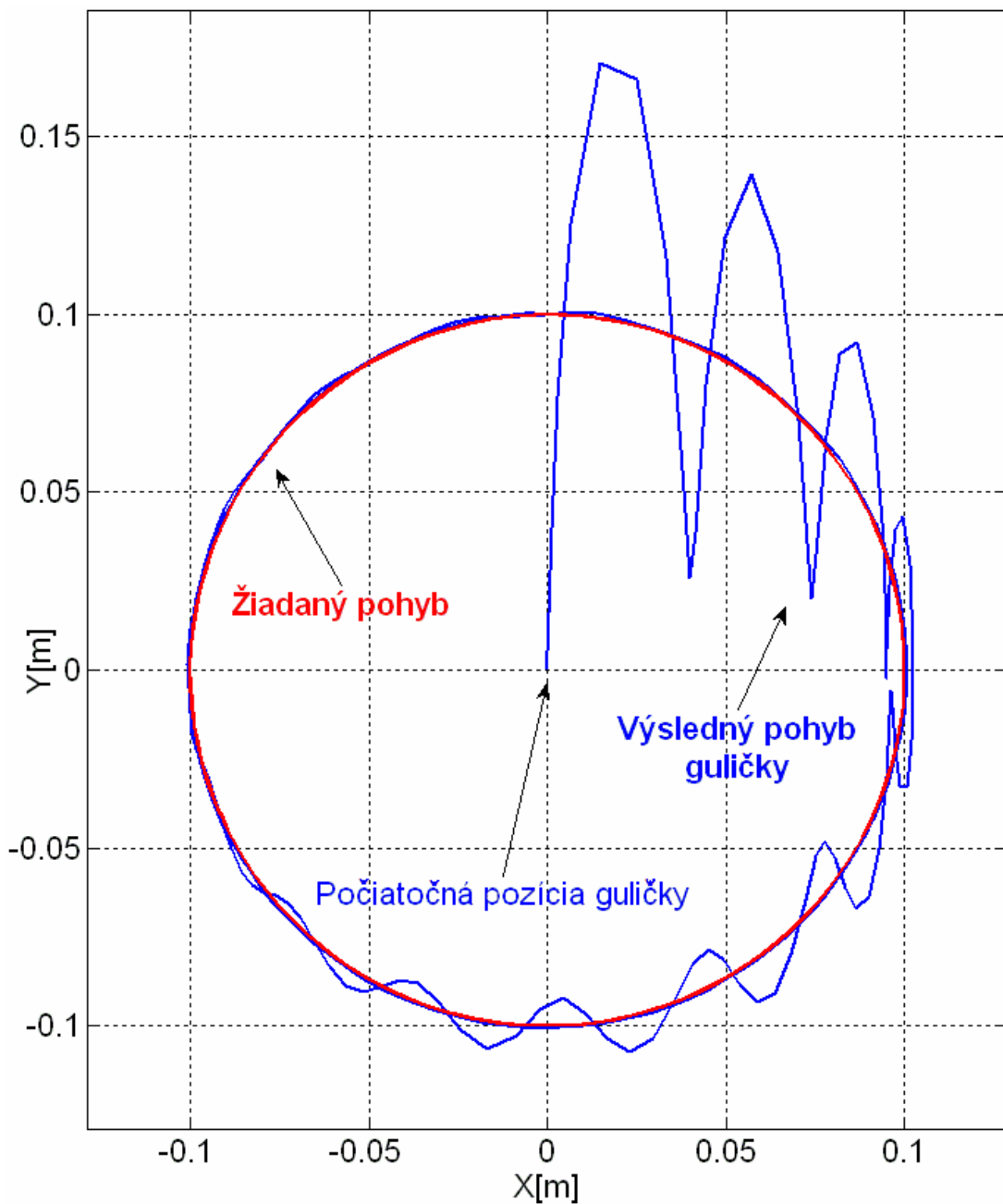
Obr. 23 Zobrazenie simulácie pohybu guličky po kružnici pri počiatočnej pozícii v bode [0,0]

1.8.2 Návrh s PD regulátorom navrhnutým metódou GMK

Návrh systému pre pohyb guličky na rovine opisujúcej kružnicu pri použití tohto regulátoru bol rovnaký ako v predchádzajúcom prípade, len s tým rozdielom, že bol navrhnutý iný kompenzátor na minimalizáciu regulačnej odchýlky. Na obrázku 24 je schéma zapojenia simulačného obvodu ktorej odpovedá obrázok 25, kde je zobrazenie simulácie.



Obr. 24 Zapojenie výsledného systému s kompenzátorom $C_2(s)$ pre os x a y

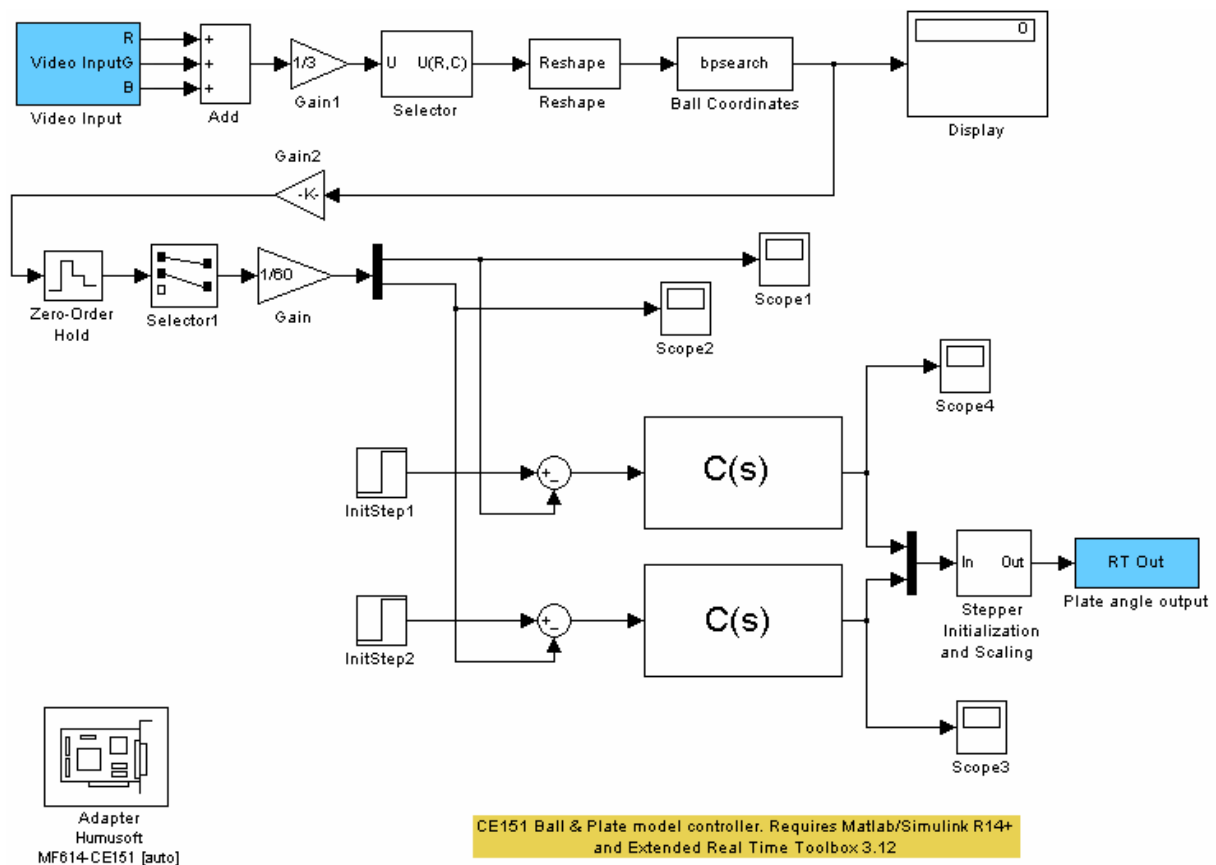


Obr. 25 Zobrazenie simulácie pohybu guličky po kružnici pri počiatočnej pozícii v bode [0,0]

1.9 Simulácia a chovanie reálneho modelu Gulička na rovine

Navrhnuté regulátory a kompenzátory, ktoré boli odskúšané na simulácii, nebolo možné vyskúšať na reálnom modeli. Dôvodom bol zlý driver od firmy Humusoft, čo sa prejavilo hlavne pri dynamicky meniacom sa vstupe, kedy plošina nereagovala podľa očakávania. Táto chyba bolo potvrdená aj výrobcom.

SIMULINKová schéma, zapojenia regulátorov pre ovládanie reálneho modelu je na obrázku 25.



Obr. 26 Zobrazenie simulačnej schémy pre riadenie guličky na rovine

Záver

Po prečítaní tejto bakalárskej práce sa čitateľ oboznámi s fyzikálnym systémom guľičky na rovine, jej identifikáciou, návrhom riadenia a simuláciou daného systému.

Identifikácia systému bola prevedená experimentálne. Vzniknutý simulačný model slúžil na návrh regulátorov. Z regulátorov P,I,PI,PD,PID sa najvhodnejšie a najlepšie ukázalo navrhovať regulátory PD a to metódami umiestňovania koreňov a frekvenčnými metódami.

Pri pokuse o návrh metódou Ziegler-Nichols sa systém ustáľoval oveľa dlhšie ako vyššie uvedenými metódami a nebol by postačujúci pre rozumnú reguláciu.

Ďalej bola navrhnutá simulačná schéma pre pohyb guľičky na rovine opisujúcej kružnicu, kde bolo potrebné navrhnuť kompenzátor pre potlačenie regulačnej odchýlky, pri harmonickom sínusovom vstupe na systém.

Pri pokuse o prácu s reálnym modelom, pri rýchlych zmenách vstupu, nefungoval správne, kvôli chybnému driveru od výrobcu, čo zamedzilo praktické vyskúšanie navrhnutých systémov a obmedzilo prácu s modelom postačujúcu len na identifikáciu systému guľičky a roviny.

Pre všetky výpočty a prácu s modelom som používal program MATLAB a jeho toolboxy CONTROL SYSTEM a SIMULINK.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Humusoft: výukové modely [online]. Praha, Česká Republika, 2006. Dostupné na internete:
< <http://www.humusoft.cz/models/ce152cz.htm> >.
- [2] Diplomová práca : výukový model guľička na rovine – modifikácie a rozšírenia. Peter Popík, Košice,SR , 2006.
- [3] Stránky predmetov Systémy a řízení a Systémy a modely katedry riadenia ČVUT
< <http://dce.felk.cvut.cz/sari> >.
- [4] John, J.: Systémy a řízení. Skripta FEL ČVUT 2003.
- [5] Šebek, M.: Systémy a řízení, transparenty k prednáškam, ČVUT FEL, 2005
< <http://dce.felk.cvut.cz/sari> >.

Prílohy

Príloha A: CD médium