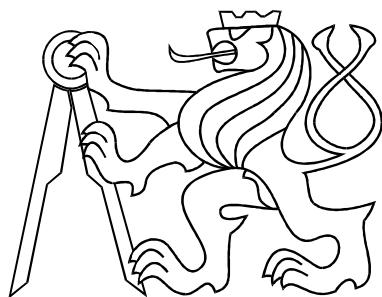


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY



Diplomová práce

Adaptivní regulátor založený na
pozorovateli

Praha, 2009

Adéla Šemelíková

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady (literaturu, projekty, software atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne 23. 1. 2009

Janice Šorá

podpis

Poděkování

Děkuji Jirkovi Roubalovi za vedení diplomové práce a za podmětné konzultace. Dále děkuji ale i všem ostatním, kteří mě v období tvoření této práce podporovali.

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce se zabývá využitím lineárního rozšířeného pozorovatele stavu při návrhu řízení pro systémy, jejichž vnitřní stavové proměnné jsou nedostupné pro měření. Nedostupnost stavových proměnných fyzikálních soustav je široce rozšířeným problémem ve všech oblastech technické praxe.

Vnitřní stavové proměnné obsahují užitečnou informaci, která je zapotřebí pro návrh řízení soustavy. Avšak měření všech stavových proměnných může být buď nemožné, anebo nepraktické. V takovém případě jsou nedostupné stavové proměnné odhadovány pozorovatelem stavu na základě znalosti vstupních a výstupních dat fyzikální soustavy. Tradiční pozorovatelé stavu navíc ještě vyžadují odpovídající matematický model soustavy. Poskytování těchto odhadnutých stavových proměnných je hlavní a neocenitelnou funkcí pozorovatele stavu, který se díky tomu stal nepostradatelným nástrojem v řídicí technice.

Hlavní myšlenka alternativního konceptu návrhu rozšířeného pozorovatele stavu je schopnost odhadovat tu část soustavy, která není popsána matematickým modelem. To znamená odhadovat v reálném čase jak neznámou dynamiku soustavy, tak i externí poruchu. Celková kvalita řízení pomocí konceptu s pozorovatelem stavu může být zlepšena, pokud je pozorovatel schopen přizpůsobit svoji šířku pásma aktuální dynamice řízené soustavy. Pozorovatel, který nastavením šířky pásma odráží tuto dynamiku, se nazývá adaptivní pozorovatel.

Abstract

The graduation thesis 'Adaptive Observer Based Controller' is concerned with the use of linear extended state observer for control design of systems with internal state variables unavailable for measurement. The inaccessibility of internal states of a physical plant corresponds to a widely spread problem in all fields of engineering.

The state variables include useful information that is required for control system design. However, it may be either impossible or impractical to obtain measurements for all state variables. In that case, the state variables must be estimated. The inaccessible internal state variables are made available through state observers using input-output data of the physical plant. In addition the traditional state observers require a good mathematical model of the plant as well. Providing extracted internal variables is the invaluable function of state observers, which became indispensable tools in control engineering.

The main idea of the alternative design framework of extended state observer is the ability to estimate the part of the plant that is not described by the mathematical model. It means to estimate both unknown plant dynamics and disturbances in real time. Control performance of this control design framework including an observer may be enhanced, if the observer is able to adapt its bandwidth according to the controlled system dynamics. An observer reflecting this dynamics is called adaptive observer.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: Bc. Adéla Šemelíková

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (magisterský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření, blok KM1 - Řídicí technika

Název tématu: **Adaptivní regulátor založený na pozorovateli**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s možností odhadování neměřitelných poruch dynamických systémů.
2. Navrhněte regulátor založený na rozšířeném pozorovateli stavu pro lineární dynamický systém, analyzujte jeho vlastnosti.
3. Navrhněte adaptaci šířky pásma pozorovatele stavu pro nelineární a stochastické systémy.

Seznam odborné literatury:

Dodá vedoucí práce

Vedoucí: Ing. Jiří Roubal, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2008/2009

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 10. 9. 2007

Obsah

1	Úvod	1
1.1	Historický vývoj pozorovatele stavu	2
2	Lineární rozšířený pozorovatel stavu	4
2.1	Analýza dynamiky chyby pozorovatele LESO	4
2.1.1	Pozorovatel LESO se známým modelem systému	5
2.1.2	Pozorovatel LESO bez známého modelu systému	9
3	Příklady	13
3.1	Lineární příklad	14
3.2	Lineární příklad s rozkladem	20
3.3	Nelineární příklad	26
3.4	Komplexní příklad	31
4	Závěr	42
Literatura		43
A	Obsah přiloženého CD	I

Kapitola 1

Úvod

Pozorovatel stavu [1, 5, 4] je nepostradatelnou součástí oboru řídicí technika již mnoho let. Jeho hlavní úlohou je odhadování vnitřních stavových proměnných, které jsou neměřitelné, nebo jejichž měření přináší nepříjemnosti. Mezi tyto nepříjemnosti patří například vysoká pořizovací cena senzorů nebo znehodnocení měření šumem.

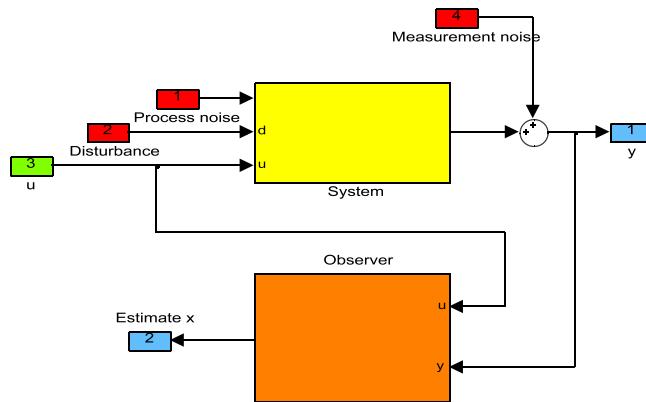
Pozorovatel odhaduje stavové proměnné na základě znalosti vstupních a výstupních signálů soustavy. Návrh tradičních pozorovatelů je navíc úzce spjat s určením odpovídajícího matematického modelu soustavy. Získání přesného matematického modelu soustavy však může představovat velmi náročný úkol. A navíc, pokud uvážíme vliv neznámých poruch ovlivňujících soustavu v reálném prostředí, tak může spoléhání se na přesný matematický model soustavy působit dokonce i značné těžkosti. Jestliže jsou dynamika soustavy nebo porucha částečně nebo zcela neznámé, tak je žádoucí přikročit k jinému konceptu návrhu pozorovatele stavu.

Jedním z alternativních konceptů je lineární rozšírný pozorovatel stavu, jehož implementace je hlavním cílem této práce. Tento pozorovatel je pozorovatelem poruchy a je schopen odhadovat neznámou dynamiku soustavy i externí poruchu. To má dalekosáhlé důsledky, protože již není zapotřebí matematický model soustavy. Neznámá dynamika je považována za poruchu a odpovídá rozšířenému stavu původní soustavy. Pozorovatel stavu potom odhaduje stavy původní soustavy, a navíc ještě tento rozšířený stav. Neznámá dynamika soustavy a porucha jsou potom kompenzovány pomocí svého vlastního odhadu poskytnutého pozorovatelem stavu.

Struktura této diplomové práce je následující. V podkapitole 1.1 bude nastíněn historický vývoj pozorovatele stavu. Lineární rozšírený pozorovatel stavu bude definován v kapitole 2 a implementován v kapitole 3.

1.1 Historický vývoj pozorovatele stavu

Jak již bylo výše napsáno, jsou vnitřní stavové proměnné rekonstruovány pozorovatelem stavu na základě vstupních a výstupních signálů soustavy [1, 5, 4]. Klasické uspořádání pozorovatele stavu je uvedeno na obr. 1.1.



Obrázek 1.1: Typické uspořádání pozorovatele stavu

Zde jen poznamenejme, že všechny obrázky a grafy vytvořené v programu Matlab budou popisovány anglicky a u funkcí bude vynecháváno značení závislých proměnných.

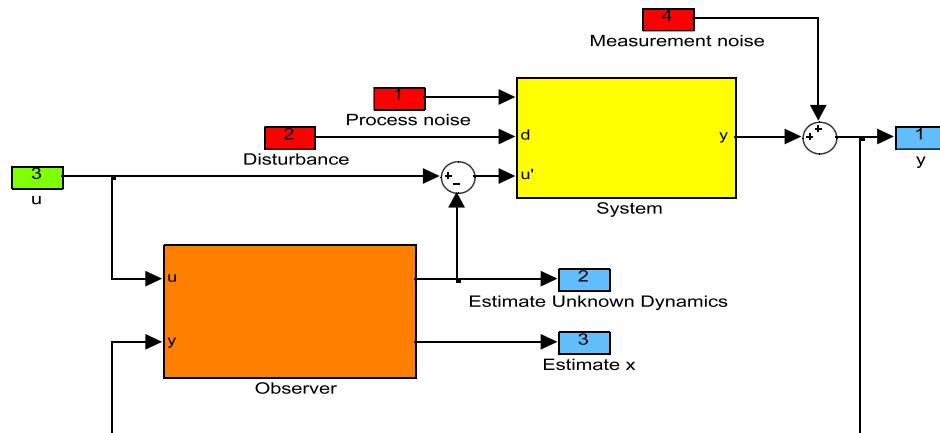
Jak je znázorněno i na obr. 1.1, je nutné v reálném prostředí počítat s poruchami a s šumy procesu a měření. Jako šum je chápán stochastický signál charakterizovatelný střední hodnotou a variancí [3]. Naopak poruchový signál takto popsát nelze. Smyslem pozorovatele stavu je odhadnout stavový vektor tak, aby chyba odhadu konvergovala k nule, nebo byla alespoň omezená [11].

Pozorovatel stavu prošel historickým vývojem, který zde bude stručně shrnut. Tato část je převzata z [7]. V počáteční fázi vývoje stojí pozorovatel stavu extrahující stavové proměnné jen ze vstupních dat (*Input Based Estimator*). Tento pozorovatel vyžaduje pro svou správnou funkci nezarušený vstupní signál, přesný matematický model soustavy a znalost počátečních podmínek. Tyto podmínky jsou značně limitující. Protipólem je pozorovatel využívající naopak jen výstupní data (*Output Based Estimator*). Jeho výstup je však vlivem šumu a poruch zpožděn.

Jistým mezníkem se stal až tzv. asymptotický neboli Luenbergův pozorovatel stavu [7]. Tento pozorovatel odpovídá dnešnímu pojedání pozorovatele stavu na obr. 1.1. K odhadování využívá jak vstupní, tak i výstupní signály. Díky znalosti modelu soustavy potlačuje šum, aniž by musel disponovat počátečními podmínkami. V dalším průběhu vývoje se vyvinuly dva klíčové přístupy návrhu pozorovatele stavu, které jsou vystopovatelné dodnes.

Stochastický přístup vychází ze znalosti modelu soustavy a předpokládá takové neurčitosti systému, které lze matematicky popsat. Pod těmito neurčitostmi je chápán šum, který je z matematického hlediska statisticky popsatelnou veličinou. Metody návrhu takového pozorovatele minimalizují jisté kritérium založené na znalostech neurčitostí. Pozorovatel stavu potom poskytuje ve smyslu tohoto kritéria optimální řešení. Nevýhodou tohoto přístupu je matematická náročnost. Pokud je v systému přítomna porucha, tak je ji nutno modelovat, tj. zahrnout do struktury pozorovatele. Klíčovým představitelem je Kalmanův filtr [6], který předpokládá šum s nulovou střední hodnotou a normálním rozložením. Kritérium, které Kalmanův filtr minimalizuje, je kvadrát rozdílu chyby odhadu stavových veličin.

Druhým přístup se nazývá deterministický. Do této skupiny patří alternativní pozorovatelé odhadující poruchu a případně i stavové proměnné. Jedním ze zástupců je pozorovatel poruchy (*Disturbance Observer*). Tento pozorovatel vyžaduje modelování poruchy. Vyhodnocuje rozdíl mezi skutečnou soustavou a jejím modelem. Porucha je kompenzována přivedením tohoto rozdílu na vstup systému. Dalsím představitelem je pozorovatel s neznámým vstupem (*Unknown Input Observer*), který využívá konceptu předchozího pozorovatele, ale odhaduje i stavové proměnné. Je-li dynamika vlastní soustavy zahrnuta do neznámé poruchy, potom odstraníme požadavek na znalost modelu systému. To umožňuje rozšířený pozorovatel stavu (*Extended State Observer*). Tento pozorovatel odhaduje nemodelovanou dynamiku, jejíž vlastní odhad využije k její kompenzaci (*Rejection Un-modeled Dynamics*). Alternativní uspořádání pozorovatele stavu je uvedeno na obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Alternativní uspořádání pozorovatele stavu

Kapitola 2

Lineární rozšířený pozorovatel stavu

Lineární rozšířený pozorovatel stavu (*Linear Extended State Observer*) patří do skupiny alternativních pozorovatelů, které odhadují jak poruchu, tak i stavové proměnné [11]. Je-li neznámá dynamika soustavy zahrnuta do poruchy, kterou pozorovatel odhaduje, tak se odstraňuje požadavek na znalost modelu systému. Odhad této neznámé dynamiky slouží k její kompenzaci na vstupu systému podle obr. 1.2.

Lineární rozšířený pozorovatel stavu bude v následujících kapitolách označován pouze jako pozorovatel LESO. V podkapitole 2.1 bude tento pozorovatel matematicky zaveden a vyšetřena konvergence odhadovaných hodnot k hodnotám původního systému, a to pro pozorovatel LESO se známým 2.1.1 a i bez známého modelu systému 2.1.2.

2.1 Analýza dynamiky chyby pozorovatele LESO

Tato podkapitola vychází z [11]. Uvažován je fyzikální SISO systém s následujícím popisem

$$y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y(t), d(t)) + bu(t), \quad (2.1)$$

kde $y(t)$ je výstup systému, $u(t)$ je akční vstupní veličina, $d(t)$ je externí neznámý signál představující poruchu vstupující do systému a b je libovolná konstanta. Pro zlepšení čitelnosti matematického zápisu bude v následujícím textu částečně vypouštěno značení závislosti na čase. Pro další zlepšení čitelnosti bude funkce

$$f(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y(t), d(t))$$

zapisována jako

$$f(y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y, d),$$

nebo ještě jednodušeji jen jako f . Toto zjednodušení bude užíváno i v případě funkce h , definované jako

$$h = \frac{d}{dt} f(y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y, d) = \dot{f}.$$

Existence této derivace je zaručena pouze tehdy, pokud je funkce f diferencovatelná [8].

Systém vyjádřený diferenciální rovnicí (2.1) lze přepsat do stavového popisu ve tvaru

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n, \\ \dot{x}_n &= x_{n+1} + bu, \\ \dot{x}_{n+1} &= h(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}, d), \\ y &= x_1,\end{aligned}\tag{2.2}$$

kde $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n+1}(t)]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ jsou stavové proměnné, $u(t) \in \mathbb{R}$ je vstup a $y(t) \in \mathbb{R}$ výstup soustavy.

Za povšimnutí stojí skutečnost, že původní systém daný rovnicí (2.1) má n stavových proměnných, zatímco tentýž systém v (2.2) jich má již $n+1$. Ve stavovém popisu (2.2) byl navíc zaveden rozšířený stav x_{n+1} , který odpovídá celé funkci f . Zahrnuje v sobě tedy jak dynamiku soustavy, tak i externí poruchu.

2.1.1 Pozorovatel LESO se známým modelem systému

Lineární rozšířený pozorovatel stavu se známým modelem systému disponuje znalostí funkce h , která je nositelskou cenné informace o dynamice soustavy a případně i externí poruchy. Tento pozorovatel je ve stavovém popisu definován jako

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1), \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} &= \hat{x}_n + l_{n-1}(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_n &= \hat{x}_{n+1} + l_n(x_1 - \hat{x}_1) + bu, \\ \dot{\hat{x}}_{n+1} &= l_{n+1}(x_1 - \hat{x}_1) + h(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n+1}, d),\end{aligned}\tag{2.3}$$

kde $\hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_{n+1}(t)]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ je vektor odhadovaných stavových veličin a $u(t) \in \mathbb{R}$ a $y(t) \in \mathbb{R}$ jsou vstupy pozorovatele. Koeficienty $[l_1, l_2, \dots, l_{n+1}]^T$ jsou zesílení,

která musí být zvolena tak, aby byl pozorovatel stabilní, tj. aby kořeny charakteristického polynomu pozorovatele ležely pouze v levé polorovině [1, 5]. Stojí za připomenutí, že z výstupní rovnice soustavy (2.2) vyplývá ekvivalence výrazů

$$(y - \hat{y}) = (x_1 - \hat{x}_1),$$

vyjadřujících rozdíl mezi měřeným a odhadovaným výstupem.

Výstupem pozorovatele LESO je rozšířený stav \hat{x}_{n+1} , který je odhadem funkce f . Ta je součtem dynamiky systému a externí poruchy. Zahrnutím znalosti povahy dynamiky systému do struktury pozorovatele stavu lze odhad funkce f zpřesnit. Jako další výstupy pozorovatele LESO je možno chápat odhady jednotlivých stavových proměnných, jež umožňují stavovou regulaci.

Pokud je funkce f v rovnici (2.1) funkcí lineární, potom lze určit charakteristický polynom $\lambda_0(s)$ pozorovatele stavu v (2.3). Jak již bylo uvedeno výše, musí být tento polynom zvolen tak, aby byl stabilní. Obvykle je vyžadováno, aby polynom $\lambda_0(s)$ nabýval obecného tvaru

$$\lambda_0(s) = (s + \omega_0)^{n+1} = s^{n+1} + \omega_0\alpha_1 s^n + \dots + \omega_0^n \alpha_n s + \omega_0^{n+1} \alpha_{n+1},$$

kde ω_0 označuje zlomovou frekvenci pozorovatele. Zásady volby této frekvence budou prodiskutovány v kapitole 3. Pro zesílení pozorovatele potom nutně platí

$$[l_1, l_2, \dots, l_{n+1}]^T = [\omega_0\alpha_1, \omega_0^2\alpha_2, \dots, \omega_0^{n+1}\alpha_{n+1}]^T. \quad (2.4)$$

Vektor chyby odhadu pozorovatele $\tilde{\mathbf{x}}$ je definován jako rozdíl skutečné a odhadované hodnoty, neboli

$$\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n+1.$$

Správná funkce pozorovatele stavu je podmíněna konvergencí odhadovaných hodnot ke skutečným hodnotám původního systému. V následující části bude ověřeno, zda je tato podmínka splněna. Pro zjednodušení dokazování bude vypuštěna externí porucha. Předpokladem tedy je $d = 0$.

Pro chybu odhadu všech stavových proměnných platí

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 = x_2 - \hat{x}_2 - l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 = x_3 - \hat{x}_3 - l_2(x_1 - \hat{x}_1), \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} &= \dot{x}_{n-1} - \dot{\hat{x}}_{n-1} = x_n - \hat{x}_n - l_{n-1}(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_n &= \dot{x}_n - \dot{\hat{x}}_n = x_{n+1} + bu - \hat{x}_{n+1} - l_n(x_1 - \hat{x}_1) - bu, \\ \dot{\tilde{x}}_{n+1} &= \dot{x}_{n+1} - \dot{\hat{x}}_{n+1} = h(\mathbf{x}) - l_{n+1}(x_1 - \hat{x}_1) - h(\hat{\mathbf{x}}). \end{aligned}$$

Aplikací vztahu (2.4) lze získat konečné vyjádření ve tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - \omega_0 \alpha_1 \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \tilde{x}_3 - \omega_0^2 \alpha_2 \tilde{x}_1, \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} &= \tilde{x}_n - \omega_0^{n-1} \alpha_{n-1} \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_n &= \tilde{x}_{n+1} - \omega_0^n \alpha_n \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_{n+1} &= h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}}) - \omega_0^{n+1} \alpha_{n+1} \tilde{x}_1.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Nyní oškálujeme chybu odhadu \tilde{x}_i , $i = 1, 2, \dots, n+1$ výrazem ω_0^{i-1} , $i = 1, 2, \dots, n+1$.

Smysl a výhody tohoto škálování budou po několika dalších krocích zřejmé.

Nechť pro vektor škálované chyby odhadu $\boldsymbol{\varepsilon}$ platí

$$\varepsilon_i = \frac{\tilde{x}_i}{\omega_0^{i-1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n+1.\tag{2.6}$$

Z transformace soustavy rovnic (2.5) podle (2.6) vyplývá

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \frac{\dot{\tilde{x}}_1}{\omega_0^0} = \omega_0 \varepsilon_2 - \omega_0 \alpha_1 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{\dot{\tilde{x}}_2}{\omega_0^1} = \omega_0 \varepsilon_3 - \omega_0 \alpha_2 \varepsilon_1, \\ &\vdots \\ \dot{\varepsilon}_{n-1} &= \frac{\dot{\tilde{x}}_{n-1}}{\omega_0^{n-2}} = \varepsilon_n - \omega_0 \alpha_{n-1} \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_n &= \frac{\dot{\tilde{x}}_n}{\omega_0^{n-1}} = \varepsilon_{n+1} - \omega_0 \alpha_n \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_{n+1} &= \frac{\dot{\tilde{x}}_{n+1}}{\omega_0^n} = h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}}) - \omega_0 \alpha_{n+1} \varepsilon_1.\end{aligned}$$

Po této transformaci je možné škálované chyby odhadu jednotlivých stavových proměnných sloučit do maticové rovnice

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \omega_0 \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n},\tag{2.7}$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_{n-1} & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ -\alpha_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Charakteristický polynom matice \mathbf{A}

$$s^{n+1} + \alpha_1 s^n + \dots + \alpha_n s + \alpha_{n+1}$$

je stabilním polynomem právě podle volby α_i , $i = 1, 2, \dots, n+1$. Podle [11] platí následující věta.

Věta: Za předpokladu, že funkce $h(\mathbf{x})$ je lipschitzovská na celém definičním oboru, potom existuje konstanta $\omega_0 > 0$ taková, že $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_i(t) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n+1$.

Důkaz: Pokud se nachází všechna vlastní čísla matice \mathbf{A} v levé polovině, potom existuje jednoznačná pozitivně definitní matice \mathbf{P} taková [1, 5] že platí

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{I}.$$

Uvažována je Lyapunova funkce ve tvaru

$$V(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon},$$

pro jejíž derivaci podle času platí

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}.$$

Dosazením rovnice (2.7) do předchozího výrazu postupně obdržíme

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) &= \left(\omega_0 \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} \right) \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \left(\omega_0 \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} \right) = \\ &= \omega_0 \boldsymbol{\varepsilon}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \boldsymbol{\varepsilon} + \left(\mathbf{B}^T \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} \mathbf{P} \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} \right) = \\ &= -\omega_0 \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} + 2 \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} = \\ &= -\omega_0 \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 + 2 \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n}. \end{aligned}$$

Pokud je funkce h lipschitzovská na celém definičním oboru, potom existuje konstanta c' taková, že platí

$$|h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})| \leq c' \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|.$$

Z toho vyplývá

$$2 \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})}{\omega_0^n} \leq 2 \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} c' \frac{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|}{\omega_0^n}.$$

Pokud je $\omega_0 \geq 1$, potom platí vztah

$$\frac{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|}{\omega_0^n} = \frac{\|\tilde{\mathbf{x}}\|}{\omega_0^n} = \frac{\|\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 \omega_0^2 + \dots + \varepsilon_3^2 \omega_0^4 + \varepsilon_{n+1}^2 \omega_0^{2n}}\|}{\omega_0^n} \leq \|\boldsymbol{\varepsilon}\|,$$

a dále

$$2\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{|h(\mathbf{x}) - h(\hat{\mathbf{x}})|}{\omega_0^n} \leq 2\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} c' \frac{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|}{\omega_0^n} \leq c \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2,$$

kde $c = \frac{2\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P} \mathbf{B} c'}{\|\boldsymbol{\varepsilon}\|}$. Z toho obdržíme

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) \leq -\omega_0 \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 + c \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 = -(\omega_0 - c) \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2.$$

Z předešlých rovnic vyplývá, že $\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) < 0$, jestliže $\omega_0 > c$. Proto platí

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n+1,$$

pro $\omega_0 > c$. Tím byl důkaz ukončen. Struktura důkazu byla převzata z [11].

Tím bylo dokázáno, že při úplné znalosti dynamiky systému lze navrhnout pozorovatel LESO s uspořádáním odpovídajícím popisu v (2.3), jehož chyba odhadu konverguje k nule. Tento důkaz však předpokládal absenci vlivu externí poruchy. Pokud by byla soustava vystavena vlivu externí poruchy, tak by byla k dosažení této konvergace zapotřebí i úplná znalost dynamiky poruchy.

2.1.2 Pozorovatel LESO bez známého modelu systému

V některých případech je informace o povaze dynamiky systému neznámá. To v závědeném značení znamená, že pozorovatel stavu nedisponuje znalostí funkcí f . Jeho struktura je obdobná jako v případě pozorovatele se známým modelem systému z rovnice (2.3). Prvních n rovnic je zcela shodných, jen z poslední rovnice pro stav $\dot{\hat{x}}_{n+1}$ byla vypuštěna funkce \hat{h} odpovídající funkci \hat{f} . Konkrétně platí

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1), \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} &= \hat{x}_n + l_{n-1}(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_n &= \hat{x}_{n+1} + l_n(x_1 - \hat{x}_1) + bu, \\ \dot{\hat{x}}_{n+1} &= l_{n+1}(x_1 - \hat{x}_1). \end{aligned} \tag{2.8}$$

Tato struktura pozorovatele je i pro nelineární systémy lineární a lze ji vyjádřit v maticeovém popisu ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} \\ \dot{\hat{x}}_n \\ \dot{\hat{x}}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -l_{n-1} & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ -l_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ -l_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1} \\ \hat{x}_n \\ \hat{x}_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & l_1 \\ 0 & l_2 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & l_{n-1} \\ 1 & l_n \\ 0 & l_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ x_1 \end{bmatrix}.$$

Za výstupy systému považujeme odhad funkce f a vnitřní odhadované stavy. Charakteristický polynom pozorovatele LESO bez známého modelu systému má vždy tvar

$$\lambda_0(s) = s^{n+1} + l_1 s^n + \dots + l_n s + l_{n+1}.$$

Stejně jako v případě pozorovatele se známým modelem systému, tak i zde musí být zesílení zvolena tak, aby byla zajištěna stabilita a dosažena požadovaná zlomová frekvence pozorovatele stavu [1, 5].

Chyba odhadu stavových proměnných je definována jako

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 = x_2 - \hat{x}_2 - l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 = x_3 - \hat{x}_3 - l_2(x_1 - \hat{x}_1), \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} &= \dot{x}_{n-1} - \dot{\hat{x}}_{n-1} = x_n - \hat{x}_n - l_{n-1}(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\tilde{x}}_n &= \dot{x}_n - \dot{\hat{x}}_n = x_{n+1} + bu - \hat{x}_{n+1} - l_n(x_1 - \hat{x}_1) - bu, \\ \dot{\tilde{x}}_{n+1} &= \dot{x}_{n+1} - \dot{\hat{x}}_{n+1} = h(\mathbf{x}) - l_{n+1}(x_1 - \hat{x}_1). \end{aligned}$$

Aplikací rovnice (2.4) lze získat konečné vyjádření ve tvaru

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - \omega_0 \alpha_1 \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \tilde{x}_3 - \omega_0 \alpha_2 \tilde{x}_1, \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} &= \tilde{x}_n - \omega_0^{n-1} \alpha_{n-1} \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_n &= \tilde{x}_{n+1} - \omega_0^n \alpha_n \tilde{x}_1, \\ \dot{\tilde{x}}_{n+1} &= h(\mathbf{x}) - \omega_0^{n+1} \alpha_{n+1} \tilde{x}_1. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Jako v minulém případě bude i nyní definována škálovaná chyba odhadu $\boldsymbol{\varepsilon}$ podle (2.6). Potom z transformace soustavy rovnic (2.9) podle (2.6) vyplývá

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \frac{\dot{\tilde{x}}_1}{\omega_0^0} = \omega_0 \varepsilon_2 - \omega_0 \alpha_1 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{\dot{\tilde{x}}_2}{\omega_0^1} = \omega_0 \varepsilon_3 - \omega_0 \alpha_2 \varepsilon_1, \\ &\vdots \\ \dot{\varepsilon}_{n-1} &= \frac{\dot{\tilde{x}}_{n-1}}{\omega_0^{n-2}} = \varepsilon_n - \omega_0 \alpha_{n-1} \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_n &= \frac{\dot{\tilde{x}}_n}{\omega_0^{n-1}} = \varepsilon_{n+1} - \omega_0 \alpha_n \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_{n+1} &= \frac{\dot{\tilde{x}}_{n+1}}{\omega_0^n} = h(\mathbf{x}) - \omega_0 \alpha_{n+1} \varepsilon_1.\end{aligned}$$

Souhrně zapsáno platí

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \omega_0 \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B} \frac{h(\mathbf{x})}{\omega_0^n}, \quad (2.10)$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_{n-1} & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ -\alpha_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Podle [11] platí následující věta.

Věta: Za předpokladu, že $h(\mathbf{x})$ je omezená funkce vektoru \mathbf{x} , potom existuje konstanta $\sigma > 0$ a konečný čas $T_1 > 0$ takový, že $|\tilde{x}_i(t)| \leq \sigma$, $i = 1, 2, \dots, n+1$, $\forall t \geq T_1 > 0$ a $\omega_0 > 0$. Dále platí $\sigma = O\left(\frac{1}{\omega_0^k}\right)$ pro nějaké pozitivní číslo k .

Důkaz výše citované věty lze najít v [11]. Zde bude jen konstatováno, že pro všechny $t \leq T_1$, $i = 1, 2, \dots, n+1$ je chyba odhadu omezená, neboli platí

$$\begin{aligned}|\tilde{x}_i(t)| &\leq \left| \frac{\tilde{x}_{\text{sum}}(0)}{\omega_0^{n+1}} \right| + \frac{\delta\nu}{\omega_0^{n-i+2}} + \frac{\delta\mu}{\omega_0^{2n-i+3}}, \\ &= \sigma,\end{aligned}$$

kde ν a μ jsou konstanty a $\tilde{x}_{\text{sum}}(0)$ je definováno jako

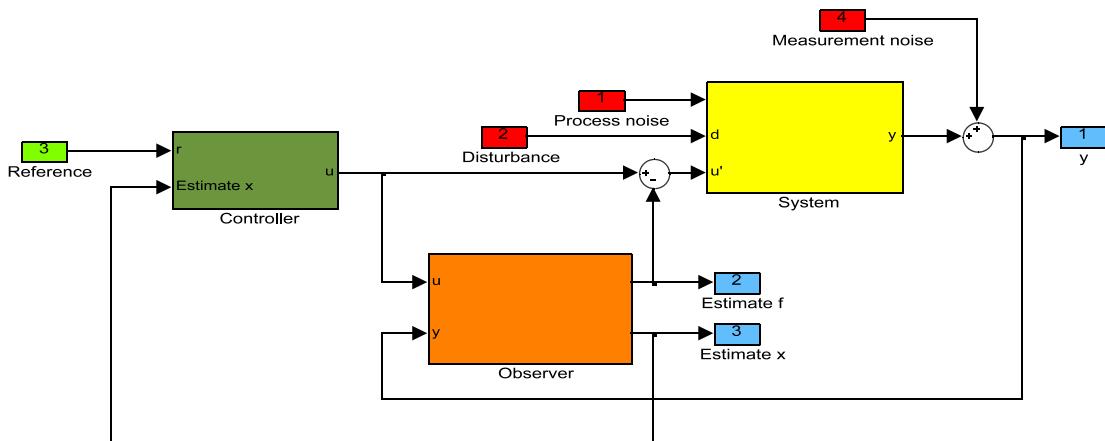
$$\tilde{x}_{\text{sum}}(0) = |\tilde{x}_1(0)| + |\tilde{x}_2(0)| + \dots + |\tilde{x}_{n+1}(0)|.$$

Chyba odhadu pozorovatele LESO s neznámým modelem systému je nepřímo úměrná zlomové frekvenci pozorovatele. Za povšimnutí také stojí fakt, že pokud je zlomová frekvence $\omega_0 > 1$, tak chyba odhadu stavů ležících dále od měřeného výstupu, tj. stavů s vyšším indexem i , je větší. Lze konstatovat, že pozorovatel LESO je tedy užitečným nástrojem i v případě, že dynamika soustavy je zcela neznámá.

Kapitola 3

Příklady

Tato kapitola obsahuje zpracované příklady, na kterých je demonstrováno použití pozorovatele LESO pro řízení systémů pomocí alternativního konceptu řízení. Odhadované stavové proměnné jsou použity k řízení kompenzované soustavy. Tento koncept řízení je vyobrazen na obr. 3.1.



Obrázek 3.1: Typické uspořádání pozorovatele stavu v uzavřené regulační smyčce

V následujícím textu bude opět u funkcí částečně vynecháváno značení jejich závislých proměnných. Pozorovatel LESO bez známého modelu soustavy bude označován jako LESO1, s částečným modelem jako LESO2 a s úplným modelem jako LESO3. V podkapitolách 3.1 a 3.2 budou řešeny dva lineární příklady, v podkapitole 3.3 příklad nelineární a nakonec v podkapitole 3.4 příklad komplexní, kde bude pro systém s hysterezí navrhnut adaptivní regulátor založený na pozorovateli LESO.

3.1 Lineární příklad

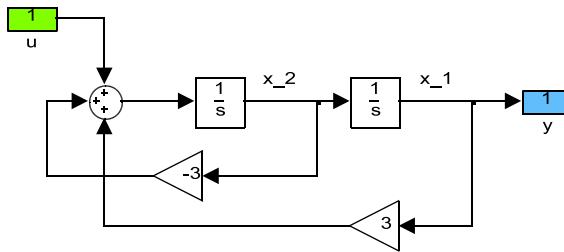
Uvažován je ředitelný a pozorovatelný lineární SISO systém druhého řádu popsaný diferenciálními stavovými rovnicemi

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= 3x_1 - 3x_2 + u,\end{aligned}\tag{3.1}$$

a výstupní rovnici ve tvaru

$$y = x_1.\tag{3.2}$$

Schéma systému z rovnice (3.1) je zobrazeno na obr. 3.2.



Obrázek 3.2: Schéma lineárního systému z rovnice (3.1)

Tento systém odpovídá modelu s rozšířeným stavem z rovnice (2.2) ve tvaru

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3 + u = f(x_1, x_2) + u = 3x_1 - 3x_2 + u, \\ \dot{x}_3 &= \dot{f}(x_1, x_2) = 3\dot{x}_1 - 3\dot{x}_2 = h(x_1, x_2, x_3).\end{aligned}$$

Tento nový model systému je rozdíl od původního systému (3.1) třetího řádu. Byl rozšířen o stav x_3 odpovídající funkci f , která je sumací dynamiky soustavy, neboli

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 - 3x_2.$$

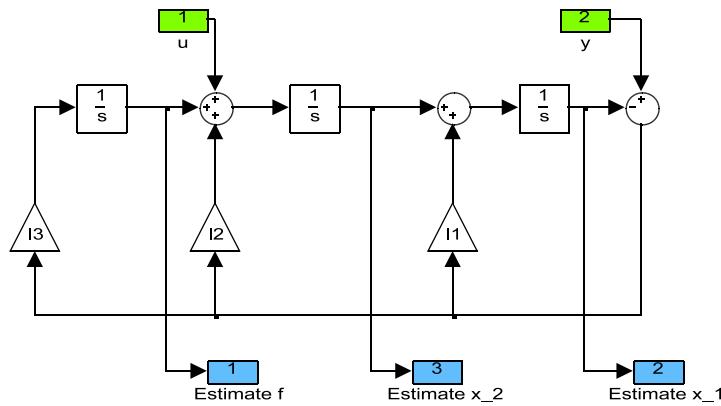
Není-li znám model soustavy, tj. není-li známa funkce f , nelze tuto znalost zahrnout do struktury pozorovatele a jediným řešením je konstrukce pozorovatele stavu bez jakékoli znalosti soustavy podle vzoru v rovnici (2.8). Pro libovolný systém druhého řádu, resp. s rozšířeným stavem třetího řádu, nabývá pozorovatel tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(y - \hat{y}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(y - \hat{y}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(y - \hat{y}_1).\end{aligned}$$

Zohledněním výstupní rovnice (3.2) lze výše uvedené rovnice přepsat do tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(x_1 - \hat{x}_1).\end{aligned}\quad (3.3)$$

Struktura pozorovatele z rovnice (3.3) je vyobrazena na následujícím obrázku.



Obrázek 3.3: Schéma pozorovatele LESO z rovnice (3.3)

Výstupem pozorovatele LESO jsou odhadované stavové proměnné a odhad neznámé dynamiky systému, tedy funkce \hat{f} , pro kterou platí

$$\hat{f} = \hat{x}_3.$$

Pokud je soustava navíc ovlivněna i vnější neznámou poruchou d , potom je odhad funkce f odhadem nejen dynamiky soustavy, ale i této externí poruchy. Tyto signály nelze bez znalosti alespoň jedné z nich oddělit. Tento odhad dynamiky soustavy a externí poruchy je v celkovém schématu řízení využit k jejich vlastní kompenzaci. Tato kompenzace je realizována přivedením funkce \hat{f} na vstup systému s opačným znaménkem.

Odhadované stavy \hat{x}_1 a \hat{x}_2 budou použity k řízení systému. Vstupy pozorovatele u a y odpovídají po řadě vstupnímu a výstupnímu signálu původní soustavy. Pozorovatel LESO z rovnice (3.3) vyjádřený ve stavovém popisu

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_o \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_o \mathbf{u}, \\ \hat{\mathbf{y}}_o &= \mathbf{C}_o \hat{\mathbf{x}},\end{aligned}$$

má tvar

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 \\ -l_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & l_1 \\ 1 & l_2 \\ 0 & l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Charakteristický polynom $\lambda_0(s)$ pozorovatele LESO třetího řádu bez znalosti dynamiky soustavy je roven

$$\lambda_0(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o) = s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3.$$

Je-li požadována zlomová frekvence například $\omega_0 = 16 \text{ rad s}^{-1}$, potom musí platit

$$\lambda_0(s) = (s + 16)^3,$$

neboli

$$s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3 = s^3 + 48s^2 + 768s + 4096.$$

Porovnáním obou polynomů dostaneme pro zesílení pozorovatele

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 48 & 768 & 4096 \end{bmatrix}^T.$$

Tímto byl návrh pozorovatele LESO s částečnou znalostí soustavy dokončen.

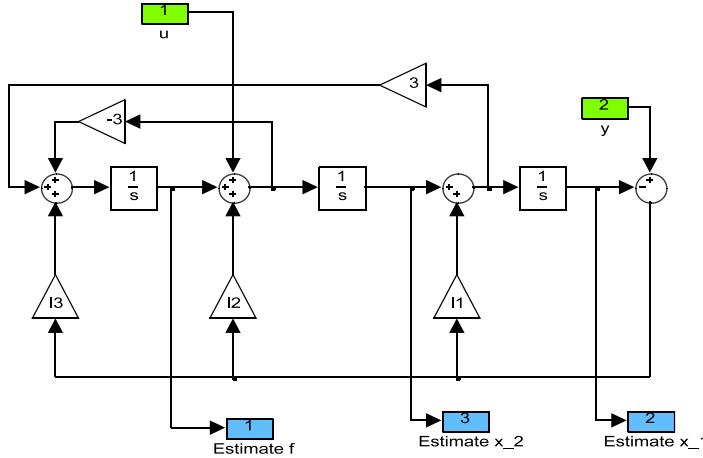
Nyní bude předpokládáno, že je model soustavy (3.1) zcela znám. To znamená, že informace

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 - 3x_2.$$

může být zakomponována do struktury pozorovatele. Pozorovatel LESO, který disponuje znalostí dynamiky systému podle rovnice (2.3) odpovídá tvaru

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + \dot{f}(\hat{x}_1, \hat{x}_2), \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + h(\hat{x}_1, \hat{x}_2), \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + 3\dot{\hat{x}}_1 - 3\dot{\hat{x}}_2, \\ &= (3l_1 - 3l_2 + l_3)(x_1 - \hat{x}_1) + 3\hat{x}_2 - 3\hat{x}_3 - 3u. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Struktura tohoto pozorovatele odpovídá schématu zobrazenému na obr. 3.4.



Obrázek 3.4: Schéma pozorovatele LESO z rovnice (3.5)

Výstupem pozorovatele stavu je jako v předcházejícím případě rozšířený stav \hat{x}_3 , neboli odhad \hat{f} . Pokud je soustava ovlivněna externí poruchou, tak tento odhad reflekтуje i ji. Pozorovatel LESO se znalostí modelu soustavy v (3.5) má v maticovém zápisu tvar

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 \\ 3l_1 + 3l_2 - l_3 & 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & l_1 \\ 1 & l_2 \\ 0 & 3l_1 + 2l_2 - l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}.$$

Charakteristický polynom $\lambda_0(s)$ pozorovatele LESO z (3.5) je roven

$$\lambda_0(s) = s^3 + (3 + l_1)s^2 + (-3 + 3l_1 + l_2)s + l_3.$$

Požadujeme-li stejnou šírku pásma jako v minulém případě, tak je nutné přepočítat zesílení, tak aby si polynomy

$$s^3 + (3 + l_1)s^2 + (-3 + 3l_1 + l_2)s + l_3 = s^3 + 48s^2 + 768s + 4096$$

odpovídaly. Musí tedy platit

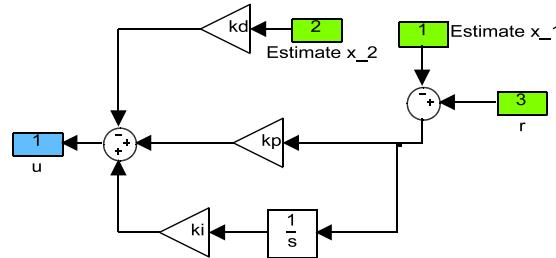
$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 45 & 636 & 4096 \end{bmatrix}^T.$$

Tímto byl návrh pozorovatele LESO s úplnou znalostí soustavy dokončen.

Celý systém bude řízen PID regulátorem [2] ve tvaru

$$u(t) = k_p (r(t) - \hat{x}_1(t)) - k_d \hat{x}_2(t) + k_i \int_0^t (r(\tau) - \hat{x}_1(\tau)) d\tau. \quad (3.6)$$

Regulátor z rovnice (3.6) je zobrazen na následujícím obrázku.



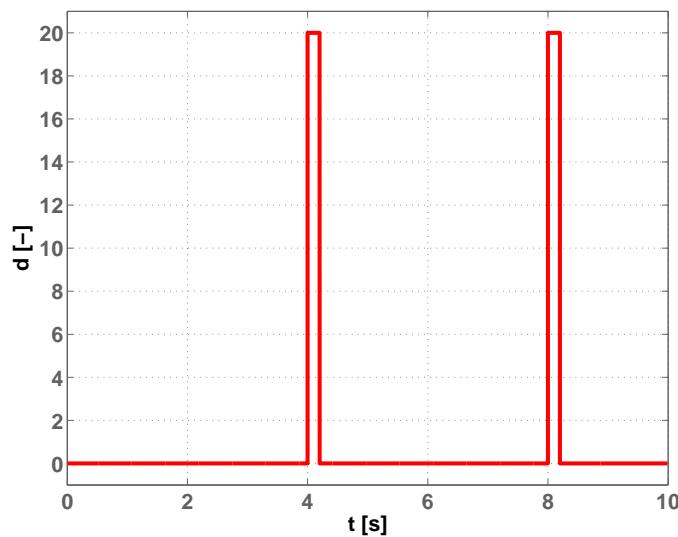
Obrázek 3.5: PID regulátor využívající odhadované stavy

Kompenzací vnější poruchy a případně i neznámé dynamiky by měl být v ideálním případě systém z (3.1) redukován na řetězec dvou za sebou zapojených integrátorů. Uvážíme-li, že kompenzace není zcela přesná, neboť chyba odhadu u pozorovatele bez známého modelu soustavy je pouze omezená, nikoli nulová [11], potom tento cíl nemůže být nikdy naplněn. Z tohoto důvodu je hledání vhodného regulátoru často založeno na empirických znalostech a ladění [11].

Pro zesílení regulátoru volíme

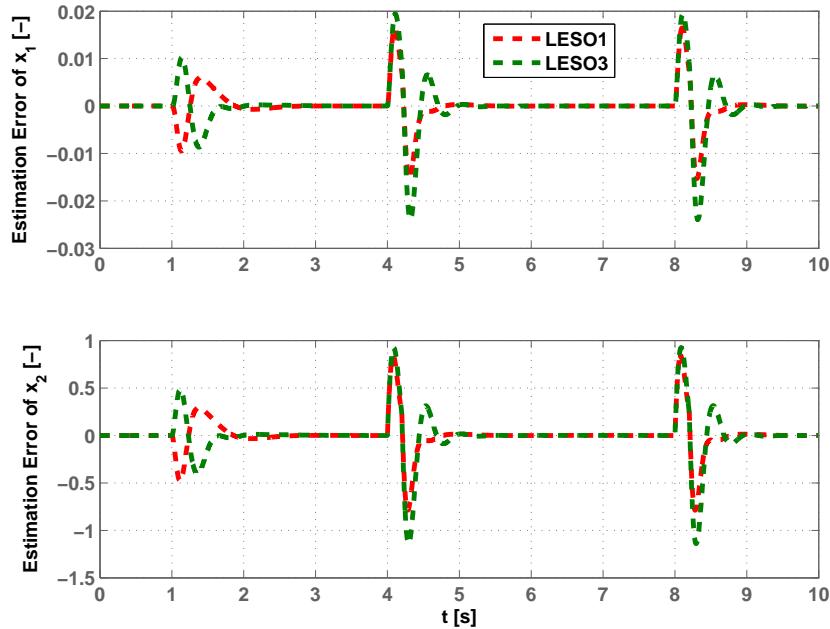
$$\begin{bmatrix} k_p & k_d & k_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 96 & 17 & 180 \end{bmatrix}.$$

Předpokládejme, že na soustavu působí ještě poruchový signál s průběhem na obr. 3.6. Šum neuvažujeme.

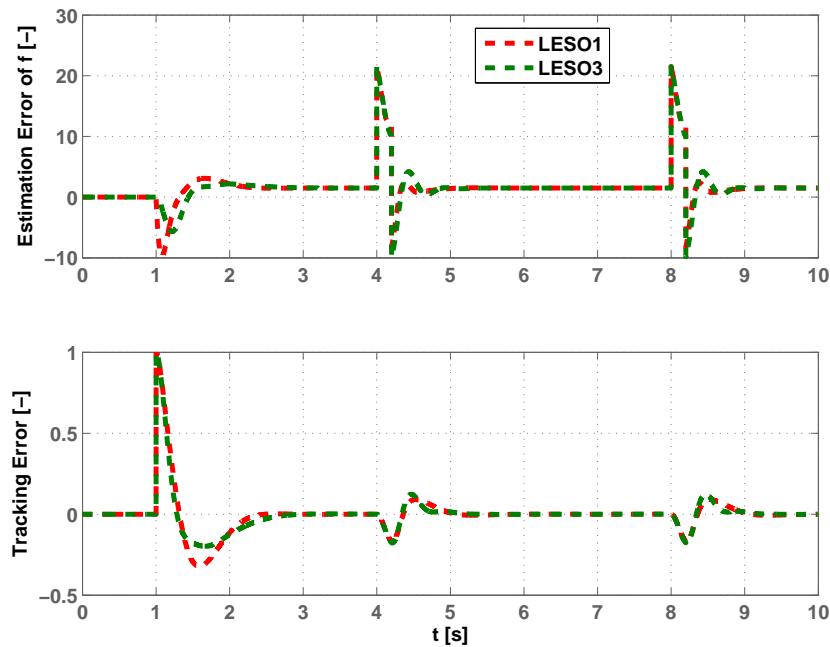


Obrázek 3.6: Externí porucha vstupující do systému (3.1)

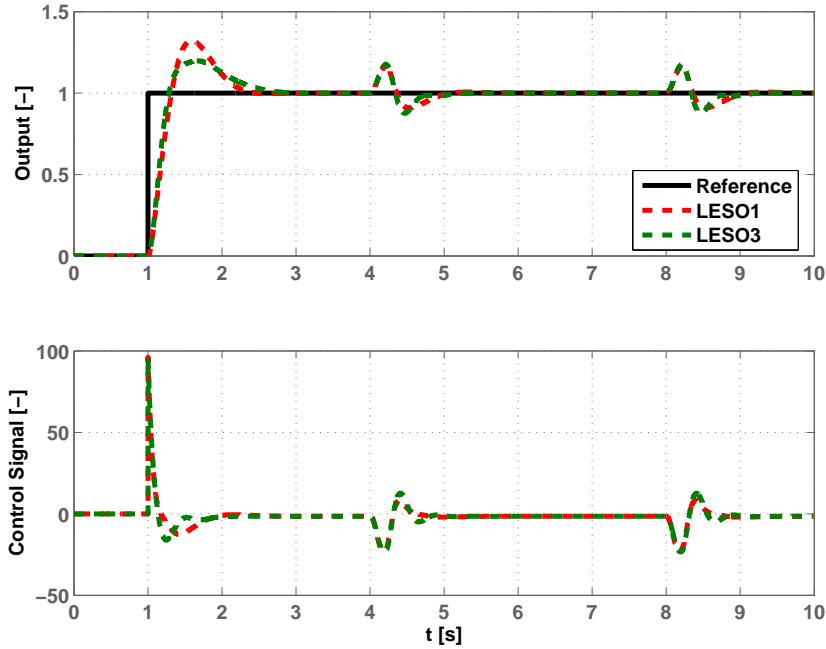
Výsledek zapojení všech komponent podle obr. 3.1 zobrazují následující grafy.



Obrázek 3.7: Chyba odhadu stavových proměnných x_1 a x_2



Obrázek 3.8: Chyba odhadu funkce f a chyba sledování reference



Obrázek 3.9: Výstup systému a řídicí signál

Připomeňme jen, že LESO1 značí pozorovatel bez známého modelu z rovnice (3.3) a LESO3 značí pozorovatel se známým modelem z rovnice (3.5).

Z předešlých grafů je zřejmé, že pozorovatel LESO3 disponující modelem soustavy může v jednotlivých srovnávacích charakteristikách vykazovat krátkodobě větší chybu, ale jeho konvergence je rychlejší.

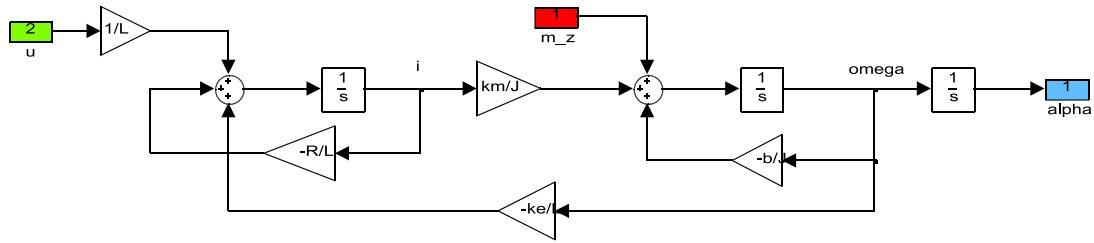
3.2 Lineární příklad s rozkladem

Pozorovatel LESO je definován pouze pro soustavy, které lze přepsat do tvaru (2.2). To představuje jisté omezení, neboť tento model předpokládá, že soustava je tvořena n za sebou zapojenými integrátory a jen do n -tého integrátoru vedou vazby z ostatních stavů, vstupní veličina a porucha.

Servomechanismus DR300 Amira [10, 9] je charakterizován diferenciálními rovnicemi popisující stejnosměrný motor s cizím buzením

$$\begin{aligned} \frac{di(t)}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}u(t), \\ \frac{d\omega(t)}{dt} &= \frac{k_m}{J}i(t) - \frac{b}{J}\omega(t) - \frac{1}{J}m_z(t), \\ \frac{d\alpha(t)}{dt} &= \omega(t), \end{aligned} \quad (3.7)$$

kde $i(t)$ [A] je proud tekoucí motorem, $\omega(t)$ [rad s^{-1}] je úhlová rychlosť hřídele motoru, $\alpha(t)$ [rad] je výstupní úhel natočení hřídele, $u(t)$ [V] je vstupní napětí, $m_z(t)$ [N m] je zátěžový moment představující externí poruchu a R , L , k_e , k_m , b a J jsou parametry motoru. Schéma tohoto systému je na obrázku obr. 3.10



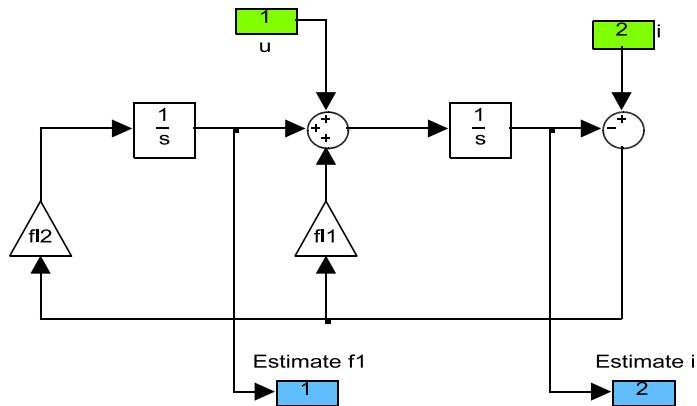
Obrázek 3.10: Schéma servomechanizmu DR300 Amira

Je zřejmé, že tento systém neodpovídá rovnici (2.2). Nejedná se o řetězec integrátorů, kde jen do posledního integrátoru vstupují vazby z ostatních stavů, vstupní veličina a porucha. Může být však rozdělen na dva podsystémy, které již vyhovují. Pro každý tento systém bude navržen pozorovatel LESO bez znalosti modelu systému, neboť předpokládáme, že konstanty v rovnici (3.7) jsou neznámé.

První systém je definován jako

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}u(t), \quad (3.8)$$

kde člen $\frac{k_e}{L}\omega(t)$ představuje nyní neznámou poruchu. Struktura pozorovatele LESO bez známého modelu pro systém (3.8) odpovídá schématu na obr. 3.11.



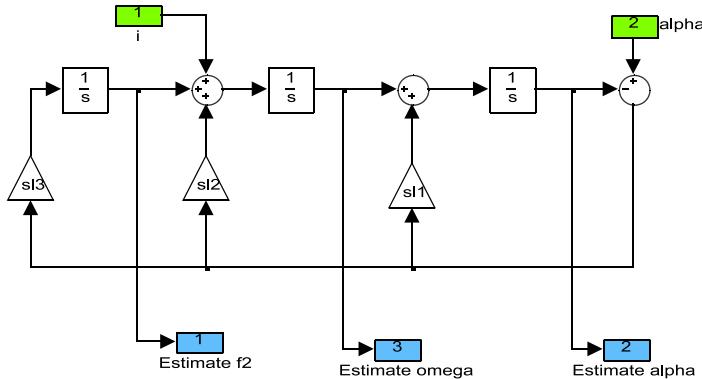
Obrázek 3.11: Schéma pozorovatele stavu pro systém (3.8)

Neznámá dynamika soustavy a poruchy systému (3.8) odpovídající bude odhadována a následně kompenzována funkcí \hat{f}_1 .

Druhý systém je definován jako

$$\begin{aligned}\frac{d\omega(t)}{dt} &= \frac{k_m}{J}i(t) - \frac{b}{J}\omega(t) - \frac{1}{J}m_z(t), \\ \frac{d\alpha(t)}{dt} &= \omega(t),\end{aligned}\quad (3.9)$$

kde $i(t)$ je novým vstupem tohoto systému a $m_z(t)$ zůstává neznámou externí poruchou v původním smyslu. Struktura pozorovatele LESO bez známého modelu pro systém (3.9) odpovídá schématu na obr. 3.12.



Obrázek 3.12: Schéma pozorovatele stavu pro systém (3.9)

Neznámá dynamika soustavy a poruchy systému (3.9) bude odhadována a následně kompenzována funkcí \hat{f}_2 .

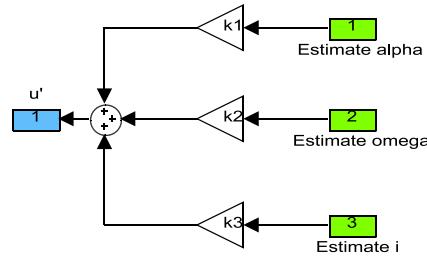
Pro pozorovatele systému (3.8) volíme zlomovou frekvenci $\omega_{f0} = 50 \text{ rad s}^{-1}$ a pro pozorovatele systému (3.9) $\omega_{s0} = 80 \text{ rad s}^{-1}$. Pro zesílení pozorovatelů musí tedy platit

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} fl_1 & fl_2 \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} 100 & 2500 \end{bmatrix}^T, \\ \begin{bmatrix} sl_1 & sl_2 & sl_3 \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} 240 & 19200 & 512000 \end{bmatrix}^T.\end{aligned}$$

Systém bude řízen stavovým regulátorem tvaru

$$u' = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\omega} \\ \hat{i} \end{bmatrix}.$$

Struktura tohoto regulátoru je znázorněna na obrázku obr. 3.13.

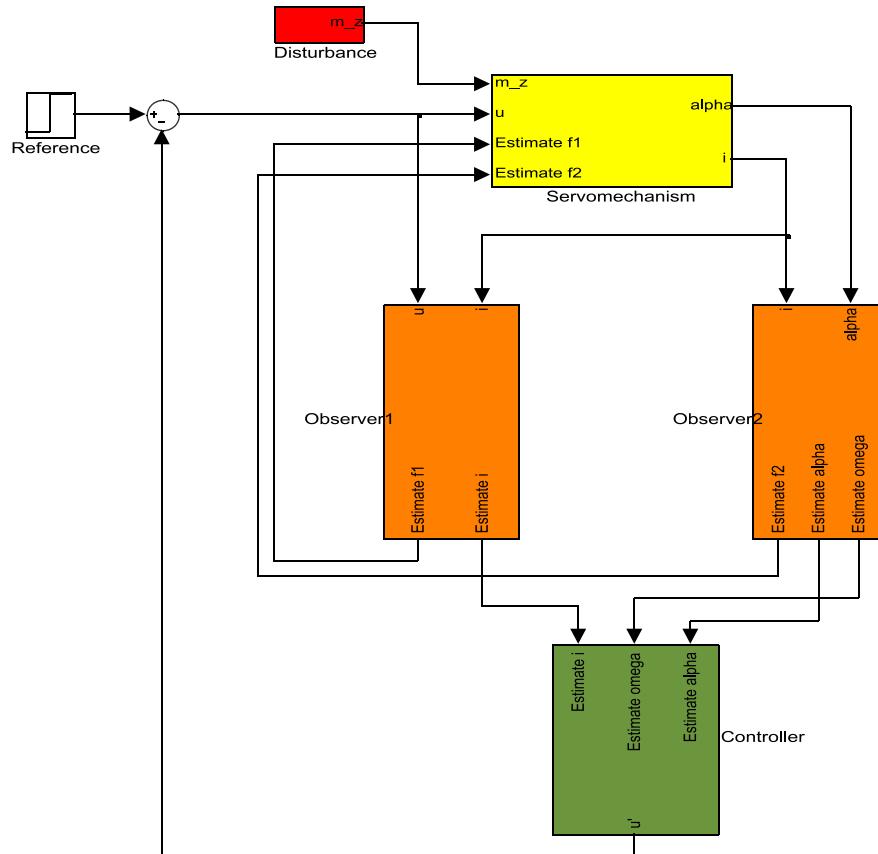


Obrázek 3.13: Schéma stavového regulátoru

Zesílení volíme

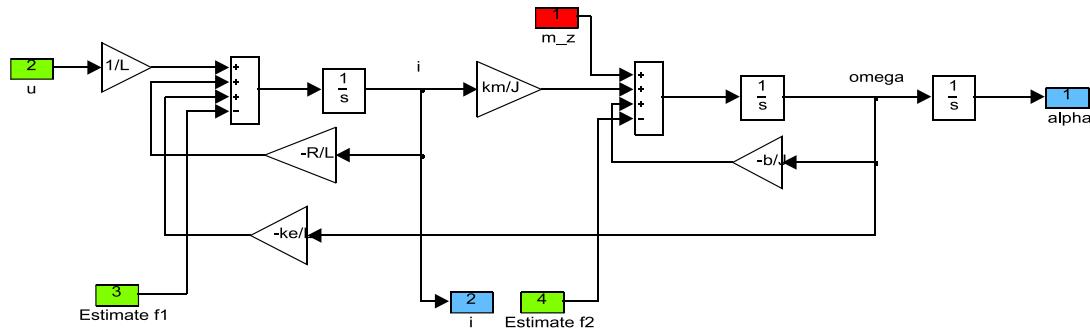
$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Celý koncept zapojení je zobrazen na obr. 3.14.



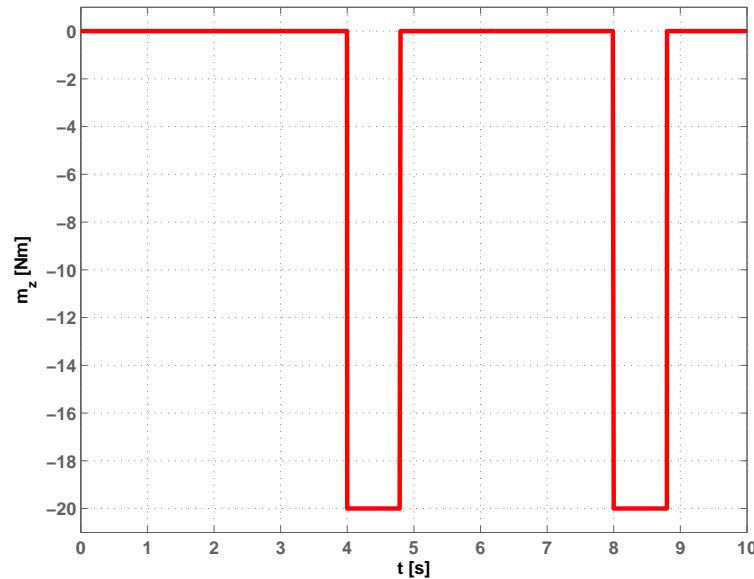
Obrázek 3.14: Koncept zapojení

V tomto případě byl původní systém rozdělen na dva podsystémy. Neznámá dynamika celého systému je tedy odhadována pomocí dvou pozorovatelů stavu. Tato dynamika je kompenzována podle schématu na obr. 3.15.



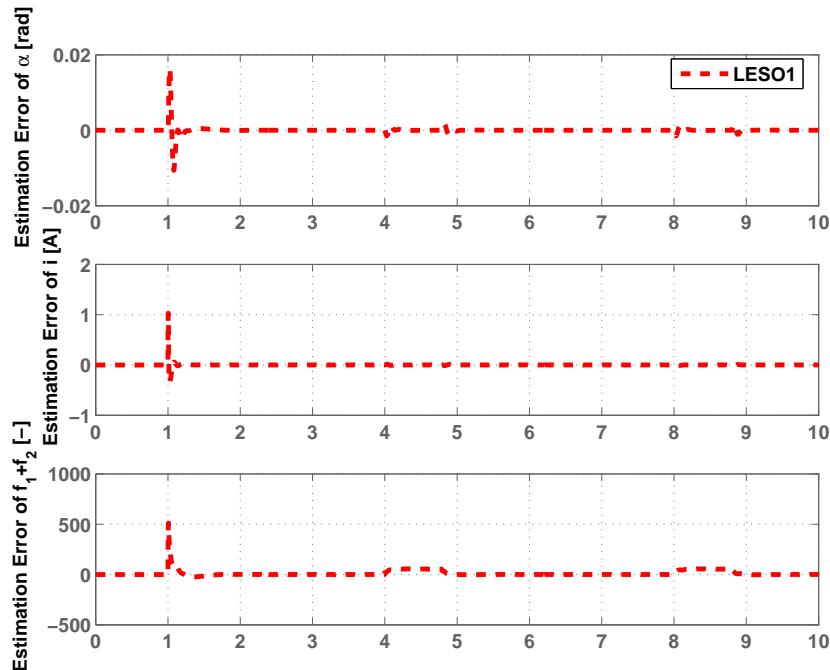
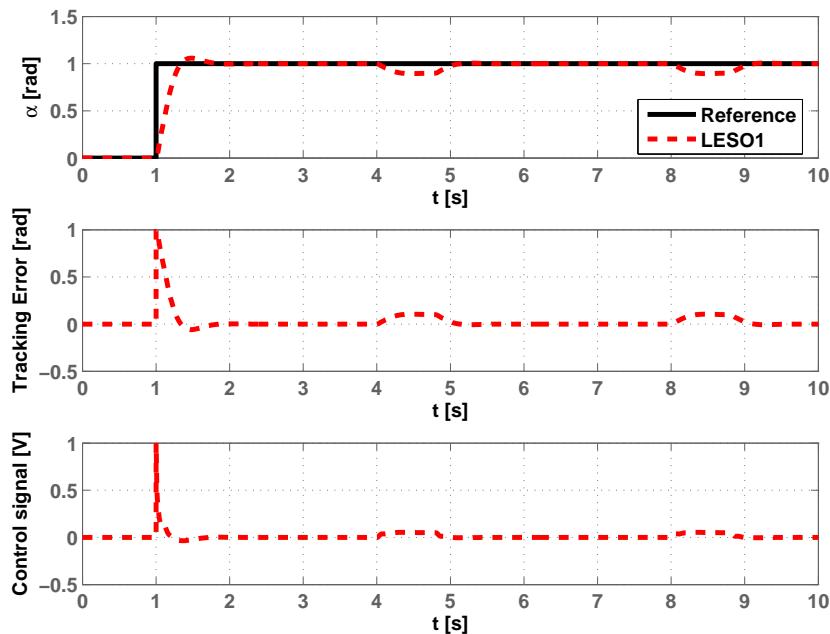
Obrázek 3.15: Schéma dvojitě kompenzace neznámé dynamiky

Předpokládejme, že poruchový signál má průběh zobrazený na následujícím obrázku.



Obrázek 3.16: Průběh zatěžovacího momentu

Výsledek celého návrhu je zobrazen na následujících grafech. Označení LESO1 využívá opět skutečnost, že navržený pozorovatel nedisponuje modelem soustavy.

Obrázek 3.17: Chyba odhadu α , i a celkové neznámé dynamiky

Obrázek 3.18: Výstup systému, chyba sledování reference a řídicí signál

3.3 Nelineární příklad

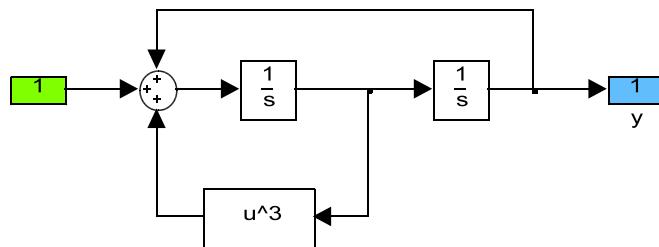
Uvažován je následující nelineární SISO systém podle [11]

$$\ddot{y} = \dot{y}^3 + y + d + u. \quad (3.10)$$

Tento systém lze přeformulovat podle rovnice (2.2) na

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \dot{y} = x_2, \\ \dot{x}_2 &= \ddot{y} = x_2^3 + x_1 + d + u = f + u \\ \dot{x}_3 &= \dot{f}.\end{aligned}$$

Tím je zaveden rozšířený stav x_3 , který odpovídá funkci f zahrnující dynamiku soustavy a externí poruchy. Systému (3.10) odpovídá schéma na obr. 3.19.

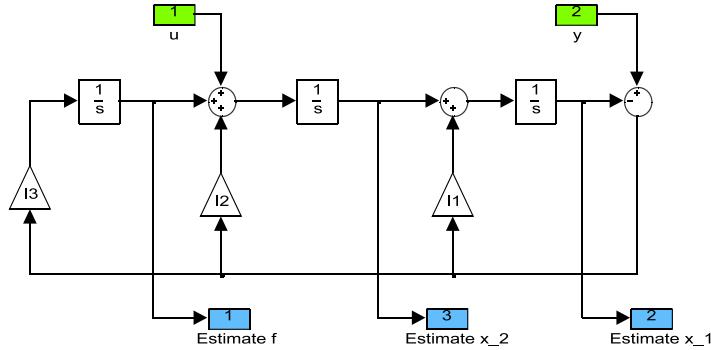


Obrázek 3.19: Schéma nelineárního systému z rovnice (3.10)

Pro pozorovatel typu LESO bez jakékoli znalosti povahy externí poruchy a i dynamiky soustavy podle rovnice (2.8) platí

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(x_1 - \hat{x}_1).\end{aligned} \quad (3.11)$$

Tento pozorovatel má strukturu uvedenou na obr. 3.20.



Obrázek 3.20: Pozorovatel LESO bez znalosti dynamiky soustavy

Jedná se o stejný pozorovatel stavu, jaký byl použit v předcházejícím lineárním případě. Tento pozorovatel má samozřejmě i stejný charakteristický polynom $\lambda_0(s)$. Požadujeme-li šířku pásma pozorovatele $\omega_0 = 20 \text{ rad s}^{-1}$, potom musí platit

$$s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3 = s^3 + 60s^2 + 1200s + 8000.$$

Porovnáním obou polynomů dostaneme pro zesílení pozorovatele

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 1200 & 8000 \end{bmatrix}.$$

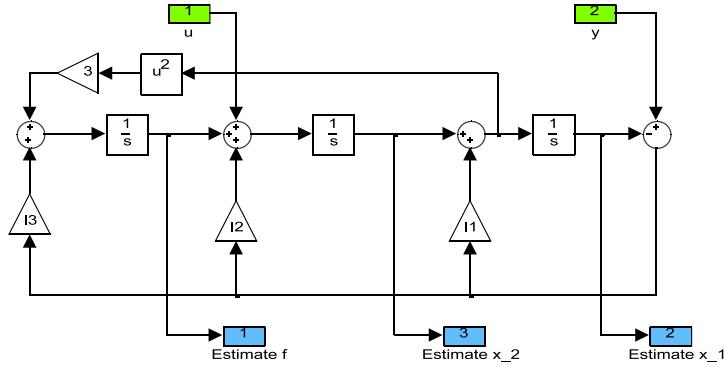
Dále budeme uvažovat pozorovatele s částečnou informací o soustavě. Tato částečnou znalost dynamiky soustavy, bude zahrnuta do struktury pozorovatele. Je-li známa ne-lineární část funkce f , tedy

$$f_{\text{partial}} = \dot{y}^3.$$

Využitím této informace dostaneme rovnice pozorovatele ve tvaru

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + \dot{f}_{\text{partial}}, \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + \hat{h}_{\text{partial}}, \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + (\dot{\hat{x}}_1^3)', \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + 3\dot{\hat{x}}_1^2. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Schéma odpovídající (3.12) je zobrazeno na obr. 3.21.



Obrázek 3.21: Pozorovatel LESO s částečnou znalostí dynamiky soustavy

Tento pozorovatel již není lineární systém. K základní struktuře totiž přibyla ne-lineární větev. Tato skutečnost s sebou nese nepříjemnosti. Takovýto pozorovatel nelze vyjádřit v maticové stavovém popisu a nelze tedy určit charakteristický polynom k določení zesílení L pro konkrétní zlomovou frekvenci. Dalším problémem může být případná nestabilita. V tomto případě volíme zesílení stejné velikosti jako u pozorovatele LESO bez znalosti modelu soustavy a stabilitu ověříme experimentálně simulací.

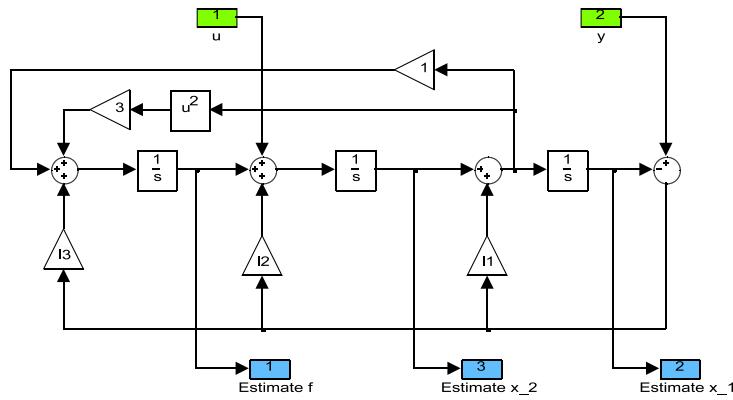
Je-li dynamika soustavy zcela známa, potom známe i funkci f

$$f = \dot{y}^3 + y.$$

Pozorovatel stavu nabývá tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + \dot{\hat{f}}, \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + \hat{h}, \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + (\dot{\hat{x}}_1^3 + \hat{x}_1)', \\ &= l_3(x_1 - \hat{x}_1) + 3\dot{\hat{x}}_1^2 + \dot{\hat{x}}_1.\end{aligned}\tag{3.13}$$

Co se týče nelinearity, stability a velikosti zesílení pozorovatele, tak platí totéž, co bylo již konstatováno u pozorovatele s částečnou znalostí dynamiky soustavy. Pozorovatel (3.13) má strukturu uvedenou na obr. 3.22.



Obrázek 3.22: Pozorovatel LESO s úplnou znalostí dynamiky soustavy

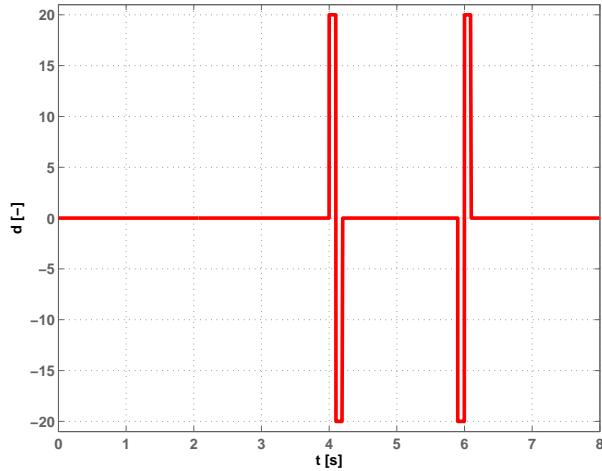
Celý systém bude řízen PID regulátorem [2] ve tvaru

$$u = k_p(r(t) - \hat{x}_1(t)) - k_d\hat{x}_2(t) + k_i \int_0^t (r(\tau) - \hat{x}_1(\tau)) d\tau.$$

Laděním volíme zesílení o velikostech

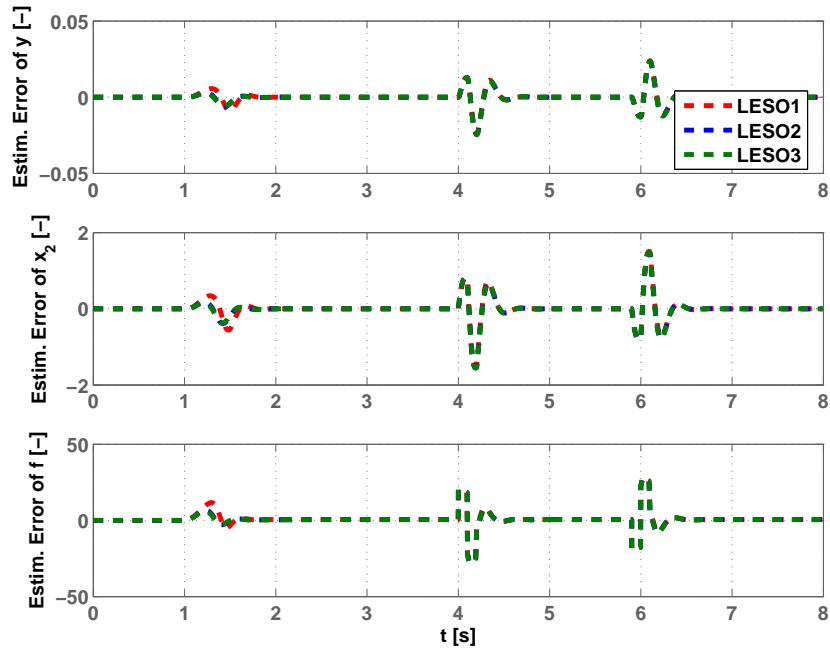
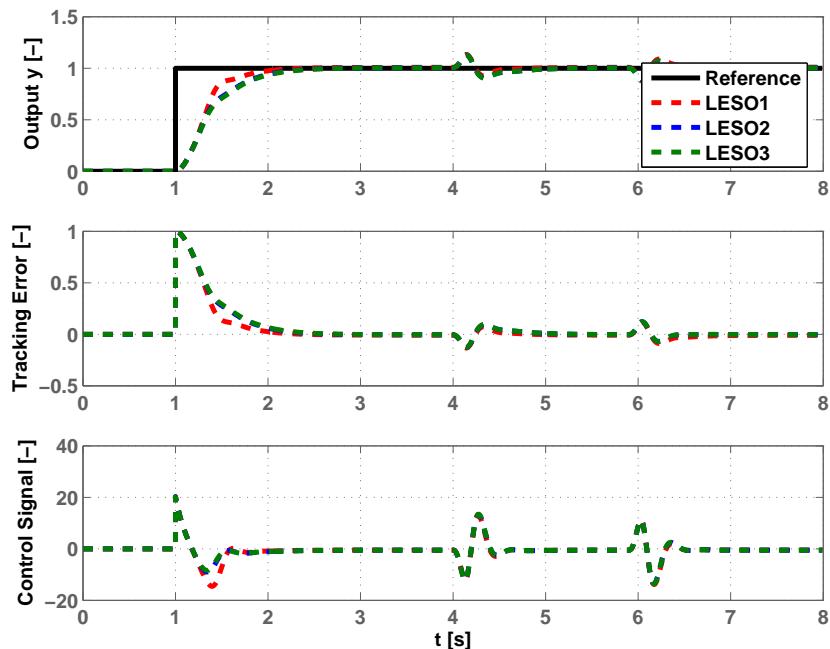
$$\begin{bmatrix} k_p & k_d & k_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,25 & 9 & -1 \end{bmatrix}.$$

Porucha d vstupující do soustavy má pulzní charakter a je zobrazena na obr. 3.23.



Obrázek 3.23: Externí porucha vstupující do systému

Zapojením podle schématu obr. 3.1 získáme následující grafy. LESO1 je pozorovatel bez znalosti modelu systému, LESO2 s částečnou a LESO3 s úplnou znalostí modelu systému.

Obrázek 3.24: Chyba odhadu výstupu y , stavu x_2 a neznámé dynamiky f 

Obrázek 3.25: Výstup systému, chyba sledování reference a řídicí signál

Je zřejmé, že průběhy pozorovatelů LESO2 a LESO3 jsou téměř shodné. Potvrzuje to

domněnku, že modelování nelineární části dynamiky systému je pro funkci pozorovatele podstatnější.

3.4 Komplexní příklad

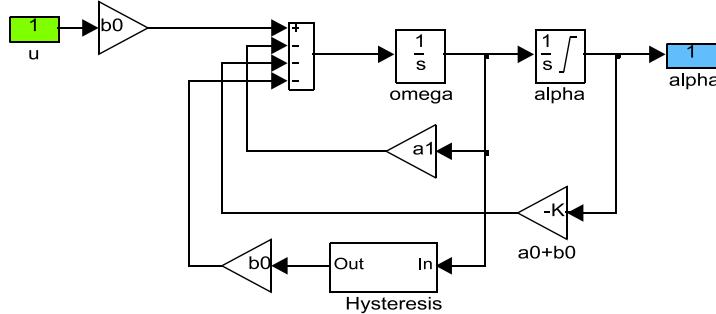
Uvažován je model naklánějící se tyče, která je součástí laboratorního modelu kuličky na tyči [9]. Stavové rovnice tohoto modelu jsou

$$\begin{aligned}\dot{\omega} &= -a_1\omega - (a_0 + b_0)\alpha + b_0 u, \\ \dot{\alpha} &= \omega,\end{aligned}\tag{3.14}$$

kde u [V] je vstupní napětí motoru, ω [° s^{-1}] je úhlová rychlosť motoru, α [$^{\circ}$] je úhel natočení hřídele a a_0 , a_1 a b_0 jsou konstanty motoru. Úhel natočení hřídele α pohybující se v intervalu $(-9^{\circ}, 7^{\circ})$ je zároveň i výstupní veličinou, neboli

$$y = \alpha.$$

Model v rovnici (3.14) je lineární. Systém je ve skutečnosti ale nelineární, neboť se mezi vstupním napětím u a úhlem natočení hřídele α uplatňuje hystereze [9]. Modelování této hystereze je též převzato z [9]. Schéma celého systému je vyobrazeno na obr. 3.26.



Obrázek 3.26: Model systému naklánějící se tyče

Bude předpokládáno, že experimentální identifikace není zcela přesná, a tak přikročíme k návrhu pozorovatele LESO bez známého modelu soustavy podle (2.8). Tento pozorovatel bude odhadovat a následně kompenzovat celou dynamiku soustavy zahrnující i již výše zmíněnou hysterezi. Označíme-li

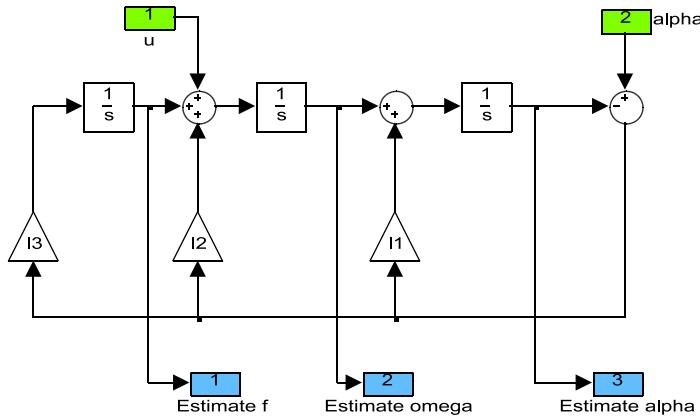
$$x_1 = \alpha,$$

$$x_2 = \omega,$$

potom pro pozorovatele LESO bez známého modelu platí

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\alpha}} &= \hat{\omega} + l_1(\alpha - \hat{\alpha}), \\ \dot{\hat{\omega}} &= \hat{x}_3 + l_2(\alpha - \hat{\alpha}) + u, \\ \dot{\hat{f}} = \dot{\hat{x}}_3 &= l_3(\alpha - \hat{\alpha}).\end{aligned}$$

Vzhledem k tomu, že je navrhován pozorovatel LESO bez známého modelu soustavy, tak je jeho struktura na obr. 3.27 opět naprostě obecná a aplikovatelná na jakýkoli jiný systém druhého řádu splňující rovnici (2.2).



Obrázek 3.27: Pozorovatel LESO bez známého modelu pro systém z rovnice (3.14)

Jediným parametrem pozorovatele, který je nutné zvolit, je hodnota zlomové frekvence. Jaké aspekty je při její volbě nutné brát v potaz, bude demonstrováno na tomto příkladu. Volíme dvě zlomové frekvence

$$\omega_1 = 10 \text{ rad s}^{-1}, \quad \omega_2 = 100 \text{ rad s}^{-1}.$$

Pro první případ platí

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 30 & 300 & 1000 \end{bmatrix}^T,$$

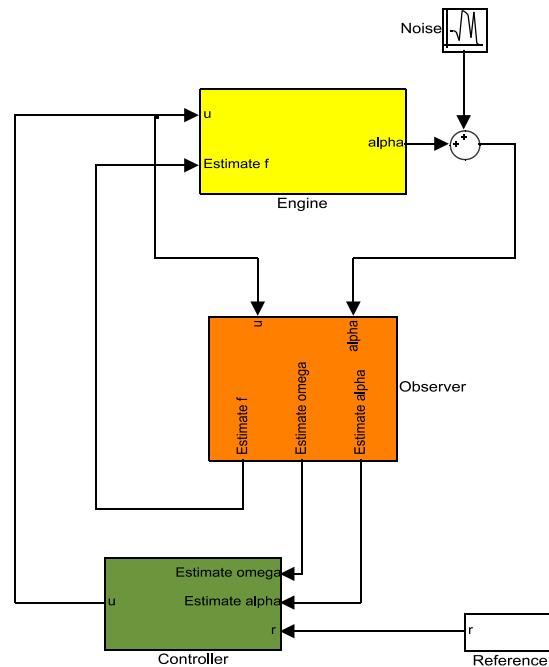
a pro druhý

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 300 & 30000 & 1000000 \end{bmatrix}^T.$$

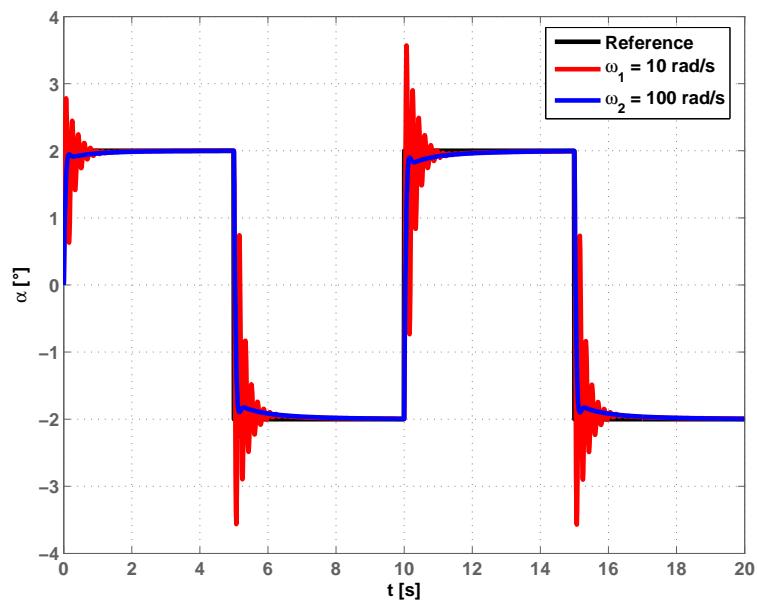
Systém bude řízen opět PID regulátorem z rovnice (3.6) zobrazeným na obr. 3.5. Pro zesílení platí

$$\begin{bmatrix} k_p & k_d & k_i \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -12 & -0,16 & -15 \end{bmatrix}^T.$$

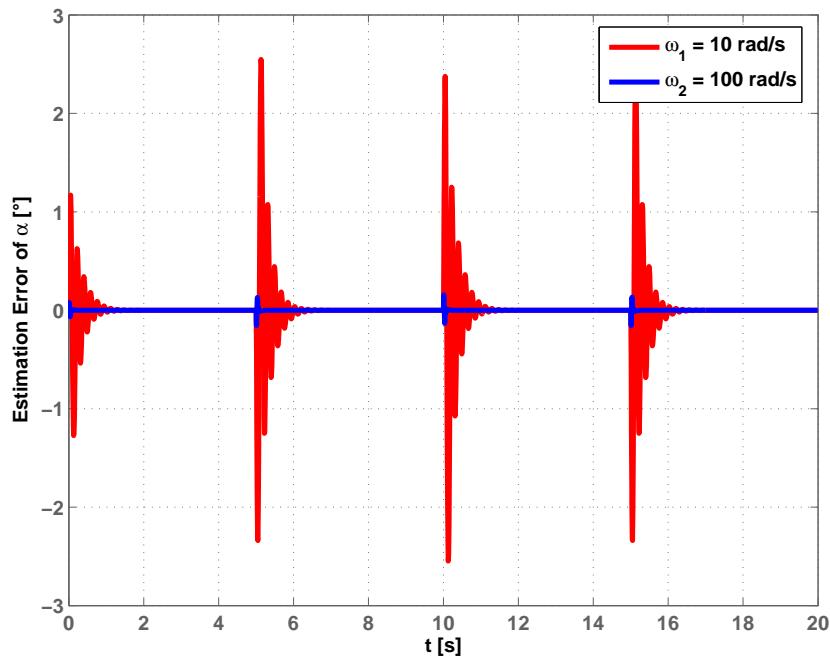
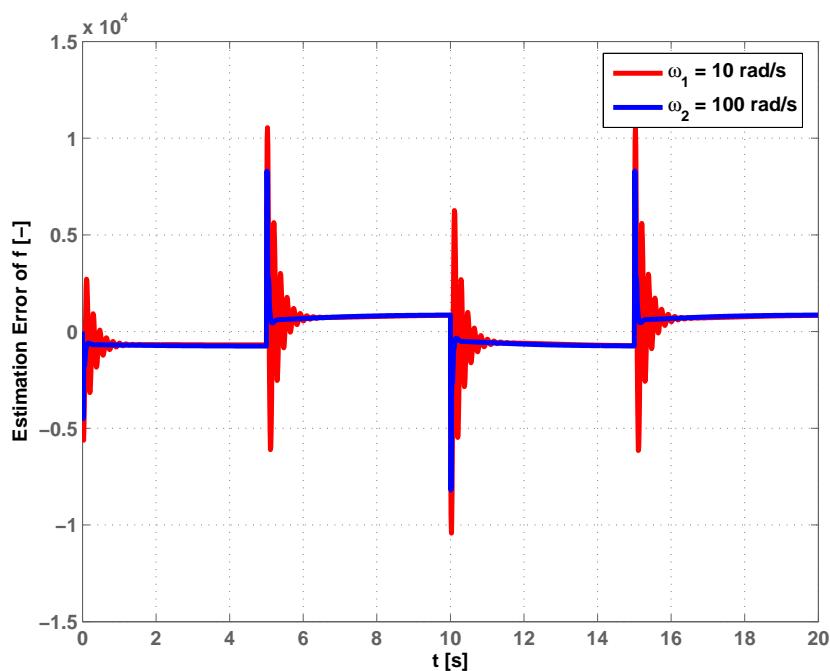
Zapojíme-li všechny komponenty podle obrázku obr. 3.28, tak dostaneme průběhy na následujících grafech. Šum na výstupu systému prozatím neuvažujeme.



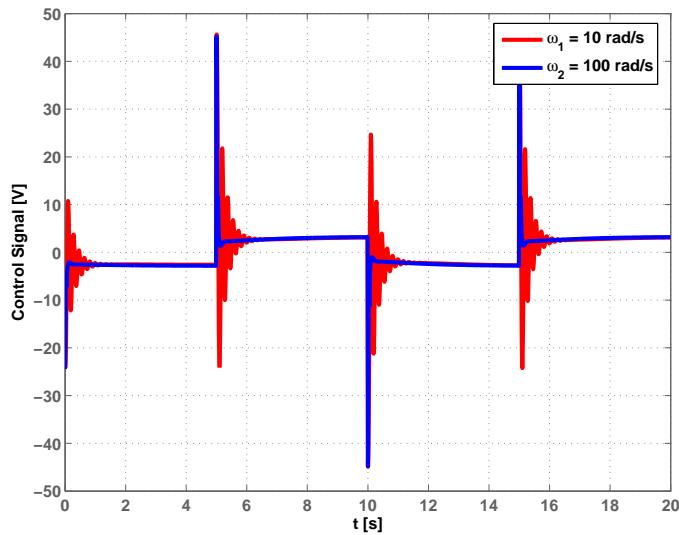
Obrázek 3.28: Schéma celkového zapojení



Obrázek 3.29: Průběh výstupu α

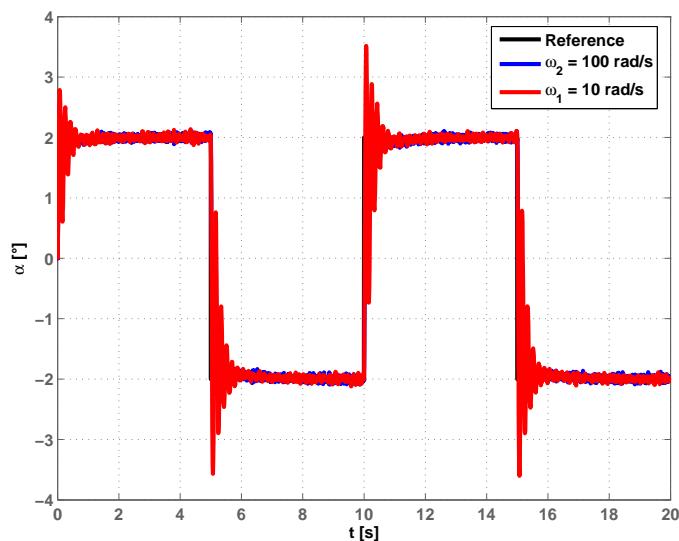
Obrázek 3.30: Chyba odhadu výstupu α 

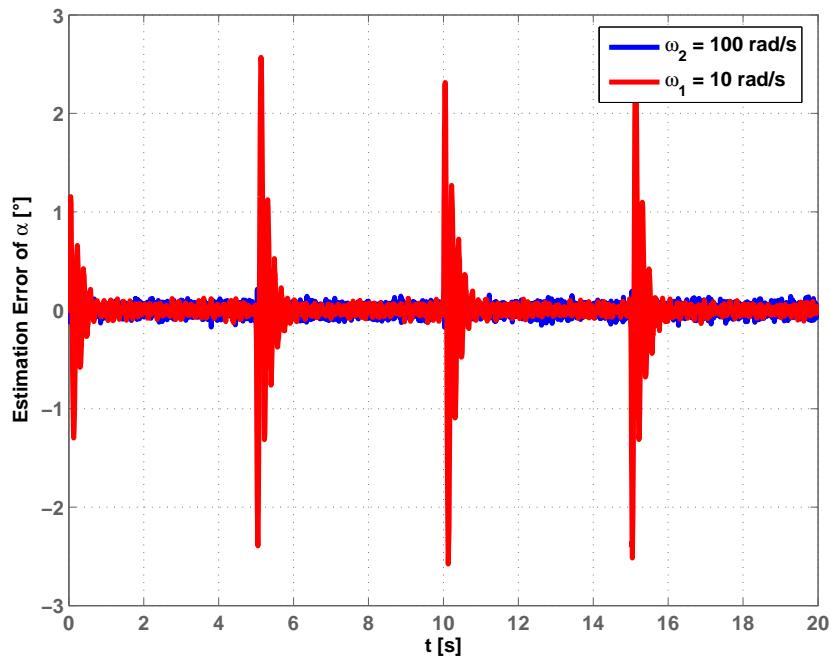
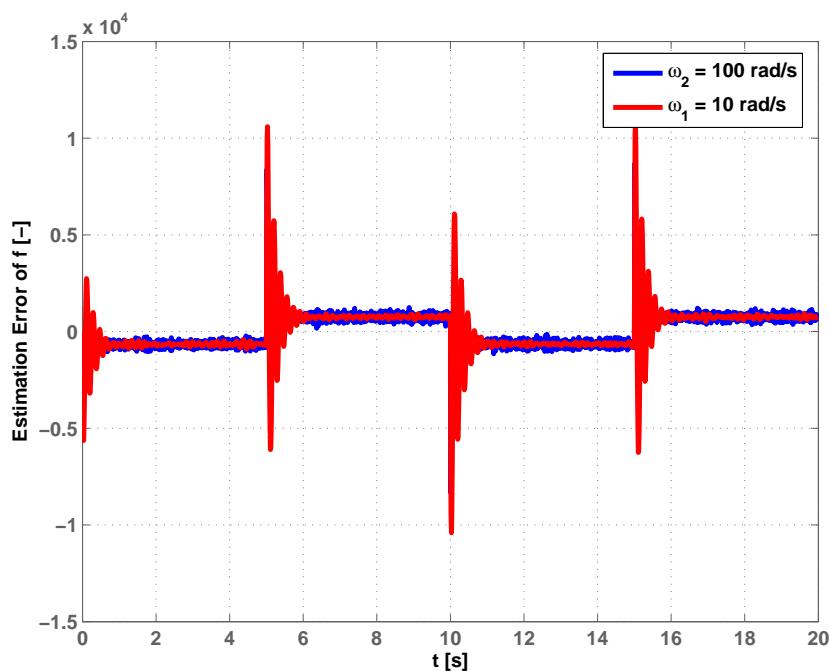
Obrázek 3.31: Chyba odhadu neznámé dynamiky



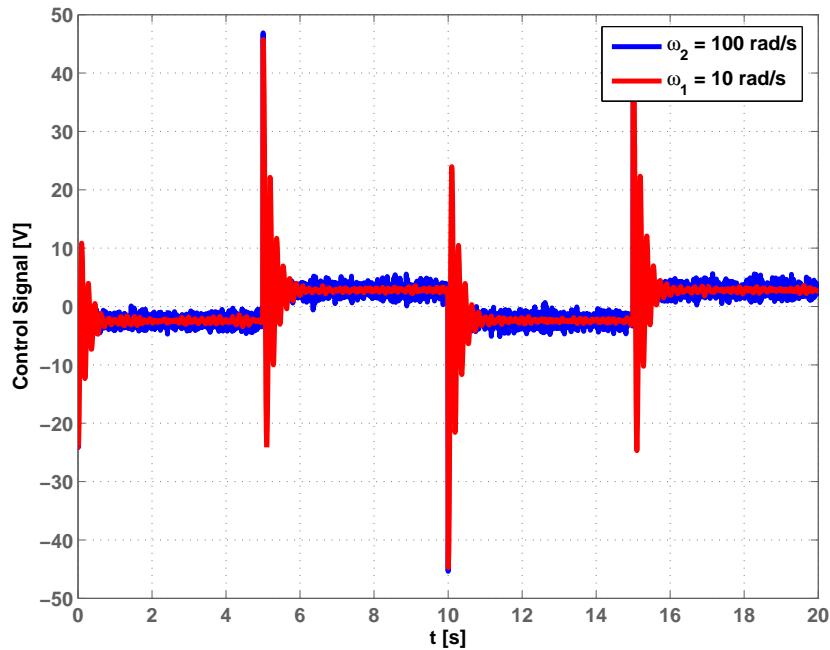
Obrázek 3.32: Průběh řídicího signálu

Je zřejmé, že pozorovatel s nižší zlomovou frekvencí nestihá při náhlých změnách odhadovat dostatečně rychle. Jeho doba ustálení je delší. Z těchto grafů vyplývá jednoznačná volba zlomové frekvence směrem k vyšším hodnotám. Úskalí, které taková volba skytá, bude demonstrován na témaž příkladě. Podle obr. 3.28 přidáme však šum s nulovou střední hodnotou a variancí 0,001.

Obrázek 3.33: Průběh výstupu α

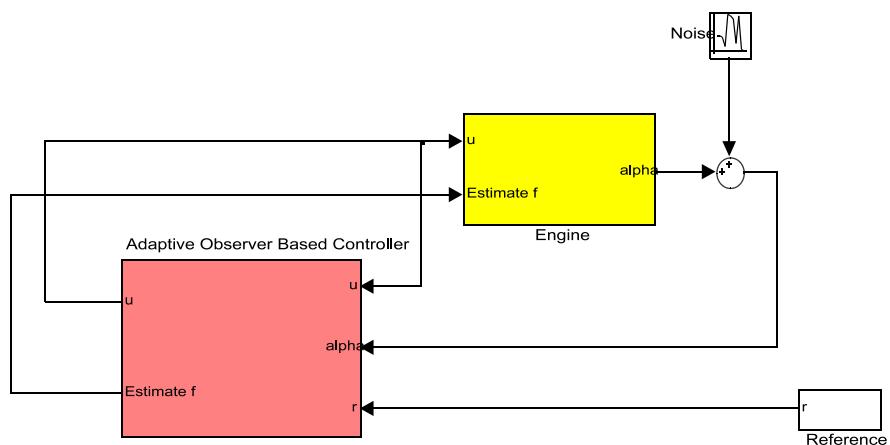
Obrázek 3.34: Chyba odhadu výstupu α 

Obrázek 3.35: Chyba odhadu neznámé dynamiky



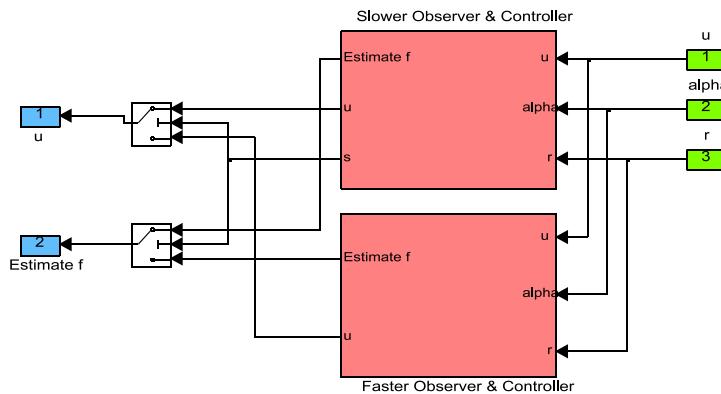
Obrázek 3.36: Průběh řídicího signálu

Přidáním šumu se situace změnila. Jak je patrné z grafů chyb odhadu a řídicího signálu, tak pozorovatel s menší zlomovou frekvencí šum v ustáleném stavu potlačuje. Místo hledání kompromisní zlomové frekvence bude navrhnut adaptivní regulátor založený na pozorovateli stavu, který bude kombinovat oba výše použité pozorovatele. Základní schéma zapojení je na obr. 3.37.



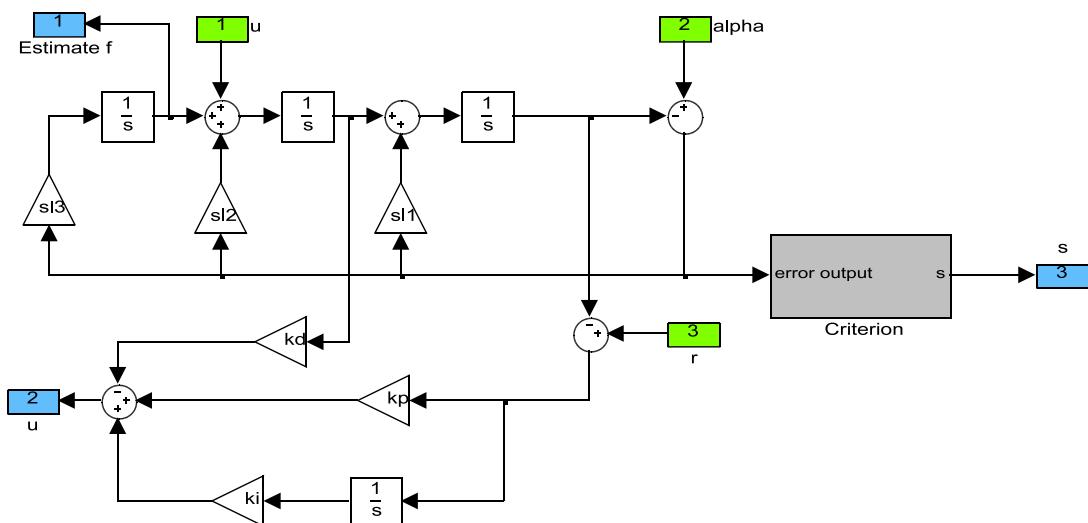
Obrázek 3.37: Schéma celkového zapojení

Adaptivní regulátor založený na pozorovateli stavu na obr. 3.38 přepíná řídicí signál a signál odhadující celkovou neznámou dynamiku.



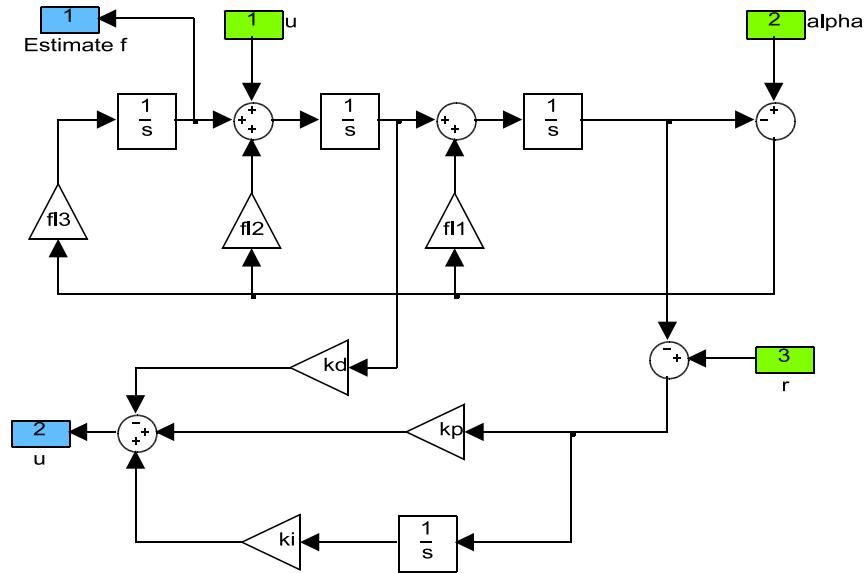
Obrázek 3.38: Adaptivní regulátor založený na pozorovateli stavu

Jako výchozí pozorovatel je nastaven ten pomalejší, tj. ten s nižší zlomovou frekvencí. Na základě chyby odhadu tohoto pozorovatele je učineno rozhodnutí, zda bude zapojen tento pomalejší nebo ten druhý rychlejší. V našem případě budeme přepínat na rychlejší pozorovatel v případě, že chyba pomalejšího pozorovatele přesáhne úrověň $0,2^\circ$. Výchozí pozorovatel je zobrazen na obr. 3.39.



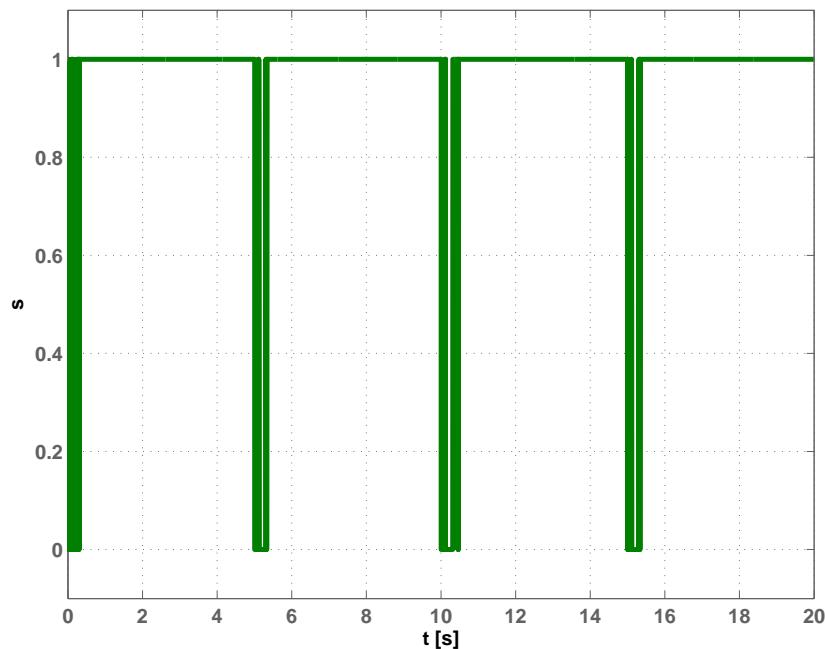
Obrázek 3.39: Výchozí pozorovatel s kritériem rozhodnutí

Druhý pozorovatel je znázorněn na obr. 3.40.

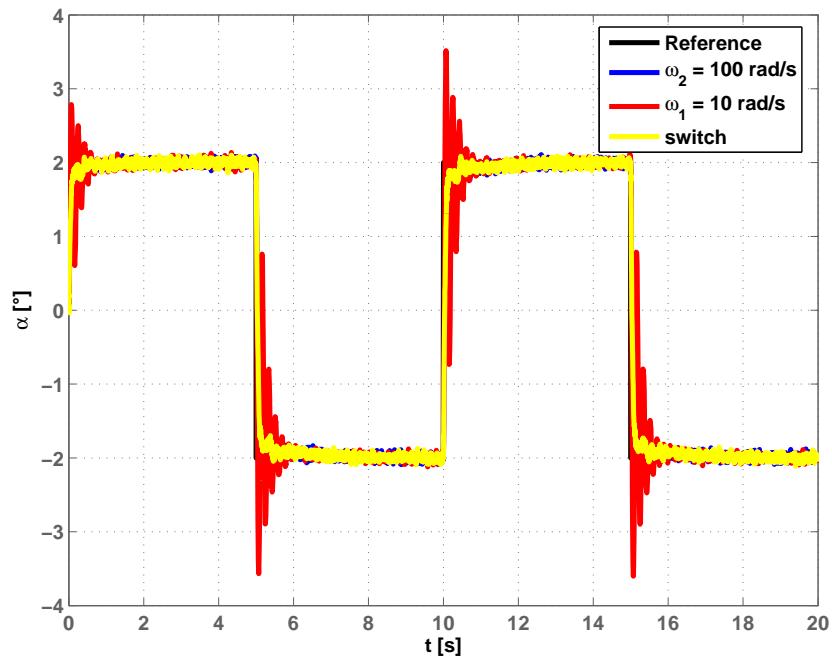
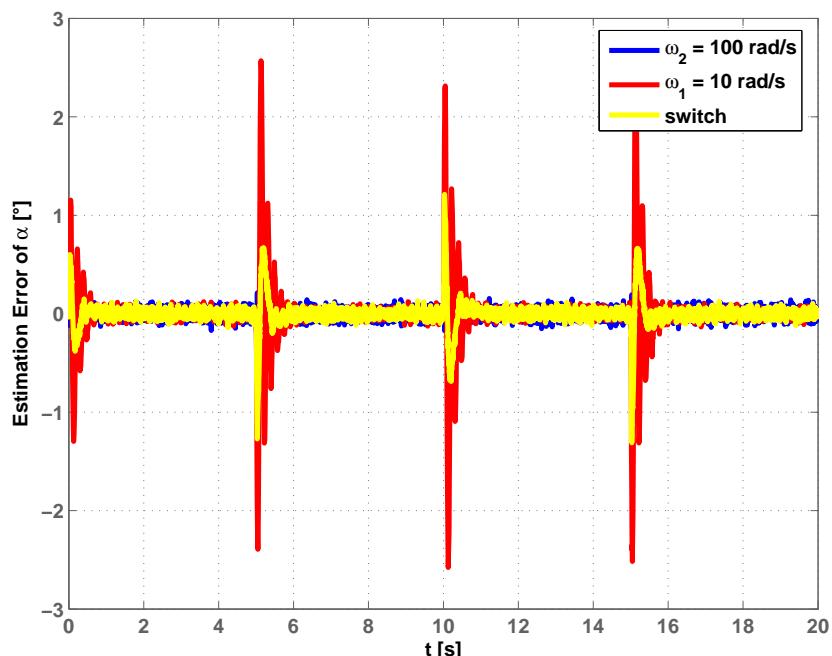


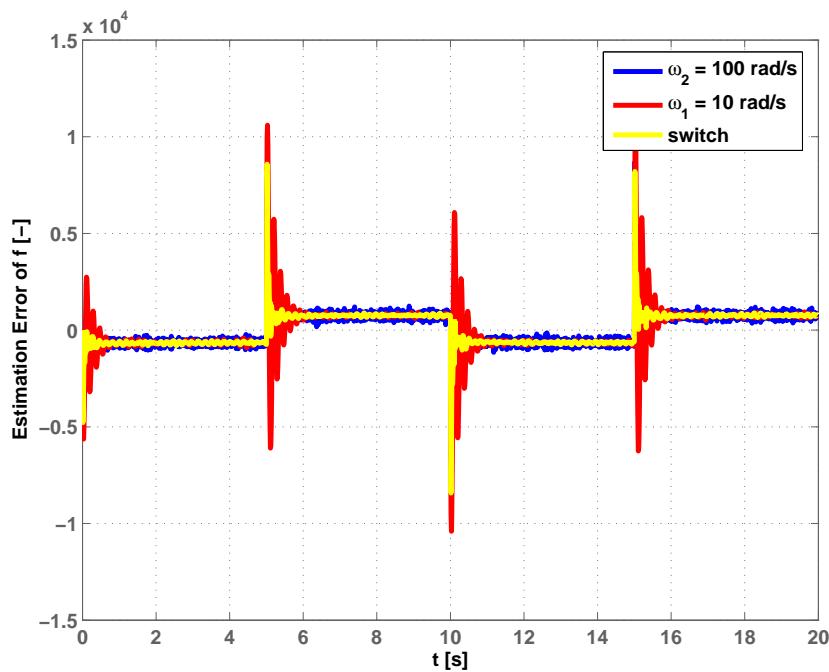
Obrázek 3.40: Schéma zapojení rychlejšího pozorovatele

Výsledek použití adaptivního regulátoru založeného na pozorovateli stavu je ve srovnání s dvěma předchozými pozorovateli dokumentován následujícími grafy. Na obr. 3.41 odpovídá hodnota 1 pomalejšímu a hodnota 0 rychlejšímu pozorovateli.

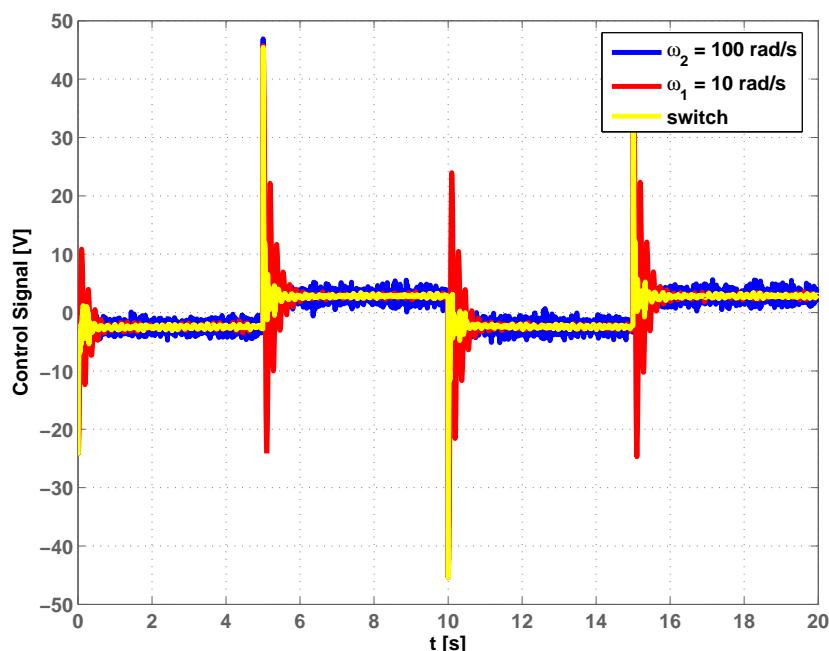


Obrázek 3.41: Signál přepínání

Obrázek 3.42: Průběh výstupu α Obrázek 3.43: Chyba odhadu výstupu α



Obrázek 3.44: Chyba odhadu neznámé dynamiky



Obrázek 3.45: Průběh řídícího signálu

Kapitola 4

Závěr

Tato práce ve svém úvodu představuje problematiku nedostupnosti stavových veličin fyzikálních systémů a potřebu ji řešit efektivním nástrojem, kterým je pozorovatel stavu. Poskytuje též náhled do historického vývoje a definuje dva hlavní myšlenkové proudy. Tradiční proud předpokládá dobrou znalost dynamiky soustavy a poskytuje ve smyslu jistého kritéria optimální řešení. Pozorovatelé poruchy naopak snižují nebo úplně odstraňují požadavek na modelovanou dynamiku soustavy.

Ústředním tématem této práce je implementace jednoho z pozorovatelů poruchy, který se nazývaný lineární rozšířený pozorovatel stavu. Tento pozorovatel odstraňuje požadavek na znalost modelu soustavy. Zahrnutím modelu soustavy do struktury pozorovatele lze však jeho vlastnosti zlepšit. Tento pozorovatel je aplikovatelný i na nelineární systémy.

Cílem bylo použití tohoto pozorovatele k adaptivnímu řízení nelineárního systému s hysterezí, navíc ovlivněného ještě šumem. Hlavní myšlenkou tohoto konceptu je adaptace zlomové frekvence pozorovatele podle toho, zda se soustava nachází v ustáleném stavu nebo právě přechází mezi stavy. Takový pozorovatel reaguje rychle na změny a v ustáleném stavu potlačuje šum. Tento pozorovatel byl úspěšně navržen pro model naklánějící se tyče, který je součástí laboratorního modelu kuličky na tyči.

Literatura

- [1] ANTSAKLIS, PANOS J. and MICHEL, ANTHONY N. *A Linear System Primer*. Boston: Birkhauser, 2007.
- [2] ÅSTRÖM, K. J. and HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, 2nd edition, 1995.
- [3] BAUER, ROBERT. *Stochastische Processe*. TU GRAZ: Institut fur Regelungstechnik, 2006.
- [4] DORF, R. C. and BISHOP, R. H. *Modern Control Systems*. Prentice-Hall, 11th edition, 2007.
- [5] KAILATH, T. *Linear Systems*. Prentice Hall, New Jersey, 1980.
- [6] KAILATH, T., SAYED, A. H., and HASSIBI, B. *Linear Estimation*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 2000.
- [7] RADKE, ARON and GAO, ZHIQIANG. A survey of state and disturbance observers for practitioners. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 2006.
- [8] REKTORYS, K. *Survey of Applicable Mathematics*. MIT Press, 1st edition, 1969.
- [9] ROUBAL, J. Laboratoř teorie automatického řízení [online]. [cit. 2008-10-28], <<http://dce.felk.cvut.cz/lab26/>>, 2008.
- [10] ROUBAL, J., AUGUSTA, P., and HAVLENA, V. A Brief Introduction to Control Design Demonstrated on Laboratory Model Servo DR300 – Amira. *Acta Electrotechnica et Infomatica*, 5(4):24–29, December 2005. In English.
- [11] ZHENG, QING, GAO, LINDA Q., and GAO, ZHIQIANG. On estimation of plant dynamics and disturbance from input-output data. *16th IEEE International Conference on Control Applications*, 2007.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

Adresář DP2009	Vlastní text diplomové práce ve formátu pdf	—iii—	—iii—
Adresář Files	Použité simulační soubory		
Adresář Pictures	Použité obrázky		
—			