ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

Modelování a experimentální identifikace inerciálně stabilizované kamerové hlavice s kompenzací zubové vůle

Diplomová práce

Autor práce: Ondřej Mikulín
Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

květen 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne _____

_____
podpis

Poděkování

Děkuji vedoucímu své diplomové práce inženýru Zdeňku Hurákovi za poskytnutí zajímavého tématu, velmi cenné nejen technické rady a skvělý přístup v průběhu celého roku stráveného v jeho pracovním kolektivu. Mé poděkování patří i inženýru Martinu Řezáčovi, který ochotně poskytoval odpovědi na všechny myslitelné otázky týkající se stabilizovaných kamerových hlavic a jejich modelování. Děkuji také Janu Saláškovi, který mi vždy ochotně pomáhal s prováděním experimentů s hlavicí S120 a mnohokrát přispěl odbornou radou. V neposlední řadě vyjadřuji velký dík své rodině a přítelkyni za morální a materiální podporu v průběh celého studia.

Abstrakt

Cílem této práce bylo sestavit matematický simulační model kinematiky a dynamiky pro odlehčenou inerciálně stabilizovanou kamerovou hlavici určenou pro bezpilotní letouny. Byl použit Newton-Eulerův formalismus pro sestavení popisu dvoustupňového uspořádání kamerové hlavice. Do modelu byla zahrnuta dynamika DC motorů, nevyvážení kloubů, zubové vůle a tření. Parametry modelu byly experimentálně identifikovány metodami gray box a ověřeny při porovnání s realným zařízením. Byla provedena studie, návrh a iplementace kompenzování vůle v převodech a nevyvážení kloubů.

Abstract

The aim of this work was to derive mathematical simulation models of kinematics and dynamics for light version of inertially stabilized camera platform for unmanned aerial vehicles. Newton-Euler formalism was used for description of double axis gimbal. The dynamical behaviour of DC motors, axis unbalance, backlash and friction was considered. The model parameters were experimentally estimated by gray box identification methods and verified during the comparison with real device. The case study of design and implentation for backlash and axis unbalance compensation was made and then used in real camera platform.

vložit originální zadáníííííííííííííííííííííííííííííí!!!

Obsah

Seznam obrázků **xi**

Seznam tabulek **xiii**

1 Úvod **1**
1.1 Motivace a cíle práce 1
1.2 Vývoj inerciálně stabilizovaných hlavic 1

2 Modelování kinematiky a dynamiky hlavice S120 **3**
2.1 Model obou závěsů hlavice 3
2.2 Detailní popis jednoho závěsu hlavice 10
2.2.1 Model vůle v převodech 10
2.2.2 Model DC motorů 18
2.2.3 Model tření 19
2.2.4 Model nevyvážení 24
2.3 Simulační modely 26

3 Identifikace hlavice S120 **29**
3.1 Identifikace DC motoru tření 29
3.2 Identifikace momentu setrvačnosti 38
3.3 Identifikace nevyvážení závěsů 43
3.4 Identifikace vůle 52

4 Závěr **55**

A Simulinkové schéma celého modelu včetně letadla a schéma modelu hlavice **57**

Literatura **61**

Seznam obrázků

1.1 Bezpilotní letoun optoelektron vyvíjený ve Vojenském technickém ústavu letectva a protivzdušné obrany s upevněnou kamerovou hlavicí 2

2.1 Hlavice S120 a její souřadný systém 4
2.2 Projevy Coriolisovy síly v atmosféře planety Země, převzato z [1] 6
2.3 Model vůle v převodech motoru a závěsu hlavice 11
2.4 Sledování polohového referenčního signálu hlavicí, pomocí jednotho motoru (unašeče) a PD regulace 11
2.5 Model vůle v převodech při použití dvou motorů a převodu závěsu hlavice . . . 12
2.6 Model vůle v simulinku 13
2.7 Model vůle v převodech motoru a převodu závěsu hlavice. 13
2.8 První metoda řízení pohybu hlavice 15
2.9 Sledování referenčního signálu hlavicí a akční zásah, pomocí dvou motorů (unašečů) a PD regulace 16
2.10 Schéma předepnutí motorů, převzato z [2] 16
2.11 Proud motory elevačního závěsu při přivádění konstantních napětí 17
2.12 Proud motory elevačního závěsu při přivádění napěťových signálů typu PRBS . 18
2.13 Hardwarové vymezení vůle v převodech 18
2.14 Statické modely tření 1 20
2.15 Těleso pohybující se po podložce 20
2.16 Statické modely tření 2 21
2.17 Představa podstaty modelu tření Lugre 21
2.18 Porovnání dvou modelů tření pro malé rostoucí napětí. Experiment a následná simulace poukazují na chování obou modelů na malých rychlostech 22
2.19 Porovnání dvou modelů tření pro velké budící napětí motorů. Experiment a následná simulace poukazuje na chování obou modelů při velkých rychlostech . 23
2.20 Limitní cykly při regulaci elevačního závěsu na malé konstantní otáčky 23
2.21 Projev nevyvážení elevačního závěsu při laboratorním experimentu 25
2.22 Náčrtek nevyvážení závěsu hlavice, převzato z [3] 25
2.23 Model jednoho závěsu hlavice S120 s uvážením DC motoru, Lugre tření a nevyvážení. Převzato z [3] 26

3.1 Statická charakteristika Lugre modelu tření v elevační a azimutální závěsu . . . 30
3.2 Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního signálu typu rampa a příklad vygenerovaného průběhu 31
3.3 Výsledek identifikace modelu elevačního závěsu pro vstupní signál typu rampa 31
3.4 Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního signálu typu PRBS a příklad vygenerovaného průběhu 32

3.5 Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS 32
3.6 Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního obdélníkového signálu s rostoucí frekvencí a příklad vygenerovaného průběhu 33
3.7 Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní obdélníkový signál s rostoucí frekvencí 33
3.8 Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního obdélníkového signálu s rostoucí amplitudou a příklad vygenerovaného průběhu 34
3.9 Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní obdélníkový signál s rostoucí amplitudou 34
3.10 Výsledek simulace elevačního závěsu pro různé hodnoty viskózního tření 36
3.11 Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní signál typu obdelník s rostoucí amplitudou 36
3.12 Výsledek simulace elevačního závěsu pro skokově se měnící vstupní signál a několik hodnot parametrů s_2 37
3.13 Fitování viskozního tření elevačního závěsu pro různou polaritu a hodnoty vstupního napětí 38
3.14 Fitování viskozního tření azimutálního závěsu pro různou polaritu a hodnoty vstupního napětí 38
3.15 Výsledek simulace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS 39
3.16 Geometrické uspořádání pro výpočet momentů 39
3.17 Výsledek simulace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS 40
3.18 Výsledek identifikace azimutálního závěsu pro vstupní signál se skokovými změnami a odmontovaným elevačním závěsem 42
3.19 Fitování nevyvážení elevačního závěsu 44
3.20 Schéma kompenzace nevyvážení závěsu 45
3.21 Normované napětí přiváděné na motory v průběhu experimentu, převzato z [2] 45
3.22 Rychlost elevačního závěsu v průběhu experimentu, převzato z [2] 45
3.23 Vibrační stolice s hlavicí S120 ve Vojenském technickém ústavu letectva a protivzdušné obrany 46
3.24 Normované napětí přiváděné na motory v průběhu experimentu 47
3.25 Data z inerciální jednotky v ose z_E 47
3.26 Natočení elevačního závěsu v průběhu experimentu. 48
3.27 Měření rychlosti elevačního závěsu. 48
3.28 Fourierova transformace ryhlosti elevačního závěsu v ose z_E 49
3.29 Fitování nevyvážení azimutálního závěsu v ose y 51
3.30 Natočení závěsů při měření dat pro identifikaci nevyvážení azimutálního závěsu 51
3.31 Fitování nevyvážení azimutálního závěsu v ose x 52
3.32 Natočení závěsů při měření dat pro identifikaci nevyvážení azimutálního závěsu 52

A.1 Simulační schéma hlavice S120 a letadla, kterému je připojena 58
A.2 Simulační schéma hlavice S120 59

Seznam tabulek

3.1 Parametry motoru elevačního závěsu 29
3.2 Parametry elevačního závěsu pro všechny identifikační signály 35
3.3 Výsledné parametry elevačního závěsu 41
3.4 Parametry motoru azimutálního závěsu 41
3.5 Parametry tření azimutálního závěsu 41
3.6 Parametry nevyvážení elevačního závěsu 44
3.7 Parametry nevyvážení azimutálního závěsu 53

Kapitola 1

Úvod

1.1 Motivace a cíle práce

Hlavním zájmem této práce je matematické modelování a identifikace parametrů hlavic se dvěma závěsy. Ambicí bylo vytvořit matematický model a položit základy pro návrh algoritmů řízení a kompenzaci, založených na stavovém popisu. V konečném důsledku by měl nalezený model poskytnout cenný náhled na chování hlavic se dvěma závěsy a umožnit vylepšení jejich vlastností. Platnost použitých principů byla ověřena na hlavici S120, která byla k tomuto účelu poskytnuta skupinou subjektů zmíněných v následující kapitole.

1.2 Vývoj inerciálně stabilizovaných hlavic

V roce 2006 byla na podnět Vojenského technického ústavu letectva a protivzdušné obrany zahájena spolupráce s ČVUT a firmou ESSA.s.r.o. Jejím výsledkem je několik typů inerciálně stabilizovaných kamerových hlavic pro bezpilotní letouny. Od začátku vývoje bylo přes první funkční vzory a modely dospěno až k prototypům. Hlavním požadavkem kladeným na vyvíjenou hlavici byla stabilizace obrazu a schopnost sledovat zadaný pozemní cíl. Úlohou stabilizace a vývojem elektroniky byla pověřena skupina vedená inženýrem Zdeňkem Hurákem. Algoritmické řešení vyhledávání cílu v obraze, jeho popis a sledování, zařizovalo oddělení CMP při katedře kybernetiky. Celý vývoj a výzkum byl motivován faktem, že bezpilotní letadla nesoucí hlavice jsou vystavena turbulencím a dalším jevům v atmosféře. Pokud si představíme případ, kdy letadlo z velké výšky sleduje pozemní cíl, pak i jeho malé vychýlení přenesené na hlavici může způsobit ztrátu sledovaného objektu ze zorného pole. Dalším typem rušení jsou dokonce pohyby letadla vyvolené pilotem nebo operátorem, které hlavice kompenzuje a tím objekt zájmu neustále sleduje. Závěsy hlavice jsou stabilizovány motory pomocí údaju z

gyroskopů, jak je uvedeno například v [4]. Na poli hardwaru a softwaru byl učiněn značný pokrok a vyzkoušeno mnoho variant akčních členů a senzorů. Jedním směrem současného vývoje pracovní skupiny je i návrh a výroba odlehčené verze hlavice s hmotností kolem jednoho kilogramu. Jiné akční členy a miniaturizace starších systémů vedly k novým problémům a jevům. Dynamika celé hlavice je rychlejší a snáze ovlivnitelná okolnímy vlivy. Při výrobě prototypu hlavice odvedl kolega Jan Salášek značné množství práce. Na počátku měl k dispozici pouze šasí hlavice a její kryty. Navrhl a naprogramoval desky plošných spojů hlavice a celý systém uvedl do provozu. Hlavice S120 byla poskytnuta k experimentálnímu ověření obecných metod modelování, identifikace a řízení mechanických systémů.

Obrázek 1.1: Bezpilotní letoun optoelektron vyvíjený ve Vojenském technickém ústavu letectva a protivzdušné obrany s upevněnou kamerovou hlavicí

Kapitola 2

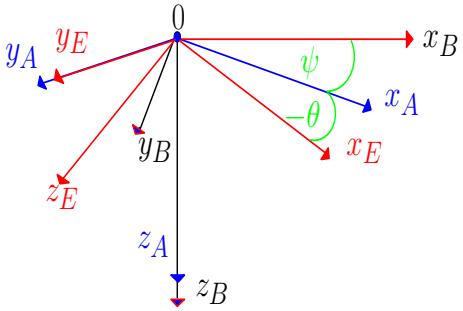
Modelování kinematiky a dynamiky hlavice S120

Cílem této kapitoly je odvodit rovnice popisující kinematiku a dynamiku hlavice se dvěma závěsy. Obecný model je v kapitole 2.2 aplikován pro konkrétní zařízení— hlavici S120. Společně s modelem je v případě vůle v převodech a nevyvážení závěsů hlavice odvozena i kompenzace těchto nežádoucích jevů. Hlavice S120 sestává ze dvou motorizovaných závěsů— vnitřního a vnějšího, někdy také označovaných jako elevační a azimutální. Elevační závěs se otáčí uvnitř azimutálního a ten je přes převodovku spojen s nosičem hlavice, kterým může být například letadlo nebo automobil.

2.1 Model obou závěsů hlavice

Pro popis kinematiky a dynamiky je nutné zvolit souřadný systém, v kterém bude pohyb jednotlivých závěsů zkoumán a v němž budou určovány vzájemné interakce. Hlavici S120 odpovídá souřadný systém na obrázku 2.1(b).

(a) kamerová hlavice S120



(b) souřadný systém

Obrázek 2.1: Hlavice S120 a její souřadný systém

Význam zvolených symbolů a použité terminologie je následující

- **Nosič** - někdy označovaný jako báze, je objekt na kterém je hlavice pevně umístěna. Jedná se například o letadlo nebo automobil. Souřadný systém nosiče je značen symbolem B a každý jeho prvek je popsán hodnotami v jednotlivých osách $\begin{bmatrix} x_B & y_B & z_B \end{bmatrix}^T$.
- **Vnitřní souřadný systém** - reprezentuje elevační závěs, ve kterém je umístěna kamera. Souřadný systém elevačního závěsu je značen symbolem E a jeho prvky jsou popsány v osách $\begin{bmatrix} x_E & y_E & z_E \end{bmatrix}^T$. Elevační závěs se v souřadném systému otáčí kolem osy y_E. Úhlové natočení je určeno proměnnou θ.
- **Vnější souřadný systém** - reprezentuje azimutální závěs. Souřadný systém azimutálního závěsu je značen symbolem A a jeho prvky jsou popsány v osách $\begin{bmatrix} x_A & y_A & z_A \end{bmatrix}^T$. Azimutální závěs se v souřadném systému otáčí kolem osy z_A a jeho natočení je kvantifikováno úhlem ψ.
- **Referenční systém** - jedná se o souřadný inerciální systém, pevně spojený se zemí a zobrazený translací do společného počátku soustavy souřadnic na obrázku 2.1(b). Jeho prvky jsou popsány v osách $\begin{bmatrix} x_R & y_R & z_R \end{bmatrix}^T$ a souřadný systém jako celek je značen symbolem R.

Pohyby letadla jsou popsány těmito termíny:

- **pitch rate** — rychlost podélného náklonu, značeno symbolem p.
- **yaw rate** — rychlost změny kurzového úhlu, značeno symbolem q.
- **roll rate** — rychlost příčného náklonu, značeno symbolem r.

Rychlost pohybů letadla $\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$ odpovídá složkám vektoru rychlosti báze v osách $\begin{bmatrix} x_B & y_B & z_B \end{bmatrix}^T$. Všechny souřadné systémy, ve kterých bude zkoumána kinematika a dynamika hlavice se dvěma závěsy, mají shodný počátek. Jejich vzájemný pohyb je omezen na rotace kolem os $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$. Pro použití modelu založeného pouze na vzájemných rotacích souřadných systémů musí platit, že vzdálenost mezi elevačním závěsem a letadlem je nulová. Pokud by tato podmínka nebyla splěna, pak by souřadné systémy neměly společný počátek tak, jak to ukazuje obrázek 2.1(b). Pohyby báze jsou uvažovány vzhledem k inerciálnímu souřadnému systému R spojenému se zemí a posunutému do počátku souřadného systému na obrázku 2.1(b). Dále bylo pro jednoduchost předpokládáno, že se těžiště obou kloubů hlavice nachází v osách otáčení a motory nemusí působit proti gravitaci. Řešení situace, kdy tento předpoklad není splněn, se nachází v kapitole 2.2.4. Tenzory momentů setrvačnosti závěsů hlavice byly uvažovány jako diagonální. Konstrukce hlavice umožňuje otáčení azimutálního závěsu v ose z_A. Pohyb azimutálního závěsu vzhledem k souřadnému systému báze je dán standartní rotační maticí známou z robotiky:

$$R_A^B = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.1}$$

Přenásobení vektoru rychlosti azimutálního závěsu maticí R_A^B zleva, jej promítne do souřadného systému nosiče B. Rotační matice tak umožňuje skládání vektorů, které se nachází v různých souřadných systémech. Na rotační matici se dá nahlížet i tak, že vyjadřuje jak je potřeba natočit jeden souřadný systém, aby se ztotožnil s jiným. Elevační závěs rotuje kolem osy y_E uvnitř azimutálního souřadného systému A podle matice

$$R_E^A = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}. \tag{2.2}$$

Rotační matice jsou standartním nástrojem pro popis kinematiky robotických systémů. Použití dalších postupů známých z analýzy robotických systémů, jako je přímá a inverzní kinematická úloha, není již tak snadné. Nepohodlnost použití těchto běžných metod zapříčiňuje skutečnost, že chování hlavice není popisováno v inerciálním souřadném systému, ale v rotujícím nosiči B. Slovo inerciální zde vyjadřuje, že pohyby těles jsou v takto označeném prostoru popsány jednotně, nezávisle na čase a směru pohybu. Tyto podmínky nejsou splněny a použitý rotující souřadný systém nosiče B v němž je realizován popis pohybů hlavice, je

speciálním případem neinerciálního vztažného systému. Jednoduše řečeno, inverzní kinematická úloha předpokládá, že v každém okamžiku známe přesnou polohu nosiče. K tomu by byla potřeba přesná jednotka, která by snímala pohyby souřadného systému B. Vztažení popisu hlavice k rotujícímu nosiči B ušetří použití senzorů, za cenu zesložitění matematického popisu. Typickým znakem při popisu neinerciálních souřadných systémů je existence fiktivních sil, které se v rovnicích u jejich inerciálních obdob nevyskytují. Jedná se především o Coriolisovu a centrifugální sílu, které se v rotujícím souřadném systému objeví, pokud jsou použity tři Newtonovy zákony. Coriolisova síla závisí přímoúměrně na rotační rychlosti pohybujícího se tělesa a působí ve směru kolmém k rotační ose. Coriolisovu sílu popisuje rovnice 2.3, kde m odpovídá hmotnosti pohybujícího se tělesa. Další členy udávají velikost rotační rychlosti vnějšího souřadného systému, ve kterém pozorujeme pohyb tělesa s vlastní souřadnou soustavou. V azimutálním závěsu působí fiktivní pohybová síla

$$F_{\text{coriolis}} = -2m_A\omega_B \times \omega_A. \tag{2.3}$$

Projevy fiktivní Coriolisovy síly je možné reálně pozorovat. Typickým příkladem je vliv rotace planety Země na proudění vzduchu. Kromě pohybu způsobeného rozdílným tlakem v zemské atmosféře, dochází vlivem Coriolisovy síly k stáčení vzduchu doprava na severní polokouli a doleva na jižní polokouli.

Obrázek 2.2: Projevy Coriolisovy síly v atmosféře planety Země, převzato z [1]

Centrifugální síla působí v radiálním směru od osy otáčení. Je úměrná kvadrátu rotační rychlosti a vzdálenosti r pohybujícího se tělesa od osy otáčení vnějšího systému souřadnic, podle rovnice:

$$F_{\text{centrifugalni}} = -m_A\omega_B \times (\omega_B \times r). \tag{2.4}$$

Vzhledem k pomalé rychlosti rotace planety Země budou jí vyvolané fiktivní síly malé a výrazně se projeví až na velkých vzdálenostech, jako právě v příkladu proudění vzduchu v zemské atmosféře. Z tohoto důvodu lze považovat systém pevně spojený se Zemí za inerciální.

Rovnice kompletně popisující kinematiku a dynamiku dvoustupňového uspořádání hlavice jsem odvodil pomocí Newtonova-Eulerova přístupu z knihy [5]. Hlavní ideou je rozdělení popisu systému na jednotlivé závěsy a určení vzájemných vazeb. Části hlavice jsem označil čísly a použil symboly z [5]:

- ω_i — úhlová rychlost závěsu (souřadného systému) číslo i, vzhledem k souřadnému systému i.
- a_i — úhlové zrychlení závěsu (souřadného systému) i vzhledem k souřadnému systému i.
- τ_i — moment vyvozený závěsem $i-1$ na závěs i.

Newton-Eulerova metoda je rekurzivní a staví na třech Newtonových zákonech. Analýza systému sestává ze dvou částí. První, v anglické literatuře označovaná jako forward recursion (dopředná rekurze), zahrnuje výpočet úhlové rychlosti ω_i a úhlového zrychlení a_i pro všechny indexy i a pro nulové počáteční hodnoty rychlosti a zrychlení referenčního souřadného systému 0. Postupuje se od nejnižšího indexu i až k nejvyššímu. Pro zadané nulové koncové podmínky síly a momentu působícího na poslední závěs, zbývá spočíst momenty τ_i v sestupném pořadí od koncového závěsu až k části nejblíže referenčnímu systému 0. Jelikož se nyní při výpočtu postupuje od nejvyššího indexu i k nejnižšímu, mluví se o zpětné rekurzi (backward recursion). V knize [5] jsou uvedeny všechny potřebné vzorce pro zpětnou i dopřednou rekurzi. Tři klíčové rovnice použité k analýze dynamiky a kinematiky hlavice začínají vzorcem pro výpočet úhlové rychlosti závěsu i, vyjádřené v souřadném systému i:

$$\omega_i = R^i_{i-1}\omega_{i-1} + b_i\dot{q}_i. \tag{2.5}$$

Symbol v knize [5] a rovnici 2.5 označený jako q, má v kontextu hlavice význam úhlového natočení θ nebo ψ, podle zkoumaného závěsu. Zrychlení závěsu i, spojeného se souřadným systému i lze spočítat jako:

$$a_i = R^i_{i-1}a_{i-1} + b_i\ddot{q}_i + \omega_i \times b_i\dot{q}_i. \tag{2.6}$$

Trojici rovnic uzavírá výpočet momentu τ_i:

$$\tau_i = J_i\dot{\omega}_i + \omega_i \times (J\omega_i), \tag{2.7}$$

kde konstanta J_i označuje tenzor momentu setrvačnosti závěsu v souřadném systému i. V případě hlavice jsou indexy i přiřazeny následovně:

- $i = 0$ — referenční souřadný systém R
- $i = 1$ — souřadný systém báze B
- $i = 2$ — souřadný systém azimutálního závěsu A
- $i = 3$ — souřadný systém elevačního závěsu E

Složky úhlové rychlosti nosiče jsou totožné s rychlostí letadla, nebo jiného zařízení, na kterém je hlavice upevněna a symbolicky je lze vyjádřit jako:

$$\omega_B^B = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Použitím rovnice 2.5 byla určena úhlová rychlost azimutálního závěsu jako:

$$\omega_A^A = R_B^A \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{Az} \\ 0 \end{bmatrix} + R_B^A \omega_B^B = \begin{bmatrix} -s_\theta \omega_{Ay} \\ \omega_{Ey} \\ c_\theta \omega_{Az} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

První člen popisuje vlastní pohyb azimutálního závěsu vyvolaný jeho motory a druhý člen vyjadřuje složku rychlosti vzniklou pohyby letadla, přenesenou rotační maticí R_B^A do souřadného systému A . Úhlová rychlost elevačního závěsu vyjádřená ve vlastním souřadném systému E, je dána vzorcem 2.10. Nachází-li se v rovnici symbol, který má v indexu dva znaky, pak první vždy označuje souřadný systém a druhý jeho osu, ve které je symbol zkoumán. Například výraz ω_{Az} vyjadřuje úhlovou rychlost souřadného systému A kolem osy z_A. Podobně jako v předešlém případě je v rovnici zastoupen člen rotační rychlosti nadřazeného souřadného systému (s menším indexem i), vstupující do elevace přes matici rotace R_A^E. Zbylá část je generována pohyby elevačního souřadného systému kolem jediné osy y_E, vůči které se může elevační závěs otáčet.

$$\omega_E^E = R_A^E \omega_A^A + R_A^E \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{Ey} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta \omega_{Ay} \\ \omega_{Ey} \\ c_\theta \omega_{Az} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Zrychlení souřadných systémů je možné zjistit použitím rovnice 2.6. Speciálně pro zrychlení nosiče B, ale platí rovnice:

$$a_B^B = \dot{\omega}_B^B \tag{2.11}$$

, jelikož pohyb nosiče byl vztažen k inerciálnímu referenčímu souřadnému systému. Za takového předpokladu je možné použít derivaci, kde nebude vystupovat kromě výrazu $\dot{\omega}_B^B$ další nenulový člen s vektorovým součinem, jako je tomu u derivace v neinerciálních souřadných systémech. Postoupením o krok dále v dopředné rekurzi Newton-Eulerovy metody, bylo získáno zrychlení azimutálního závěsu:

$$a_A^A = R_B^A \dot{\omega}_B^B + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\omega_{Az}} \end{bmatrix} + \left(R_B^A \omega_B^B \times R_B^A \omega_B^B + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{Az} \end{bmatrix} \right), \tag{2.12}$$

které bylo následně použito pro výpočet zrychlení elevačního závěsu v rovnici 2.13.

$$a_E^E = R_A^E \dot{\omega}_A^A + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\omega}_E y \\ 0 \end{bmatrix} + \left(R_A^E \omega_A^A \times R_A^E \omega_A^A + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{Ey} \\ 0 \end{bmatrix}. \right) \tag{2.13}$$

Tím je dopředná rekurze dokončena a po určení úhlové rychlosti a zrychlení všech souřadných systému přichází na řadu zpětná rekurze. Začíná se od posledního členu kinematického řetězce— elevačního závěsu. Podle rovnice 2.7 jsem definoval moment působící na elevační závěs jako:

$$\tau_E^E = J_E a_E^E + (\omega_E^E \times J_E \omega_E^E). \tag{2.14}$$

Získaný vztah pro moment τ_E^E je dále zahrnut v rovnici 2.15 pro moment působící v azimutálním souřadném systému.

$$\tau_A^A = R_E^A T_E^E + J_A a_A^A + (\omega_A^A \times J_A \omega_A^A) \tag{2.15}$$

Elevační závěs je řízen motory pouze v ose y_E. Po připočtení momentu τ_m vznikajícího vlivem působení akčních členů a momentu τ_f vyvolaného přítomností tření, vypadá rovnice popisující pohyb elevačního závěsu pro nulový pohyb nosiče v ose y_E následovně:

$$J_{Ey}\left(\dot{\omega}_{Ay} + \dot{\omega}_{Ey}\right) = \tau_{Em} - \tau_{Ef} + \left(J_{Ex} - J_{Ez}\right) c_\theta s_\theta \omega_{Az}^2 \tag{2.16}$$

Poslední člen odpovídá centripetální síle, která je další z fiktivních sil. Při stejné situaci platí pro jedinou řiditelnou osu azimutu z_A rovnice 2.17, kde úplně vpravo vystupuje Coriolisova síla.

$$(J_{Az} + J_{Ex}s_\theta^2 + J_{Ez}c_\theta^2)\dot{\omega}_{Az} = \tau_{Am} - \tau_{Af} - 2(J_{Ex} - J_{Ez})c_\theta s_\theta \omega_{Az}\omega_{Ey} \tag{2.17}$$

Odvozené rovnice potvrzují výsledky z jiných prací, například z [6] . Všechny rovnice je možné vygenerovat ve složkovém i symbolickém tvaru pomocí souboru *DoubleGimbalEquations.m* umístěného na přiloženém DVD.

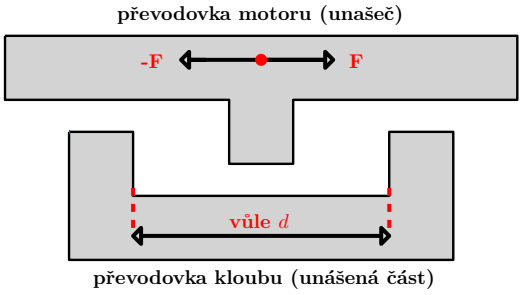
2.2 Detailní popis jednoho závěsu hlavice

V předešlém textu byly odvozeny rovnice popisující kinematiku a dynamiku hlavice se dvěma závěsy. Doposud však nebyl přesně určen vliv motorů a tření, vyjádřených v rovnicích zatím pouze symboly τ_m a τ_f, které závisí na konkrétním konstrukčním řešení. V hlavici S120 je elevační závěs poháněn dvěma motory Faulhauber 1524 12SR. Akčními členy azimutálního závěsu jsou motory od stejného výrobce s typovým označením 1727 12C. Model jednoho závěsu hlavice S120 sestává z modelu motoru, který je přes dvojici převodů s celkovým převodovým poměrem do pomala připojen k závěsu. Tyto motory jsou jediným akčním členem použitým pro přesné polohování kamery v hlavici S120. Jejich nízká cena ve srovnání například s direct drive motory použitými ve starších typech zařízení, které vyvinula stejná pracovní skupina jako v případě hlavice S120, je vykoupena přítomností vůle.

2.2.1 Model vůle v převodech

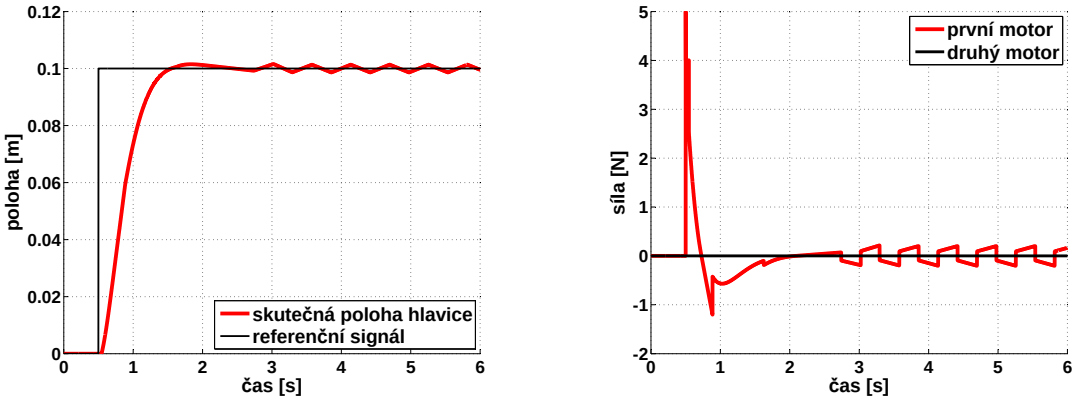
Nelinearita typu vůle v převodech znemožňuje odstranění ustálené regulační odchylky a zpomaluje přenos akčního zásahu z motoru na pohyb hlavice. Tento jev byl ověřen a pozorován na modelu v simulinku vytvořeném v této práci a potvrzuje známé výsledky experimentů z článků a knih, například [7]. Vůle byla pro snadnější představu a interpretaci výsledků modelována jako translační a nikoliv rotační, jako je tomu v reálném zařízení. Pokud by byl

závěs hlavice řízen za použití pouze jednoho motoru a PD regulátoru, odpovídalo by jeho chování výsledku simulace na obrázku 2.4(a). Na první pohled je patrná ustálená regulační odchylka od žádané polohy, kterou se snaží PD regulátor odstranit. Integrační složka nemusí být v regulátor přítomna, jelikož je obsažena v řízené soustavě a jen by dále zpomalovala regulační děj. Vysvětlení existence trvalé regulační odchylky za přítomnosti integrátoru v soustavě, je zakódováno v obrázku 2.4(b) akčního zásahu PD regulátoru. V něm se po třech sekundách simulace objeví periodická křivka. Pro pochopení příčiny tohoto chování řídící smyčky slouží jednoduché schéma 2.3



Obrázek 2.3: Model vůle v převodech motoru a závěsu hlavice

Při snaze PD regulátoru odstranit ustálenou regulační odchylku mění motor směr otáčení. Přejíždí z jedné krajní polohy převodu přes vůli d, až do druhé krajní polohy. Během přejezdu vůle d se závěs hlavice nepohybuje a regulační odchylka má stálou hodnotu. Motor se však roztáčí s konstantním zrychlením a po nárazu do krajní polohy převodovky způsobí rychlou změnu znaménka regulační odchylky. Se změnou polarity regulační odchylky se mění i znaménko akčního zásahu. Motor postupně brzdí, zastaví se a začne se otáčet na opačnou stranu, kde se celá situace opakuje.



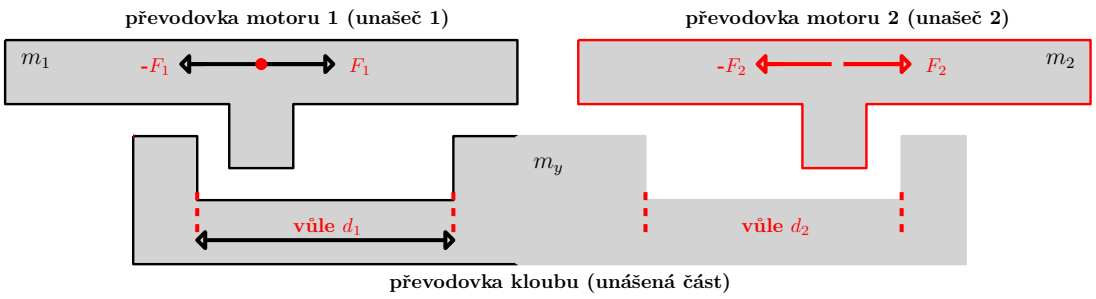
(a) Sledování referenčního signálu pří řízení jedním motorem

(b) Akční zásah

Obrázek 2.4: Sledování polohového referenčního signálu hlavicí, pomocí jednotho motoru (unašeče) a PD regulace

Intuitivně je zřejmé, že přidáním dalšího pohonu působícího svou činností proti prvnímu, lze vůli zcela eliminovat. Řízení pohybu hlavice je při dvou akčních členech realizovatelné změnou poměru momentů obou motorů, což ale znamená, že oba pohony jsou neustále zatíženy. Podobné způsoby vymezení vůle zvyšují energetickou náročnost systému a způsobují zahřívání motorů. V případě dlouhodobého provozu by to mohl být problém. Z tohoto důvodu je potřeba navrhnout metodu regulace, která bude optimálně řídit oba motory. Pro analýzu kompenzace vůle pomocí dvou motorů byl na základě analýzy schématu na obrázku 2.5 vytvořen model vůle s použitými symboly:

1. F_1 **a** F_2 — síly reprezentující vliv motorů Faulhauber na závěs hlavice.
2. m_1 **a** m_2 — hmotnosti unašečů.
3. d_1 **a** d_2 — velikosti vůlí v planetové převodovce motorů a převodového kolečka, připojeného k elevačnímu závěsu.
4. F_y — celková síla vyvinutá na unášenou část (hlavici).
5. m_y — hmotnost unášené části.



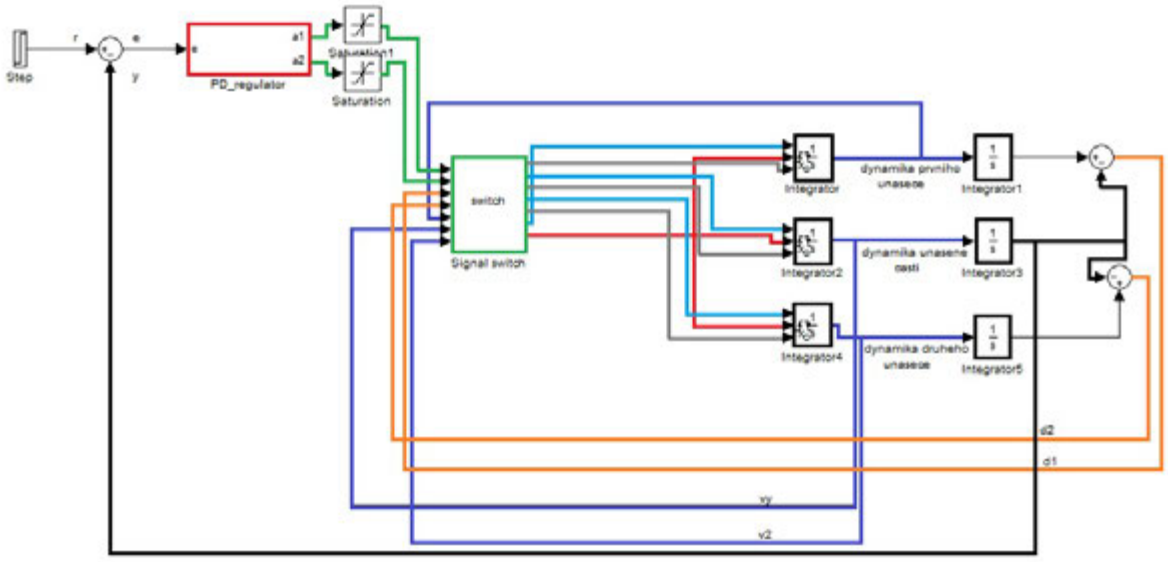
Obrázek 2.5: Model vůle v převodech při použití dvou motorů a převodu závěsu hlavice

Hlavním cílem řízení v modelu bylo dostat unášenou část (hlavici) na zadanou pozici. Dráha y uražená unášenou částí lze vyjádřit dvojitou integrací druhého Newtonova zákona:

$$a_y = \frac{F_c}{m_c}, \tag{2.18}$$

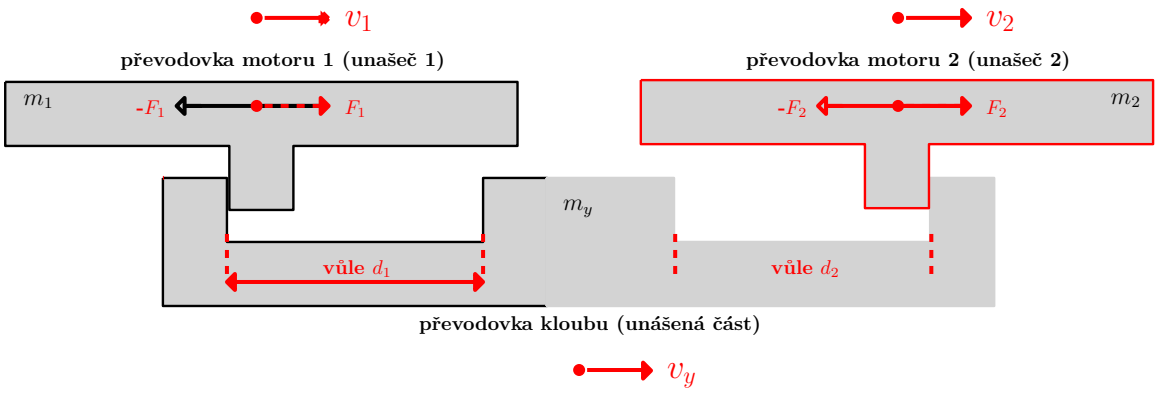
kde F_c je suma působících sil a m_c hmotnost proměnná podle pozice a role unašečů při řízení. Proměnná a_y označuje zrychlení unášené části. Obdobný vztah platí i pro oba unašeče a je základem vlastní struktury modelu v simulinku 2.6. Zmíněná rovnice 2.18 je pro všechny tři pohyblivé části realizována dvojicí integrátorů (černé bloky v simulinkovém schématu). Velikost síly dělená hmotností (světle modré signály) je generována zeleným blokem pro každou dvojici integrátorů zvlášť. Červené signály slouží k resetování integrátorů do nuly a žluté pro

specifikaci jejich nově přiřazené hodnoty. V sumátorech dochází k odečtení pozice unášené části od pozic unašečů a odesílá se oranžovými signály do zeleného bloku. Modré signály přivádějí informaci o aktuální rychlosti unašeče a unášené části k algoritmu modelujícímu vůli v zeleném bloku. Regulátory a jejich přepínání je umístěno v červeném bloku.



Obrázek 2.6: Model vůle v simulinku

Vhodné vstupy pro integrátory je nutné určit na základě několika veličin. Jedná se o velikost a směr rychlosti všech částí soustavy, jejich hybností a směru a velikosti působících sil. Poměrně velké množství parametrů a jejich hodnot způsobilo, že výsledný algoritmus umístěný v zeleném bloku obsahuje značný počet vnořených podmínek, což znesnadňuje jeho odladění. Základní principy výpočtu budou objasněny na situaci na obrázku 2.7 na straně 13, která je nejjednodušší možnou konfigurací, ale zároveň ilustruje všechny důležité myšlenky.



Obrázek 2.7: Model vůle v převodech motoru a převodu závěsu hlavice.

Vzhledem k tomu, že se v modelu nachází několik vzájemně interagujících pohyblivých objektů, je nutné správně uplatnit princip zachování hybnosti a teprve potom vzít v úvahu vliv působících sil F1 a F2. Pro směry rychlostí z obrázku 2.7 označené červenou barvou,

mohou nastat dva případy v závislosti na hmotnostech unašeče, unášené části a velikostech jejich rychlostí. Nyní na chvíli bude myšlenkově smazán druhý unašeč a vyhodnoceno chování zbytku systému. Výslednou rychlost prvního unašeče a unášené části udává vzorec:

$$v_{1y} = m_1 v_1 + m_y v_y m_1 + m_y \tag{2.19}$$

Pokud je rychlost v_{1y} větší než rychlost v_2, pak je výsledná rychlost prvního unašeče a unášené části rovna spočtené hodnotě v_{1y} a rychlost druhého unašeče v_2 zůstane nezměněna. Je-li rychlost v_{1y} menší nebo rovna v_2, pak se i druhý unašeč podílí na změně rychlosti ostatních částí modelu. Výsledná rychlost v_{1y2} obou unašečů i unášené části je dána jako

$$v_{1y2} = m_1 v_1 + m_y v_y + m_2 v_2 m_1 + m_y + m_2. \tag{2.20}$$

Nyní je možné přejít k druhé části algoritmu a zvážit, jak ovlivní působící síly F_1 a F_2 motorů chování modelu. V prvím případě, kdy je rychlost $v_1 y$ větší než rychlost v_2 a druhý unašeč se tak pohybuje samostaně, bez ovlivňování dalšími částmi modelu, je situace jednoduchá. Pokud je síla F_1 záporná, to znamená, že směřuje v obrázku 2.7 doleva, pak je výsledná síla působící na unášenou část rovna síle F_1. Je-li síla F_1 kladná, nepůsobí na unášenou část žádná síla a první unašeč se dostává do vůle. Pokud je rychlost $v_1 y$ menší nebo rovna $v_2 y$, pak se situace komplikuje. Musíme uvažovat nejen další působící sílu F_2, ale i její vzájemný účinek se silou F_1. Uvažujme, že síly F_1 i F_2 směřují doleva. Velikost výsledné síly působící na unášenou část je vybrána na základě porovnání zrychlení, které udá první unašeč unášené části:

$$a_1 = F_1 m_1 + m_y \tag{2.21}$$

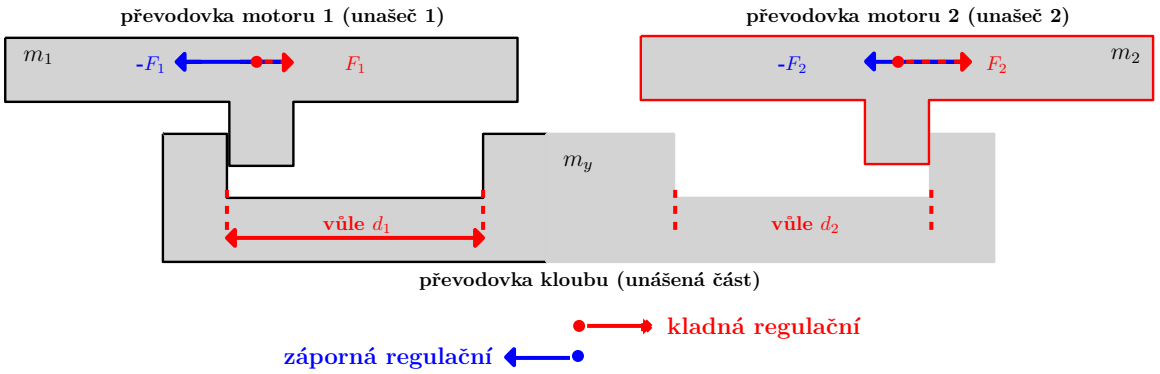
a zrychlení druhého unašeče:

$$a_2 = F_2 m_y. \tag{2.22}$$

Pokud je zrychlení a_1 menší než a_2, pak první unašeč táhne unášenou část a druhý unašeč se pohybuje nezávisle. Je-li zrychlení a_1 větší než a_2, pak první unašeč pohybuje nejen unášenou částí ale i druhým unašečem. Výsledná síla působící na unášenou část je součtem sil F_1 a F_2. Výsledná hmotnost, kterou je dělena síla vstupující do integrátoru, je dána sumou hmotností m_1,m_2 a m_y. Pokud jsou si zrychlení rovna, druhý unašeč se pohybuje nezávisle a výsledná síla je rovna síle F_1. Celý algoritmus nakonec dosáhl délky 1200 řádků, což si

umožňuje udělat představu o tom, jak velké množství situací může v modelu nastat. Délku kódu by bylo možné omezit, ale byla by tím ztracena jeho přehlednost a zkomplikováno případné další ladění. V průběhu testování bylo zjištěno, že model vyžaduje velkou přesnost výpočtu. S výrazným zaokrouhlováním se v simulaci mohou objevit stavy modelu, které reálně nemůžou nastat. Dostatečná přesnost simulace byla dosažena použitím solveru ODE 113, který slouží k vyřešení soustavy rovnic reprezentujících model. Solver ODE 113 je navržen pro výpočetně náročné úlohy s požadavky na vysokou přesnost.

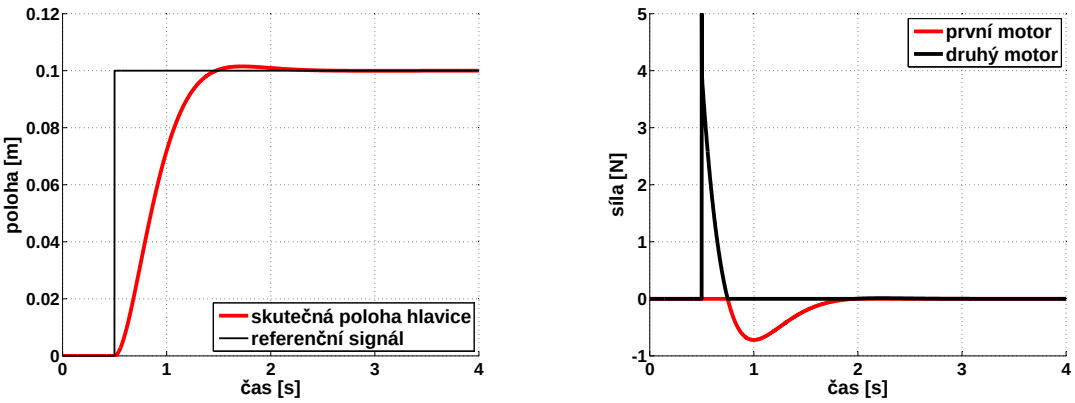
V základním režimu řízení polohy hlavice je konfigurace dána obrázkem 2.8. Pokud je regulační odchylka záporná, pak je akční zásah přiveden na první unašeč a naopak. Na pasivní unašeč je přivedena síla, která slouží ke kompenzaci jeho hmotnosti, aby tak nebrzdil proces regulace. Při tomto způsobu řízení se unašeče vůbec nedostanou do vůle a zároveň se neovlivňují.



Obrázek 2.8: První metoda řízení pohybu hlavice

Navrhnutý styl řízení se v simulaci ukázal jako úspěšný. Výsledek simulace na obrázku 2.9(a) je možné porovnat s 2.4(a), kde se ještě projevovala vůle. Novým stylem řízení se podařilo vymezit vůli a tím odstranit ustálenou regulační odchylku. Je však nutné dodat, že do této chvíle nebyla uvažovaná dynamika motorů a je možné ji do schématu zařadit. Hmotnost azimutálního a elevačního závěsu jsou také známy a byly použity v simulacích. Velikost vůle však byla zvolena nerealisticky velká (přibližně 1 cm), aby vynikly jevy jí způsobené. Model měl sloužit spíše k ilustraci principu kompenzace vůle a jejího chování, než k reálnému návrhu PD regulátoru. Pokud je regulační odchylka značně větší než velikost vůle, pak se vyplatí, aby byly oba dva unašeče aktivní. To znamená, že jeden z nich přejede vůli a bude svou silou také přispívat k řízení. Tímto vylepšením je možné dosáhnout většího akčního zásahu a tím razantnějšího snížení regulačních odchylek. V mnou vytvořeném modelu vůle je možné simulovat i tuto situaci. Pro návrh řízení, které by se dalo nahrát do hlavice, už by ale bylo nutné uvažovat dynamiku celého závěsu, včetně DC motorů a tření.

Jednoduchý přístup k řízení systému s vůlí pomocí dvou motorů, je možné nalézt v [8]. Zadání úlohy je principiálně stejné jako na obrázku 2.7. Autoři navrhují, že na oba motory

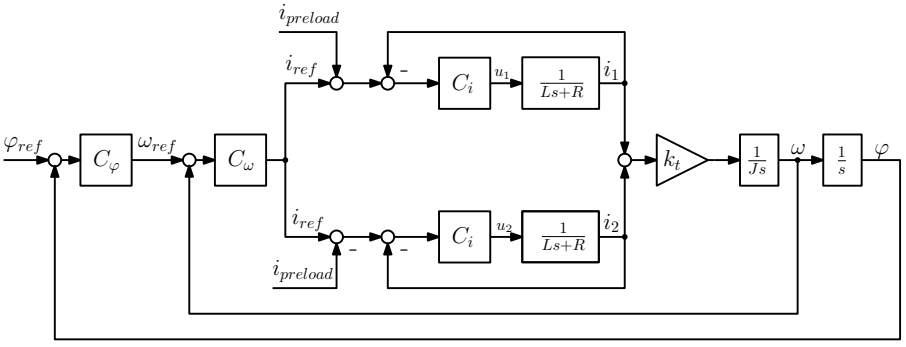


(a) Sledování referenčního signálu při řízení dvěma motory

(b) Akční zásah

Obrázek 2.9: Sledování referenčního signálu hlavicí a akční zásah, pomocí dvou motorů (unašečů) a PD regulace

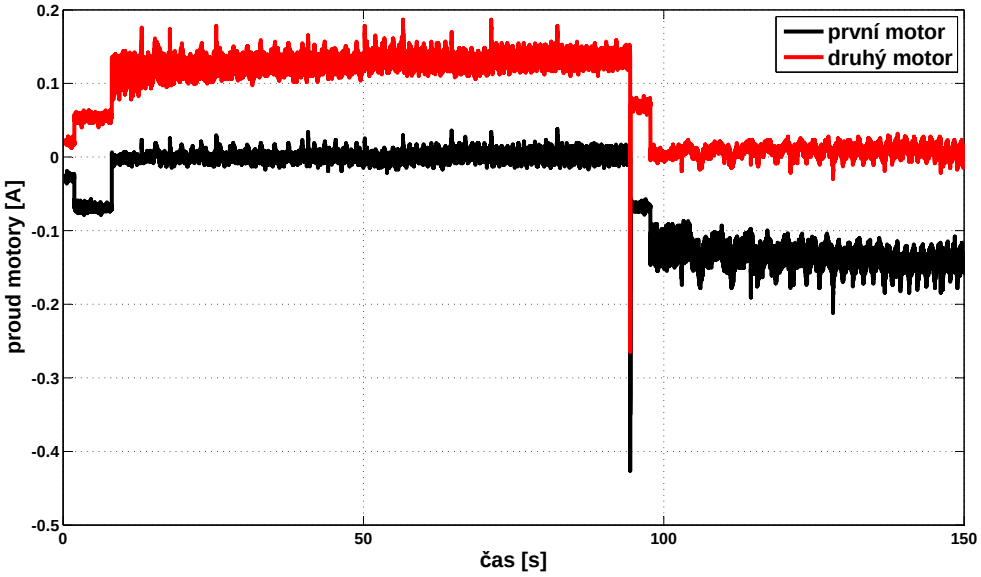
by mělo být neustále přivedeno malé napětí opačné polarity. S motory dále pracují tak, že pokud chtějí pootočit hlavici určeným směrem, přivedou na motory shodné napětí co do velikosti, tak i znaménka. Vstupní signál pro motory má tedy dvě složky, první předepínající vůli a druhou, která závěs hlavice natáčí požadovaným směrem a rychlostí. Tento typ řízení v podstatě odpovídá vymezení vůle použité v simulaci na obrázku 2.9(a) a byl implementován Janem Saláškem v hlavici S120. V každém závěsu hlavice se nachází vždy dva motory, jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly. Toto uspořádání bylo použito právě kvůli odstranění vůle v převodech. Narozdíl od článku [8] bylo po konzultaci s Janem Saláškem zvoleno předepínání motorů nikoli v napětí, ale v proudu. Schéma předepnutí je na obrázku 2.10.



Obrázek 2.10: Schéma předepnutí motorů, převzato z [2]

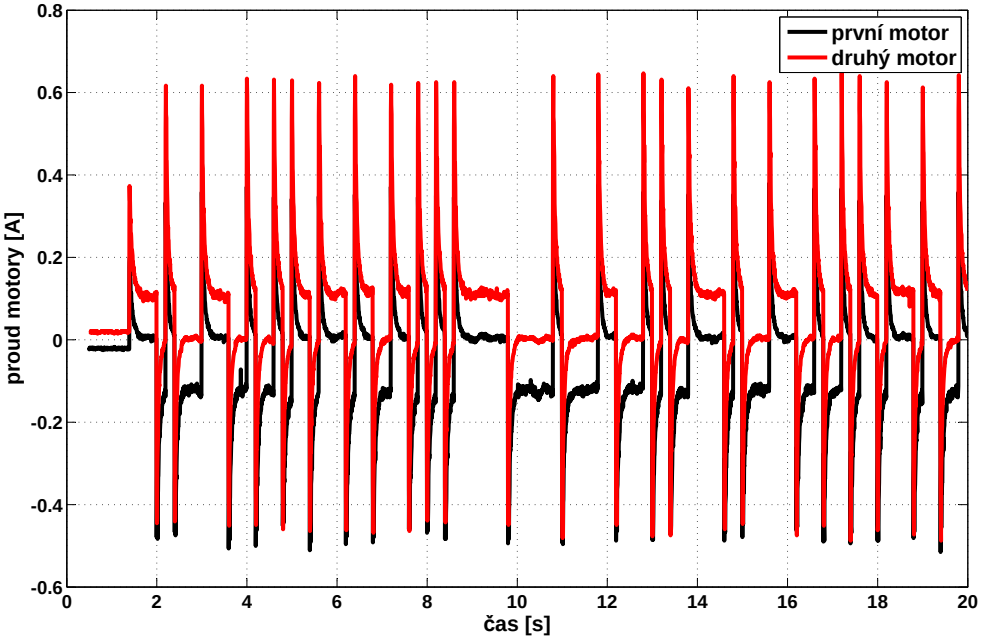
Vůle je v hlavici S120 vymezena a proto není zahrnuta v celkovém modelu, jelikož její projevy byly zcela eliminovány. Model vůle může sloužit pro návrh složitějších metod kompenzace. Platnost stávajícího vymezení je možné pozorovat nejen v reálných experimentech, ale i ve výsledcích simulací. Ve fyzickém uspořádání závěsů hlavice jsou motory dva, ale při realizovaném předepnutí vůle se motory výrazně nebrzdí a ani si nepomáhají. Uspořádání akčních členů závěsů hlavice je proto možné uvažovat, jako ekvivalentní systém s jedním motorem a

s nulovou vůlí v převodech. Tato skutečnost byla ověřena experimentem, kdy bylo přiváděno napětí kladného a následně záporného znaménka na oba motory. Je možné pozorovat, že po předepnutí vůle byl proud prvním motorem rovný nule. Motor tak nevyvozoval žádný moment a neovlivňoval dynamiku elevačního závěsu. Po změně znaménka řídícího napětí se elevační závěs začal otáčet na druhou stranu a naopak proud druhým motorem přešel do nuly. Celou situaci zachycuje obrázek 2.11. Pro maximální frekvence vstupních signálů dané konstrukcí hlavice je možné vidět proud motory na obrázku 2.12. Vzájemné ovlivňování motorů je i v tomto mezním případě zanedbatelné.



Obrázek 2.11: Proud motory elevačního závěsu při přivádění konstantních napětí

Vůli lze vymezovat i mechanicky, jako například na obrázku 2.13. Uprostřed se nachází velké ozubené kolo, které je spojeno s hřídelí motoru. Nad ním se nachází menší převodové kolo spojené s jiným převodovým kolem (na obrázku vlevo), stejně jako je tomu v případě konstrukce převodové soustavy v hlavici S120. Levé převodové kolo je vlastně složeno ze dvou částí, vzájemně spojených do kříže pružinami. Toto uspořádání způsobí, že obě části se zaklesnou na opačných stěnách zubů převodového kola spojeného s motorem. Vůle v převodech je eliminována, ale problém nastává, pokud by se měl přes levé kolečko provádějící vymezování, přenášet velký moment generovaný motorem. Pružiny by musely být velmi silné a v tomto případě nerealizovatelné. Softwarové řešení vymezení vůle se ukázalo jako jednoduché pro implementaci a zároveň velmi účinné. Ani při dlouhodobém provozu hlavice S120 nebylo pozorováno výrazné tepelné namáhání DC motorů a sofistikovanější vymezování vůle v této chvíli nebylo potřeba.



Obrázek 2.12: Proud motory elevačního závěsu při přivádění napěťových signálů typu PRBS

Obrázek 2.13: Hardwarové vymezení vůle v převodech

2.2.2 Model DC motorů

Pro další rozšíření modelu závěsu hlavice S120 je nezbytně nutné znát dynamiku použitých DC motorů. Pro potřeby této práce byl zvolen standardní stavový popis:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J}(k_m n I(t) - T_f(t)\omega(t)) \\ \frac{1}{L}(-RI(t) - k_e n \omega(t) + U(t)) \end{bmatrix}. \tag{2.23}$$

Názvy a jednotky parametrů motoru s připojenou hmotou jsou následující:

- R — koncový odpor motoru [Ω].
- L —indukčnost rotoru [μ L].
- k_m — mechanická konstanta motoru [$\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{A}}$].
- k_e — elektrická konstanta motoru [$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{rads}^{-1}}$].
- J — moment setrvačnosti motoru a připojené hmoty, kterou tvoří kryty hlavice, kamera a další části konstrukce. [kgms^{-2}]
- n — převodový poměr do pomala [−].

Vstupním signálem je napětí $U(t)$ přiváďené na motory. Symbol $T_f(t)$ značí moment vyvozovaný třením. Stavové proměnné jsou I proud motorem a ω úhlová rychlost hřídele, naměřená pomocí gyroskopů za převodovkami. V modelu je chování motoru popisováno až za soustavou převodů. Konstanty k_e a k_m vyčtené z datasheetu musí být proto přenásobeny převodovou konstantou, aby v modelu zpět do motoru vstupovala úhlová rychlost před převodovkami a moment vyvozený motorem odpovídal správné hodnotě za převodovou soustavou. Proměnná J v sobě nese informaci o momentu setrvačnosti připojené hmoty a také momentu setrvačnosti hřídele motoru a převodovek, které jsou dále násobené převodovou konstantou umocněnou na druhou. Jedná se o celkový moment setrvačnosti celého závěsu.

2.2.3 Model tření

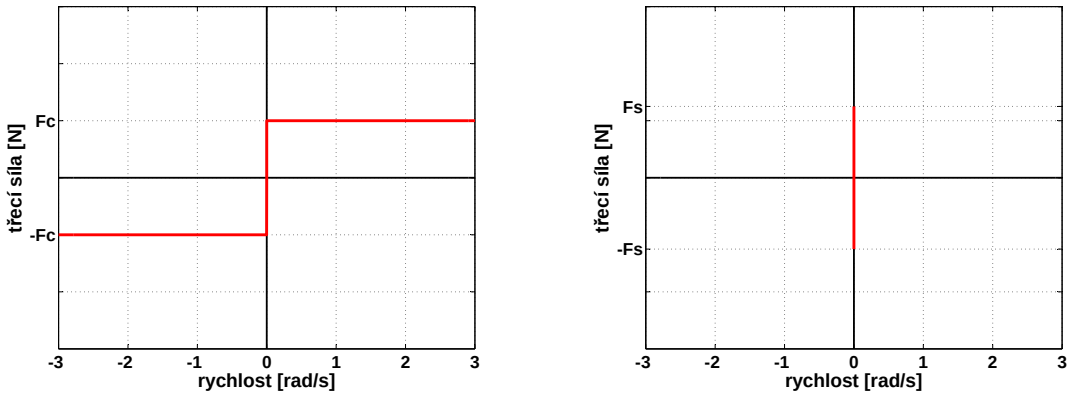
Generování třecí síly $F_f(t)$ působící proti motorům, je možné pomocí několika modelů. Nejjednodušší variantou je použití Coulombova tření, určeného předpisem:

$$F_f(t) = F_c sign(v(t)) \tag{2.24}$$

kde Coulombova síla

$$F_c = \mu F_n \tag{2.25}$$

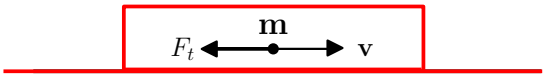
závisí na vlastnostech materiálu třecích ploch, definovaných parametrem μ, a síle F_n určené hmotností tělesa u kterého je pozorováno tření. Poslední uvažovanou veličinou je relativní rychlost objektů podléhajících tření. Coulombova třecí síla je v čase neproměná a působí proti pohybu tělesa. Statická charakteristika Coulombova tření je na obrázku 2.14(a), kde by ovšem správně třecí síla pro nulovou rychlost v(t) měla být nulová.



(a) Coulombovo tření (b) Statické tření

Obrázek 2.14: Statické modely tření 1

Vzniklou situaci je možné vyjádřit obrázkem 2.15, kde se těleso s hmotností m pohybuje rychlostí $v(t)$ po podložce a v opačném směru působí třecí síla $F_f(t)$. Coulombův model tření



Obrázek 2.15: Těleso pohybující se po podložce

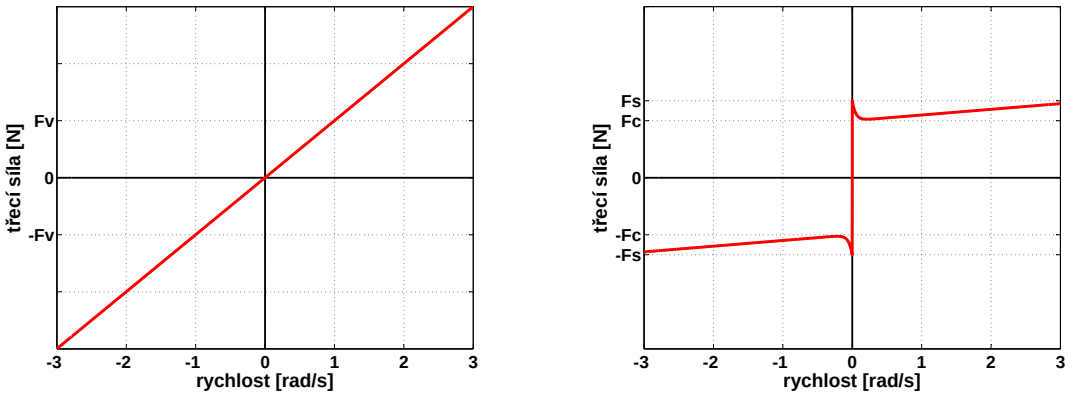
je používán pro svou jednoduchost. Někdy se doplňuje o jev statického tření 2.14(b), pokud je třecí síla pro nulovou rychlost jiná, než pro malou nenulovou rychlost. Další rozšíření vlastností modelu tření spočívá v přidání viskózního tření

$$F_f(t) = mu_v F_n v(t), \tag{2.26}$$

kdy se třecí síla po skluzu tělesa zvětšuje s rostoucí relativní rychlostí. Slovem *skluz* je označován okamžik, kdy těleso opustí klidový stav a začne se pohybovat. Ani tento model není zcela dostačující, jelikož nezachycuje jev, kdy pro pomalu zrychlující těleso klesá třecí síla, až dokud při určité relativní rychlosti $v(t)$ nedosáhne hodnoty Coulombovy síly F_c. Tento jev se označuje jako Stribeckův efekt a po začlenění má nový model tření tvar:

$$F_f(t) = (F_c + (F_s - F_c)e^{(-c_v|v(t)|))sign(v(t))} + \mu_v F_n v(t) \tag{2.27}$$

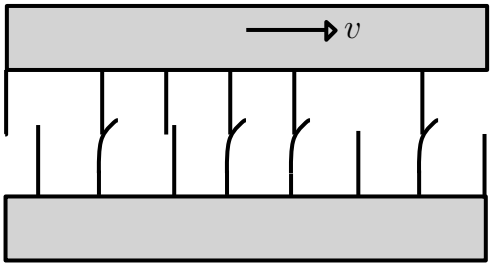
, kde F_s je statické tření. Ačkoliv je tento model pro některé aplikace dostačující, pro přesné polohování ještě stále nezachycuje všechny jevy provázející tření. Příčinou je, že až do této chvíle byly uvažovány statické modely tření bez paměti, které navíc často provází numerické problémy, když je rychlost $v(t)$ nulová, nebo prochází nulou.



(a) Viskozní tření (b) Stribeckovo tření

Obrázek 2.16: Statické modely tření 2

Pokud je objekt silou F nepatrně vychýlen a následně silové působení ustane, vrátí se do své původní polohy. Pokud vychýlení přesáhne určitou hranici, je nevratné a objekt zůstane v nové poloze. Tuto skutečnost postihuje Dahlův model tření, ve kterém třecí síla $F_f(t)$ nezávisí pouze na rychlosti $v(t)$, ale také na vychýlení objektu. Dahlův model sám o sobě neobsahuje výše zmíněné jevy, jako je například Stribeckův efekt, ale je jádrem Lugre modelu, který byl použit v této práci. Lugre model vychází z představy třecích ploch jako vzájemně proložených štětinek s jistou tuhostí, které se přes sebe pohybují (obrázek 2.17).



Obrázek 2.17: Představa podstaty modelu tření Lugre

Matematický popis Lugre modelu tření není statický jako v předešlých případech, ale jedná se o dynamický systém se stavový popisem:

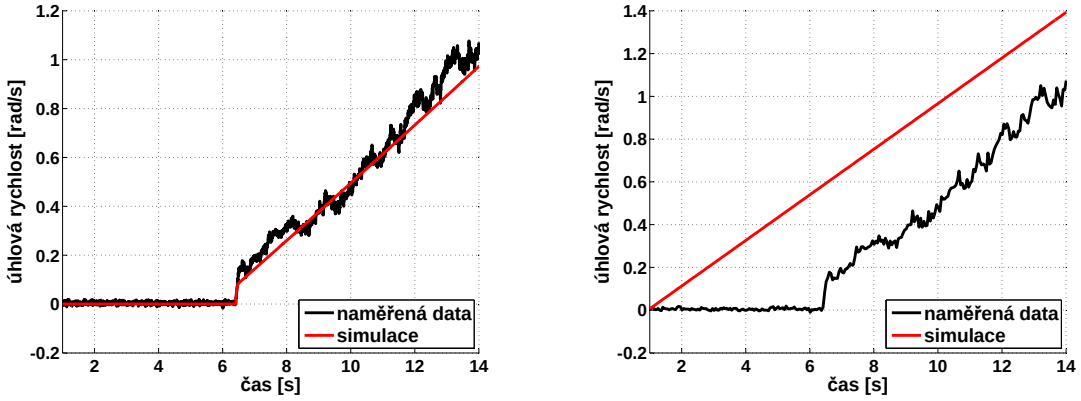
$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{F}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t) - \frac{|v(t)|}{Tc+(Ts-Tc)e^{\frac{-(v(t)/vs)^2}{s_0}}} z(t) \\ s_0 z(t) + s_1 \dot{z}(t) + s_2 v(t) \end{bmatrix}, \tag{2.28}$$

kde je význam použitých symbolů následující:

- z — stav modelu tření, označnovaný jako průměrný průhyb štětinek.

- s_0 — tuhost štětinek [-].
- s_1 — tlumící člen projevující se při malých posuvech [-].
- s_2 — koeficient viskózního tření [Nmsrad^{-1}].
- F_c — moment vyvozený Coulombovou třecí silou [Nm].
- F_s — moment vyvozený statickou třecí sílou [Nm].
- v_s — Stribeckova rychlost, vyjadřuje jak rychle bude klesat třecí síla z hodnoty statického tření F_s na hodnotu Coulombovy síly F_c [rads^{-1}].

Rozsáhlý popis Lugre modelu je možné nalézt v [9].Rozdíl mezi statickými a dynamickými modely tření se projeví především na nízkých rychlostech. Při experimentu s hlavicí $S120$ jsem na motory elevačního závěsu přiváděl malé rostoucí napětí a hlavice se s jistým zpožděním začala pomalu otáčet. Naměřená data jsem srovnal s odezvami modelů elevačního závěsu s použitím dvou modelů tření. Z obrázku 2.18(b) je nyní patrné, že model Coulombova tření doplněného o tření viskozní, reaguje již při příliš malých hodnotách budícího napětí. Lugre model tření správně napodobuje chování elevačního závěsu, kdy až od určité hodnoty vstupního napětí motorů dojde ke skluzu a závěs se začne otáčet.

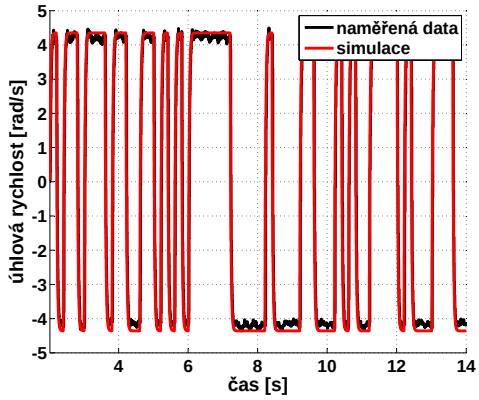


(a) Lugre model tření

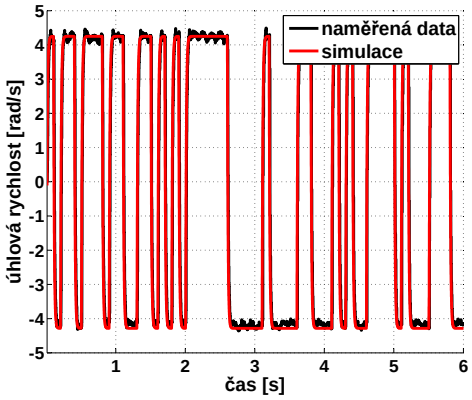
(b) Coulombovo tření doplněné o model viskozního tření

Obrázek 2.18: Porovnání dvou modelů tření pro malé rostoucí napětí. Experiment a následná simulace poukazují na chování obou modelů na malých rychlostech

Z výše zmíněné teorie by mělo při experimentech vyplynout, že porovnávané modely jsou na vysokých rychlostech ekvivalentní. V obou modelech je použito pro velké hodnoty proměnné $v(t)$ viskozní tření. V druhém experimentu jsem na motory přiváděl poměrně velké měnící se napětí. Odezvy prvního a druhého modelu se téměř shodují a splňují předpokládané výsledky, jak je možné shlédnout na následujícím obrázku.



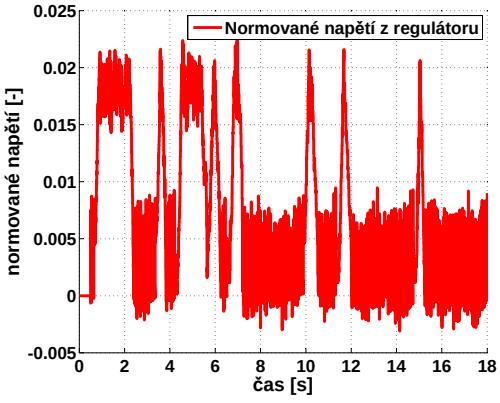
(a) Lugre model tření



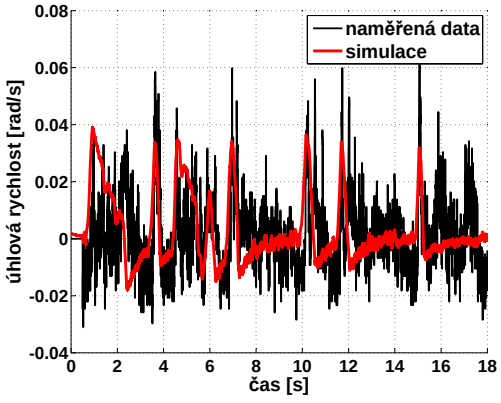
(b) Coulombovo tření doplněné o model viskozního tření

Obrázek 2.19: Porovnání dvou modelů tření pro velké budící napětí motorů. Experiment a následná simulace poukazuje na chování obou modelů při velkých rychlostech

Důsledky předchozího pokusu jsem dále zdůraznil při experimentu, kdy jsem nastavil malou referenci $0.064 \mathrm{rads}^{-1}$ pro rychlostní regulátor elevačního závěsu hlavice S120. Na obrázku 2.20(b) je patrné, že řídicí algoritmus nedokázal docílit konstantní úhlové rychlosti elevace a v akčním zásahu 2.20(a) se objevují výrazné skoky. Periodické změny v řídicím napětí se označují jako limitní cykly a jsou typickým projevem tření. Statické modely tuto situaci nedokážou zachytit a při jejich použití v simulačním schématu dokáže regulátor elevační závěs řídit i na velmi malou konstantní rychlost. Lugre model tření postihl i situaci, kdy se v reálném systému objeví limitní cykly. Výstup modelu poměrně věrně odpovídá odezvě reálného systému, až na šum v údajích z gyroskopu. Tření se v hlavici vyskytuje na několika místech a pro rozdílné směry rotace hlavice může být odlišné. Přesto jsem pro jednoduchost zvolil jeden ekvivalentní model tření, shodný pro oba směry otáčení kloubů. Teprve v případě, že by popis tření v takové formě nebyl dostatečný, měl by být rozšířen.



(a) normované napětí z regulátoru



(b) rychlost elevačního závěsu

Obrázek 2.20: Limitní cykly při regulaci elevačního závěsu na malé konstantní otáčky

Vezmou-li se v úvahu rovnice pro DC motor a model tření Lugre, vzejde matematický popis pro azimutální a elevační závěs hlavice S120. Model pro každý závěs má jedenáct parametrů. Šest z nich popisuje model tření a zbylých pět charakterizuje použitý DC motor a připojenou hmotu v podobě krytů hlavice, kamery a dalšího zařízení. Vstupem do modelu elevačního a azimutálního závěsu je napětí přiváděné na motory. Výstupem je úhlová rychlost hlavice, měřená za převodovou soustavou. Stavový popis jednoho závěsu, zahrnující model DC motoru a tření, je uveden v rovnici 2.29. Prvním stavem modelujícím vývoj tření je již zmíněný parametr $z(t)$. Dalšími stavy jsou proud motorem a úhlová rychlost závěsu. Model je z důvodu přítomnosti absolutní hodnoty a exponenciální funkce nelineární.

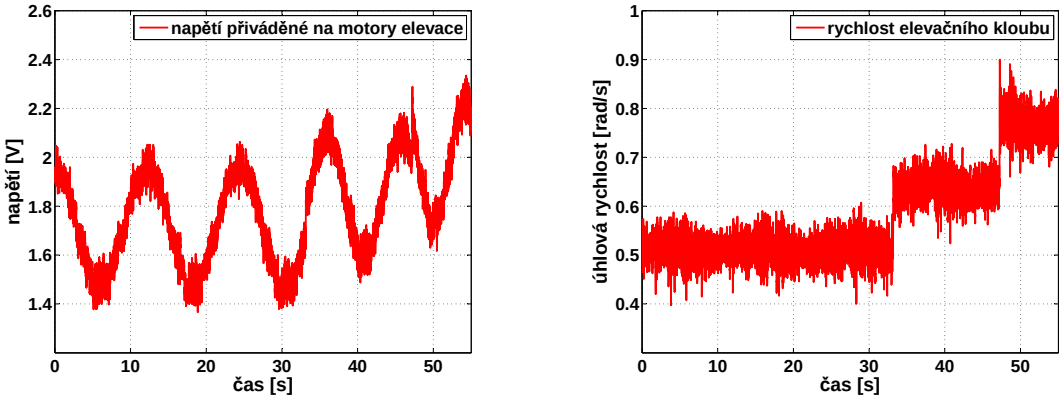
$$\begin{bmatrix} \dot{z(t)} \\ \dot{\omega(t)} \\ \dot{I(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(t) - \frac{|\omega(t)|}{F_c + (F_s - F_c) e^{\frac{-(\omega(t)/\omega_s)^2}{s_0}} z(t)} \\ \frac{1}{J}(k_\mathrm{m} n I(t) - (s_0 z(t) + s_1 \dot{z}(t) + s_2 \omega)) \\ \frac{1}{L}(-RI(t) - k_\mathrm{e} n \omega(t) + u(t)) \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

2.2.4 Model nevyvážení

V této chvíli by se mohlo zdát, že doposud uvedený model závěsů hlavice je dostatečný. Dynamika je zachycena modelem DC motoru, kde je v momentu setrvačnosti započítána i hmota celého závěsu. Přesným Lugre modelem jsou popsány efekty tření. Vůle v převodech nemusí být uvažována, jelikož je vykompenzována. Jednoduchým experimentem se je možné přesvědčit, že model závěsu neodpovídá realitě. Pokud jsou motory elevačního závěsu buzeny konstatním napětím, má jeho úhlová rychlost sinusový průběh. Obdobnou situaci je možné pozorovat, pokud jsou uzavřeny zpětnovazební řídící smyčky motorů a nastavena konstantní referenční rychlost, kterou by se měl elevační závěs otáčet. V této konfiguraci nebude výstup rychlostního regulátoru odpovídat jedné hodnotě, ale opět se jedná o harmonický signál, který zaručí konstantní otáčky hlavice.

Příčinou problému je poloha těžiště elevačního závěsu mimo osu otáčení y_E. Tento jev je nazýván nevyvážením a byl v počátku této kapitoly pro jednoduchost odvozování vyloučen. Pro přesný náhled na statické a dynamické chování hlavice S120 je nutné modelovat i tyto vlastnosti zařízení. Lepší představu o problému je možné získat z náčrtku použitého v [3].

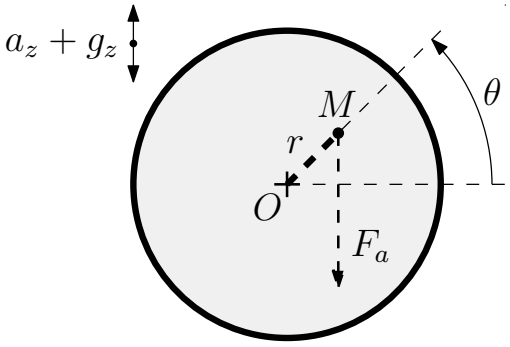
Důsledek nevyvážení je ten, že pokud je natočení hlavice θ v intervalu odpovídajícím zhruba $\langle$-90°, 90°$\rangle$, musí motory elevačního závěsu po jistou dobu překonávat gravitaci a vyvíjet větší úsilí, než když je natočení elevačního závěsu θ v intervalu přibližně $\langle 90°, 270° \rangle$, kde gravitace naopak pohybu elevační osy napomáhá. Úhel θ je rovný nule, pokud je kamera elevačního závěsu v horizontální poloze. Společně s gravitací ovlivňují elevační a azimutální závěs prostřednictvím nevyvážení také vibrace nosiče hlavice. Proměnná r udává vzdálenost



(a) Napětí přiváděné zpětnovazebním regulátorem na motory elevačního závěsu

(b) Rychlost elevačního závěsu při experimentu

Obrázek 2.21: Projev nevyvážení elevačního závěsu při laboratorním experimentu

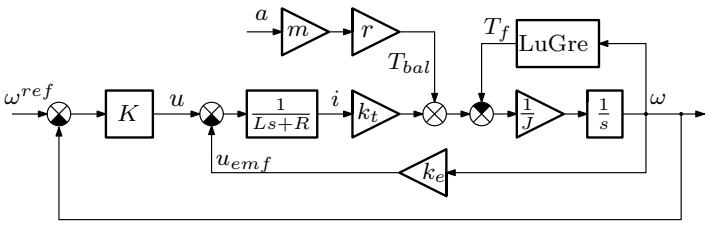


Obrázek 2.22: Náčrtek nevyvážení závěsu hlavice, převzato z [3]

těžiště od osy otáčení a má tři složky, v osách x_E,y_E a z_E. Symbolem m_E je označena hmotnost elevačního závěsu. Vibrace a gravitace vyvozují rušivý moment, který by bylo vhodné eliminovat a tím nevyvážení kompenzovat. Hlavici je možné částečně vyvážit mechanicky přidáním protizávaží, ale ani to není dostatečné, jak je popsáno v [3]. Kvůli zoomování kamery totiž dochází ke změně těžiště elevačního závěsu. Navíc v případě hlavice S120 je prioritou co nejnižší hmotnost celého zařízení, jelikož je používana na malém bezpilotním letadle s omezenou nosností. Jakýkoliv další materiál použitý pro případné vyvážování je nepřípustný. Proto bylo přistoupeno k přímovazební kompenzaci navržené v [3]. K modelu závěsu přibyl člen reflektující jeho nevyvážení a byl získán model zobrazený na blokovém schématu 2.23.

Projev nevyvážení elevačního závěsu v ose y_E, jediné kterou jsme schopni řídit pomocí DC motoru, zachycuje rovnice:

$$T_{Ey} = [r_E \times m_E a_E]_y, \tag{2.30}$$



Obrázek 2.23: Model jednoho závěsu hlavice S120 s uvážením DC motoru, Lugre tření a nevyvážení. Převzato z [3]

kde T_{Ey} vyjadřuje rušivý moment způsobený zrychlením a_E, které odpovídá projekci zrychlení nosiče a_B do elevační osy, přes rotační matici:

$$R_B^E = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta & -s_\theta \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ c_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta & c_\theta \end{bmatrix}. \tag{2.31}$$

Nevyvážení v azimutální ose je dáno podobnou rovnicí, která byla navržena v [3]:

$$T_{Az} = [r_A \times m_A a_A]z + [r_E^A \times m_E a_A]_z. \tag{2.32}$$

První člen je obdobný jako u rovnice 2.30 pro elevační kloub. V článku však není přesně namodelován a identifikován druhý člen, který popisuje jak nevyvážení elevačního závěsu ovlivňuje nevyvážení azimutu. Pro specifikaci tohoto jevu stačí jednoduše pomocí rotační matice přenést vektor nevyvážení elevačního závěsu do azimutálního souřadného systému, přenásobením vhodnými rotačními maticemi

$$r_E^A \times m_E a_A = [R_E^A (r_E \times m_E) R_B^A a_B]_z. \tag{2.33}$$

Narozdíl od 2.30 vstupuje na pravé straně rychlost nosiče přes rotační matici R_B^A a nikoliv R_B^E. Kompletní rovnice pro nevyvážení je:

$$T_{Az} = [r_A \times m_A a_A]z + [R_E^A (r_E \times m_E) R_B^A a_B]_z. \tag{2.34}$$

2.3 Simulační modely

Pro hlavici S120 jsem vytvořil simulinková schémata pro jednotlivé závěsy, kde bylo zakomponováno nevyvážení, tření a dynamika motoru. Schéma umožňuje načítat data získaná

z hlavice a provádět porovnání s výstupem modelu. Simulační model obou závěsů a letadla jsem sestavil na základě starého simulinkového schématu pro hlavici S250, které bylo vytvořeno inženýrem Zdeňkem Hurákem. Jeho řešení bylo přetvořeno novými prvky matlabu, které v době kdy jej navrhnul, nebyly dostupné.

Kapitola 3

Identifikace hlavice S120

Aby rovnice odvozené v předešlé kapitole byly úplné, je nutné určit některé jejich parametry a to buď experimentálně nebo vyčtením z dokumentace. Tato kapitola se zabývá identifikací elevačního a následně azimutálního závěsu hlavice S120.

3.1 Identifikace DC motoru tření

Pět parametrů modelu elevačního závěsu náležejících motorům bylo vyčteno z datasheetu výrobce a jsou shrnuty v tabulce 3.1. Zbylých sedm parametrů je nutné určit experimentálně.

Tabulka 3.1: Parametry motoru elevačního závěsu

veličina	označení	hodnota	jednotka
koncový odpor motoru	R	19.8	[Ohm]
indukčnost rotoru	L	250	[μL]
mechanická konstanta motoru	k_m	0.0114	$[\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{A}}]$
elektrická konstanta motoru	k_e	0.0114	$[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{rads}^{-1}}]$
převodový poměr do pomala	n_E	$14 \cdot 6$	$[-]$

Identifikace byla provedena metodou *gray box*, za použití funkce *pem* dostupné v matlabu. Jejím prvním parametrem je proměnná *data*, ve které se nachází vstupní a odpovídající výstupní signál modelu hlavice, určený pro identifikaci. Druhým vstupem je struktura obsahující model závěsu ve tvaru nelineárních diferenciálních rovnic prvního řádu, počet stavových proměnných, hledané parametry a počáteční podmínky. Pro identifikaci bylo využito šest vstupních signálů. Byly vybrány a navrženy tak, aby zvýraznily projevy všech parametrů identifikovaného systému. Vstupní průběhy jsem generoval v simulinku a poté přes jednotku rapid prototyping vyrobenou Janem Saláškem, nahrál přímo do hlavice S120. Vstupně-výstupní dvojici určenou pro identifikaci tvoří normované napětí U_n a úhlová rychlost elevačního závěsu.

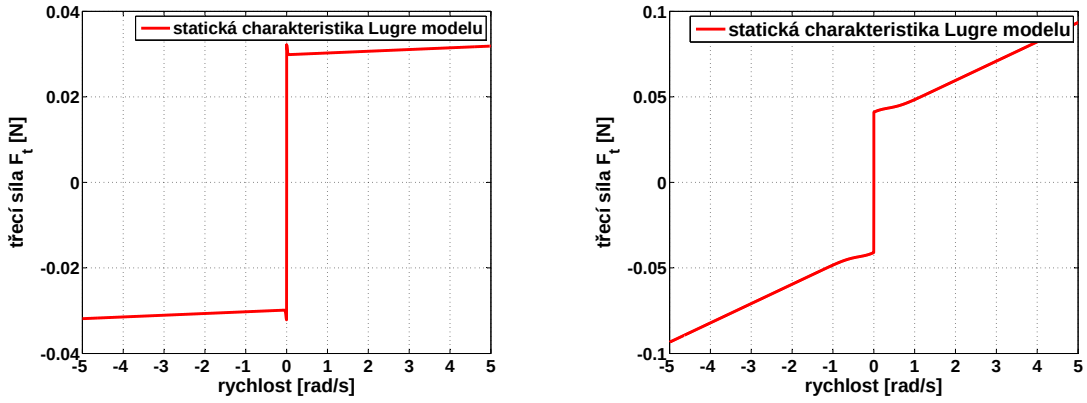
Je důležité na tomto místě zmínit, že použité vstupní signály odpovídají normovanému bezrozměrnému napětí v rozsahu hodnot ⟨0,1⟩ a nikoliv přímo napětí ve voltech reálně přiváděnému na motory. Přepočet na napětí, které v modelu figuruje v rovnicích DC motoru, se provádí pomocí vzorce:

$$U = U_n(U_{max} - R_m I), \tag{3.1}$$

kde

- U - napětí ve voltech přiváděné na motory.
- U_n - normované napětí generované v simulinku a posílané do jednotky rapid prototyping. Jedná se o bezrozměrnou veličinu, která určuje jaké napětí bude přivedeno na motory.
- U_{max} - maximální napájecí napětí motorů, odpovídající 12 V.
- R_m - měřicí odpor o velikosti 0.255 Ω.
- I - proud motorem, který protéká měřicím odporem.

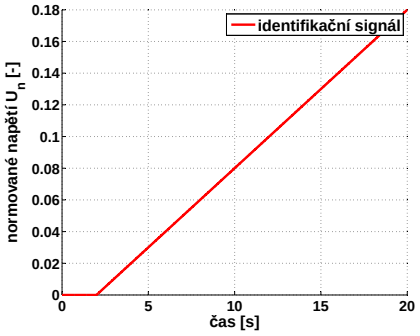
Převod 3.1 je v hlavici realizován hardwarově. V této sekci je vždy nejdříve uveden budící signál a pak porovnáno chování hlavice S120 a jejího modelu. Výsledná hledaná statická charakteristika Lugre modelu tření pro elevaci a azimut je na obrázcích 3.1(a) a 3.1(b). Cesta vypovídající o tom jak k hodnotám a grafům bylo dospěno, se nachází na dalších stranách této práce.



(a) Tření v elevačním závěsu (b) Tření v azimutálním závěsu

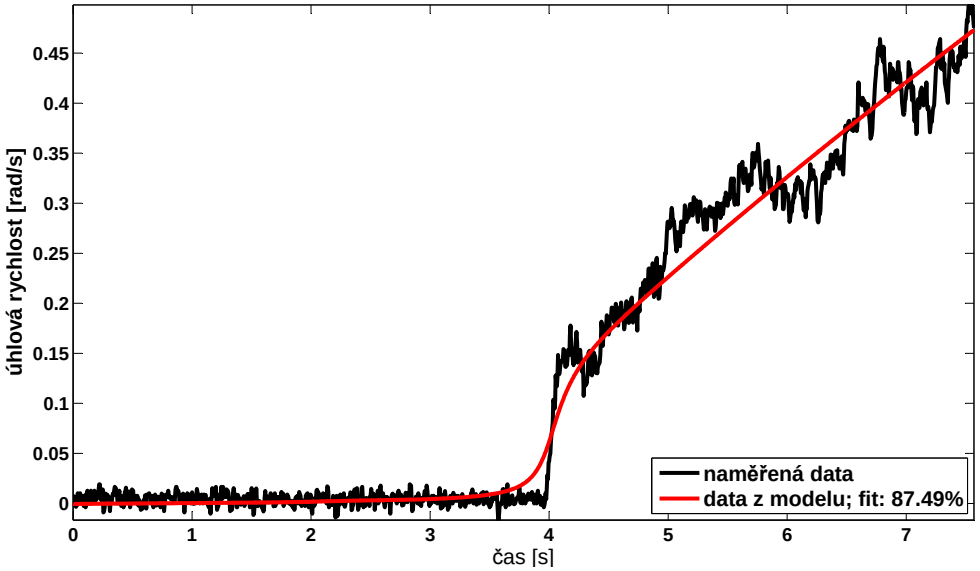
Obrázek 3.1: Statická charakteristika Lugre modelu tření v elevační a azimutální závěsu

(a) Simulinkové schéma



(b) Vygenerovaný průběh

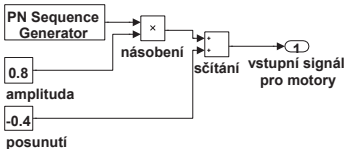
Obrázek 3.2: Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního signálu typu rampa a příklad vygenerovaného průběhu



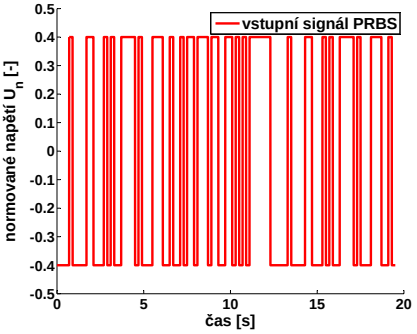
Obrázek 3.3: Výsledek identifikace modelu elevačního závěsu pro vstupní signál typu rampa

Prvním vstupem byl konstantně rostoucí průběh se směrnicí rovnou 0.01, generovaný pomocí bloku *ramp* v matlabu. Po několika iteracích vrátila funkce *pem* model, jehož výstup je porovnán s naměřenými daty na obrázku 3.3. Shoda modelu a naměřených dat, označovaná jako fit, byla rovna 87.49 %. Mohlo by se zdát, že takto vysoké číslo indikuje dobrou schopnost identifikovaného modelu předvídat chování reálného systému, ale ve skutečnosti tomu tak není. Je možné pozorovat, že okamžik, kdy se elevační závěs začne pohybovat nenulovou rychlostí, neodpovídá hodnotě v naměřeném průběhu. Model reaguje na menší hodnoty budícího napětí, než je tomu u reálného zařízení. Když byl identifikován celý změřený průběh, nenafitoval se správně moment, při kterém došlo k překonání statického tření. Je možné zkusit fitovat jen malou část signálu po skluzu, ale použití funkce *pem* stejně nepřináší správný průběh a pro větší rychlosti, které byly z fitování vyřazeny model neseděl vůbec. Je možné říci, že funkce

pem nalezla vhodné parametry modelu z hlediska vysokého procenta fitu, ale ne z hlediska fyzikálního. Tento výsledek se nezměnil ani po mnoha iteracích výpočtu.

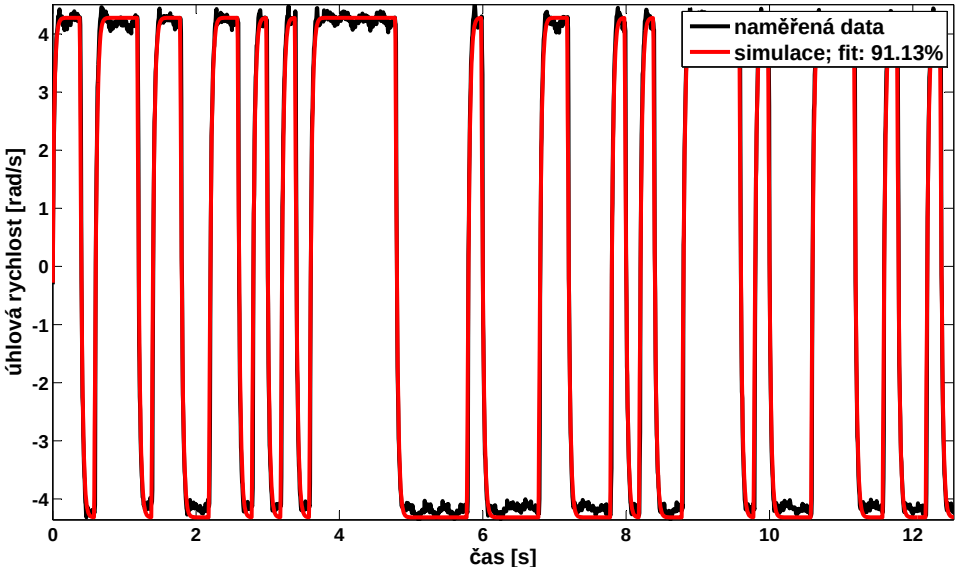


(a) Simulinkové schéma



(b) Vygenerovaný průběh

Obrázek 3.4: Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního signálu typu PRBS a příklad vygenerovaného průběhu

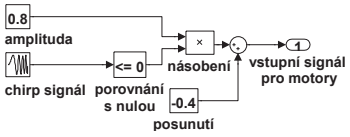


Obrázek 3.5: Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS

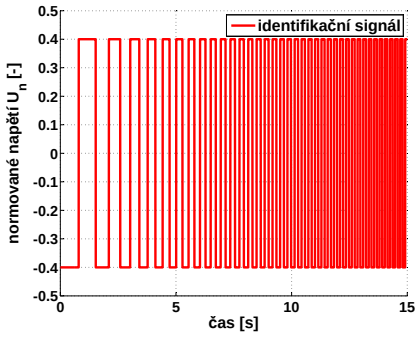
Druhým vstupní signálem byla pseudonáhodná binární posloupnost, dále označovaná jako *PRBS*. Signál byl vygenerován pomocí simulinkového bloku *Pn sequence generator*, který využívá posuvného registru k vytváření pseudonáhodného šumu s definovanou charakteristikou. Jedním z nastavovaných parametrů byl počáteční stav posuvného registru a také proměnná *sample time*, kterou byla definována frekvence generovaného signálu 5 Hz. *PRBS* se chová jako periodický bílý šum. V tomto případě byla identifikace úspěšná a výstup modelu téměř přesně kopíruje experimentálně zjištěný průběh (obrázek 3.5).

Následně byl systém buzen obdélníkovým signálem s rostoucí frekvencí. Vstupní data jsem vytvořil blokem *chirp signal*, který produkoval sinusový průběh s frekvencí lineárně

narůstající v čase a amplitudou rovnou jedné. Blokem porovnání s nulou byl vytvořen požadovaný obdélníkový průběh, u kterého je potřeba pouze upravit amplitudu na požadovanou hodnotu 0.4.

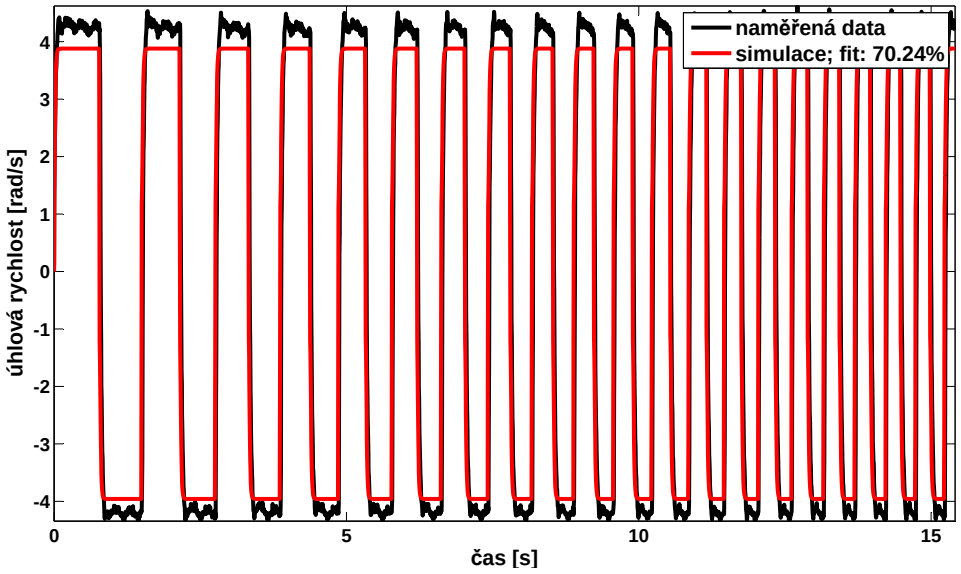


(a) Simulinkové schéma



(b) Vygenerovaný průběh

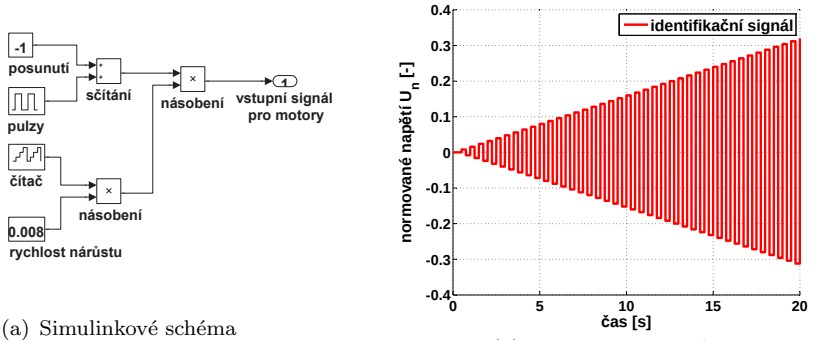
Obrázek 3.6: Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního obdélníkového signálu s rostoucí frekvencí a příklad vygenerovaného průběhu



Obrázek 3.7: Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní obdélníkový signál s rostoucí frekvencí

Výsledek identifikace není příliš dobrý. Amplituda úhlové rychlosti závěsu vytvářená modelem, je o něco nižší, než byla reálně pozorována.

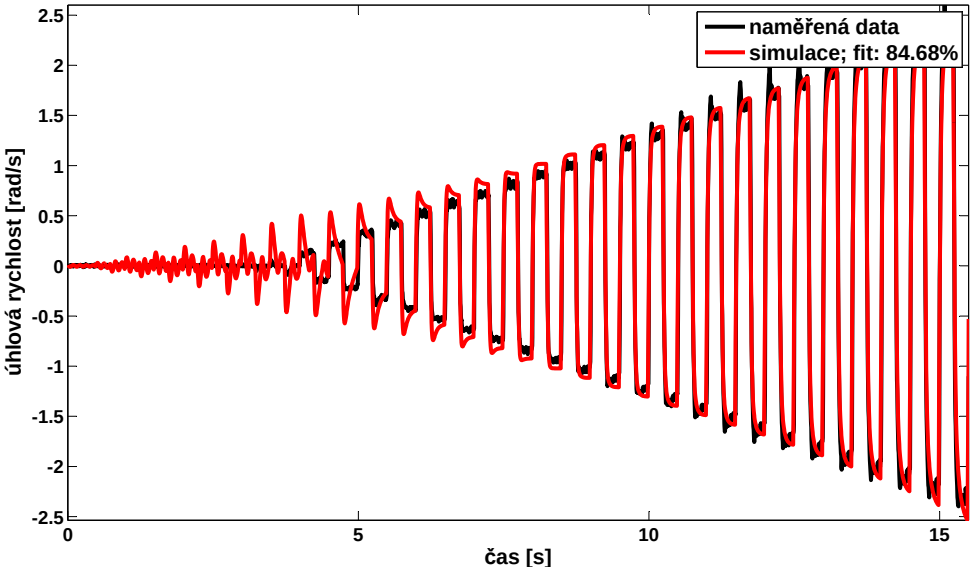
Čtvrtým identifikačním signálem byl obdélníkový průběh s rostoucí amplitudou. Základem pro jeho vygenerování je simulinkový blok *pulse generator*, vytvářející pulzy s frekvencí 5 Hz. Narůstání amplitudy je vytvářeno pomocí násobení pulzů hodnotou čítače, který zvyšuje svůj stav o jedničku každých 300 ms. Funkce *pem* nalezla hodnoty parametrů, pro které je výstup modelu nafitován na změřenou úhlovou rychlost závěsu hlavice se shodou více než 80 %. Na první pohled je patrné, že funkce *pem* opět správně nenalezla okamžik, kdy dojde ke skluzu



(a) Simulinkové schéma

(b) Vygenerovaný průběh

Obrázek 3.8: Simulinkové schéma pro vytvoření identifikačního obdélníkového signálu s rostoucí amplitudou a příklad vygenerovaného průběhu



Obrázek 3.9: Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní obdélníkový signál s rostoucí amplitudou

a systém reaguje již na velice nízké hodnoty budícího signálu. Ani po mnoha opakováních a obrovském množství výpočetního času není snadné tímto postupem obdržet rozumné výsledky. Optimalizace nejspíš v takovém případě dosáhne lokálně nejlepšího výsledku, není už schopna takové řešení opustit a nalézt globálně nejlepší hodnoty parametrů.

Výše uvedené výsledky gray box identifikace poukazují na problémy funkce *pem* v matlabu. Je obtížné a výpočetně náročné nalézt takové parametry, aby byl fit pro každý vstupní průběh dostatečně velký. I v případě, že se to povede, nemusí být identifikace správná a projeví se další nepříjemný fakt. Nalezené hodnoty parametrů jsou pro každý budící signál odlišné. Pokud jsem zcela přesně určil hodnoty parametrů modelu pro signál typu PRBS, pak když byl systém buzen obdélníkovým signálem s konstatně narůstající amplitudou, byl výsledek simulace zcela odlišný od provedených experimentů s hlavicí. Třetím zásadním problémem je časová

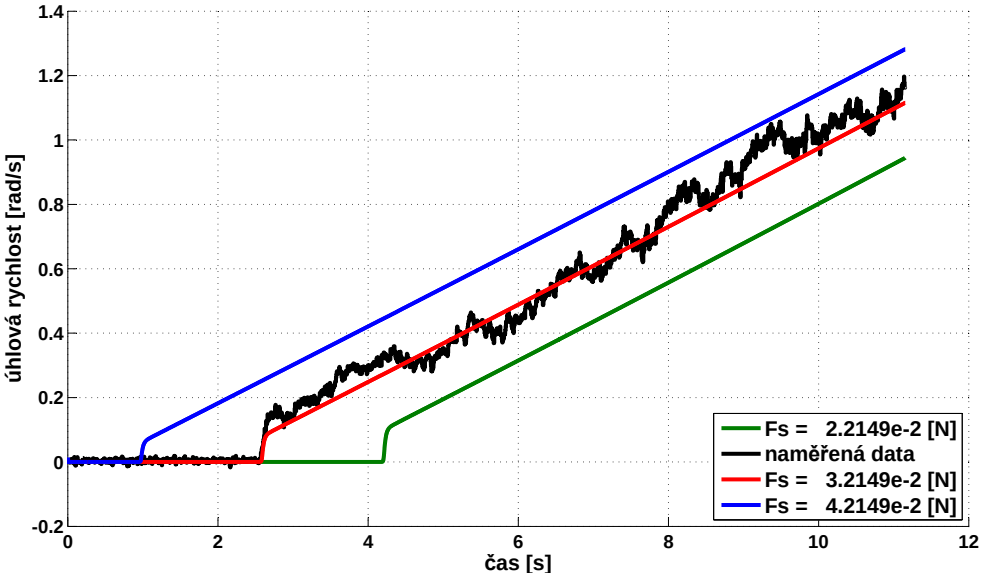
náročnost funkce *pem* a to i v případě, že zadaný počáteční odhad parametrů řádově odpovídá správným hodnotám. Funkce je vhodná pro získání prvních představ o velikostech parametrů. Dále je rozumné volit jiný postup.

TABULKA 3.2: Parametry elevačního závěsu pro všechny identifikační signály

parametr	rampa	obdelnik-amplituda	obdelnik-frekvence	prbs jednotka	
Fs	$3.19259 \cdot 10^{-2}$	$4.09259 \cdot 10^{-2}$	$5.0126 \cdot 10^{-2}$	$4.09259 \cdot 10^{-2}$	Nm
vs	0.09216	1.29216	2.29216	1.29216	rad$s^{-}1$
J	$1.2324 \cdot 10^{-3}$	$2.4324 \cdot 10^{-3}$	$1.3134 \cdot 10^{-3}$	$1.4134 \cdot 10^{-3}$	kgms^{-2}
s_0	1.8361	3.8361	6.1421	0.7121	–
s_1	$1.83975 \cdot 10^{-2}$	$2.239 \cdot 10^{-4}$	$1.215 \cdot 10^{-2}$	$2.619 \cdot 10^{-3}$	–
s_2	$2.6034 \cdot 10^{-3}$	$0.6034 \cdot 10^{-3}$	$5.1267 \cdot 10^{-3}$	$4.6034 \cdot 10^{-3}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}s^{-}1}$
F_c	$2.5523 \cdot 10^{-2}$	$2.4523 \cdot 10^{-2}$	$4.6523 \cdot 10^{-2}$	$1.2523 \cdot 10^{-2}$	Nm

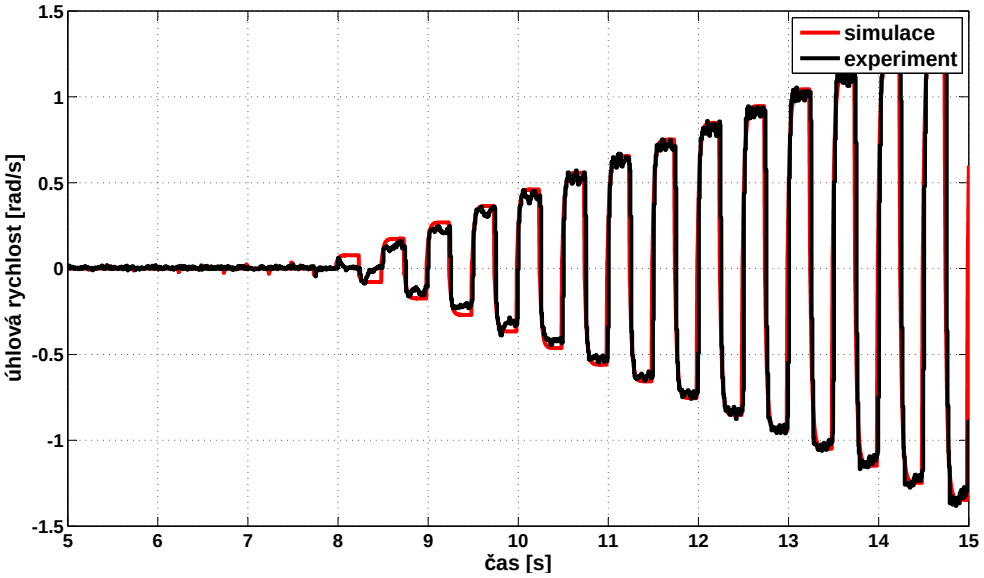
Identifikace pomocí funkce *pem* nevedla ke korektnímu řešení. Vhodnějším přístupem se ukázalo postupné určování parametrů a to vždy pro vstupní signál, kde se projevují nejvíce. Pomocí signálu typu rampa je možné určit první konstantu F_s, která determinuje velikost třecího momentu ve chvíli, kdy dojde ke skluzu a hlavice se začne pohybovat nenulovou rychlostí. Tvar průběhu po skluzu, je dán parametrem s_0 a v_s. První představu o hodnotě statické síly F_s je možné získat, když je proud motorem před skluzem přenásoben momentovou konstantou a převodovým poměrem. Výsledné číslo odpovídá přímo konstantě F_s a při experimentu vyšla její hodnota rovna 0.047814 N. Jelikož měření proudu ani samotná momentová konstanta nejsou zcela přesné, je získaná konstanta F_s pouze orientační. I tak se ale jedná o vhodnou výchozí hodnotu pro identifikaci. K získání přesnějších výsledků jsem využil simulační model elevačního závěsu a skript, který snižoval nebo zvyšoval hodnotu statického tření F_s, dokud skluz nenastal ve stejný čas jako při reálném experimentu. Nalezená konstanta $F_s = 0.032149$ N byla v této chvíli považována za zidentifikovanou. Projevy různých hodnot parametru F_s je možné pozorovat na obrázku 3.10. Tvar křivky při přechodu z nulové rychlosti až do okamžiku, kdy se tření dostane do oblasti viskózního tření, byl naladěn pomocí parametru v_s a s_0. Ideální průběh nastal při hodnotách uvedených v tabulce 3.3. Konstanty F_c a s_2 ovlivňují lineární oblast Lugre modelu. Jejich hrubý odhad byl získán v předchozích experimentech a je možné je dopřesnit již nyní, ale bylo tak učiněno až později při samostatném pokusu zaměřeném na identifikaci viskózního tření.

Doposud nalezené hodnoty parametrů F_s,v_s a s_0 získané z experimentů s konstantně narůstajícím vstupním signálem, byly ověřeny na obdélníkovém signálu s narůstající amplitudou. Pokud by byly dosazeny přímo, výsledek by byl dobrý, ale ne zcela uspokojivý. Přesné hodnoty jsem dosáhl tak, že jsem znovu ladil hodnoty proměnných v_s a s_0 pro druhý vstupní signál a zároveň sledoval, jestli se tímto počínáním nesníží kvalita nafitování prvního vstupního signálu typu rampa. Vhodným nástrojem je pro tento účel simulink, kde je možné odsimulovat



Obrázek 3.10: Výsledek simulace elevačního závěsu pro různé hodnoty viskózního tření

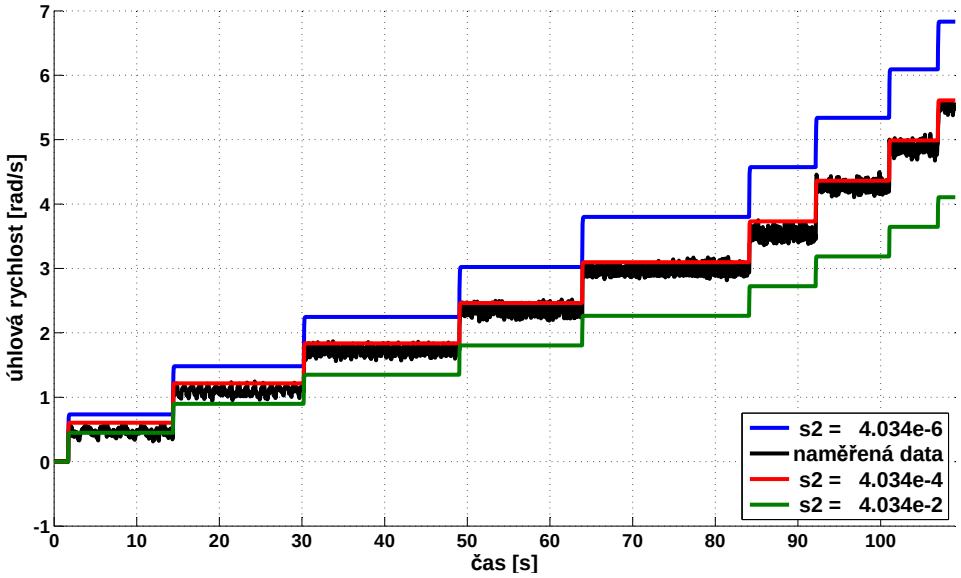
systém pro oba vstupní signály a postupnými změnami dosáhnout velmi přesného naidentifikování modelu. Na obrázku 3.11 je odsimulován nově naladěný model a zdůrazněno jeho chování na nízkých rychlostech a při nízkých hodnotách vstupního napětí.



Obrázek 3.11: Výsledek identifikace elevačního závěsu pro vstupní signál typu obdelník s rostoucí amplitudou

Nyní je nutné dobře zvážit další postup a tvar budícího signálu. V této chvíli jsem použil signál PRBS. Fit byl již poměrně dobrý, ale amplituda výstupu byla příliš velká. Tu je možné snížit pomocí hodnot dvou parametrů- F_c a s_2, které popisují viskózní tření. S velkou pravděpodobností se vždy podaří nalézt kombinaci obou hodnot, která povede na velmi dobré výsledky simulace pro PRBS. Nafitování na první dva signály se může rapidně zhoršit, což

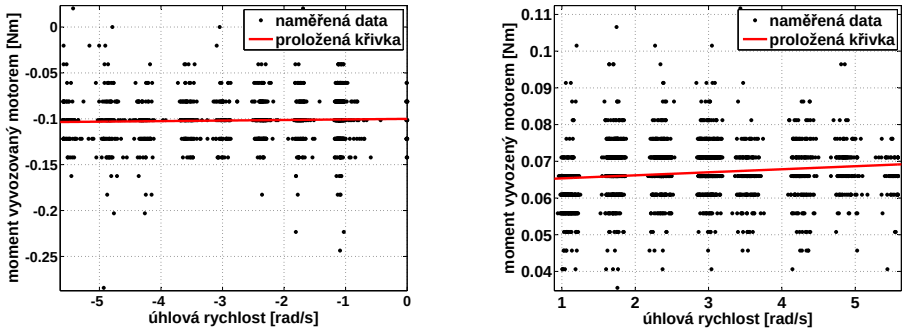
se v tomto případě také potvrdilo. Příčinou je skutečnost, že hodnoty F_c a s_2 jsem tímto postupem určil jen pro úhlovou rychlost závěsu přibližně 4 rad s^{-1} a pro jiné hodnoty nemusí platit. Vhodnější je přistoupit k identifikaci viskózního tření pomocí skokových změn v napětí. Význam oubou parametrů a jejich vliv na odezvu modelu se tím zvýrazní. Zvyšovaní hodnoty F_c odpovídá posunu celého výstupu modelu v ose y, a to i na malých rychlostech. Parametr s_2 ovlivňuje "sklon"nafitované křivky. V případě, že je na vyšších rychlostech pozorována menší amplituda než by měla být, sníží se parametr s_2 a obráceně. Vliv parametru $s2$ demonstruje obrázek 3.12, kde je červeně zvýrazněn i správný průběh s použitím optimalizované konstanty.



Obrázek 3.12: Výsledek simulace elevačního závěsu pro skokově se měnící vstupní signál a několik hodnot parametrů s_2

Viskózní tření lze určit i jinak. Považujme na chvíli tření v závěsu hlavice za nulové. Pokud by na motory bylo přivedeno konstantní napětí, roztočil by se kloub stálou úhlovou rychlostí a přes konstantu k_e by se proud procházející motorem stáhnul do nuly. Pokud je přítomno tření, prochází motorem při buzení konstantním napětí nenulový proud. Vzniklý proud přenásobený momentovou konstantnou k_m udává moment, který překonává přítomné třecí síly. Tento moment jsem vypočítal pro několik hodnot vstupních napětí a vynesl v grafu společně s úhlovou rychlostí. Po proložení spočtených bodů přímkou byla získána konstanta s_2 a přibližná hodnota konstanty F_c. Pro klesající napětí bylo dosaženo hodnot F_c= -0.09961 N s konfidenčním intervalem $\langle -0.1034, -0.09587 \rangle$ kde se s 95 % pravděpodobností nachází nalezený koeficient a s_2= 0.0007511 $\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$ s konfidenčním intervalem $\langle -0.0004259, 0.001928 \rangle$. Pro rostoucí vstupní napětí byly získány tyto výsledky: $F_c = 0.06453$ s rozsahem možných alternativních hodnot $\langle 0.06365, 0.06541 \rangle$ N a $s_2 = 0.0008263$ $\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$ s intervalem $\langle 0.0005288, 0.001124 \rangle$. Pro tuto část identifikace byl využit curve fitting toolbox v matlabu, jehož výstupem je čtveřice následujících obrázků. Kvůli nepřesnosti měření dává hodnota sice pouze orientační, ale velmi

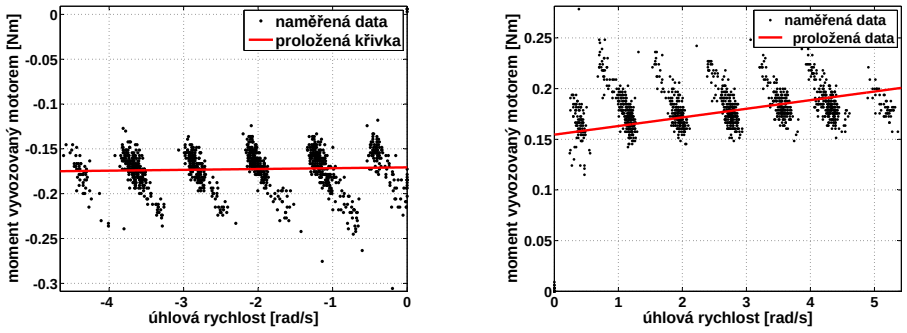
cennou představu o velikosti viskozního tření. Jedná se o vhodný počáteční odhad parametrů pro dopřesnění metodou gray box identifikace nebo ladění pomocí simulinku. Zároveň jsem stejný experiment provedl i pro azimutální závěs. Dosažené výsledky jsou konzultovány níže v této práci.



(a) Identifikace pro klesající záporné napětí na motorech

(b) Identifikace pro rostoucí kladné napětí na motorech

Obrázek 3.13: Fitování viskozního tření elevačního závěsu pro různou polaritu a hodnoty vstupního napětí



(a) Identifikace pro klesající záporné napětí na motorech

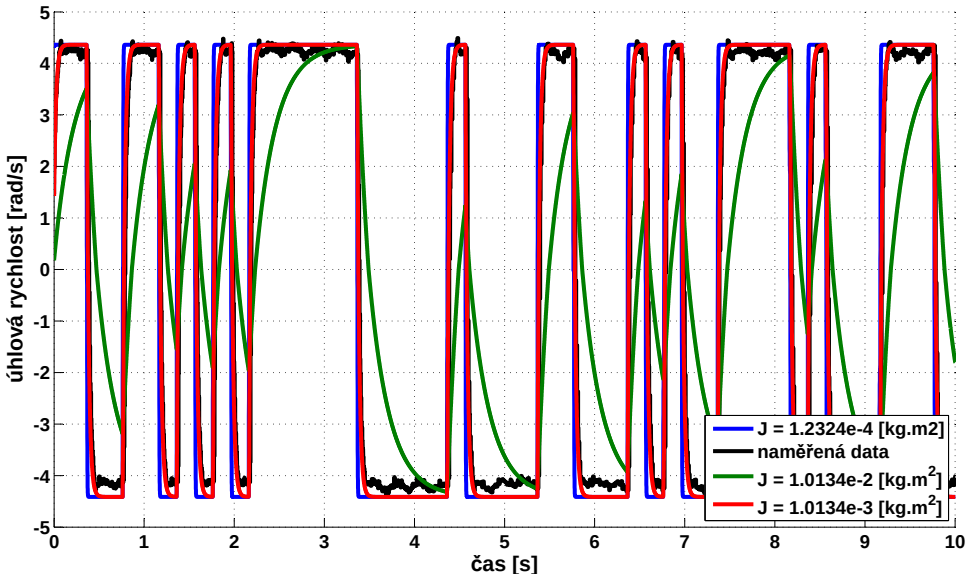
(b) Identifikace pro rostoucí kladné napětí na motorech

Obrázek 3.14: Fitování viskozního tření azimutálního závěsu pro různou polaritu a hodnoty vstupního napětí

3.2 Identifikace momentu setrvačnosti

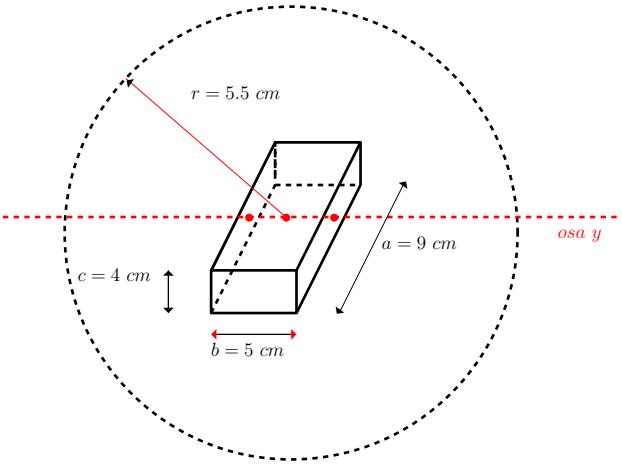
K validování do této chvíle vytvořeného modelu jsem využil signál PRBS. Model poměrně dobře kopíroval realitu, ale dynamika přechodových dějů nebyla zcela správná. Na vině je poslední parametr, který nebyl do této chvíle přesně určen. Jedná se o moment setrvačnosti motoru a připojené hmoty. Moment setrvačnosti se projeví jen tehdy, pokud se mění rychlost hlavice. Tento poznatek plyne z první stavové rovnice DC motoru. Pokud je derivace rychlosti rovna nule (rychlost má konstantní hodnotu), pak je pravá i levá strana první stavové

rovnice nutně rovna nule a hodnota momentu setrvačnosti nemá na model vliv. Vhodným identifikačním signálem je skok v napětí nebo právě signál PRBS. Projev momentu setrvačnosti J demonstruje obrázek 3.15, červeně je naznačen průběh se správně naidentifikovanou konstantou. Pokud je parametr J příliš velký, systém nereaguje dostatečně rychle. V opačném případě se systém ustálí na konstatntí rychlosti nerealisticky rychle.



Obrázek 3.15: Výsledek simulace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS

Moment setrvačnosti jsem hledal pomocí simulinku stejně jako předchozí parametry. Identifikaci v matlabu předcházel výpočet momentů setrvačnosti ze známých vzorců. Kryty elevačního závěsu byly nahrazeny dutou koulí a kamera kvádrem podle uspořádání na obrázku 3.16, kde elevační závěs rotuje kolem naznačené osy y.



Obrázek 3.16: Geometrické uspořádání pro výpočet momentů

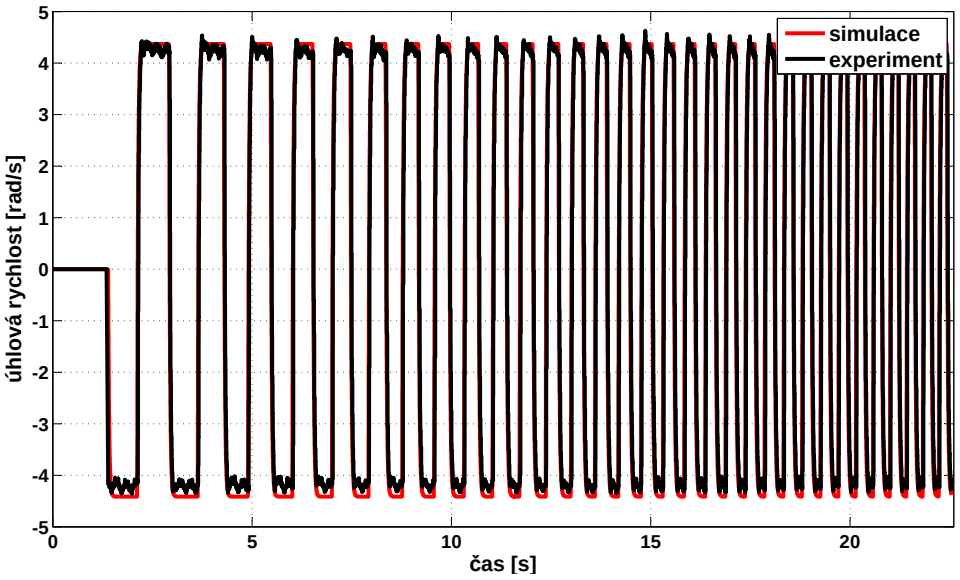
Kromě těchto složek se celkový moment setrvačnosti bude skládat ještě z příspěvku od hřídele, jak ukazuje následující rovnice

$$J = J_{\text{koule}} + J_{\text{kvadr}} + J_{\text{hridel}} n_E^2 = \tfrac{2}{3} m_{\text{koule}} r^2 + \tfrac{1}{12} m_{\text{kvadr}} (a^2 + b^2) J_{\text{hridel}} n_E^2$$
$$= \tfrac{2}{3} 0.22 (0.055)^2 + \tfrac{1}{12} 0.18 (0.09^2 + 0.05^2) + 0.00026624 = 8.6891 \cdot 10^{-4}. \tag{3.2}$$

V rovnici 3.3 není započten moment setrvačnosti planetové převodoky, jelikož tento údaj v katalogovém listu výrobce chyběl. Pro výpočet momentu setrvačnosti v azimutu, jsem celou hlavici aproximoval válcem jako:

$$J = J_{\text{kvadr}} + J_{\text{hridel}} n_A^2 = \frac{1}{2} 1.3 (0.05)^2 + 0.00021168 = 2.2117 \cdot 10{-}3. \tag{3.3}$$

Celý model byl finálně otestován na posledním identifikačním průběhu, obdélníku s roustoucí frekvencí (obrázek 3.17). Simulační průběh zcela odpovídá datům z experimentu.



Obrázek 3.17: Výsledek simulace elevačního závěsu pro vstupní signál PRBS

Identifikace elevačního závěsu byla tímto ukončena. Finální hodnoty parametrů jsou shrnuty v tabulce 3.3.

Pro identifikaci azimutálního závěsu jsem výpočty a experimenty s viskozním a statickým třením doplnil o stejnou sadu pokusů, jako v případě elevačního závěsu. Parametr F_c vyšel podle provedených experimentů na obrázcích 3.14(a) a 3.14(b) vyšší, než jsem poté získal optimalizací. Za tímto výsledkem mohou stát nemodelované jevy hlavice, kdy například azimutální závěs vlivem špatného mechanického sesazení v jednom místě zadrhává a moment vyvíjený motorem značně naroste. Parametry motorů vyčtené z datasheetu jsou uvedeny v tabulce 3.4.

Tabulka 3.3: Výsledné parametry elevačního závěsu

veličina	hodnota	jednotka
Fs	$3.2149 \cdot 10^{-2}$	Nm
vs	0.02112	rads^{-1}
J	$1.0134 \cdot 10^{-3}$	kgms^{-2}
$s0$	100.1421	–
$s1$	1.215	–
$s2$	$0.4034 \cdot 10^{-4}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}s^{-1}}$
Fc	$2.98523 \cdot 10^{-2}$	Nm

Tabulka 3.4: Parametry motoru azimutálního závěsu

veličina	označení	hodnota	jednotka
Koncový odpor motoru	R	13.8	Ohm
Indukčnost rotoru	L	320	uL
Mechanická konstanta motoru	k_m	0.0136	$\frac{\text{Nm}}{\text{A}}$
Elektrická konstanta motoru	k_e	0.0135	$\frac{\text{V}}{\text{rad}s^{-1}}$
Převodový poměr do pomala	n_A	$14 \cdot 3$	

Byl stanoven předpoklad, že pro všechna natočení elevačního závěsu bude Lugre model tření azimutu totožný. Obdobně jako při identifikaci elevačního závěsu jsem model identifikoval na čtyřech základních průbězích a dále dopřesňoval pomocí modelu v simulinku. Nalezené hodnoty tření jsou shrnuty v tabulce 3.5.

Tabulka 3.5: Parametry tření azimutálního závěsu

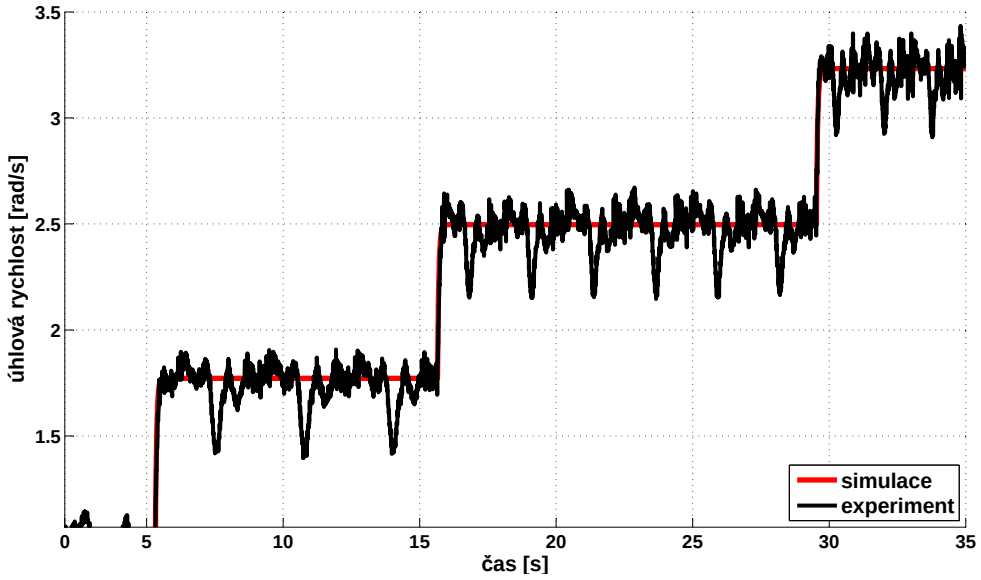
veličina	hodnota	jednotka
F_s	0.041	Nm
v_s	0.50088	rads^{-1}
s_0	90.6208	–
s_1	0.0024	–
s_2	$1.1289 \cdot 10^{-2}$	$\frac{\text{Nm}}{\text{rad}s^{-1}}$
F_c	0.037	Nm

Změnou oproti identifikaci elevačního závěsu je fakt, že moment setrvačnosti azimutálního závěsu je ovlivněn natočením elevace θ, jak napovídá rovnice 2.17 modelu obou os na straně 10, která je zde pro lepší orientaci zopakována:

$$(J_{Az} + J_{Ex}s_\theta^2 + J_{Ez}c_\theta^2)\dot{\omega_{Az}} = \tau_{Am} - \tau_{Af} - 2(J_{Ex} - J_{Ez})c_\theta s_\theta \omega_{Az}\omega_{Ey} \tag{3.4}$$

Na levé straně vystupuje trojice momentů setrvačnosti. Dva přísluší elevačnímu závěsu a jeden azimutu. Moment setrvačnosti $J_{Az} = 1.4423 \cdot 10^{-3} kgms^{-2}$ byl určen tak, že jsem celý elevační závěs odmotoval. S takto upraveným zařízením jsem provedl identifikační experiment, kdy jsem měřil úhlovou rychlost rotace azimutálního závěsu v ose z_A, při buzení motorů

napětím se skokovými změnami. Parametry modelu tření už byly známy z předchozích experimentů a odmotováním elevační osy nebyly ovlivněny. Jediným změněným parametrem byl moment setrvačnosti J_{Az}, jehož hodnota byla získána pomocí gray box indetifikace a manuální optimalizace pomocí simulinku. Výsledek identifikace ilustruje obrázek 3.18.



Obrázek 3.18: Výsledek identifikace azimutálního závěsu pro vstupní signál se skokovými změnami a odmontovaným elevačním závěsem

Pro kompletní popis azimutálního závěsu musí být určeny zbylé dva momenty setrvačnosti J_{Ex} a J_{Ez}. Jelikož hodnota parametru J_{Az} je známá, je vhodné vyloučit vždy jeden z momentů setrvačnosti elevačního závěsu a zidentifikovat ten zbylý. Tohoto cíle jsem dosáhl různým natočením θ elevačního závěsu. Pokud je θ rovna devadesáti stupňům, pak je cosinus nulový a moment setrvačnosti J_{Ez} neovlivňuje dynamiku azimutálního závěsu. Za této situace byly motory opět buzeny skokově proměnným napětím a ze změřené úhlové rychlosti azimutálního závěsu byl určen součet momentů setrvačnosti J_{Ex} a J_{Az}. Pro úhlové natočení elevační osy θ rovno nule se naopak neprojeví moment setrvačnosti J_{Ex} a stejným experimentem jako v předchozím případě byl zjištěn součet momentů setrvačnosti J_{Ex} a J_{Az}. Od získaných výsledků jsem odečetl moment setrvačnosti J_{Az}, vzniklé hodnoty již přesně popisují tenzor momentu setrvačnosti elevační osy:

$$J_E = \begin{bmatrix} J_{Ex} & 0 & 0 \\ 0 & J_{Ey} & 0 \\ 0 & 0 & J_{Ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.0990 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1.0134 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 4.6890 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Člen na pravé straně rovnice 3.4 odpovídající Coriolisově síle se při všech třech provedených experimentech vlivem vhodného natočení elevační osy θ a nulové rychlosti azimutu neprojeví a nebude se na odezvě hlavice podílet.

3.3 Identifikace nevyvážení závěsů

Nevyvážení elevačního závěsu může být zidentifikováno pomocí postupu uvedeném v [3]. V řídicí smyčce závěsů hlavice je nutné mít rychlostní regulátor, který zajistí, že se elevační i azimutální závěs bude otáčet požadovanou rychlostí. Rychlostní regulátor generuje referenci pro proudový regulátor a ten vytváří normované napětí U_n přiváděné na motory. Identifikace byla opět rozdělena na určení parametrů nevyvážení pro elevační a azimutální závěs. Při experimentech s nevyvážením provedených jako součást této diplomové práce, byl nejprve nosič hlavice v klidu a jediným rušivým zrychlením vstupujícím do závěsů hlavice bylo zrychlení tíhové g. Na elevační závěs během měření působila zemská přitažlivost v ose z_E. Tento fakt je vyjádřen zápisem:

$$a_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}_T \tag{3.6}$$

Rušivý moment vzniklý tíhovým zrychlením, definovaný v rovnici 2.30, je možné nyní podle [3] přepsat do následujícího tvaru:

$$T_{Ey} = [r_E \times m_E R_B^E \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}_T]y = m_E g(r_{Ez} sin\theta + r_{Ex} cos\theta) = Asin\theta + Bcos\theta. \tag{3.7}$$

Z této rovnice už by teoreticky bylo možné určit parametry A a B náležící nevyvážení. Vzhledem k tomu, že v hlavici S120 je dostupný údaj o napětí U_n následně přiváděného regulační smyčkou na motory, je jednodušší provádět identifikaci v napětí a nikoli v momentu, jako

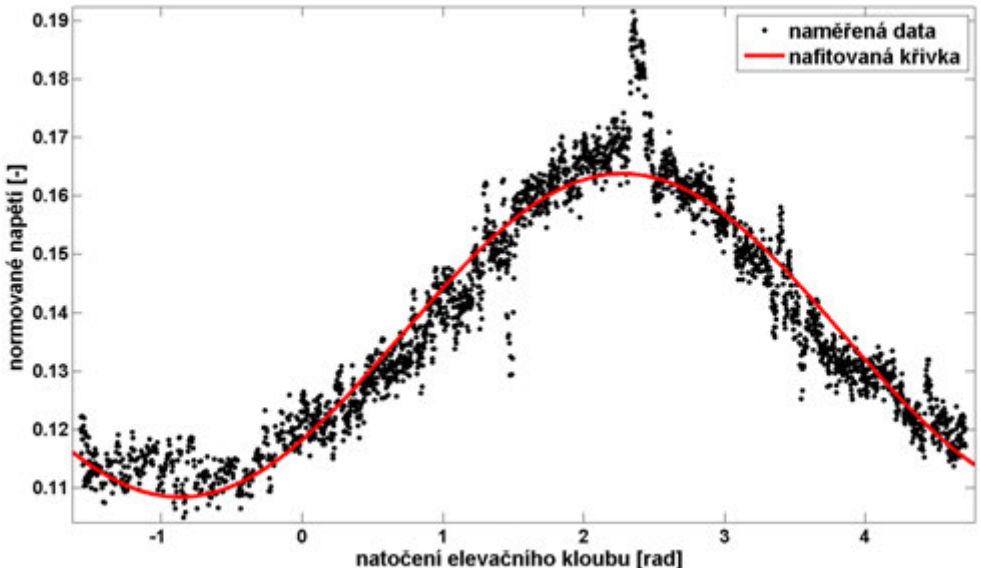
$$U_{\text{motor}}(\theta) = \tilde{A}sin\theta + \tilde{B}cos\theta + C. \tag{3.8}$$

Konstanty A, B a $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, jsou svázány vztahem

$$\tilde{A} = Ag\frac{k_t}{R} = -m_E r_{Ez} g \frac{k_e n_A}{R n_{un}} \qquad \tilde{B} = Bg\frac{k_t}{R} = -m_E r_{Ex} g \frac{k_e n_A}{R n_{un}}, \tag{3.9}$$

kde proměnná n_{un} vyjadřuje převod normovaného napětí na napětí ve voltech. Člen C v rovnici 3.8 definuje normované napětí na motorech, které je nutné k překonání tření. Principiálně není možné přímo zidentifikovat obě proměné r a m popisující nevyvážení, ale pouze jejich součin v proměnných A a B. V tomto případě jsem měřením určil konstanty $\tilde{A}$ a $\tilde{B}$, kde se dále projevují parametry motoru podle rovnice 3.9. Pro identifikaci jsem použil normované napětí na motorech elevačního závěsu v závislosti na natočení θ, které je jediným proměnlivým členem identifikované rovnice 3.8. Pro odhad parametrů $\tilde{A}$ a $\tilde{B}$ jsem provedl výpočet v curve

fitting toolboxu v matlabu, jehož výsledkem je graf na obrázku 3.19 a nalezené hodnoty parametrů včetně konfidenčního intervalu. Hodnoty $\tilde{A}$ a $\tilde{B}$ modelující nevyvážení byly hledány



Obrázek 3.19: Fitování nevyvážení elevačního závěsu

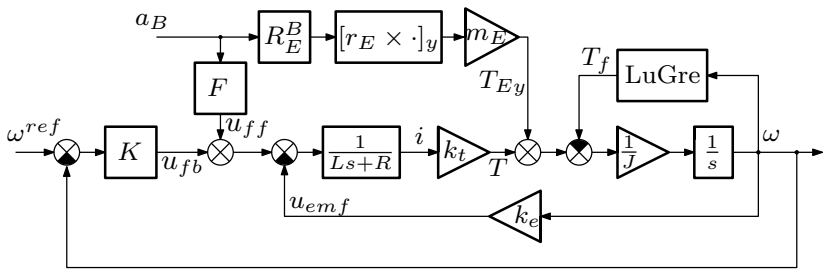
Tabulka 3.6: Parametry nevyvážení elevačního závěsu

parametr	hodnota	konfidenční interval
$\tilde{A}$	0.02108	$\langle 0.02078, 0.02138 \rangle$
$\tilde{B}$	-0.0179	$\langle -0.01821, -0.0176 \rangle$
C	0.1361	$\langle 0.1359, 0.1363 \rangle$

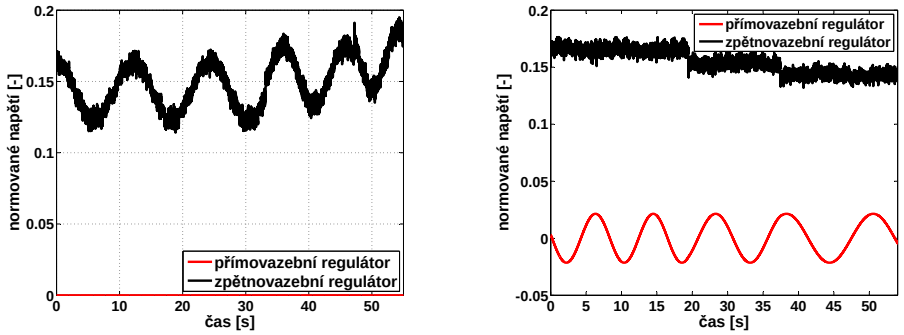
nejen kvůli porozumnění jevům provázející hlavici, ale nesou zároveň dostatečnou informaci pro kompenzaci projevů gravitace při otáčení závěsů hlavice, ale dokonce i pro potlačení vibrací, projevujících se nenulovým zrychlením nosiče hlavice v azimutálním a elevačním závěsu. Myšlenka spočívá v nalezení hodnot nevyvážení pro jedno známe zrychlení nosiče g a jejich následné aplikaci pro kompenzaci všech možných zrychlení nosiče a_B. Schéma na obrázku 3.20 odpovídá modelu elevačního závěsu, kde větev ve které jsou obsaženy symboly m_E a r_E modeluje nevyvážení a blok F představuje jeho kompenzaci v zjednodušené formě, podle rovnice:

$$F = \frac{1}{g}[[B \quad 0 \quad A] \times R_E^B a_B]_y. \tag{3.10}$$

Pokud zrychlení nosiče a_B odpovídá gravitačnímu zrychlení, pak rovnice 3.10 přechází v rovnici 3.8. Implementace navržené přímovazební kompenzace do hlavice S120 byla přenechána Janu Saláškovi. Výsledky laboratorního experimentu na následující čtveřici obrázků prokázaly velmi dobrou schopnost kompenzace nevyvážení při působení tíhového zrychlení g. Vlevo je možné pozorovat výsledek experimentu bez přímovazební kompenzace. Zpětnovazební řídicí struktura nastavovala na motory napětí harmonického průběhu, aby udržela zadanou stálou

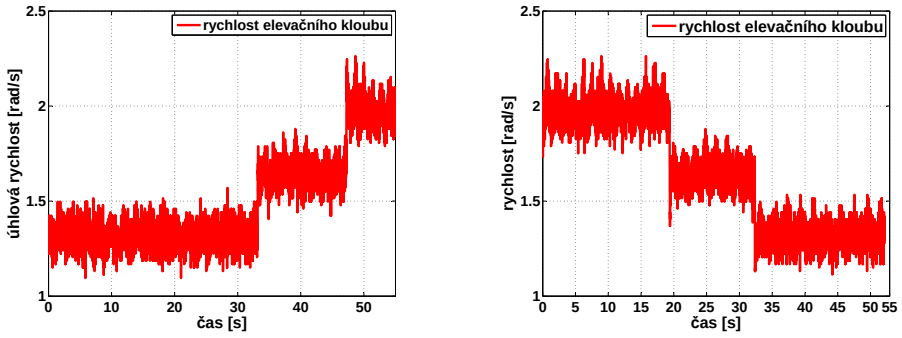


Obrázek 3.20: Schéma kompenzace nevyvážení závěsu



(a) přímovazební regulace vypnuta (b) přímovazební regulace zapnuta

Obrázek 3.21: Normované napětí přiváděné na motory v průběhu experimentu, převzato z [2]

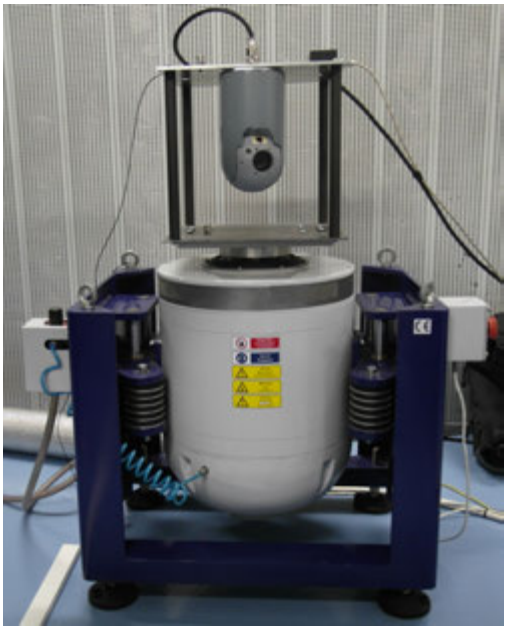


(a) přímovazební regulace vypnuta (b) přímovazební regulace zapnuta

Obrázek 3.22: Rychlost elevačního závěsu v průběhu experimentu, převzato z [2]

rychlost elevace. Žádaná hodnota rychlosti otáčení byla operátorem skokově měněna, aby bylo zdůrazněno chování a funkčnost kompenzace. Po zapnutí kompenzace odpovídá chování regulační smyčky grafu vpravo. Nevyvážení je potlačeno přímovazebním řízením a zpětnovazební regulátor vypočte konstatní akční zásah, který je nutný pro udržení konstantních otáček elevačního závěsu. Rychlost elevačního závěsu v průběhu experimentu je vynesena na obrázku 3.22(a) a 3.22(b). Potlačení nevyvážení bylo tímto ověřeno a shledáno funkčním. Nabízí se otázka proč kompenzovat nevyvážení pomocí identifikace a přímovazebního řízení, když zpětnovazební regulátor dokáže totéž. Přímovazební kompenzace je z povahy věci rychlejší, jelikož se jedná o

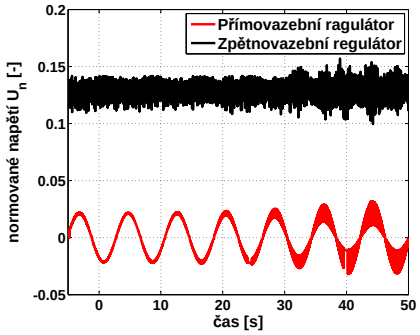
statický předpis, který na základě modelu přesně určí akční zásah nutný pro okamžitou kompenzaci. Zpětnovazební PID regulátory jsou dynamické systémy a jistou dobu jim trvá, než odchylku vzniklou nevyvážením odregulují. Daší z argumentů pro přesnou kompenzaci pomocí přímovazebního řízení je ten, že pokud ze systému odstraníme nelinearity, nemusí je inženýři při dalším návrhu regulátorů uvažovat a je možné navrhovat řízení pro systém bez přítomnosti nevyvážení. Nevýhoda přímé vazby může nastat při špatné znalosti modelu, kde se prokáže její citlivost na neurčitost parametrů nevyvážení. Jelikož ale u hlavice S120 existuje možnost velmi přesného popisu a identifikace tohoto jevu, je volba přímovazebního regulátoru ospravedlněna. Aby byl tento předpoklad upevněn, byl v součinosti s Janem Saláškem proveden experiment na vibrační stolici ve Vojenském technickém ústavu letactva a protivzdušné obrany v Kbelích. Kolega Jan Salášek dohlížel na připojení hlavice k vibrační stolici a já jsem měl za úkol zpracování dat a vyhodnocení experimentu. Uspořádání měření je na obrázku 3.23. Hlavice byla upevněna na konstrukci pevně spojené s vibrační stolicí. Vibrace v ose z_E generované vojenským zařízením, byly snímány pomocí inerciální jednotky vytvořené inženýrem Martinem Řezáčem a posílány přes sběrnici can do hlavice S120. Na základě změřeného zrychlení byla provedana kompenzace vibrací. Cílem řízení opět bylo udržení konstantních otáček elevační osy, tentokrát ale za přítomnosti vibrací nosiče.



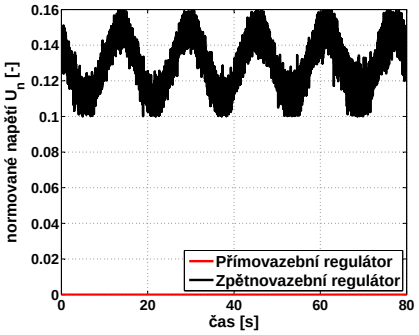
Obrázek 3.23: Vibrační stolice s hlavicí S120 ve Vojenském technickém ústavu letectva a protivzdušné obrany

Výsledky pokusu jsou shrnuty v několika následujících obrázích. První z nich 3.24(a) a 3.24(b) ukazuje výstup přímovazebního a zpětnovazebního regulátoru. Vlevo byly použity oba způsoby řízení a vpravo pouze zpětnovazební regulátor. Oproti laboratornímu experimentu je možné vidět pronikání vibrací nosiče do řízení, kdy výstupem přímovazebního regulátoru již není čistý sinusový průběh. V grafech na obrázku 3.25(a) a 3.25(b) jsou zobrazena data

získaná z inerciální jednotky. Vibrace postupně narůstaly ve frekvenci i amplitudě, od 5 až do 40 Hz. Natočení elevačního závěsu je na obrázku 3.26(a) a 3.26(b). Nejdůležitější grafy sloužící pro porovnání zpětnovazební a přímovazební kompenzace by měly být na obrázku 3.27(a) a 3.27(b), kde mělo vyniknout rozdílné pronikání vibrací nosiče do rychlosti měřené pomocí inkrementálního enkodéru v elevačním závěsu, při různých typech řízení. Výsledky zanikly v šumu a nepřinesly prokazatelné důkazy o lepších vlastnostech přímovazebního řízení vůči zpětnovazebnímu.

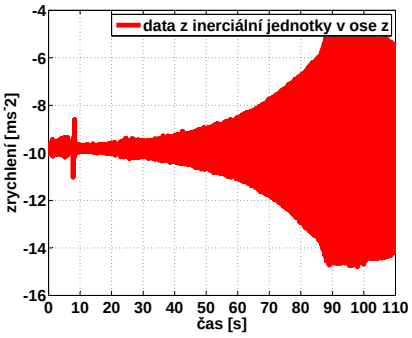


(a) Přímovazební regulace zapnuta

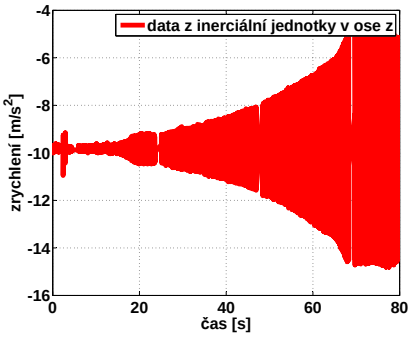


(b) Přímovazební regulace vypnuta

Obrázek 3.24: Normované napětí přiváděné na motory v průběhu experimentu

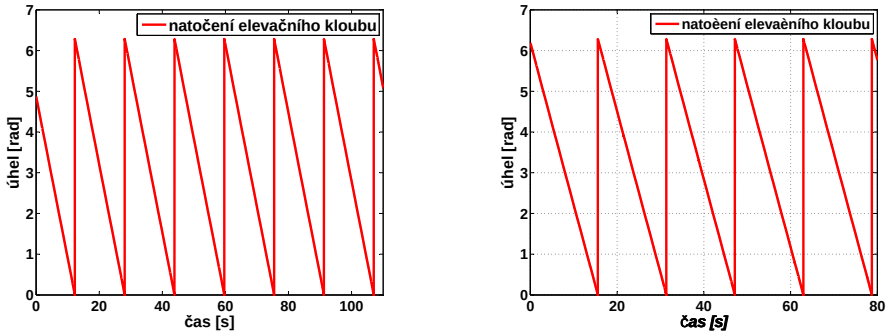


(a) Přímovazební regulace zapnuta



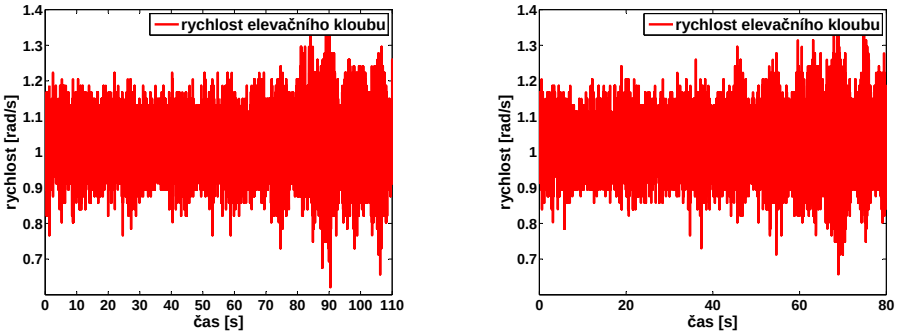
(b) Přímovazební regulace vypnuta

Obrázek 3.25: Data z inerciální jednotky v ose z_E



(a) Přímovazební regulace zapnuta (b) Přímovazební regulace vypnuta

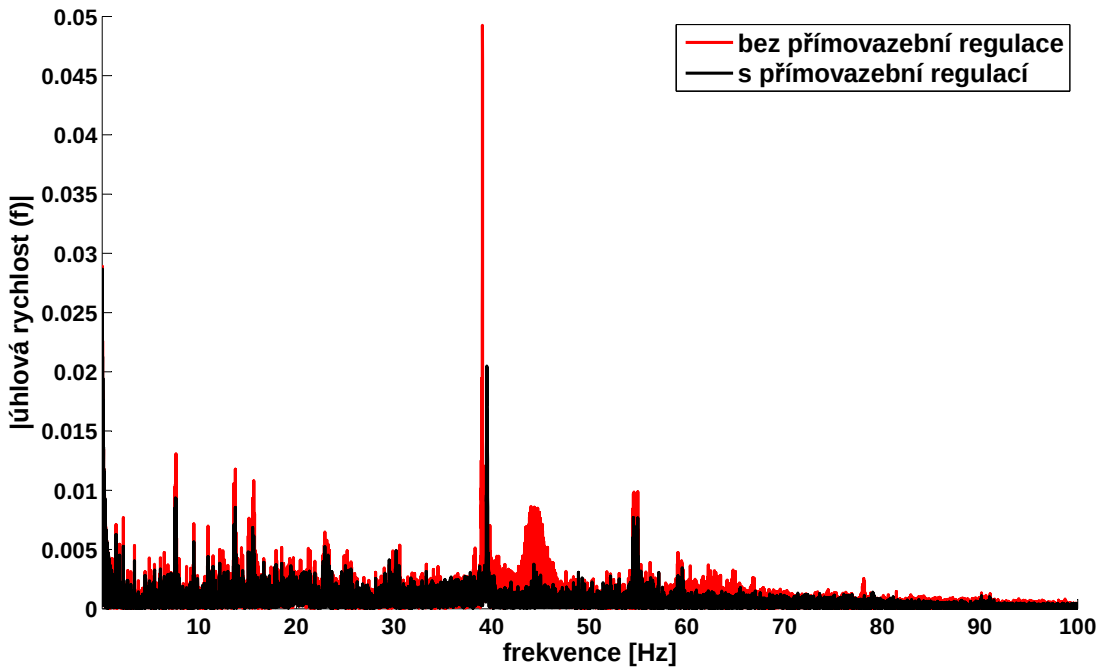
Obrázek 3.26: Natočení elevačního závěsu v průběhu experimentu.



(a) Přímovazební regulace zapnuta (b) Přímovazební regulace vypnuta

Obrázek 3.27: Měření rychlosti elevačního závěsu.

Změřené rychlosti elevačního závěsu z obrázku 3.27(a) a 3.27(b) byly analyzovány pomocí Fourierovy transformace a jejich amplitudová spektra jsou vynesena v grafu na obrázku 3.28. Před převodem signálu z časové do frekvenční oblasti byla odstraněna stejnosměrná složka, odpovídající konstantním otáčkám elevačního závěsu. Zbylá část amplitudového spektra má svůj původ v rušivých vibracích. Zde již jasně dominuje přímovazební řízení, zobrazeno černou barvou. Amplitudy v jeho spektru dosahují podstatně menších hodnot a to především na frekvenci blízké 40 Hz, kde byla velikost rušivých vibrací největší. Fourierova transformace tak poskytla odpověd na otázku, zdali je pro kompenzaci rušivých vibrací nosiče vhodnější přímovazební nebo zpětnovazební řízení.



Obrázek 3.28: Fourierova transformace ryhlosti elevačního závěsu v ose z_E

Identifikace nevyvážení azimutu se ukázala být podstatně větší výzvou, než tomu bylo v případě elevačního závěsu. Rovnice, která popisuje pronikání vibrací nosiče ve všech osách do azimutálního závěsu o ose z_A vlivem rušivého momentu T_{Az}, je dána předpisem:

$$T_{Az} = \begin{bmatrix} r_{Ax}(a_{Ay}c\psi m_A - a_{ax}m_A s\psi) - r_{Ay}(a_{Ax}c\psi m_A + a_{Ay}m_A s\psi) - r_{Ey}(a_{Ax}c\psi m_E \\ +a_{Ay}m_E s\psi) + (a_{Ay}c\psi m_E - a_{Ax}m_E s\psi)(c\theta r_{Ex} + r_{Ez}s\theta) \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Identifikace na první pohled složité rovnice 3.8 se zjednoduší po dosazení koeficientů r_{Ex} a r_{Ez} přenásobených hmotností m_E, které byly získány při identifikaci nevyvážení elevační osy. Neznámé parametry jsou po roznásobení členů rovnice 3.8 $R_{Ey}m_E$, $R_{Ay}m_A$ a $R_{Ax}m_A$. Stejně jako v případě elevačního závěsu bylo v prních pokusech přikročeno k identifikaci nevyvážení pro tíhové zrychlení působící pouze v jedné ose azimutu. Vybrána byla osa y_A. Působení tíhového zrychlení v ose z_A by nemělo v tomto případě žádný přínos, jelikož se jedná o osu vůči níž azimutální závěs rotuje a nevyvážení by se vůbec neprojevilo. Pro odůvodnění, proč nebyla vybrána pro identifikaci osa x_A, je nutné blíže zkoumat rovnice 3.12 a 3.14. V rovnici 3.12 je možné experimentálně stanovit konstantu $R_{Ax}m_A$, jelikož stojí samostatně u kosinu. Hodnoty $R_{Ey}m_E$ a $R_{Ay}m_A$ jsou násobeny sinem a nelze je zidentifikovat odděleně, ale je možné určit pouze jejich součet.

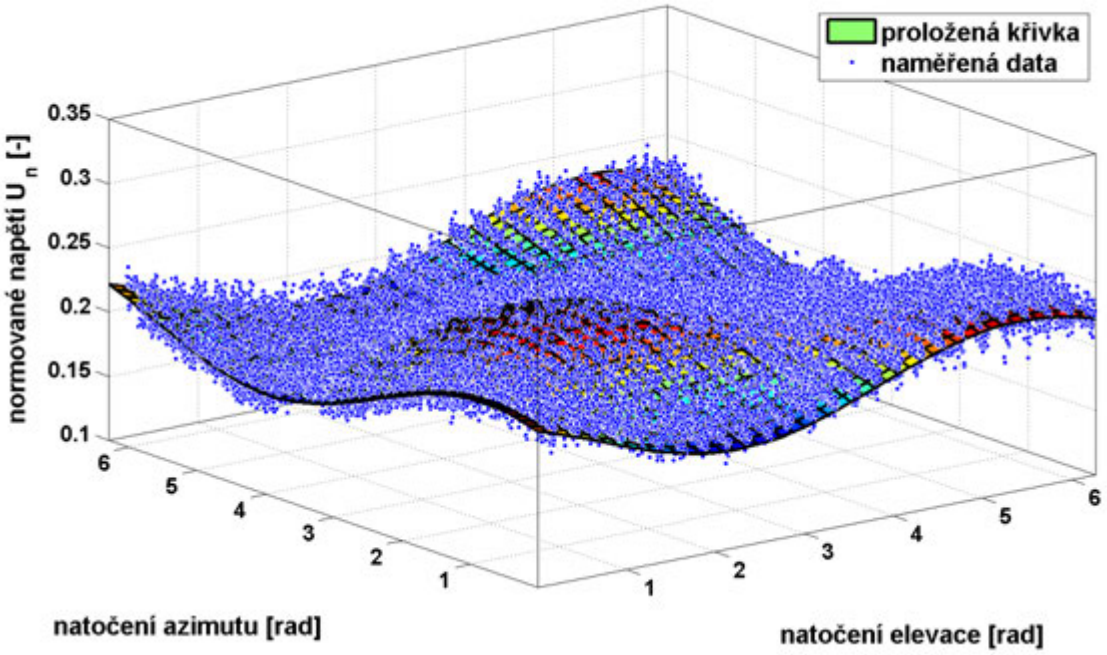
$$T_{Ay} = \begin{bmatrix} a_{Ay}c\psi m_E(c\theta r_{Ex} + r_{Ez}s\theta) + a_{Ay}c\psi m_A r_{Ax} - a_{Ay}m_A r_{Ay}s\psi \\ -a_{Ay}m_E r_{Ey}s\psi \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Kdežto v rovnici 3.14 lze přesně zjistit velikost konstanty $R_{Ay}m_A$, která se nyní samostatně nachází u kosinu. Hodnoty $R_{Ey}m_E$ a $R_{Ax}m_A$ je nyní opět možné určit pouze společně.

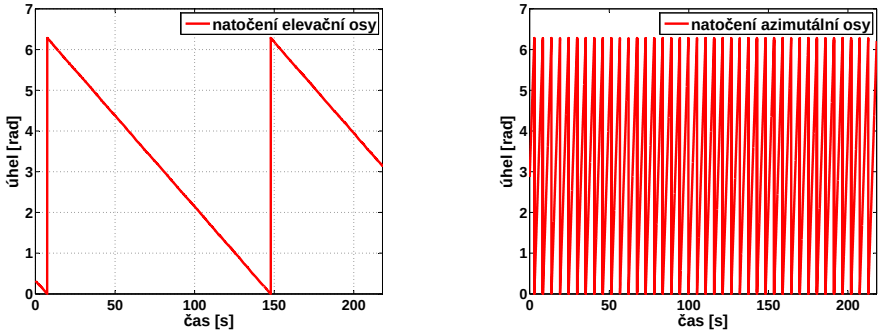
$$T_{Ax} = \begin{bmatrix} -a_{Ax}m_E s\psi(c\theta r_{Ex} + r_{Ez}s\theta) - a_{Ax}c\psi m_A r_{Ay} - a_{Ax}c\psi m_E r_{Ey} \\ -a_{Ax}m_A r_{Ax}s\psi \end{bmatrix}_T \tag{3.13}$$

Vzhledem k tomu, že hlavní v rovnici 3.11 vystupují konstanty ve stejné formě jako v rovnici 3.12, stačí zidentifikovat vliv tíhové zrychlení v ose y_A a měly by být získány všechny potřebné informace o nevyvážení v zkoumané ose z_A. V rovnici 3.12 je ještě další neznámá θ. Teoreticky by mělo být dostačující zvolit pevně jednu hodnotu proměnné θ, která popisuje natočení elevačního závěsu a provést identifikaci. Jako první jsem zvolil úhel θ roven nule, zpětnovazebním regulátorem byly drženy konstantní otáčky azimutu a byly zaznamenávány údaje o normovaném napětí vstupujícím na motory v azimutálním závěsu. Po identifikování parametrů jsem provedl kompenzaci ve stejném duchu, jako u elevačního závěsu. Pro dané natočení θ bylo nevyvážení úspěšně kompenzováno pro libovolnou orientaci hlavice v prostoru. Tíhové zrychlení tak působilo postupně ve všech osách azimutálního souřadného systému a potvrdilo se, že identifikaci stačí provést pro působení rušivého zrychlení v jedné ose y_A. Problém nastal ve chvíli, kdy elevační osa nebyla zafixována a otáčela se konstantní rychlostí. Pro úhel θ blízký tomu, který byl použit při hledání parametrů nevyvážení, fungoval přímovazební regulátor spolehlivě. Od jisté chvíle, ale akční zásah přímovazebního řízení vykazoval správnou amplitudu, ale opačnou fázi než bylo očekáváno. Koeficienty rovnice 3.12 proto bylo nutné vypočítat a ověřit pro všechna možná natočení elevačního závěsu. Pro správné naměření dat je nutné aby rychlost otáčení elevačního a azimutálního závěsu byla co možná nejrozdílnější a aby jedna nebyla celočíselným násobkem té druhé. Pokud takto získaná data vyneseme do trojrozměrného grafu, kde se na ose x nachází natočení elevačního závěsu θ, na ose y úhel azimutu ψ a v ose z budící normované napětí azimutálních motorů, pak se hodnoty rozprostřou rovnoměrně po celé ploše jako no obrázku 3.29. Zde je také možno shlédnout výsledek identifikace, dosažený při působení tíhového zrychlení v ose y_A. Parametry jsem získal pomocí curve fitting toolboxu, který naměřené hodnoty proložil s více než 90 % přesností. Na 3.32(a) a 3.32(b) jsou zaznamenána úhlová natočení závěsů a zároveň je patrné mnohanásobně rychlejší otáčení azimutu.

Druhé měření bylo provedeno pro působení tíhové zrychlení v ose x azimutálního závěsu. Úhlové rychlosti závěsů nebyly zvoleny výrazně odlišné jako v prvním experimentu a proto



Obrázek 3.29: Fitování nevyvážení azimutálního závěsu v ose y



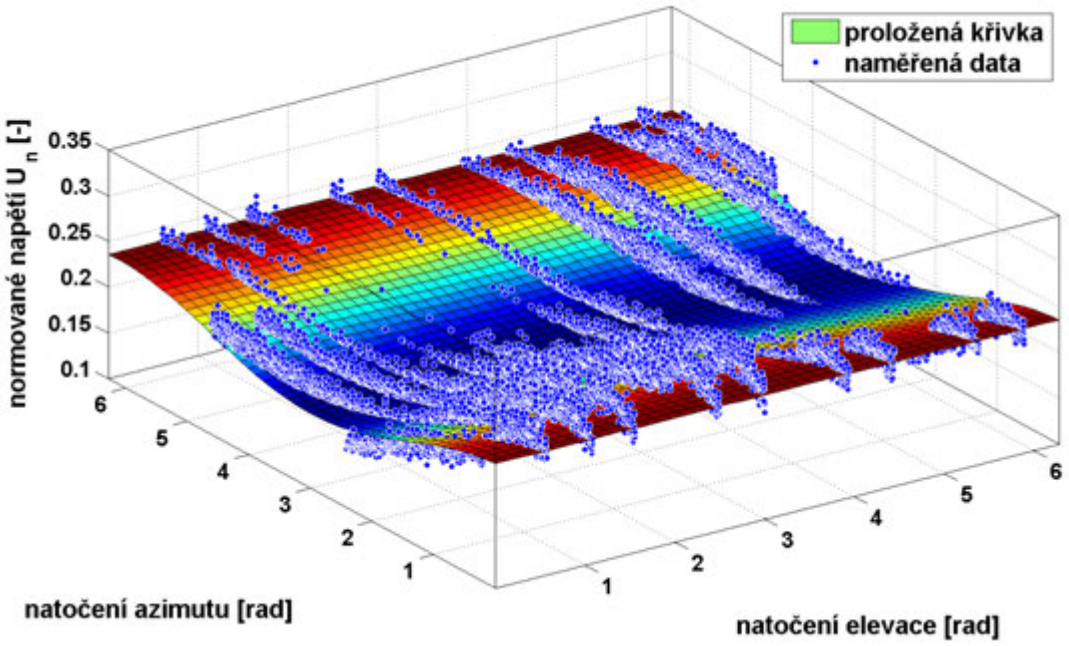
(a) Natočení elevačního závěsu θ

(b) Natočení azimutálního závěsu ψ

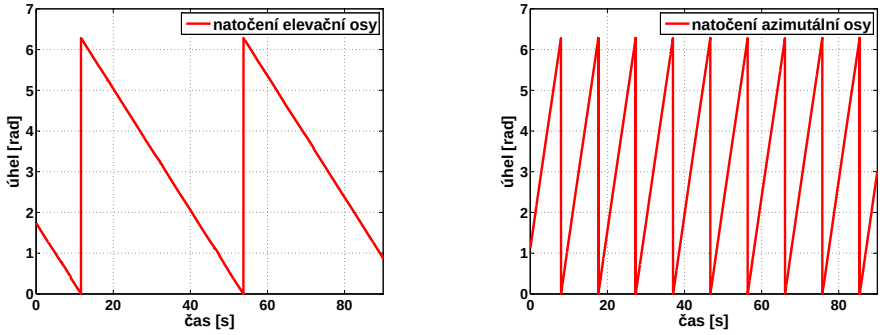
Obrázek 3.30: Natočení závěsů při měření dat pro identifikaci nevyvážení azimutálního závěsu

byla několikrát naměřena data pro stejné páry úhlů θ a ψ, což potvrzuje obrázek 3.31. Po správném získání dat i v ose x, byla provedena identifikace, která je společně s předchozími výsledky shrnuta v tabulce 3.7 ,kde konstanta K udává přepočet získaných parametrů nevyvážení, podobně jako v rovnici 3.9 na straně 43. Identifikace nevyvážení nebyla provedena v momentu motoru, ale v normovaném napětí generovaném zpětnovazebním řízením, podobně jako v případě elevace. V nalezených parametrech v tabulce 3.7 jsou zahrnuty i parametry motoru a převodu normovaného napětí U_n. Konstanta K je dána vzorcem 3.14.

$$K = \frac{Rn_{un}}{k_e n_A g} \tag{3.14}$$



Obrázek 3.31: Fitování nevyvážení azimutálního závěsu v ose x



(a) Natočení elevačního závěsu θ

(b) Natočení azimutálního závěsu ψ

Obrázek 3.32: Natočení závěsů při měření dat pro identifikaci nevyvážení azimutálního závěsu

3.4 Identifikace vůle

Z důvododu použití soustavy převodů se v hlavici S120 objevuje vůle v převodech. Model popisující vůli nebyl použit pro její vymezení a nefiguruje ani v simulinkovém schématu závěsů hlavice, jelikož vůle byla softwarově zcela eliminována. Přesto bylo jedním z cílů této práce alespoň přibližně zjistit velikost vůle elevačního a azimutálníhi závěsu. Princip odhadování velikosti vůle v elevačním závěsu spočíval v tom, že jsem závěs natáčel jedním směrem a pak následně směrem opačným. Převody motorů se nejprve dostaly do krajní polohy ve vůli. Po změně směru otáčení elevačního závěsu se zuby převodů motorů začnou oddalovat od krajní

Tabulka 3.7: Parametry nevyvážení azimutálního závěsu

parametr	hodnota	konfidenční interval
$R_{Ax}m_AK$	0.004523	$\langle 0.004346, 0.004699 \rangle$
$R_{Ey}m_EK + R_{Ay}m_AK$	-0.01864	$\langle 0.01846, 0.01881 \rangle$
$R_{Ay}m_AK$	0.000789	$\langle 0.0004724, 0.001105 \rangle$
$R_{Ey}m_EK$ a $R_{Ax}m_AK$	-0.02736	$\langle 0.02705, 0.02768 \rangle$

polohy, prochází vůlí a nakonec narazí do opačného konce identifikované vůle. V průběhu experimentu bylo magnetickým inkrementálním enkodérem umístěným v ose závěsu měřeno úhlové natočení θ. Inkrementálním enkodérem, umístěným přímo v použitých DC motorech, byly měřeny otáčky motoru. Po změně směru otáčení byly čítány pulzy enkodéru v elevačním závěsu, dokud se neobjevil pulz na enkodéru motoru. Sumovaná hodnota výstupu enkodéru závěsu odpovídá po přepočtu úhlu, o který se potočil elevační závěs, než se začal otáčet i motor. Zjištěný údaj 0.7° odpovídá vůli, kterou bylo za cíl identifikovat.

Identifikace vůle v azimutálním závěsu byla zkomplikována nefunkčností inkrementálního enkodéru v motorech. Údaj z nefunkčních senzorů byl nahrazen integrací výstupu gyroskopu v ose x. S touto vyjímkou byl experiment zcela shodný jako v případě elevačního závěsu. Zjištěná hodnota vůle v azimutu je 1.5°. Přesnost měření byla pravděpodobně snížena integrováním dat z gyroskopu, jehož výstup obsahuje poměrně výrazný šum. Zjištěná hodnota může být dopřesněna po výměně motoru a použitím jeho inkrementálního enkodéru. Nalezené hodnoty jsou vyšší než údaje o vůli z datasheetu výrobce použitých planetových převodovek, jelikož je do nich započítána ještě vůle vzniklá použitím dalšího převodového kolečka. Vůle jsou tedy na dvou místech, ale pro potřeby hlavice je stačí zidentifikovat jako jednu ekvivalentní vůli.

Kapitola 4

Závěr

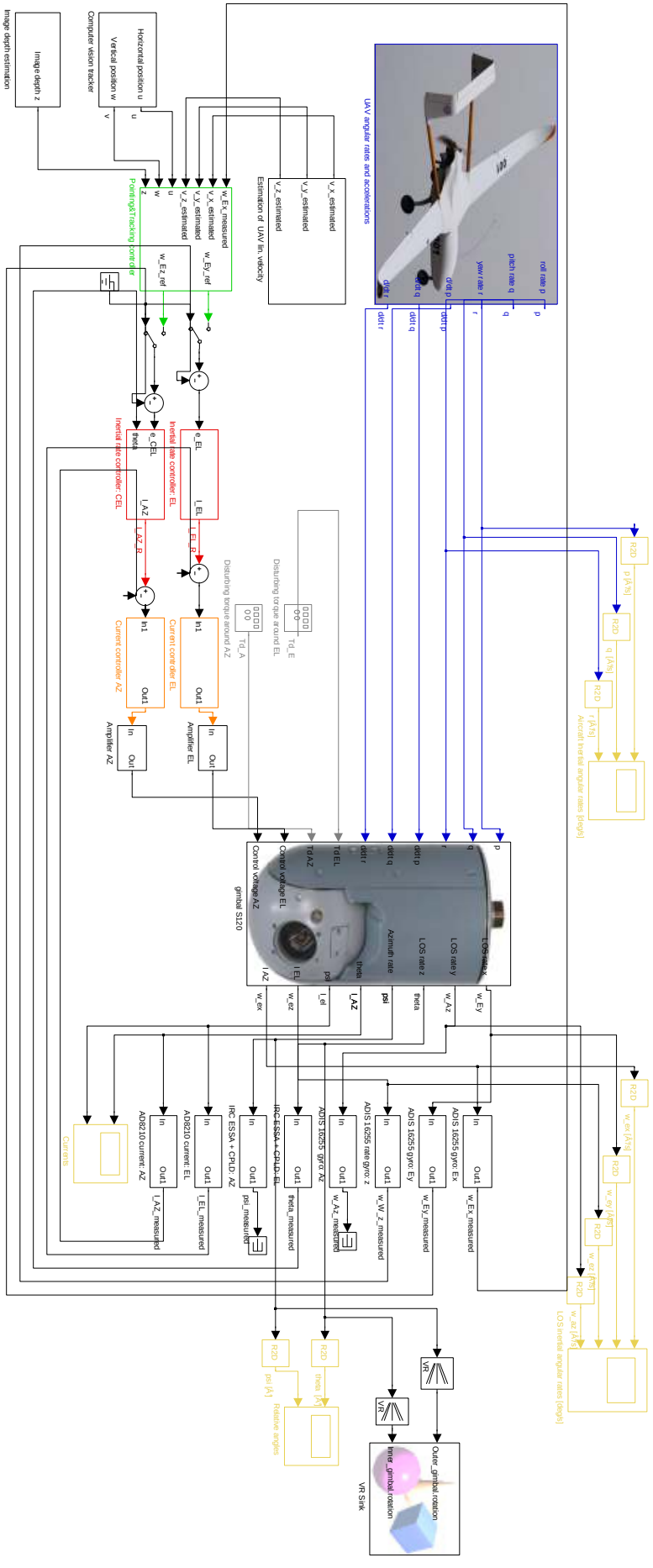
Cílem této práce bylo sestavit matematický model inerciálně stabilizované kamerové hlavice. Použil jsem Newton-Eulerův formalismus a odvodil rovnice pro popis kinematiky a dynamiky. Použité postupy jsem uplatnil na hlavici S120. Doporučuji věnovat velkou část času a pozornosti pochopení přesné struktury a konstrukce hlavice S120, jelikož jedině pak je možné vytvořit správný model a nezanedbat nějaký důležitý fakt, který by znehodnotil pozdější práci. Model jsem doplnil rovnicemi pro DC motory, popisem tření a nevyvážení. Po fázi odvozování modelu jsem přistoupil k identifikování jeho neznámých parametrů pomocí metod gray box a optimalizace v simulinku. Tato část se ukázala jako kritická, jelikož je nezbytně nutné mít správně převedena data poskytovaná ze senzorů hlavice a interpretovány údaje z datasheetů. Pro experimentální určení parametrů DC motoru a tření bylo nakonec zvoleno šest vstupních signálů a funkce *pem* v matlabu. Po mnoha iteracích jsem pomocí optimalizace nalezl správný model, ale chování hlavice vystihoval vždy jen pro jeden konkrétní signál použitý pro identifikaci. Funkce *pem* je vhodná pro zautomatizování celého procesu identifikace, ale musí být doplněna o další experimenty a výpočty, které alespoň řádově určí velikosti hledaných parametrů. S takto zadanými mantinely probíhá výpočet funkce *pem* rychleji a přesněji. Výsledný postup byl takový, že jsem pokusně určil parametr statického a viskozního tření a početně vyhodnotil přibližný moment setrvačnosti závěsů hlavice. Nově získané informace jsem zanesl do nastavení funkce *pem* a byla provedena identifikace. Nalezené parametry byly dále dopřesňovány v simulinku. Schopnost modelu predikovat výstup hlavice S120 byla předvedena na všech šesti typech vstupních signálů. Každý z nich zvýraznil rozdílné vlastnosti identifikovaného systému a přinesl nové informace pro identifikaci a ověření modelu. V závěru práce jsem přistoupil k analýze nevyvážení hlavice a k úspěšnému návrhu jeho kompenzace. Přímovazební řízení bylo navrhnuto podle zmíněného článku a v případě azimutu jsem jej částečně odvodil. Kompenzace v elevačním závěsu byla prověřena v laboratoři a na vibrační stolici ve Vojenském technickém ústavu letectva a protivzdušné obrany. V případě azimutálního závěsu bylo dosaženo správné

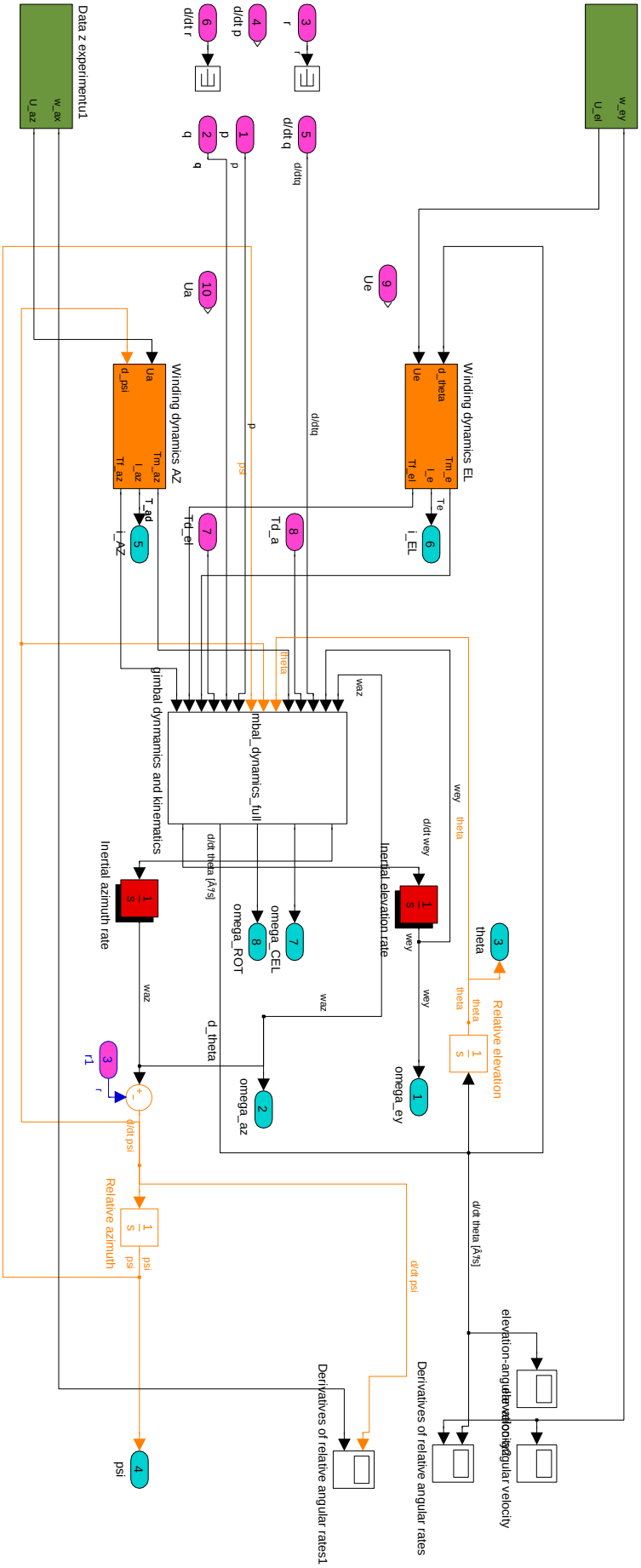
identifikace parametrů nevyvážení pro všechna natočení elevace a ve všech osách azimutálního kloubu, čímž se potvrdila správnost odvozených rovnic. Ověření v laboratoři nebylo z časových důvodů provedeno, ale počítá se s ním do budoucna. Kompenzace azimutálního závěsu by měla být ověřena i na vibrační stolici, stejně jako v případě elevačního závěsu. Podrobnému zkoumání jsem podrobil vůli v převodové soustavě hlavice S120. Vytvořil jsem její model a vybral způsob kompenzace, který byl následně kolegou Janem Saláškem implementován a ověřen. Všechny cíle v zadání práce jsem splnil a rozšířil zadání o kompenzaci nevyvážení závěsů hlavice S120. Výzvu do budoucna spatřuji v použití nalezeného modelu pro kompenzaci tření pomocí pozorovatele nebo jiné struktury známé z teorie řízení. Všechna simulační schémata a soubory použité pro identifikaci a odvození rovnic, se nachází na přiloženém DVD.

Příloha A

Simulinkové schéma celého modelu včetně letadla a schéma modelu hlavice

Na prvním obrázku na následující straně je možné shlédnout simulační model v němž je uvažována dynamika letadla a umístěn blok reprezentující hlavici S120. Na druhém obrázku je vnitřek bloku náležejícího hlavici S120.


UAV angular rates and accelerations
roll rate p
pitch rate q
yaw rate r
Estimation of UAV lin. velocity
Horizontal position u
Vertical position w
Computer vision tracker
Image depth z
Image depth estimation
PointingTracking controller
Inertial rate controller: EL
Inertial rate controller: CEL
Current controller EL
Current controller AZ
Amplifier EL
Amplifier AZ
Disturbing torque around EL
Disturbing torque around AZ
gimbal S120
LOS rate y
LOS rate z
Azimuth rate
ADIS 16255 gyro: Ex
ADIS 16255 gyro: Ey
ADIS 16255 rate gyro: z
ADIS 16255 gyro: AZ
IRC ESSA + CPLD: EL
IRC ESSA + CPLD: AZ
AD8210 current: EL
AD8210 current: AZ
Currents
Aircraft inertial angular rates [deg/s]
LOS inertial angular rates [deg/s]
Relative angles
Outer_gimbal_rotation
Inner_gimbal_rotation
VR Sink


Data z experimentu
w_ey
U_el
Winding dynamics EL
d_theta
Ue
Tm_e
i_e
Tf_el
Te
i_EL
Ue
d/dt q
d/dtq
d/dt p
d/dt r
p
q
Ua
Winding dynamics AZ
Ua
d_psi
Tm_az
i_az
Tf_az
T_ad
i_AZ
Td_el
Td_a
psi
theta
waz
wey
gimbal dynmamics and kinematics
mbal_dynamics_full
d/dt wey
Inertial elevation rate
d/dt theta [Â°/s]
omega_CEL
omega_ROT
omega_ey
omega_az
Inertial azimuth rate
d_theta
r1
d/dt psi
Relative azimuth
Relative elevation
Data z experimentu1
w_ax
U_az
elevation-angular velocity
Derivatives of relative angular velocity
Derivatives of relative angular rates
Derivatives of relative angular rates1
psi

Literatura

[1] *Coriolis effect.* Dostupný na http//:en.wikipedia.org/wiki/Coriolis effect.

[2] SALÁŠEK, J.: *Návrh řízení pro inerciálně stabilizovanou kamerovou hlavici.* Praha: ČVUT 2012. Diplomová práce. Praha, ČVUT, Fakulta elektrotechnická, Katedra řídící techniky.

[3] ŘEZÁČ, M., Zdeněk HURÁK: Vibration rejection for inertially stabilized double gimbal platform. V *Control Applications (CCA), 2011 IEEE International Conference*, 2011, str. 5.

[4] HILKERT, J.: Inertially stabilized patform technology concepts nad principles. *Control Systems, IEEE*, 2008: str. 20.

[5] SPONG, S. V. M., Mark W. HUTCHINSON: *Robot Modeling and Control.* JOHN WILEY and SONS,INC., 2007.

[6] EKSTRAND, B.: Equations of motion for a two-axes gimbal system. V *erospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 2001, str. 8.

[7] THOMSEN, F., S. Fuchs: Speed control of torsional drive system with backlash. V *Power Electronics and Applications, European conference on*, 2009, str. 10.

[8] Leonhard, W.: *Control of electrical drives.* Berlin; New York: Springer, 2001, ISBN 3540418202 9783540418207.

[9] JOHANASTROM, K.: Revisiting the LuGre friction model. *Control Systems, IEEE*, 2008: str. 13.