České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Václav Novotný

Optimální řízení systému vodní kaskády

Katedra řídicí techniky

Vedoucí diplomové práce:	doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D.
Konzultant:	Ing. Radek Beňo, Ph.D.
Studijní program:	Kybernetika a robotika
Studijní obor:	Kybernetika a robotika

Praha 2019

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Novotný** Jméno: **Václav** Osobní číslo: **420210**

Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**

Zadávající katedra/ústav: **Katedra řídicí techniky**

Studijní program: **Kybernetika a robotika**

Studijní obor: **Kybernetika a robotika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Optimální řízení vodní kaskády

Název diplomové práce anglicky:

Optimal Water Cascade Control

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s problematikou vodní kaskády.
2. Zkonstruujte vhodný model vodní kaskády založeny na fyzikálních rovnicích popisujících jeho chování.
3. Shromážděte reálná naměřená data z vodní kaskády.
4. Identifikujte a verifikujte model z dostupných dat.
5. Navrhněte a aplikujte algoritmus optimálního řízení vodní kaskády a vyhodnoťte výsledky.

Seznam doporučené literatury:

[1] Francesco Petrone. Model Predictive Control of a Hydro Power Valley, Politecnico Di Milano 2010.
[2] Esbjörn Gullhamn. Control of Water Content and Retention in Hydropower Plant Cascades, KTH Royal Institute of Technology Stockholm, 2004.
[3] Martin von Siebenthal, Gabriela Glazmann. Supervisory Water Level Control for Cascaded River Power Plants, ETH Zürich, 2004.
[4] J. M. Maciejowski. Predictive Control with Constraints, Prentice Hall, 2000.
[5] Miloš Kredba a kolektiv. Vltavská kaskáda. Praha: MLVH, 1969.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D., katedra řídicí techniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Ing. Radek Beňo, Ph.D., katedra řídicí techniky FEL

Datum zadání diplomové práce: **16.02.2018** Termín odevzdání diplomové práce: **08.01.2019**

Platnost zadání diplomové práce: **30.09.2019**

doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D. podpis vedoucí(ho) práce	prof. Ing. Michael Šebek, DrSc. podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	prof. Ing. Pavel Ripka, CSc. podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

.	
Datum převzetí zadání	Podpis studenta

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací

V ..... dne ..... Podpis autora

Název práce: Řízení systému vodní kaskády

Autor: Václav Novotný

Katedra: Katedra řídící techniky

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D.
Konzultant: Ing. Radek Beňo, Ph.D.

Abstrakt: Cílem této práce je seznámení se s Vltavskou vodní kaskádou a zkonstruování vhodného matematického modelu založeného na fyzikálních rovnicích, který se bude věrně podobat reálnému systému, pro potřeby optimálního řízení. K vytvoření matematického modelu Vltavské kaskády jsou použity Saint Venantovy rovnice, popisující otevřený hydraulický systém, tedy dosahy řeky. Následně je provedena parametrizace a verifikace jednotlivých modelů přehrad Vltavské kaskády a dosahů řeky mezi vodními díly na základě technických parametrů vodních děl a získaných dat. Byl vytvořen algoritmus optimálního řízení Vltavské vodní kaskády založený na získaném lineárním prediktivním modelu pro dosahování referenčních objemů na vodních dílech za použití omezení akčních zásahů a výstupů systému.

Klíčová slova: Vltavská kaskáda, matematický model, povodňová vlna, Saint Venantovy rovnice, Model Predictive Control, vodní dílo, řízení, simulace.

Title: Optimal Water Cascade Control

Author: Václav Novotný

Department: Department of Control Engineering

First supervisor: doc. Ing. Petr Hušek, Ph.D.
Consultant: Ing. Radek Beňo, Ph.D.

Abstract: The aim of this thesis is to become acquainted with Vltava water cascade and to construct suitable mathematic model based on physical equations which would be like the real system and for the purposes of optimal control. There are used Saint Venant equations for the construction of Vltava water cascade mathematic model. These equations describe open hydraulic system, represented by the river reaches in the model. Afterwards, the parametrisation and verification of each dam model and the river reaches between hydraulic structures based on Vltava hydraulic structures technical parameters and acquired data were made. There is created an algorithm of optimal Vltava water cascade control based on acquired linear predictive model in order to achieve reference hydraulic structures volumes with the usage of action interference limit and limit for system outcomes.

Keywords: Vltava water cascade, mathematical model, flood wave, Saint Venant equations, Model Predictive Control, hydraulic structure, control, simulation.

Rád bych poděkoval doc. Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za pomoc vedením mé práce. Rovněž bych chtěl poděkovat Ing. Radku Beňovi za cenné rady a trpělivost při konzultacích. Mé díky patří též Povodí Vltavy s.p. za ochotu poskytnout informace potřebné k vypracování této práce.

Obsah

Seznam obrázků **2**

Seznam tabulek **3**

1 Úvod do problematiky **4**
1.1 Povodeň a povodňová vlna . . . 4
1.2 Obecná charakteristika vodních děl . . . 5
1.2.1 Rozdělení vodních děl podle účelu . . . 5
1.2.2 Rozdělení prostoru vodního díla . . . 6
1.3 Využití vodní energie . . . 6
1.3.1 Parametry vodní elektrárny . . . 7

2 Vltavská vodní kaskáda **9**
2.1 Vltava . . . 9
2.2 Vodní díla Vltavské kaskády . . . 9
2.2.1 VD Vrané . . . 10
2.2.2 VD Štěchovice . . . 10
2.2.3 VD Slapy . . . 11
2.2.4 VD Kamýk . . . 11
2.2.5 VD Orlík . . . 11
2.2.6 VD Kořensko . . . 11
2.2.7 VD Hněvkovice . . . 11
2.2.8 VD Lipno II . . . 12
2.2.9 VD Lipno I . . . 12
2.3 Technické parametry vodních děl . . . 12
2.3.1 Technické parametry vodních děl horního toku . . . 12
2.3.2 Technické parametry vodních děl dolního toku . . . 13
2.4 Získaná data Vltavské kaskády . . . 13
2.5 Blokové schéma Vltavské kaskády . . . 14

3 Optimalizovaný model přehrady **15**
3.1 Předpoklady . . . 15
3.2 Nelineární model přehrady s $f_{Q_{out}}(u)$ . . . 15
3.3 Nelineární model přehrady s $f_{Q_{out}}(u,H)$ . . . 15
3.4 Parametrizace nelineárních modelů přehrady . . . 16
3.4.1 Ukázka vyčíslených parametrů pro VD Slapy . . . 17
3.5 Simulace nelineárních modelů přehrady . . . 17
3.5.1 Nelineární model s $f_{Q_{out}}$(u) . . . 17
3.5.2 Nelineární model s $f_{Q_{out}}$(u,H) . . . 19

4 Optimalizovaný model dosahu **21**
4.1 Saint Venantovy rovnice . . . 21
4.1.1 Zjednodušení de Saint Venantových rovnic . . . 23
4.2 Prostorová diskretizace . . . 23
4.3 Parametrizace nelineárního modelu . . . 25
4.3.1 Délka dosahu řeky . . . 25
4.3.2 Počet diskretizačních úseků . . . 25

4.3.3 Latentní přítoky Q_{lat} . . . 26
4.3.4 Určení Strickler koeficientu . . . 26
4.3.5 Optimalizované parametry - k_{str}, W, I_0 . . . 27
4.4 Parametry pro dosah Slapy → Štěchovice . . . 27
4.5 Simulace nelineárního modelu dosahu . . . 27
4.6 Model dosahu i přehrady . . . 28
4.6.1 Hledání spodních šířek b . . . 28

5 Lineární aproximace modelů 31
5.1 Úprava modelu přehrady . . . 31
5.1.1 Simulace lineárního modelu přehrady . . . 33
5.2 Linearizace modelu dosahu . . . 33
5.2.1 Ukázka vyčíslení pracovního bodu pro dosah Slapy → Štěchovice . . 35
5.2.2 Simulace lineárního modelu dosahu . . . 35
5.3 Model Vltavské kaskády . . . 36
5.3.1 Úprava matic modelů přehrad . . . 36
5.3.2 Úprava matic modelů vodních dosahů . . . 36
5.3.3 Simulace modelu Vltavské kaskády . . . 37

6 Návrh řízení Vltavské kaskády 39
6.1 Prediktivní řízení . . . 39
6.2 Návrh MPC řízení . . . 39
6.2.1 Omezení na vstupní vektor . . . 39
6.2.2 Omezení na výstupní vektor . . . 42

7 Simulace a řízení Vltavské kaskády za povodňového stavu 43
7.1 Simulace . . . 43
7.2 Simulace VD Lipno 2 . . . 48

Závěr 50

Seznam použité literatury 52

A Simulace VD Vltavské kaskády 54

B Simulace vodních dosahů 58

C Obsah CD 62

Seznam obrázků

1.1 Povodňová vlna [4] 5
1.2 Rozdělení prostoru vodního díla [7] 6

2.1 Vltavská kaskáda [13] 10
2.2 Ukázka získaných dat pro VD Slapy 13
2.3 Blokové schéma Vltavské kaskády 14

3.1 Zapojení VD Slapy 17
3.2 Simulace VD Slapy 18
3.3 Zapojení VD Slapy 19
3.4 Simulace VD Slapy 19

4.1 Proměnné v průřezu řeky [3] 21
4.2 Příčný řez koryta řeky [3] 22
4.3 Příčný řez koryta řeky [3] 22
4.4 Schéma prostorové diskretizace [2] 24
4.5 Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko 28
4.6 Simulace modelu dosahu i přehrady VD Kořensko 29

5.1 Přepočtu hladiny H na objem V pro VD Orlík 32
5.2 Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko 35
5.3 Ukázka části modelu Vltavské kaskády 37
5.4 Porovnání odtoku z vodního dosahu Orlík $\Rightarrow$ Kamýk 38

7.1 Simulace objemové regulace pro VD Lipno 1 44
7.2 Simulace objemové regulace pro VD Hněvkovice 44
7.3 Simulace objemové regulace pro VD Kořensko 45
7.4 Simulace objemové regulace pro VD Orlík 45
7.5 Simulace objemové regulace pro VD Kamýk 46
7.6 Simulace objemové regulace pro VD Slapy 46
7.7 Simulace objemové regulace pro VD Štěchovice 47
7.8 Simulace objemové regulace pro VD Vrané 47
7.9 Objem, otevření ventilu a latentní přítok VD Lipna 2 48
7.10 Simulace objemové regulace pro VD Lipno 2 49

A.1 Simulace VD Lipno 1 54
A.2 Simulace VD Lipno 2 54
A.3 Simulace VD Hněvkovice 55
A.4 Simulace VD Kořensko 55
A.5 Simulace VD Orlík 56
A.6 Simulace VD Kamýk 56
A.7 Simulace VD Štěchovice 57
A.8 Simulace VD Vrané 57

B.1 Simulace dosahu mezi VD Lipno1 a VD Lipno2 58
B.2 Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko 58
B.3 Simulace dosahu mezi VD Kořensko a VD Orlík 59
B.4 Simulace dosahu mezi VD Orlík a VD Kamýk 59

B.5 Simulace dosahu mezi VD Kamýk a VD Slapy 60
B.6 Simulace dosahu mezi VD Slapy a VD Štěchovice 60
B.7 Simulace dosahu mezi VD Štěchovice a VD Vrané 61

Seznam tabulek

2.1 Technické parametry VD horního toku 12
2.2 Technické parametry VD dolního toku 13

3.1 Ukázka vyčíslených parametrů VD Slapy 17

4.1 Ukázka parametrů pro dosah Slapy → Štěchovice 27
4.2 Ukázka parametrů pro model dosahu i přehrady VD Kořensko 29

5.1 Ukázka pracovního bodu pro dosah Slapy → Štěchovice 35

1. Úvod do problematiky

Tato práce souvisí s bakalářskou prací nesoucí název Řízení systému vodní kaskády [1].

Našim cílem je zkonstruování vhodného matematického modelu Vltavské kaskády založeného na fyzikálních rovnicích pro potřeby optimálního řízení. Tak jako reálný systém Vltavské kaskády se sestává z jednotlivých vodních děl a vodních dosahů, tak i náš model Vltavské kaskády se sestává z modelů přehrad a modelů dosahů vody mezi jednotlivými vodními díly Vltavské kaskády. Modely přehrad jsou modelovány jako akumulátor potenciální energie v podobě sloupce vody spolu s ventilem uzavírajícím odtok odpouštěné vody z nádrže. Modely dosahů vody jsou modelovány pomocí Saint Venantových rovnic popisující otevřený hydraulický systém. Parametrizace těchto modelů je dána pomocí získaných dat od zástupců Povodí Vltavy, popisující vodní díla Vltavské kaskády. Řízení modelu Vltavské kaskády je založeno na vnitřním prediktivním modelu pro dosahování referenčních objemů za použití omezení akčních zásahů a výstupů systému.

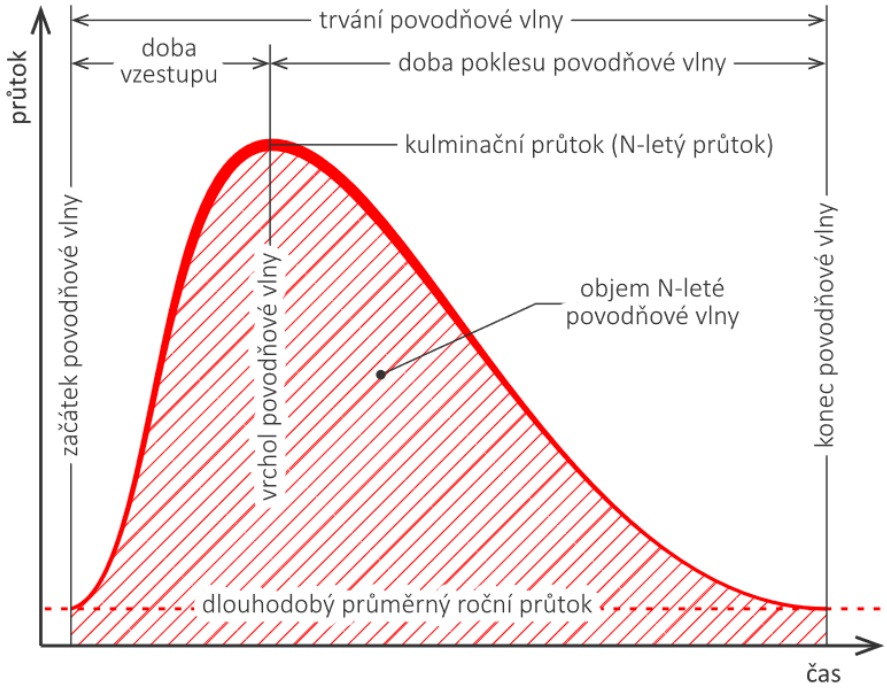
Voda, jako nezbytná součást všeho živého na zemi, se spolu se sluneční a větrnou energií řadí mezi obnovitelné zdroje, které se člověk naučil využívat ve svůj prospěch. Pro efektivní využití vodní energie je vodní tok přehrazen uměle vytvořenými vodními díly, které pospolu tvoří systémy vodních kaskád. Taková vodní díla mají zásadní vliv na výšky hladin a velikosti toků, neboť přehrazením vodního toku vytvářejí přehradní nádrže a vypouštěním vody přes vodní elektrárny vytvářejí elektrickou energii. Avšak taková vodní díla neslouží jen k výrobě elektrické energie, ale i k vodohospodářským účelům, jako je zásobárna pitné vody, nadlepšování průtoků v řekách, rybochovná či rekreační činnost. Mají ekologické funkce, které omezují výšky hladin ve vodních dílech či definují minimální odtoky z vodních děl, pro nenarušení života za vodním dílem. Mimo to mají i ochranou funkci, kde při vhodné manipulaci s akumulovanou vodou mohou zmírnit či dokonce pohltit povodňovou vlnu. Uměle vytvořená vodní díla ale také brání přirozené migraci vodních živočichů a ztěžuje vodní dopravu. Také se nesmí zapomínat na riziko protržení přehradních hrází, které mohou mít katastrofální následky.

Tím jsme se dostali k tématu této práce a to k vytvoření modelu Vltavské kaskády, pro účely optimálního řízení, které bude slučitelné s výše popsanými způsoby používání vodních děl. A to tedy vodohospodářské, udržování výšky hladin ve vodních dílech v požadovaných mezích. Ekologické, udržování odtoků z vodních děl v požadovaných mezích a snaha o nepřekročení jich. Ochranné, snaha o vhodnou manipulaci s akumulovanou vodou pro zmírnění či zamezení povodňové vlny. Koordinace vodních děl spojených ve vodní kaskádu může přinést vyšší efektivitu v plnění výše popsaných cílů při dodržování definovaných omezeních. Problém omezení je obecně formulován jako omezení výšek hladin a velikosti odtoků z vodních děl v systému vodní kaskády. Proto je formulována strategie řízení, jako omezený optimalizační kontrolní problém, který lze vyřešit pomocí přístupu Model Predictive Cotrol [2][3].

1.1 Povodeň a povodňová vlna

Povodeň je přechodné zvýšení hladiny řeky nad své koryto, které nastává, pokud intenzita a trvání srážek překročí schopnost koryta řeky udržet přívalovou vodu. Po výrazném zvýšení průtoku daným místem následuje po určité době jejich pokles. Zda-li povodeň vznikne a jaký bude její průběh závisí na klimatických faktorech, jako je množství srážek a jejich intenzita, či na počátečních podmínkách v povodí, jako je nedostatečná připrave-

nost objemových prostor ve vodních dílech, které by vzniklou povodňovou vlnu zmírnili či zastavili. Takovým způsobem vzniká povodňová vlna, která je definována dobou vzestupu, dobou poklesu a svým vrcholem, viz obrázek 1.1.



Obrázek 1.1: Povodňová vlna [4]

Kulminační průtok je největší dosažený průtok povodňové vlny a jeho významnost lze hodnotit pomocí doby opakování, přičemž doba opakování je počet let (N), v jejichž průběhu je daný kulminační průtok dosažen či překonán v dlouhodobém průměru jednou. V těchto případech hovoříme o N-letém průtoku Q_N. Objem povodňové vlny je celkové množství vody, které proteče v daném místě koryta řeky během trvání povodně [1][4].

1.2 Obecná charakteristika vodních děl

Vodní díla jsou uměle vytvořené stavby podél vodního toku, které v současnosti plní nezastupitelnou funkci při hospodaření s povrchovou vodu. Ať už se jedná o zásobování pitnou vodou, ochranu před povodněmi, zlepšování odtokových poměrů, využití energetického potenciálu, odběry akumulované vody pro průmyslové a zemědělské účely či účely rekreační. Vodními díly jsou myšleny stavby, jimiž se upravují, mění či zřizují koryta vodních toků. Takové stavby jsou označovány jako přehrady, hráze a jezy, které jako vzdouvající stavby přehrazují koryta vodních toků a jejich údolí. Dále jsou označovány jako vodní nádrže, které slouží k akumulaci vody a k řízení odtoku, a zdrže, které v určitém úseku koryt vodních toků slouží k vzdouvání vodní hladiny pro dosažení požadovaného spádu. Další skupinou vodních děl jsou takové objekty, které slouží na ochranu před povodněmi, k plavebním účelům a samozřejmě k využívání vodní energie a jejího energetického potenciálu [5].

1.2.1 Rozdělení vodních děl podle účelu

Podle účelu dělíme vodní díla na ochranné, zásobní, vyrovnávací a víceúčelové [1][6].

- Ochranná nádrž - se zpravidla budují na horních tocích řek, kde slouží zejména k zachycení povodní. U víceúčelových ochranných vodních děl se pro zadržení povodní vyhrazuje tzv. ochranný prostor, který je stále prázdný, až do příchodu povodňové vlny, která tento prostor zaplní. Po opadnutí povodňového stavu se ochranný prostor rovnoměrně vypustí tak, aby nádrž byla opět připravena pro zachycení povodně.

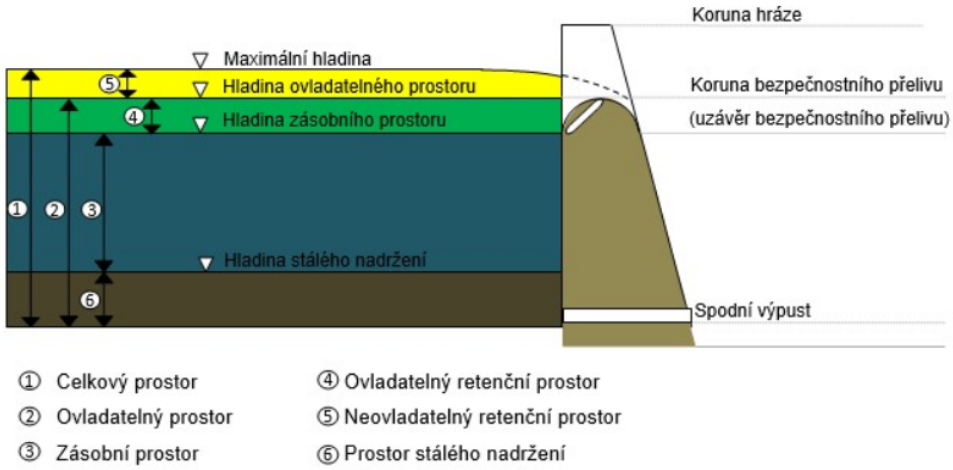
- Zásobní nádrže - jsou ve svém prostoru na řece schopné zadržovat přirozené přítoky a regulovat z nich odtoky podle aktuální vodohospodářsé potřeby. Takový druh vodních děl se buduje nejčastěji.

- Vyrovnávací nádrže - zachycují proměnlivé přítoky z mnohonásobně větších nádrží, které využívají svůj vysoký potenciál k výrobě energie ve špičkových elektrárnách. Jsou zpravidla v těsné blízkosti větších nádrží. Vypouštějí již vyrovnaný odtok.

- Víceúčelové nádrže - ze svého zásobního prostoru slouží pro např. energetiku, plavbu, zemědělství či rekreaci. Mimo to mají část svého prostoru vyhrazen pro zachycení kulminačních průtoků povodňových vln.

1.2.2 Rozdělení prostoru vodního díla

Prostor nádrže mezi dnem a nejvyšší vodní hladinou nazýváme celkovým objemem nádrže V. Tento prostor se rozděluje do tří hlavních částí. První z nich je prostor stálého nadržení. Druhý je zásobní prostor, který slouží pro akumulaci vody. A třetí je retenční prostor, který slouží k částečnému zadržení velkých vod a snížení škodlivých kulminačních průtoků povodňových vln [1][6].



Obrázek 1.2: Rozdělení prostoru vodního díla [7]

1.3 Využití vodní energie

Podstatou využití vodní energie vodního toku je přeměna mechanické energie proudící vody na energii elektrickou pomocí vodních elektráren. Pro vodní dílo, které využívá vodní energii je možné vedením vody přes kanály a potrubí vytvořit vhodné podmínky pro spád při dostatečném průtoku. Společnou předností všech vodních elektráren je operativnost nasazení, kdy v krátkém čase (řádově minuty) jsou schopny dosáhnout požadovaného výkonu pro potřeby vyrovnání poklesu výkonu v síti.

Voda přitékající do hydrocentrály roztáčí turbínu, která je na společné hřídeli s generátorem elektrické energie, spolu tvoří tzv. turbogenerátor. Mechanická energie proudící vody se tak mění na energii elektrickou, která se odvádí do míst spotřeby. Výběr turbíny závisí na účelu a podmínkách celého vodního díla, avšak mezi nejčastěji používané turbíny patří Francisova, Peltonova a Kaplanova turbína.

V podmínkách našich řek se nejčastěji používá Kaplanova turbína s nastavitelnými lopatkami, pro velké množství vody a pro menší spády. Pro vysoké spády až do 500 metrů se používá Peltonova turbína. Pro přečerpávající vodní elektrárny se používá Francisova turbína, která při zpětném chodu funguje jako potřebné čerpadlo, vhánějící vodu do výše položených uměle vytvořených jezer, pro zpětné využití energie vody [8].

Vodní elektrárny se rozdělují do základních skupin dle instalovaného výkonu, využívaného spádu a využití vodního toku, tedy [10]:

- Podle instalovaného výkonu - na malé (do 10 MW), střední (do 100 MW) a velké vodní elektrárny (nad 100 MW).
- Podle využívaného spádu - nízkotlaké (při spádu do 20 m), středotlaké (při spádu od 20 do 100 m) a vysokotlaké vodní elektrárny (při spádu nad 100 m).
- Podle využití vodního toku - průtočné (takové, které využívají přirozený průtok řeky, který nelze ovlivňovat), akumulační (takové, u kterých je akumulace vody i spád zajištěn přehradním tělesem a jsou umístěny v těsné blízkosti tělesa. Akumulační elektrárny využívají řízeného odběru vody z nádrže dle potřeb elektrizační soustavy, pokrývají tedy špičkové zatížení elektrizační soustavy) a přečerpávající vodní elektrárny (takové, které slouží jako akumulátor elektrické energie. Využívají další výše položené vodní nádrže, do které je voda čerpána za využití přebytečné elektrické energie. Při potřebě elektrické energie je naopak z výše položené vodní nádrže voda hnána skrze turbínu).

1.3.1 Parametry vodní elektrárny

Mezi základní parametry popisující vodní elektrárnu patří průtok turbínou Q, spád H, účinnost turbíny η, výkon P a výroba elektrické energie E [9].

- Průtok turbínou - je definovaný jako celkové množství vody protékající turbínou za jednotku času. Základní jednotkou je m^3s^{-1}.
- Spád vodní elektrárny - je výškový rozdíl hladin před vtokem a před vyústěním do odpadu vodní elektrárny. Rozeznáváme statický spád a provozní spád vodní elektrárny. Statický spád H_c je spád mezi dvěma posuzovanými úseky toku, který chceme energeticky využít. Je určen výškovým rozdílem horní a dolní hladiny při nulovém průtoku vodní elektrárnou. Provozní spád vodní elektrárny je statický spád zmenšený o hydraulické ztráty kromě ztráty v hydraulickém obvodu. Po odečtení hydraulických ztrát v hydraulickém obvodu, dostaneme užitečný spád vodní elektrárny H_u.
- Výkon a elektrická energie - vodní elektrárna zpracovává v turbínách průtočný objem Q_t. Spád, který se v turbínách využívá je jednoznačně menší, než statický spád H_c, vzniklý vzdutím hladiny a je dán rozdílem horní a dolní hladiny. Turbína zpracovává užitečný spád H_u. Výkon vodní elektrárny tedy je

$$P = g \cdot Q_t \cdot H_u \cdot \eta, \tag{1.1}$$

a vyrobená energie

$$E = g \cdot Q_t \cdot H_u \cdot \eta \cdot t \tag{1.2}$$

- Účinnost vodní turbíny - účinnost η je poměrně vysoká, od 0,8 až k 0,96. Její hodnota závisí na typu turbíny, její velikosti ale i na průtoku.

2. Vltavská vodní kaskáda

Vodní kaskáda je systém po sobě jdoucích uměle vytvořených vodních děl, přítoků, ventilů a turbín, rozprostřených na vodním toku, které tvoří ucelenou vodohospodářskou či energetickou soustavu. Taková vodní kaskáda musí respektovat omezení, které jsou reprezentovány omezením výšek hladin a velikosti toků na specifikovaných místech vodní kaskády, aby splňovala vodohospodářské, ekologické, ochranné i energetické požadavky. Vodní kaskáda uvažovaná v této práci nese jméno Vltavská kaskáda.

Vltavská kaskáda je soustava devíti vodních děl rozprostřených na řece Vltavě v úseku delším než 250 kilometrů. Hlavním podmětem výstavby největších děl kaskády bylo využití vodní energie. Kromě výroby elektrické energie kaskáda slouží k akumulaci vody, zlepšování průtoku dolního toku Vltavy, rekreačním činnostem a také k ochraně před povodněmi snižováním povodňových průtoků. Všechny vodní elektrárny instalované ve vodních dílech jsou majetkem firmy ČEZ. Jejich provoz je zautomatizován a je řízen prostřednictvím centrálního dispečinku ve Štěchovicích. Samotná vodní díla spravuje Povodí Vltavy, které je státním podnikem. Přehrady Vltavské kaskády jsou vzájemně propojeny řekou Vltavou a rozdělují řeku na osm dosahů. Každý dosah se tedy sestává z dosahu řeky mezi jednotlivými vodními díly Vltavské kaskády [1][11].

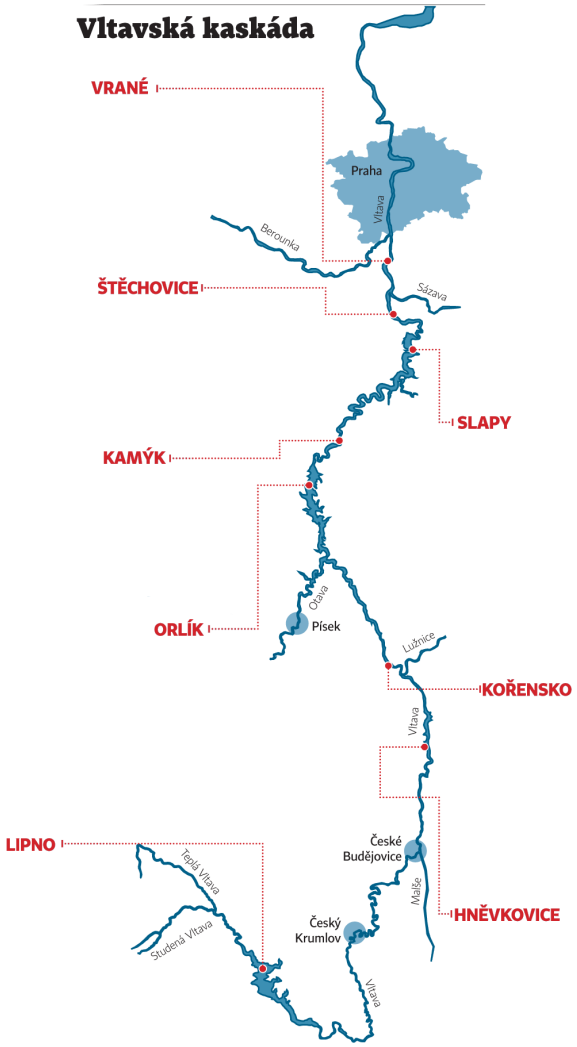
2.1 Vltava

Teplá Vltava, hlavní pramenná větev Vltavy pramení v nadmořské výšce 1172 metrů na svahu Šumavské Černé hory. Po soutoku se studenou Vltavou v nadmořské výšce 731 metrů poblíž obce Chlum již řeka nese název Vltava. Meandrovité koryto Vltavy se díky přehradě Lipno I mění v obrovskou vodní plochu. Voda je využívána pro generování energie díky podzemní vodní elektrárně, odkud pak dále pokračuje podzemním tunelem do vyrovnávací nádrže Lipno II. Vltava dále pokračuje přes Český Krumlov až k Českým Budějovicím, ve kterých je posílena řekou Malše. Za městem Hluboká nad Vltavou se nachází třetí přehradní nádrž Hněvkovice, která byla vybudována zejména pro zásobování jaderné elektrárny Temelín technologickou vodou. Vltava, znovu posílena pravostranným přítokem Lužnice u města Týn nad Vltavou, naráží na čtvrtou přehradní nádrž Kořensko a poté se již její vody rozlijí v hluboké a dlouhé jezero vzniklé vodním dílem Orlík, největší z přehrad Vltavské kaskády. Pod přehradou Orlík voda Vltavy vtéká do vodního díla Kamýk, vybudovaného jako vyrovnávací nádrž. Následuje přehrada Slapy, která se nachází v místech zatopených Svatojánských proudů. Na svém toku směrem ku Praze naplní Vltava ještě další dvě přehrady, a to Štěchovice a Vrané. U města Davle je Vltava znovu posilněna řekou Sázavou a u Zbraslavi řekou Berounkou. Vltava protéká Prahou, aby pak nezadržitelně směřovala k Mělníku, u něhož se v nadmořské výšce 156 metrů vlévá do Labe. Celková délka Vltavy od pramene k soutoku je 436 kilometrů a její celková plocha 28 090 km^2 [12].

2.2 Vodní díla Vltavské kaskády

U vodních děl jsou změřeny výšky hladin vody v nádrži, objem vody v nádrži a odtok vody z nádrže. Ze získaných dat byl dopočten přítok. Pro sledování vodních stavů a průtoků slouží limnigrafické stanice s dálkovými přenosy dat do centrálního dispečinku ve Štěchovicích, odkud jsou ovládány spodní výpusti a přelivová pole. Tyto limnigrafické

stanice bývají umístěny přímo v hrázovém bloku, ale i před vtokem jednotlivých přítoků do řeky Vltavy.



Obrázek 2.1: Vltavská kaskáda [13]

Následuje soupis jednotlivých vodních děl Vltavské kaskády, viz. [14][15].

2.2.1 VD Vrané

Vodní dílo Vrané je prvním a nejstarším stupněm Vltavské kaskády. Přípravné práce byly zahájeny koncem roku 1930 a byly ukončeny v roce 1935. Její nádrž vyrovnává spolu s nádrží vodního díla Štěchovice špičkový odtok z elektrárny vodního díla Slapy. Provoz je dálkově řízen z centrálního dispečinku ve Štěchovicích pro dlouhodobý a vyrovnaný odtok vody z celé Vltavské kaskády. Vodní dílo Vrané má čtyři hlavní objekty: jez, 2 plavební komory a průtočnou vodní elektrárnu, která je osazena dvěma Kaplanovými turbínami.

2.2.2 VD Štěchovice

Vodní dílo Štěchovice je druhým stupněm Vltavské kaskády. Jeho výstavba probíhala v letech 1938 - 1944. Její nádrž především slouží k vyrovnávání kolísavého odtoku ze špičkové elektrárny vodního díla Slapy. Vodní dílo má tři hlavní objekty: přehradu, plavební komoru

a středotlakou vodní elektrárnu, která je vybavena jako klasická průtočná elektrárna se dvěma Kaplanovými turbínami.

2.2.3 VD Slapy

Vodní dílo Slapy je třetím stupněm Vltavské kaskády. Je po Lipnu I a Orlíku třetí největší přehradou Vltavské kaskády. Její výstavba probíhala v letech 1949 - 1955. Velká akumulační nádrž má nejen energetický význam, ale umožňuje i dlouhodobou regulaci vodního režimu řeky Vltavy. Vodní dílo má tři hlavní objekty: přehradu, plavební zařízení a špičkovou vodní elektrárnu, která vyrábí špičkovou energii a podílí se na výkonové bilanci celostátní elektrizační soustavy. Je složena ze tří Kaplanových turbín a je schopna přejít na plný výkon za 136 vteřin.

2.2.4 VD Kamýk

Vodní dílo Kamýk je čtvrtým stupněm Vltavské kaskády. Její výstavba probíhala v letech 1957 - 1962. Její nádrž slouží především pro vyrovnávání kolísavého odtoku ze špičkové elektrárny vodního díla Orlík. Provoz vodního díla je plně řízen z centrálního dispečinku tak, aby trvale umožňoval operativní provoz elektrárny vodního díla Orlík. Vodní dílo má tři hlavní objekty: přehradu, plavební zařízení a průtočnou vodní elektrárnu osazenou čtyřmi Kaplanovými turbínami. Pracuje v tandemu s vodní elektrárnou Orlík a svojí vlastní produkcí elektrické energie dokáže zabezpečit vlastní spotřebu vodní elektrárny Orlík, v případě výpadku napětí v soustavě.

2.2.5 VD Orlík

Vodní dílo Orlík je pátým stupněm Vltavské kaskády. Jeho výstavba probíhala v letech 1954 - 1961. Vodní dílo Orlík je největší vodní dílo v České republice i nejvýznamnější článek vltavské kaskády. Spolu s vodním dílem Lipno I rozhodují o víceletém řízení průtoku na řece Vltavě i na dolním Laby. Krom regulace průtoků Vltavy a Labe umožňuje rozsáhlou letní rekreaci a rybní hospodářství. Vodní dílo mí tři hlavní objekty: přehradu, plavební zařízení a špičkovou vodní elektrárnu. Vodní elektrárna se významně podílí na řízení celostátní energetické soustavy. Je osazena čtyřmi Kaplanovými turbínami a na plný výkon je schopna přejít za 128 vteřin.

2.2.6 VD Kořensko

Vodní dílo Kořensko je šestým stupněm Vltavské kaskády. Spolu s vodním dílem Hněvkovice jsou nejmladšími částmi Vltavské kaskády. Výstavba vodního díla Kořensko probíhala v letech 1986 - 1992. Hlavní funkcí vodního díla Kořensko je udržovat stálou hladinu a tím odstranit hygienické a estetické závady v protékajícím městě Týn nad Vltavou, vznikající kolísáním hladiny vodního díla Orlík. Vodní dílo má tři hlavní objekty: přehradu, plavební zařízení a průtočnou elektrárnu, která je osazena dvěma Kaplanovýma turbínami. Vodní elektrárna energeticky využívá i odpadní vodu z jaderné elektrárny Temelín.

2.2.7 VD Hněvkovice

Vodní dílo Hněvkovice je sedmým stupněm Vltavské kaskády. Jeho výstavba probíhala v letech 1986 - 1992. Nádrž vodního díla slouží k využívání hydroenergetického potenciálu v průtočné vodní elektrárně, ale především i jako rezervoár technologické vody pro

jadernou elektrárnu Temelín. Vodní dílo má čtyři hlavní objekty, přehradu, plavební zařízení, průtočnou vodní elektrárnu a čerpací stanici. Vodní elektrárna je vybavena dvěma Kaplanovými turbínami.

2.2.8 VD Lipno II

Vodní dílo Lipno II je osmým stupněm Vltavské kaskády. Lipno II bylo vybudováno souběžně s vodním dílem Lipno I v letech 1952 - 1959. Její nádrž slouží zejména k vyrovnávání odtoku ze špičkové vodní elektrárny vodního díla Lipno I. Vodní dílo má dva hlavní objekty: přehradu a průtočnou vodní elektrárnu, vybavenou jednou Kaplanovou turbínou. Mimo trvalou výrobu elektrické energie z vyrovnávaného průtoku vodní dílo Lipno I umožňuje svojí vlastní produkcí elektrické energie zabezpečit vlastní spotřebu vodní elektrárny Lipno I, v čemž spočívá její hlavní energetický význam.

2.2.9 VD Lipno I

Vodní dílo Lipno I je devátým a posledním stupněm Vltavské kaskády. Lipno I bylo vybudováno v letech 1952 - 1959. Nádrž představuje svoji plochou největší uměle vytvořené jezero v České republice. Regulací odtoku vody z vodního díla Lipno I se zvětšují minimální průtoky, omezují povodňové špičky a zvyšuje se výroba elektrické energie v ostatních vodních elektrárnách Vltavské kaskády. Vodní dílo má dva hlavní objekty: přehradu a špičkovou vodní elektrárnu, která je umístěna v hloubce 160 metrů a vybavena dvěma Francisovými turbínami. Na plný výkon je schopna přejít do 150 vteřin.

2.3 Technické parametry vodních děl

Technické parametry byly získány z Povodí Vltavy [15], pro horní tok Vltavy a dolní tok Vltavy.

2.3.1 Technické parametry vodních děl horního toku

	Lipno 1	Lipno 2	Hněvkovice	Kořensko
Maximální kóta hladiny [m n.m.]	725,6	563,35	370,1	353,6
Celkový objem [$10^6 \cdot m^3$]	309,5	1,685	21,1	2,8
Dno nádrže [m n.m.]	704,82	552,61	355,1	344,6
Délka jezu [m]	296	224	191	89
Maximální výška hladiny [m]	25	19,5	15	9,25
Říční kilometr [km]	329,543	319,12	210,39	200,405
Průměrný roční průtok Q_a [$m^3 \cdot s^{-1}$]	13,16	13,4	30,6	54,9
Minimální průtok Q_{min} [$m^3 \cdot s^{-1}$]	1,5	6	6,5	9,5
Zatopená plocha [ha]	4870	32,5	276,7	88,87

Tabulka 2.1: Technické parametry VD horního toku

2.3.2 Technické parametry vodních děl dolního toku

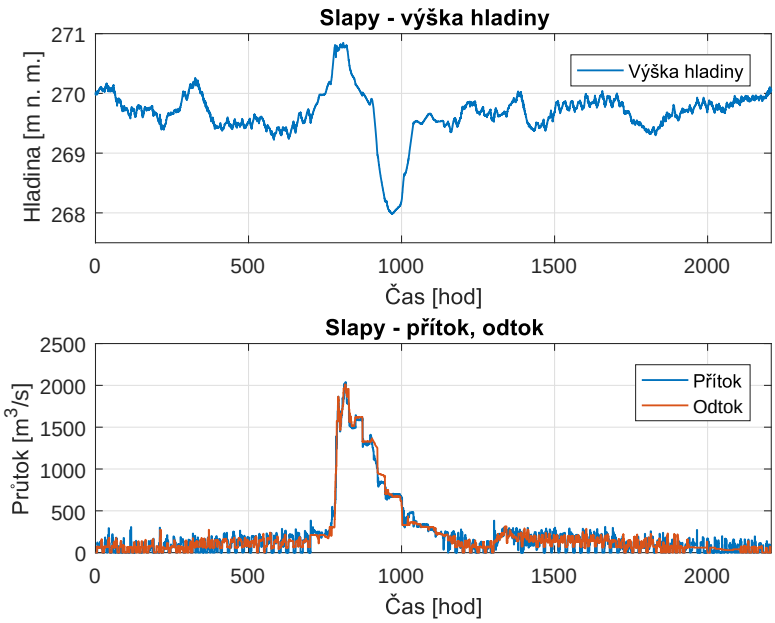
	Orlík	Kamýk	Slapy	Štěchovice	Vrané
Maximální kóta hladiny [m n.m.]	353,6	284,6	270,6	219,4	200,10
Celkový objem [$10^6 \cdot m^3$]	716,5	12,98	269,3	10,4	11,1
Dno nádrže [m n.m.]	279,6	270,1	212,35	196,5	189,9
Délka jezu [m]	450	158	260	124	96,8
Maximální výška hladiny [m]	80,03	14,5	56	22.9	9.7
Říční kilometr [km]	144,65	134,73	91,61	84,318	71,325
Průměrný roční průtok Q_a [$m^3 \cdot s^{-1}$]	83,5	83,7	85,2	85,6	111
Minimální průtok Q_{min} [$m^3 \cdot s^{-1}$]	20	25	30	35	40
Zatopená plocha [ha]	2732,7	195	1162,6	95,7	263

Tabulka 2.2: Technické parametry VD dolního toku

2.4 Získaná data Vltavské kaskády

Od zástupců státní firmy Povodí Vltavy byla získána data ke každé přehradě Vltavské kaskády, která obsahovala aktuální čas měřených hodnot, hladinu vody v přehradě, objem vody v přehradě a odtok vody z přehrady, viz obrázek dat pro vodní dílo Slapy 2.2. Poskytnutá data byla z období 1.5.2013 - 1.8.2013 s deseti minutovými intervaly měření, jejichž počet je 13249. Tato data jsou cenná nejen pro svoji rozsáhlost, ale i pro zaznamenání povodně v červnu roku 2013. Jelikož dodaná data neobsahovala hodnoty přítoku, byl dopočítán z diskrétní objemové rovnice

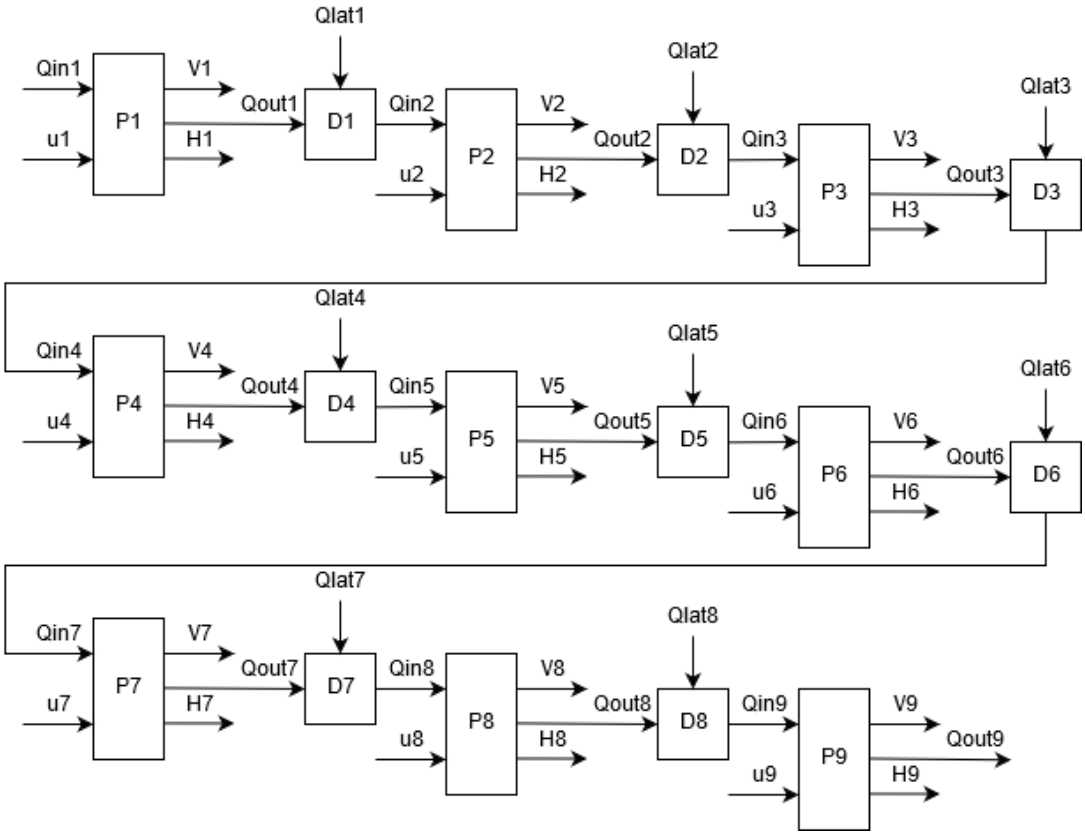
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Q_{in} - Q_{out}. \tag{2.1}$$



Obrázek 2.2: Ukázka získaných dat pro VD Slapy

2.5 Blokové schéma Vltavské kaskády

Na obrázku 2.3 můžeme vidět blokovou strukturu Vltavské kaskády, která se skládá z jednotlivých přehrad Pi a dosahů řeky D_j. Kde i je počet přehrad a j počet vodních dosahů mezi nimi. Vstupem do jednotlivých přehrad je otevření ventilu u_i a přítok Qin_i. Výstupem z přehrad je objem V_i, odtok $Qout_i$ a hladina H_i. Vstupem do jednotlivých dosahů D_j jsou odtoky z předešlých přehrad $Qout_i$. Výstup v podobě přítoků do následujících přehrad je dán odtoky z předešlých přehrad $Qout_i$, které jsou navýšeny laterálními přítoky $Qlat_j$ mezi jednotlivými přehradami.



Obrázek 2.3: Blokové schéma Vltavské kaskády

Tímto způsobem můžeme definovat řídící vstupy, regulované proměnné a poruchy, tedy:

- Řídící vstupy - jsou otevření ventilů (spodních výpustí) přehrad Vltavské kaskády u_i, umožňující jejich částečné či úplné vypuštění.
- Regulované proměnné - jsou objemy přehrad Vltavské kaskády V_i, velikosti odtoků z přehrad Vltavské kaskády $Qout_i$ a výšky hladin H_i přehrad Vltavské kaskády.
- Poruchy - jsou všechny přítoky do jednotlivých přehrad Vltavské kaskády Qin_i a laterální přítoky do vodních dosahů $Qlat_j$.

3. Optimalizovaný model přehrady

Tato část popisuje modelování dynamického systému přehrady, jehož výsledkem je nelineární matematický model. Pro získání takového modelu byla zvolena metoda, která vychází ze získaných dat a vazeb mezi nimi. Vstupy do modelu přehrady jsou otevření ventilu u a přítok Q_{in}. Na výstupu tohoto modelu je objem vody V, odtok Q_{out} a výška hladiny v přehradě H.

3.1 Předpoklady

Z podkapitoly 2.2 víme, že limnigrafická stanice pro měření hladiny vody v nádrži je umístěna přímo v těle přehrady, z tohoto důvodu lze model zjednodušit zanedbáním dynamiky vody. Předpokládáme, že odtok vody z přehrady se okamžitě projeví na výšce hladiny i objemu vody v přehradě. Jelikož získaná data (viz podkapitola 2.4) jsou vzorkována v 10 minutových intervalech a schopnost vodních děl přejít do plného výkonu otevřením ventilu je v rozmezích 2-3 minut (viz například Orlík a jeho přejití na maximální výkon během 128 vtěřin, viz podkapitola 2.2.5), zanedbáváme dynamiku ventilů. Předpokládáme, že za dobu vzorkovacího intervalu se ventil dokáže s dostatečnou časovou rezervou plně otevřít či zavřít, dle aktuálního požadavku. Dále předpokládáme, že se voda chová jako ideální kapalina, dokonale nestlačitelná a bez vnitřního tření.

3.2 Nelineární model přehrady s $f_{Q_{out}}(u)$

Budeme modelovat nádrž jako akumulátor potenciální energie v podobě sloupce vody a ventil uzavírající odtok odpouštěné vody z nádrže, kde odtok Q_{out} je závislý pouze na otevření ventilu u. Pro přehradu jistě platí tato rovnice

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} = Q_{in} - f_{Q_{out}}(u), \tag{3.1}$$

kde Q_{in} je přítok, Q_{out} je odtok, V je objem a u je otevření ventilu. Mezi odtokem Q_{out} a otevřením ventilu u panuje lineární závislost, tedy

$$f_{Q_{out}}(u) = k \cdot u, \tag{3.2}$$

kde k je konstanta určující závislost $f_{Q_{out}}(u)$. Pro zahrnutí výšky hladiny vody v nádrži do tohoto lineárního modelu bylo zjištěno, že mezi objemem vody v nádrži a výškou hladiny v nádrži panuje závislost. Tato závislost se nazývá křivka vodních dosahů a znázorňuje závislost výšky hladiny vody v nádrži na celkovém objemu vody v nádrži $H = f(V)$ [6]. Je kvadratická a zavádí do lineárního modelu přehrady nelinearitu. Platí, že

$$H = a_1 + a_2 \cdot V + a_3 \cdot V^2. \tag{3.3}$$

3.3 Nelineární model přehrady s $f_{Q_{out}}(u,H)$

K řešení dané úlohy použijeme Bernoulliho rovnici. Pro výpočet průtoku zapíšeme Bernoulliho rovnici pro výšku hladiny nádrže H a pro těžiště výtokového průřezu. Budeme předpokládat, že nádrž je velká a tudíž smíme zanedbat vliv přítokové rychlosti v_n. Platí, že

$$H + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_n^2}{2g} = 0 + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}. \tag{3.4}$$

Úpravou získáme průřezovou rychlost v na výtoku, tedy

$$v = \sqrt{2gH}. \tag{3.5}$$

Výsledný objemový odtok je dán

$$f_{Q_{out}}(u,H) = K \cdot \sqrt{2gH} \cdot u, \tag{3.6}$$

kde u je otevření ventilu, g je gravitační zrychlení, H výška hladiny a K je konstanta. Přepíšeme-li rovnici 3.1 za použití odtoku Q_{out}, závislého nejen na otevření ventilu u, ale i výšce hladiny H, a dosadíme rovnici 3.3, dostaneme

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - K \cdot \sqrt{2gH} \cdot u = Q_{in} - K \cdot \sqrt{2g\left(a_1 + a_2 \cdot V + a_3 \cdot V^2\right)} \cdot u. \tag{3.7}$$

3.4 Parametrizace nelineárních modelů přehrady

Pro zjištění parametrů nelineárního modelu přehrady byla použita matematická optimalizace ve vývojovém prostředí Matlab, za použití optimalizačního toolboxu. Optimalizační toolbox je soubor funkcí, který rozšiřuje možnosti použití numerických výpočtů vývojového prostředí Matlab. Pro naše potřeby byla použita optimalizační metoda nelineární nejmenších čtverců. Používá Gauss-Newtonovy a Levenberg-Marquarddtovy metody pro optimalizaci nelineárních úloh metodou nejmenších čtverců *lsqnonlin* [16]. Funkce *lsqnonlin* řeší problém nelineárních nejmenších čtverců

$$\min_x ||f(x)||_2^2 = \min_x \left(f_1(x)^2 + f_2(x)^2 + \cdots + f_n(x)^2\right), \tag{3.8}$$

kde x je vektor, který obsahuje optimalizované parametry a $f_i(x)$ je vektro výstupních hodnot funkce $f(x)$. Na účelovou funkci lze klást volitelné dolní *lower bounds* (lb) a horní hranice *upper bounds* (ub) vektoru x, tedy

$$lb \leq x \leq ub. \tag{3.9}$$

Pro naše potřeby vypočtení závislosti výšky hladiny vody v přehradě H na objemu vody v přehradě V, kterou popisují parametry a_1, a_2 a a_3, byla zvolena jako účelová funkce kvadratická rovnice 3.3. Tímto způsobem jsme vypočetli parametry kvadratické závislosti a_1, a_2 a a_3. Posledním neznámým parametrem je konstanta k, která spolu s otevřením ventilu u, které je v rozmezí $(0,1\rangle$, definují odtok Q_{out}. Pro přepočtovou konstantu k platí, že roznásobením konstanty k a hodnoty otevření ventilu u získáme hodnotu odtoku Q_{out},

$$k \cdot u = Q_{out}. \tag{3.10}$$

Vyčíslení závislosti odtoku Q_{out} na výšce hladiny

Pro vyčíslení neznámého parametru K odtoku Q_{out} závislého nejen na otevření ventilu u, ale i na výšce hladiny H, uvažujeme, že při maximálním otevření ventilu u získáme z dodaných dat maximální odtok Q_{out}, který odpovídá příslušné hladině H.

3.4.1 Ukázka vyčíslených parametrů pro VD Slapy

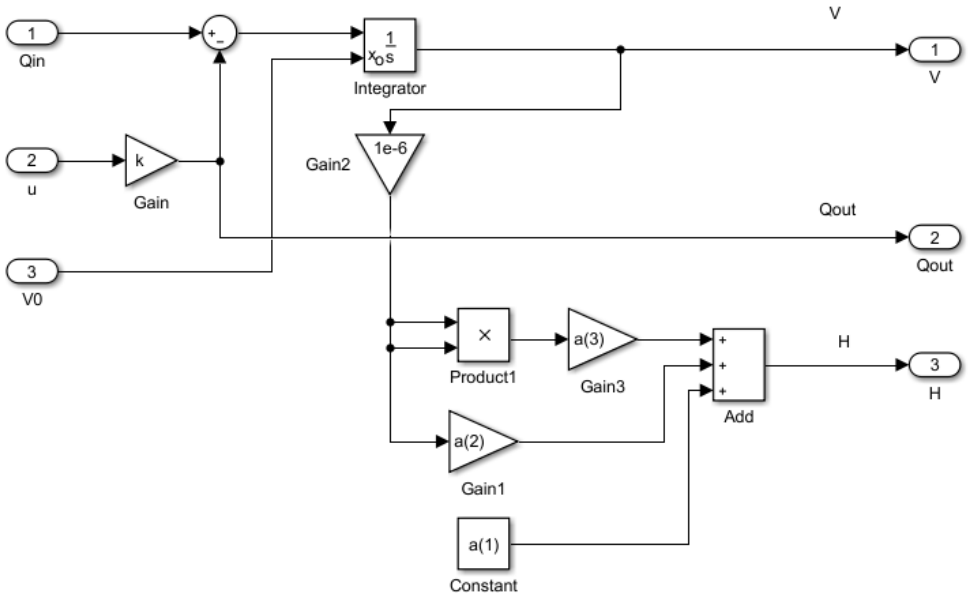
	Slapy
Parametr a_1 pro $f_H(V)$ [-]	240,0496
Parametr a_2 pro $f_H(V)$ [-]	0,1409
Parametr a_3 pro $f_H(V)$ [-]	-0,0001
Parametr k pro $f_{Q_{out}}(u)$ [-]	2011,2
Parametr K pro $f_{Q_{out}}(u,H)$ [-]	59,4009

Tabulka 3.1: Ukázka vyčíslených parametrů VD Slapy

3.5 Simulace nelineárních modelů přehrady

Pro simulaci nelineárního modelu přehrady bylo použito vývojové prostředí Matlab-Simulink. Simulace byla provedena na VD Slapy.

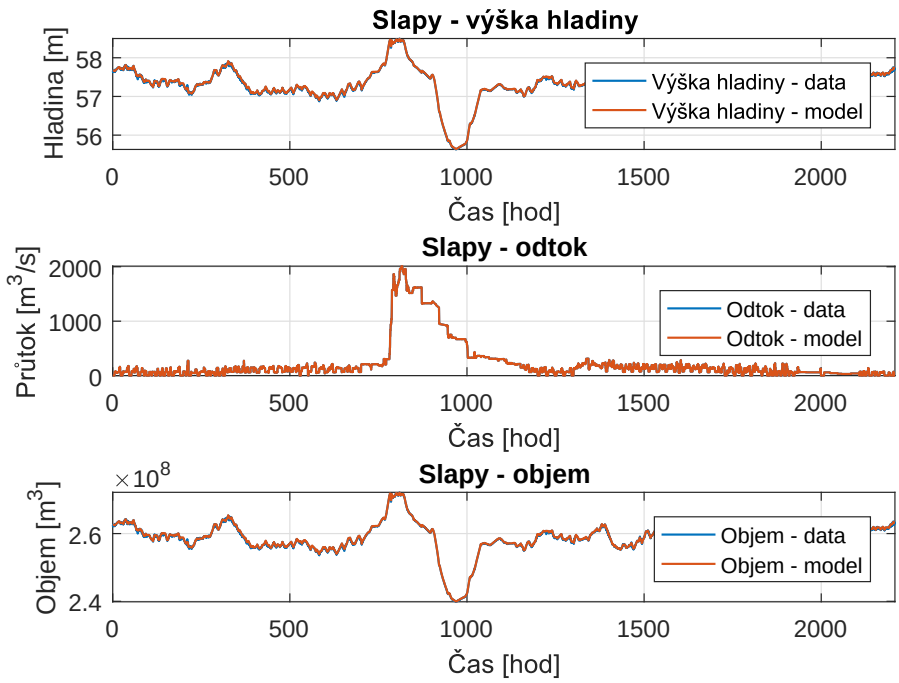
3.5.1 Nelineární model s $f_{Q_{out}}$(u)



Obrázek 3.1: Zapojení VD Slapy

Simulace

Pro simulaci nelineárního modelu přehrady jsme modelu dodali hodnoty přítoku Q_{in}, hodnoty otevření ventilu u a počáteční objem přehrady V_0 a na výstupu porovnávali objem V s dodaným objemem, odtok Q_{out} s dodaným odtokem a výšku hladiny H s dodanou výškou.



Obrázek 3.2: Simulace VD Slapy

Pro srovnání, jak se vypočtený model shoduje s reálnými daty byla vypočtena střední kvadratická chyba (RMSE), tedy

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_{data} - X_{model})^2}, \tag{3.11}$$

kde n je celkový počet dat. Pro VD Slapy z obrázku 3.2 vychází střední kvadratické chyby následovně:

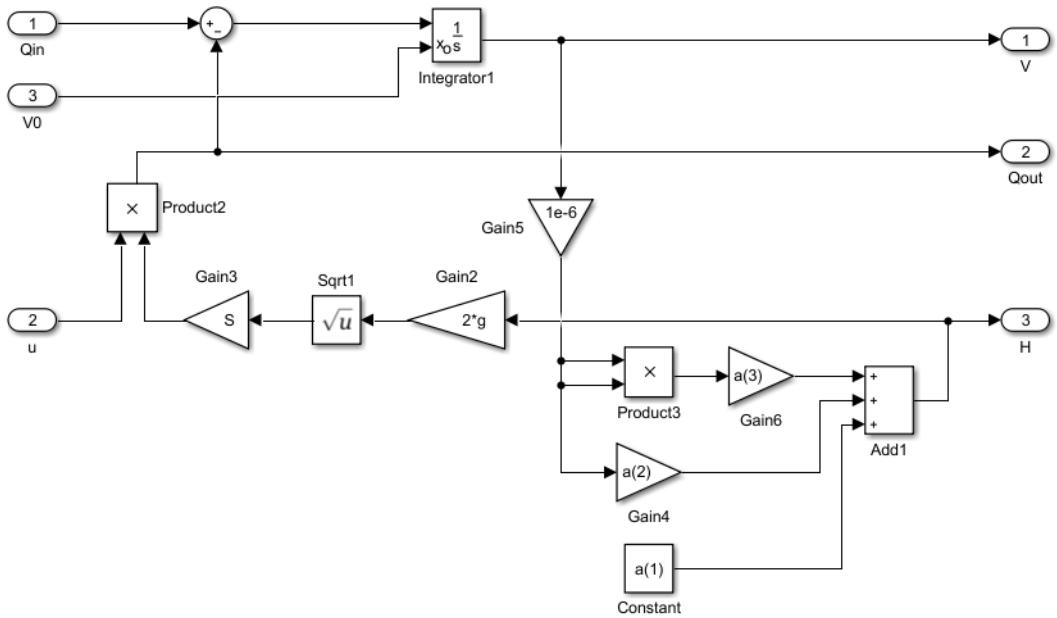
$$RMSE_H = 0.0160\ [m], \tag{3.12}$$

$$RMSE_{Q_{out}} = 1.1131 \cdot 10^{-15}\ [m^3/s], \tag{3.13}$$

$$RMSE_V = 1.8145 \cdot 10^5\ [m^3]. \tag{3.14}$$

Simulace zbylých VD lze nalézt v příloze A.

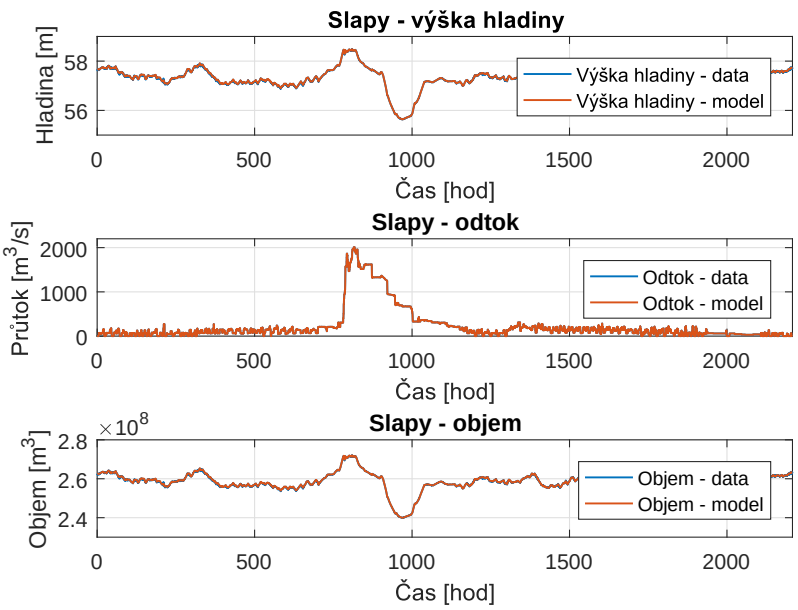
3.5.2 Nelineární model s $f_{Q_{out}}$(u,H)



Obrázek 3.3: Zapojení VD Slapy

Simulace

Pro simulaci nelineárního modelu přehrady jsme modelu dodali hodnoty přítoku Q_{in}, hodnoty otevření ventilu u a počáteční objem přehrady V_0 a na výstupu porovnávali objem V s dodaným objemem, odtok Q_{out} s dodaným odtokem a výšku hladiny H s dodanou výškou.



Obrázek 3.4: Simulace VD Slapy

Pro srovnání, jak se vypočtený model shoduje s reálnými daty byla vypočtena střední kvadratická chyba (RMSE), tedy

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_{data} - X_{model})^2}, \tag{3.15}$$

kde n je celkový počet dat. Pro VD Slapy z obrázku 3.4 vychází střední kvadratické chyby následovně:

$$RMSE_H = 0{,}0149\ [m], \tag{3.16}$$

$$RMSE_{Q_{out}} = 0{,}0276\ [m^3/s], \tag{3.17}$$

$$RMSE_V = 1{,}6906 \cdot 10^5\ [m^3]. \tag{3.18}$$

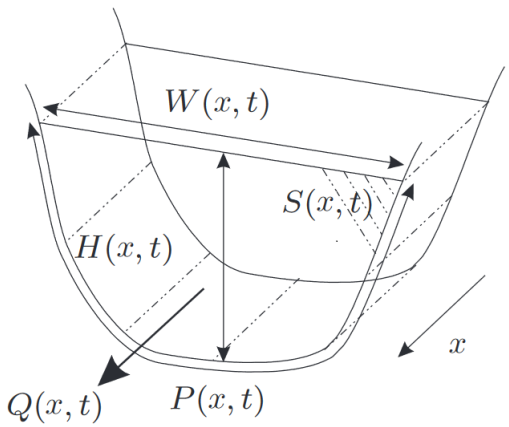
Avšak tyto nelineární modely přehrad, kde odtok Q_{out} je závislý nejen na otevření ventilu u, ale i hladiny H nebyly pro návrh řízení použity. Nepodařilo se navrhnout takové řízení, ve kterém by vnitřní prediktivní model MPC byl sestaven z lineárního modelu Vltavské kaskády, složené z linearizovaných modelů vodních dosahů spolu s linearizovanými modely přehrad s $f_{Q_{out}}(u,H)$ a správně za omezení řídil nelineární model Vltavské kaskády složený z linearizovaných modelů vodních dosahů a nelineárních modelů přehrad s $f_{Q_{out}}(u,H)$. Proto pro model Vltavské kaskády jsou dále použity modely přehrad s odtokem závislým pouze na otevření ventilu u, tedy s $f_{Q_{out}}(u)$

4. Optimalizovaný model dosahu

Tato část popisuje modelování dynamického systému dosahu řeky, jehož výsledkem je nelineární matematický model. Tyto rovnice svazují fyzikální veličiny a proměnné, které jsou pro model důležité. Nejdůležitější částí této kapitoly jsou Saint Venantovy rovnice popisující otevřený hydraulický systém a prostorová diskretizace modelu, která rozděluje dosah řeky do určitého počtu diskretizačních částí. Takto vytvořený systém s vhodně zvolenými parametry představuje pouze dosah řeky Vltavy, který je ohraničený dvěma přehradními tělesy. Tedy model řeky mezi jednotlivými vodními díly Vltavské kaskády. Vstupy do modelu dosahu řeky jsou přítok Q_{in}, latentní přítoky Q_{lat} a odtok Q_{out}. Na výstupu tohoto modelu jsou stavy představující výšky hladiny H a průtoky Q v jednotlivých diskretizačních částech vzniklých rozdělením dosahu řeky [2][3][17].

4.1 Saint Venantovy rovnice

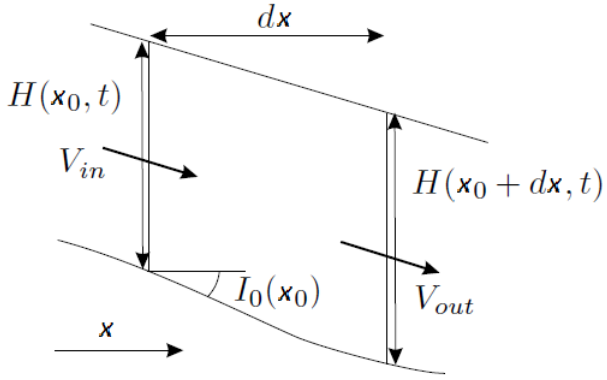
Saint Venantovy rovnice jsou nelineární systémy prvního řádu, představující nástroj pro modelování jednodimenzionálních otevřených hydraulických systémů s konstantní hustotou tekutiny. Byly odvozeny matematikem Jean de Saint-Venantem. Hydraulický stav řeky je popsán dvěma proměnnými, plochou koryta řeky $S(x,t)$ a průtokem $Q(x,t)$. Obě jsou funkcí prostorové souřadnice x a času t, viz obrázek 4.1, na kterém jsou uvedeny všechny fyzikální veličiny vyskytující se ve dvojici Saint Venantových rovnic, odpovídající zákonu zachování hmotnosti a zákonu zachování hybnosti [3].



Obrázek 4.1: Proměnné v průřezu řeky [3]

Kde $Q(x,t)$ je průtok plochou koryta řeky $S(x,t)$, $H(x,t)$ je výška hladiny ode dna koryta řeky, $W(x,t)$ je šířka koryta řeky a $P(x,t)$ je tzv. vlhký obvod koryta řeky. Pro odvození první parciální rovnice jsou fyzikální principy aplikovány na malý příčný řez koryta řeky, viz obrázek 4.2, o tloušťce dx a sklonu koryta řeky $I_0(x)$. Zákon zachování hmotnosti uvádí, že změna objemu ΔV je rovna rozdílu objemu vstupujícího a objemu vystupujícího z příčného řezu koryta řeky, tedy

$$\Delta V = V_{in} - V_{out}. \tag{4.1}$$



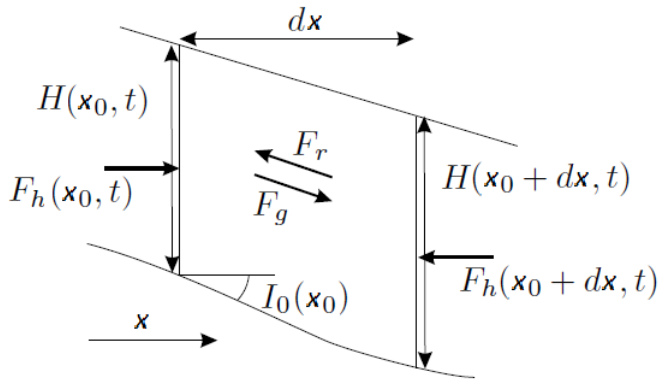
Obrázek 4.2: Příčný řez koryta řeky [3]

Objemové toky V_{in} a V_{out} lze přenásobením časového kroku dt vyjádřit jako přítoky a odtoky z příčného řezu koryta řeky. Změnu objemu ΔV lze aproximovat pomocí změny plochy koryta řeky S v čase tloušťky příčného řezu koryta řeky dx. Po přechodu na nekonečně malou tloušťku dx a čas dt získáváme první Saint Venantovu rovnici [3]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \tag{4.2}$$

Pro odvození druhé parciální rovnice jsou fyzikální principy aplikovány na malý příčný řez koryta řeky, viz obrázek 4.3, o tloušťce dx, sklonu koryta řeky $I_0(x)$, gravitační síle F_g, hydrostatické síle F_h a třecí síle F_t. Zákon zachování hybnosti definuje rovnováhu mezi jednotlivými silami a sílou zrychlení F_a [3], tedy

$$F_a = F_g - \Delta F_h - F_r. \tag{4.3}$$



Obrázek 4.3: Příčný řez koryta řeky [3]

Tyto síly jsou funkcemi průtoku vody $Q(x,t)$ plochou koryta řeky $S(x,t)$, výšky hladiny ode dna koryta řeky $H(x,t)$, sklonu koryta řeky $I_0(x)$, třecího sklonu $I_f(x,t)$ a gravitačního zrychlení g. Po přechodu na nekonečně malou tloušťku dx a čas dt získáváme druhou Saint Venantovu rovnici [2]

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{S}\right) + gS.\frac{\partial H}{\partial x} + gS.(I_f - I_0) = 0. \tag{4.4}$$

Třecí sklon $I_f(x,t)$ je definovaný Manning-Strickler výrazem [2], tedy

$$I_f(x,t) = \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{k_{str}^2 . R^{\frac{4}{3}}}, \tag{4.5}$$

$$R = \frac{S}{P}. \tag{4.6}$$

kde $k_{str}(x)$ je Strickler koeficient, $R(x,t)$ je hydraulický poloměr a $P(x,t)$ je již zmíněný vlhký obvod koryta řeky. Strickler koeficient $k_{str}(x)$ je parametr, který nelze měřit, ale je konstantní v čase [3]. Jeho kalibrací však můžeme kalibrovat i model dosahu řeky tak, aby výstupy modelu odpovídali získaným datům.

4.1.1 Zjednodušení de Saint Venantových rovnic

Pro vytvoření jednoduchého modelu dosahu řeky pomocí de Saint Venantových rovnic, uvažujeme konstantní šířku řeky W a obdélníkový tvar plochy koryta řeky $S(x,t)$ [2]. Tímto zjednodušením získáváme

$$W(x,t) = W, \tag{4.7}$$

$$P(x,t) = 2H(x,t) + W. \tag{4.8}$$

Dále můžeme časovou parciální derivaci plochy koryta řeky $S(x,t)$ nahradit součinem konstantní šířky W a proměnné výšky hladiny $H(x,t)$, a konstantu W vyjmout z časové parciální derivace, tím získáme

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = W \frac{\partial H(x,t)}{\partial t}. \tag{4.9}$$

Pakliže touto substitucí nahradíme časovou parciální derivaci plochy koryta v první de Saint Venantovy rovnici, získáme tím změnu stavové proměnné z plochy koryta $S(x,t)$ na výšku hladiny $H(x,t)$. Výsledné parciální diferenciální rovnice systému dosahu řeky jsou

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{W} . \frac{\partial Q}{\partial x}, \tag{4.10}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{2Q}{WH} . \frac{\partial Q}{\partial x} + \left[\frac{1}{W}\left(\frac{Q}{H}\right)^2 - gWH\right] . \frac{\partial H}{\partial x} + gWI_0H \tag{4.11}$$

$$-\frac{gWH}{k_{str}^2} . \left(\frac{W+2H}{WH}\right)^{\frac{4}{3}} . \left(\frac{Q}{WH}\right)^2 .$$

4.2 Prostorová diskretizace

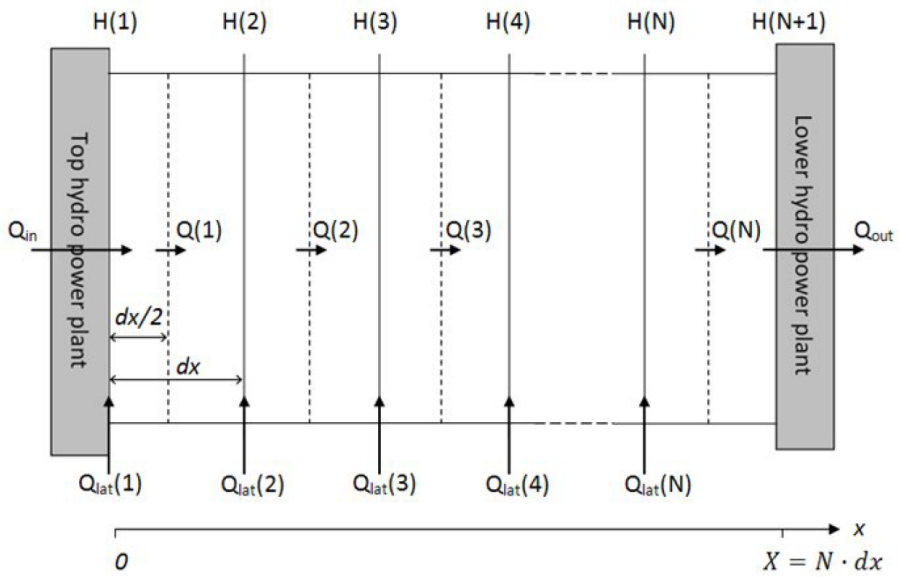
Prostorová diskretizace je způsob, jak převést parciální diferenciální rovnice na obyčejné diferenciální rovnice metodou konečných prvků. Její princip spočívá v diskretizaci spojitého kontinua (dosahu řeky) do konečného počtu částí [2]. Tedy nahradíme prostorové parciální deriváty konečnými rozdíly. Diskretizujeme dosah řeky na N částí, kde každá část má délku dx a X je celková délka dosahu řeky.

$$dx = \frac{X}{N}. \tag{4.12}$$

U mnoho fyzikálních systémů vedoucích k diferenciálním rovnicím, se řády vlastních čísel linearizovaného systému mohou navzájem lišit, popřípadě se mohou lišit během integrace. V těchto případech je mnohdy jejich numerické řešení číselně nestabilní [18]. Abychom tomu zabránili a nenastalo ztuhnutí simulace a správně popsali fyziku systému, jsou diskretizační kroky obou proměnných Q a H překrývající se. Diskretizační schéma spolu s rovnicemi konečných rozdílů jsou [2]

$$\frac{\partial H_i}{\partial x} \simeq \frac{(H_{i+1} - H_i)}{dx}, \tag{4.13}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial x} \simeq \frac{(Q_i - Q_{i-1})}{dx}. \tag{4.14}$$



Obrázek 4.4: Schéma prostorové diskretizace [2]

Pakliže původní de Saint Venantnovy rovnice přepíšeme s použitím nahrazení prostorových parciálních derivátů konečnými rozdíly, získáme neúplný systém. Jelikož řeku v daném dosahu posiluje velké množství malých či velkých přítoků, je nutné tyto poruchy v našem systému uvažovat. Projeví se pouze v první de Saint Venantovy rovnici, rovnici zákona zachování hmotnosti, která je změněna na

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = Q_{lat}, \tag{4.15}$$

kde $Q_{lat}(x)$ je latentní přítok do dosahu řeky. Tím získáváme sadu obyčejných diferenciálních rovnic, které popisují chování dosahu řeky.

$$\frac{\partial H_1}{\partial t} = -\frac{1}{W} \cdot \frac{Q_1 - Q_{in} - Q_{lat_1}}{\frac{dx}{2}} \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial t} = -\frac{2Q_1}{WH_1} \cdot \frac{Q_1 - Q_{in}}{dx} + \left[\frac{1}{W}\left(\frac{Q_1}{H_1}\right)^2 - gWH_1\right] \cdot \frac{H_2 - H_1}{dx} \tag{4.17}$$

$$+ gWI_0H_1 - \frac{gWH_1}{k_{str}^2} \cdot \left(\frac{W + 2H_1}{WH_1}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{Q_1}{WH_1}\right)^2 \qquad i \in [1]$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = -\frac{1}{W}.\frac{Q_i - Q_{i-1} - Q_{lat_i}}{\frac{dx}{2}} \tag{4.18}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = -\frac{2Q_i}{WH_i}.\frac{Q_i - Q_{i-1}}{dx} + \left[\frac{1}{W}\left(\frac{Q_i}{H_i}\right)^2 - gWH_i\right].\frac{H_{i+1} - H_i}{dx} \tag{4.19}$$

$$+ gWI_0H_i - \frac{gWH_i}{k_{str}^2}.\left(\frac{W + 2H_i}{WH_i}\right)^{\frac{4}{3}}.\left(\frac{Q_i}{WH_i}\right)^2 \qquad i \in [2,N]$$

$$\frac{\partial H_{N+1}}{\partial t} = -\frac{1}{W}.\frac{Q_{out} - Q_N}{\frac{dx}{2}} \tag{4.20}$$

Takto vytvořený systém s vhodně zvolenými parametry představuje pouze dosah řeky Vltavy, mezi jednotlivými vodními díly vltavské kaskády. Vstupem do tohoto systému je přítok Q_{in}, který je dán odtokem z předešlé přehrady, latentními přítoky Q_{lat}, které přitékají a posilují řeku Vltavu a očekávaným odtokem Q_{out}, který je dán přítokem do následující přehrady Vltavské kaskády. Avšak informace o latentních přítocích Q_{lat} nám z poskytnutých dat nejsou známy.

4.3 Parametrizace nelineárního modelu

Matematický model dosahu řeky vytvořený v předešlé podkapitole musí být pro řídící účely dostatečně jednoduchý a zároveň však natolik přesný, aby dokázal zachytit dynamiku reálného systému v podobě jednotlivých dosahů řeky s přehradami Vltavské kaskády. Tento kompromis se budeme snažit vyřešit vhodnou volbou parametrů jednotlivých matematických modelů. Parametry lišící se pro jednotlivé matematické modely dosahů řeky jsou, délka aktuálního dosahu řeky mezi přehradami X, počet diskretizačních částí N, latentní přítoky Q_{lat}, šířka řeky W, sklon řeky I_0, Strickler koeficient k_{str}.

4.3.1 Délka dosahu řeky

Délka dosahu řeky X je dána na základě říčních kilometrů jednotlivých vodních děl Vltavské kaskády, viz. tabulky 2.1 a 2.2. Délka jednotlivých dosahů je tedy dána vzdáleností od přehradního tělesa jedné přehrady až k přehradnímu tělesu přehrady druhé. Je to dáno tím, že přehradní tělesa měří svoji výšku hladiny pomocí limnigrafních stanic umístěných přímo v těle přehrady, tedy neprojevuje se dynamika vody, viz podkapitola 3.1.

4.3.2 Počet diskretizačních úseků

Jako počet diskretizačních částí N je zvolen vhodný počet dílů rozdělující aktuální dosah řeky X na části, ve kterých jsou zaznamenány přítoky do hlavního toku a zároveň je splněno Courant kritérium. Courantovo kritérium je obecné kritérium pro výběr počtu diskretizačních úseků N s cílem zaručit stabilitu integrační metody [2][3].

Courantovo kritérium je definováno, jako

$$\Delta t \leq \frac{dx}{c}, \tag{4.21}$$

kde dx je délka každého diskretizačního úseku, Δt je integrační krok a c je rychlost šíření vlny definovaná, jako

$$c = \sqrt{gH_{av}}, \tag{4.22}$$

kde g je gravitační zrychlení a H_{av} je průměrná výška hladiny vody. Dosazením získáme podmínku pro počet diskretizačních úseků N, který bude dostatečně malý, aby splňoval Courantovo kritérium [2][3], tedy

$$\Delta t < \frac{\frac{X}{N}}{c} \Longrightarrow \frac{\frac{X}{N}}{\sqrt{gH_{av}}} \Longrightarrow N < \frac{X}{\Delta t\sqrt{gH_{av}}}. \tag{4.23}$$

4.3.3 Latentní přítoky Q_{lat}

Poskytnutá data (viz podkapitola 2.4) neobsahovala informaci o latentních přítocích do řeky Vltavy, proto musela být dopočtena. Celkový latentní přítok Q_{lat} do daného dosahu byl vypočten rozdílem odtoku a přítoku do dosahu řeky, tedy

$$Q_{lat} = Q_{out} - Q_{in}. \tag{4.24}$$

Pro konkrétní dosah řeky byl nejprve určen počet diskretizačních částí N a průměrný roční přítok největších řek přitékajících do řeky Vltavy v daných diskretizčních částech. Součtem všech průměrných ročních přítoků jsme získali možnost každé diskretizační části vypočítat procentuální váhu, jakou se podílí na celkovém latentním přítoku do Vltavské kaskády v daném dosahu řeky mezi dvojicí přehrad. Nakonec jsme vypočtený celkový latentní přítok (viz 4.24), rozdělili podle procentuálních vah každé diskretizační části tak, aby suma všech latentních přítoků do daného dosahu byla rovna rozdílu odtoku a přítoku vody do modelu dosahu.

4.3.4 Určení Strickler koeficientu

Proudění vody v říčních korytech je složitý hydraulický proces, který nelze matematickým postupem snadno popsat. Roku 1889 byla formulována irským inženýrem Robertem Manningem tzv. Manningova formule, pro výpočet rychlosti proudění v otevřeném korytě [19], ve tvaru

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I_0^{\frac{1}{2}}, \tag{4.25}$$

kde n je drsnostní součinitel, R je hydraulický poloměr a I_0 je sklon dna. Porovnáním Manningovy rovnice s Chézyho rovnicí lze odvodit Chézyho rychlostní součinitel podle Manninga, tedy

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}, \tag{4.26}$$

kde tvar Chézyho rovnice je

$$v = C\sqrt{R \cdot I_0}. \tag{4.27}$$

Avšak Strickler provedl pokusy se zavedením charakteristického rozměru zrn do výpočtu Chézyho rychlostního součinitele. Následným porovnáním s Manningovou rovnicí získáme vyjadřující drsnostní součinitel n, tedy

$$C = \frac{a}{d^{\frac{1}{6}}} R^{\frac{1}{6}}, \tag{4.28}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{a}{d^{\frac{1}{6}}} = k_{str}, \tag{4.29}$$

kde a je konstanta a d je charakteristické zrno. Je známo, že hodnota Strikler koeficient je dána v rozmezí od 20, do 80 $[m^{1/3}/s]$. Pro příklad, jedná-li se o štěrkové podloží dna koryta řeky, je Strikler koeficient roven hodnotě 35 $[m^{1/3}/s]$.

Tím jsme ukázali, že snadné a přesné určení Strikler koeficientu není možné. Z toho avšak plyne, že pro naše účely spolu s šířkou W a sklonem řeky pro dané dosahy řeky I_0, jsou tyto parametry určeny na základě matematické optimalizace ve vývojovém prostředí Matlab, za použití optimalizačního toolboxu.

4.3.5 Optimalizované parametry - k_{str}, W, I_0

Pro zjištění parametrů šířky koryta řeky W, sklonu I_0 a Strikler koeficientu k_{str}, byla použita matematická optimalizace pomocí metody nejmenších čtverců $lsqnonlin$, viz podkapitola 3.4. Jako účelová funkce byla zvolena funkce $kriterium$, ve které byl vypočítán model dosahu řeky na základě optimalizovaných parametrů šířek koryta, sklonu a Strikler koeficientu, jehož stavy toků byly porovnávány s reálnými daty v kritériu J, které bylo optimalizačním skriptem minimalizováno. Počáteční podmínky toků modelu dosahu byly stanoveny pro každé diskretizační místo na základě přítoku, latentního přítoku a odtoku. Všechny optimalizované parametry jsou po celé délce dosahu konstantní a byl uvažován obdélníkový průřez koryta řeky.

4.4 Parametry pro dosah Slapy → Štěchovice

	Slapy → Štěchovice
Délka dosahu X $[m]$	7300
Počet diskretizačních částí N $[-]$	2
Šířka řeky W $[m]$	7.3974
Sklon I_0 $[rad]$	4.6977e-05
Strikler koeficient k_{str} $[m^{1/3}/s]$	20.7038

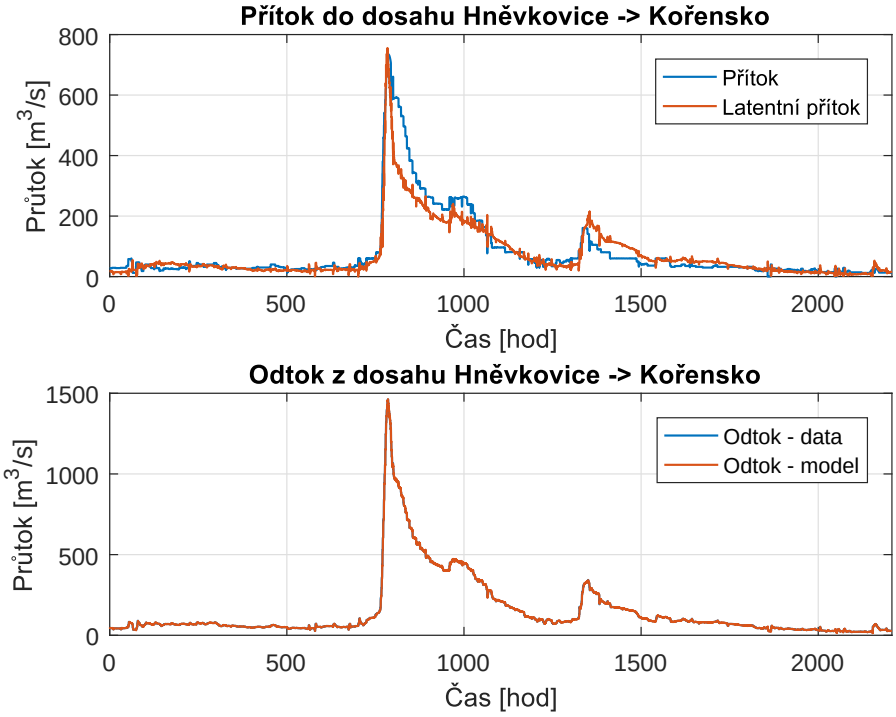
Tabulka 4.1: Ukázka parametrů pro dosah Slapy → Štěchovice

4.5 Simulace nelineárního modelu dosahu

Pro simulaci nelineárního modelu dosahu bylo použito vývojové prostředí Matlab-Simulink. Simulace byla provedena na vodním dosahu mezi Hněvkovicemi a Kořenskem. Do parametrizovaného nelineárního modelu jsme dodali hodnoty přítoku Q_{in} odpovídající výtoku z předcházející přehrady, hodnoty odtoku Q_{out} odpovídající přítoku do následující přehrady a hodnoty latentního přítoku Q_{lat}, dané rozdílem odtoku a přítoku vody do dosahu. Na výstupu jsme porovnávali hodnoty odtoku získané z dat s hodnotami odtoku modelu, viz obrázek 4.5.

Pro srovnání, jak se vypočtený model shoduje s reálnými daty byla vypočtena střední kvadratická chyba (viz 3.15), tedy

$$RMSE_{Q_{out}} = 2.9098\ [m^3/s]. \tag{4.30}$$



Obrázek 4.5: Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko

4.6 Model dosahu i přehrady

Na výstupu Saint Ventantových rovnic jsou stavy představující výšky hladiny H a průtoky Q v jednotlivých diskretizančích částech vzniklých rozdělením řeky. Díky tomu byl aplikován postup matematické optimalizace pro výpočet tvaru přehrady, pro vytvoření matematického modelu sdružující nejen vodní dosah mezi vodními nádržemi, ale i samotné vodní nádrže.

4.6.1 Hledání spodních šířek b

Byl uvažován lichoběžníkový tvar koryta řeky a přehradní nádrže, tedy plocha koryta řeky je

$$S(x,t) = \frac{W + b}{H}, \tag{4.31}$$

kde W je šířka koryta, b je spodní šířka koryta a H je výška hladiny. Tím se změní i vlhký obvod koryta

$$P(x,t) = 2H(x,t) + W, \tag{4.32}$$

a i obě Saint Venantovy rovnice. Šířky W, měnící se pro každou diskretizační část, se volily jako lineární interpolace mezi šířkou řeky při vzdutí (u hráze předešlé přehrady) a šířkou následujícího přehradního tělesa. Délka vodního úseku mezi přehradními tělesy X a konstantní sklon I_0 byly zvoleny z dostupných dat říčních kilometrů a z nadmořských výšek dna přehrad. Strickler koeficient k_{str} a spodní šířky koryta řeky byly zjištěny na základě matematické optimalizace, viz. podkapitola 4.3.5. Jako účelová funkce byla zvolena funkce *kriterium*, ve které byl vypočítán model dosahu řeky na základě optimalizovaných parametrů spodních šířek koryta b a Strickler koeficientu k_{str}, jehož stavy toků a hladin

byly porovnávány s reálnými daty v kritériu J, které bylo minimalizováno. Z počtu diskretizačních částí rozděleného dosahu řeky N, který byl určen experimentálně, byl počítán celkový objem vody, který byl taktéž v kritériu J porovnáván s reálnými daty.

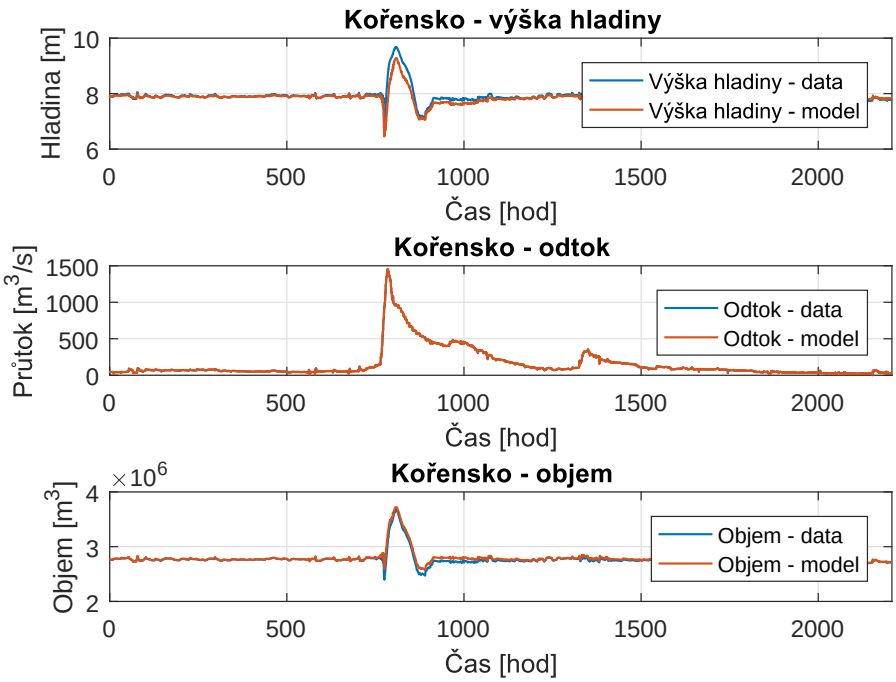
Parametry pro model dosahu i přehrady VD Kořensko

	Model
Délka dosahu X $[m]$	10100
Počet diskretizačních částí N $[-]$	5
Sklon I_0 $[rad]$	$6.93{\cdot}10^{-4}$
Strikler koeficient k_{str} $[m^{1/3}/s]$	71.71
Šířky řeky W $[m]$	80 91 102 113 124 135
Spodní šířky b $[m]$	8,85 2,04 5,47 10,26 9,40 16,46

Tabulka 4.2: Ukázka parametrů pro model dosahu i přehrady VD Kořensko

Simulace modelu dosahu i přehrady VD Kořenko

Pro simulaci modelu i přehrady VD Kořenska bylo použito vývojové prostředí Matlab-Simulink. Do parametrizovaného nelineárního modelu jsme dodali hodnoty přítoku Q_{in}, hodnoty odtoku Q_{out}. Na výstupu jsme porovnávali hodnoty odtoku získané z dat s hodnotami odtoku modelu, hodnoty výšky hladiny z dat s hodnotami výšky hladiny modelu a celkový objem z dat s hodnotami celkového objemu modelu, viz obrázek 4.6.



Obrázek 4.6: Simulace modelu dosahu i přehrady VD Kořensko

Pro srovnání, jak se vypočtený model shoduje s reálnými daty byla vypočtena střední

kvadratická chyba (viz 3.15), tedy

$$RMSE_H = 0{,}1208\ [m], \tag{4.33}$$

$$RMSE_{Q_{out}} = 1{,}8102\ [m^3/s], \tag{4.34}$$

$$RMSE_V = 3{,}2 \cdot 10^4\ [m^3]. \tag{4.35}$$

Jelikož se tyto modely nepodařilo vytvořit pro všechny vodní dosahy a vodní plochy přehrad Vltavské kaskády, nebyly zahrnuty do této práce.

5. Lineární aproximace modelů

Abychom mohli navrhnout strategii řízení jako omezený optimalizační kontrolní problém pomocí přístupu Model Predictive Control, je zapotřebí vytvořit modely vodních děl Vltavské kaskády a dosahů řeky, které budou natolik přesné, aby věrně zachytili dynamiku systému, ale zároveň musí být natolik jednoduché, aby nedocházelo k velkému výpočtovému efektu, viz kapitola 3 a 4. Avšak složitým modelům bychom se neubránili, pokud bychom při lineární aproximaci modelů uvažovali široký rozsah pracovního bodu.

Lineární aproximace je nahrazení nelineárního modelu modelem lineárním. Pro vytvoření lineární aproximace je nejprve nutné zvolit vhodný pracovní bod, který bude obsahovat vhodné stavy a vstupy, které budou odpovídat zvolenému ustálenému stavu. Poté proměnné lineárního modelu budou odpovídat proměnným reálného systému ve zvoleném okolí pracovního bodu.

5.1 Úprava modelu přehrady

Vstupem do modelu přehrady je otevření ventilu u a přítok Q_{in}. Výstupem je celkový objem přehrady V, odtok vody z přehrady Q_{out} a výška hladiny vody H, tedy

$$\dot{V} = Q_{in} - Q_{out} = Q_{in} - k \cdot u, \tag{5.1}$$

$$y_V = V, \tag{5.2}$$

$$y_{Q_{out}} = k \cdot u, \tag{5.3}$$

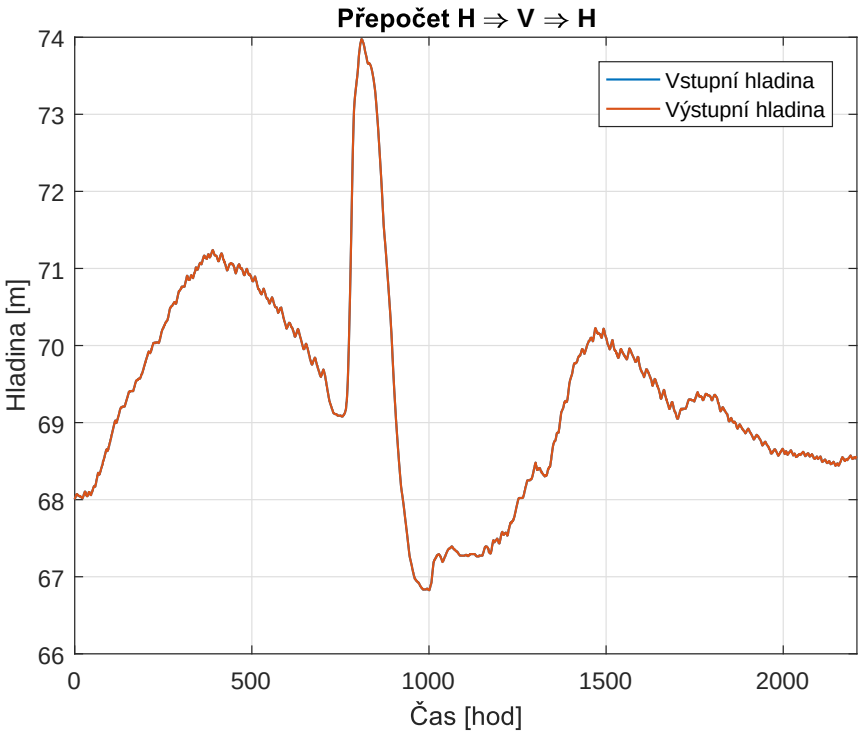
$$y_H = a_1 + a_2 \cdot V + a_3 \cdot V^2. \tag{5.4}$$

Z výše popsaných rovnic můžeme vidět, že stavová rovnice modelu přehrady je lineární, kdežto nelinearita se projevuje ve výstupní rovnici hladiny (5.4) s parametry a určující kvadratickou závislost hladiny H na objemu V. Proto jsme výstupní hladinovou rovnici z modelu vyjmuli. Pokud bychom chtěli řídit výšku hladiny v přehradě H, požadovanou referenci hladiny H_{ref} bychom přepočetli přes kvadratickou závislost na V_{ref}. Tedy ve zpětnovazební smyčce se neobjevuje hladina H, ale objem V. Pro správný přepočet výšek hladin H na objemy V a naopak, jsme u každého modelu přehrady provedli kontrolu, viz 5.1. Přepočet je dán na základě diskriminantu D, a probíhá v základních jednotkách, tedy $[m]$ a $[m^3]$.

$$a_3 \cdot V^2 + a_2 \cdot V + a_1 - H = 0, \tag{5.5}$$

$$D = b^2 - 4a \cdot c = a_2^2 - 4 \cdot a_3 \cdot (a_1 - H), \tag{5.6}$$

$$V = \frac{-a_2 + \sqrt{D}}{2 \cdot a_3} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_3 \cdot (a_1 - H)}}{2 \cdot a_3}. \tag{5.7}$$



Obrázek 5.1: Přepočtu hladiny H na objem V pro VD Orlík

Chyba přepočtu je chyba Matlabu, která je velmi malá. Nyní si přepíšeme model přehrady do stavového popisu systému určený maticemi A, B, C a D.

$$A = \left(\frac{d\dot{V}}{dV} \right) = 0 \tag{5.8}$$

$$B = \left(\frac{d\dot{V}}{dv} \right) = \left(\frac{d\dot{V}}{dQ_{in}} \quad \frac{d\dot{V}}{du} \right) = \left(1 \quad -k \right) \tag{5.9}$$

$$C = \left(\frac{dy}{dV} \right) = \begin{pmatrix} \frac{dy_V}{dV} \\ \\ \frac{dy_{Q_{out}}}{dV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

$$D = \left(\frac{dy}{dv} \right) = \begin{pmatrix} \frac{dy_V}{dQ_{in}} & \frac{dy_V}{du} \\ \\ \frac{dy_{Q_{out}}}{dQ_{in}} & \frac{dy_{Q_{out}}}{du} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

Tím získáme stavový popis lineárního časově invariantního spojitého dynamického systému

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot v, \tag{5.12}$$

$$y = C \cdot x + D \cdot v, \tag{5.13}$$

kde stavový vektor a vektor vstupů jsou:

$$x = V \tag{5.14}$$

$$v = \begin{pmatrix} Q_{in} \\ u \end{pmatrix} \tag{5.15}$$

5.1.1 Simulace lineárního modelu přehrady

Odstraněním nelinearity vzniklé výstupní rovnicí výšky hladiny jsou simulace lineárních modelů přehrad totožné se simulacemi nelineárních modelů přehrad, viz příloha A.

5.2 Linearizace modelu dosahu

Vstupem do modelu dosahu je přítok Q_{in}, latentní přítok Q_{lat} a odtok Q_{out}. Výstupem jsou stavové proměnné hladin $H(N+1)$ a průtoků $Q(N)$, jejichž počet je dán počtem diskretizačních částí N, avšak pro naše potřeby je jediným výstupem stav $Q(N)$, který představuje odtok vody z modelu dosahu. Budeme analyzovat všechny systémové rovnice a každou z nich budeme linearizovat ve vhodně zvoleném pracovním bodě. Pro linearizaci se nejprve vypočítají derivace diferenciálních rovnic podle stavů H a Q, a podle vstupu v. Pro zjednodušení notace si zavedeme funkci f a funkci g, které jsou definovány jako

$$f_i = \frac{\partial H_i}{\partial t}, \tag{5.16}$$

$$g_i = \frac{\partial Q_i}{\partial t}, \tag{5.17}$$

Linearizované rovnice mohou být napsány následujícím způsobem:

$$\frac{\partial f_i}{\partial S} = \frac{\partial f_i}{\partial H_1} + \frac{\partial f_i}{\partial H_2} + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial H_{N+1}} + \frac{\partial f_i}{\partial Q_1} + \frac{\partial f_i}{\partial Q_2} + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial Q_N} \tag{5.18}$$

$$i \in [1,N+1] \tag{5.19}$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial S} = \frac{\partial g_i}{\partial H_1} + \frac{\partial g_i}{\partial H_2} + \cdots + \frac{\partial g_i}{\partial H_{N+1}} + \frac{\partial g_i}{\partial Q_1} + \frac{\partial g_i}{\partial Q_2} + \cdots + \frac{\partial g_i}{\partial Q_N} \tag{5.20}$$

$$i \in [1,N] \tag{5.21}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial v} = \frac{\partial f_i}{\partial Q_{in}} + \frac{\partial f_i}{\partial Q_{lat1}} + \frac{\partial f_i}{\partial Q_{lat2}} + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial Q_{latN}} + \frac{\partial f_i}{\partial Q_{out}} \tag{5.22}$$

$$i \in [1,N+1] \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial v} = \frac{\partial g_i}{\partial Q_{in}} + \frac{\partial g_i}{\partial Q_{lat1}} + \frac{\partial g_i}{\partial Q_{lat2}} + \cdots + \frac{\partial g_i}{\partial Q_{latN}} + \frac{\partial g_i}{\partial Q_{out}} \tag{5.24}$$

$$i \in [1,N]$$

Pro zvolení vhodného pracovního bodu jsme použili získaná data od zástupců Povodí Vltavy. Pracovní hodnotu (vstupu) přítoku Qin_{prac} jsme zvolili jako průměr prvních dvou-tisíc hodnot, které představují normální průtoky do přehrad Vltavské kaskády, které nejsou ovlivněny povodňovou vlnou. Pracovní hodnotu odtoku $Qout_{prac}$ a latentního přítoku $Qlat_{prac}$ jsme zvolili stejným způsobem. Pracovní body stavů průtoků Q_{prac} jsou stanoveny pro každé diskretizační místo N samostatně, tedy každý průtok je dán pracovním bodem přítoku Qin_{prac} a pracovním bodem latentního přítoku $Qlat_{prac}$, který danému diskretizačnímu místu odpovídá.

Po dosazení zvoleného pracovního bodu získáváme stavový popis spojitého systému, který je určen maticemi A, B, C a D.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial S} \\ \\ \frac{\partial g}{\partial S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \frac{\partial f_1}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_N} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1} & \frac{\partial f_2}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial Q_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{N+1}}{\partial H_1} & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_1} & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_N} \\ \frac{\partial g_1}{\partial H_1} & \frac{\partial g_1}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial g_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial g_1}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial Q_N} \\ \frac{\partial g_2}{\partial H_1} & \frac{\partial g_2}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial g_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial g_2}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial Q_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_N}{\partial H_1} & \frac{\partial g_N}{\partial H_2} & \cdots & \frac{\partial g_N}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial g_N}{\partial Q_1} & \frac{\partial g_N}{\partial Q_2} & \cdots & \frac{\partial g_N}{\partial Q_N} \end{pmatrix} \tag{5.25}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial v} \\ \\ \frac{\partial g}{\partial v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_{in}} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_{lat1}} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial Q_{latN}} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_{out}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_{in}} & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_{lat1}} & \cdots & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_{latN}} & \frac{\partial f_{N+1}}{\partial Q_{out}} \\ \frac{\partial g_1}{\partial Q_{in}} & \frac{\partial g_1}{\partial Q_{lat1}} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial Q_{latN}} & \frac{\partial g_1}{\partial Q_{out}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_N}{\partial Q_{in}} & \frac{\partial g_N}{\partial Q_{lat1}} & \cdots & \frac{\partial g_N}{\partial Q_{latN}} & \frac{\partial g_N}{\partial Q_{out}} \end{pmatrix} \tag{5.26}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_N}{\partial S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_N}{\partial H_1} & \cdots & \frac{\partial g_N}{\partial H_{N+1}} & \frac{\partial g_N}{\partial Q_1} & \cdots & \frac{\partial g_N}{\partial Q_N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{5.27}$$

$$D = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_N}{\partial v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_N}{Q_{in}} & \frac{\partial g_N}{Q_{lat1}} & \cdots & \frac{\partial g_N}{Q_{latN}} & \frac{\partial g_N}{Q_{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{5.28}$$

Tím získáváme stavový popis lineárního časově invariantního spojitého dynamického systému

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, \tag{5.29}$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u, \tag{5.30}$$

kde vektor stavů x obsahující stavy hladiny H i stavy průtoku Q a vektor vstupů u obsahující přítok Q_{in}, latentní přítok Q_{lat} a odtok Q_{out} mají tvar

$$x^T = \begin{pmatrix} H_1 & H_2 & \cdots & H_{N+1} & Q_1 & \cdots & Q_N \end{pmatrix}^T, \tag{5.31}$$

$$u^T = \begin{pmatrix} Q_{in} & Q_{lat1} & \cdots & Q_{latN} & Q_{out} \end{pmatrix}^T. \tag{5.32}$$

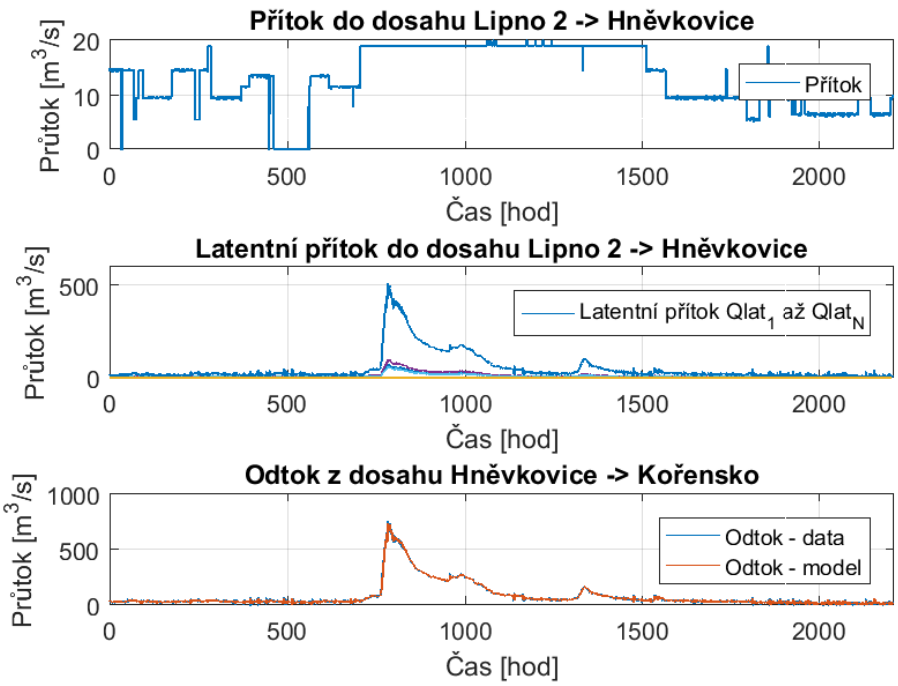
5.2.1 Ukázka vyčíslení pracovního bodu pro dosah Slapy → Štěchovice

	Slapy → Štěchovice
Počet diskretizačních částí N [-]	2
Pracovní body hladin H [m]	8.4051, 8.4051, 8.4051
Pracovní bod průtoků $Q[m^3/s]$	32.2491, 64.4099
Pracovní bod přítoku Q_{in} $[m^3/s]$	32.2491
Pracovní bod latentních přítoků Q_{lat} $[m^3/s]$	32.1608

Tabulka 5.1: Ukázka pracovního bodu pro dosah Slapy → Štěchovice

5.2.2 Simulace lineárního modelu dosahu

Simulace byla provedena na vodním dosahu mezi Lipnem II a Hněvkovicemi. Do lineárního modelu dosahu jsme dodali hodnoty přítoku Q_{in}, hodnoty odtoku Q_{out} a hodnoty latentního přítoku Q_{lat}, daný rozdílem požadovaného odtoku a přítoku rozdělený vhodným způsobem do N diskretizačních částí, pakliže je počet diskretizačních částí N větší než dvě. Pokud tato podmínka není splněna, a počet diskretizačních částí N je právě dvěma, celá hodnota latentního přítoku Q_{lat} je přivedena do N-té diskretizační části. Na výstupu jsme porovnávali hodnoty požadovaného odtoku s hodnotami odtoku modelu, viz. obrázek 5.2.



Obrázek 5.2: Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko

Simulace zbylých lineárních modelů vodních dosahů lze nalézt v příloze B. Pro srovnání, jak se vypočtený odtok modelu shoduje s daty vypočteme RMSE, tedy

$$RMSE_{Q_{out}} = 2.9098\ [m]. \tag{5.33}$$

5.3 Model Vltavské kaskády

Pro vnitřní prediktivní model MPC řízení bylo nutné všechny linearizované podsystémy, všechny přehrady a vodní dosahy Vltavské kaskády, spojit do jednoho lineárního časově invariantního spojitého dynamického systému, který je popsán svými maticemi A, B, C a D. Pro spojení podsystémů přehrad a dosahů jsou nutné původní matice podsystémů změnit.

5.3.1 Úprava matic modelů přehrad

Z diagramu 2.3 je patrné, že do první přehrady vodní kaskády - Lipno 1, jsou vstupy přítok Q_{in} a otevření ventilu u. Avšak do ostatních přehrad jsou vstupy pouze otevření ventilu u, ale místo přítoků Q_{in} jsou přivedeny odtoky z vodních dosahů, čili stavy odtoků vodních dosahů.

5.3.2 Úprava matic modelů vodních dosahů

Z diagramu 2.3 je patrné, že vstupy do vodních dosahů jsou jako přítoky Q_{in} přivedeny odtoky z přehrad a latentní přítoky Q_{lat}. Poslední vstup Q_{out} již není nutný, neboť je dán jako součet přítoku a všech latentních přítoků. Též není nutný vstup Q_{in}, neboť je plně určen otevřením odtokového ventilu předešlé přehrady u a její konstanty k. Platí, že

$$Q_{in} = Q_{out} = k \cdot u, \tag{5.34}$$

$$Q_{out} = \sum Q_{lat} + Q_{in}. \tag{5.35}$$

Z pohledu řízení jsou všechny vstupní přítoky do Vltavské kaskády Q_{in} a Q_{lat} neřiditelnými vstupy, tedy poruchami. Proto je nutné tyto poruchy přesunout z matice vstupů B do matice E, která představuje matici disturbancí. Tím získáme celkový model Vltavské kaskády ve tvaru

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + E \cdot d, \tag{5.36}$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u, \tag{5.37}$$

kde vektory stavů, vstupů, disturbancí a výstupů jsou

$$x^T = (V_1 \;\; x_{vd} \;\; V_2 \;\; x_{vd} \;\; V_3 \;\; x_{vd} \;\; V_4 \;\; x_{vd}$$

$$V_5 \;\; x_{vd} \;\; V_6 \;\; x_{vd} \;\; V_7 \;\; x_{vd} \;\; V_8 \;\; x_{vd} \;\; V_9)^T \tag{5.38}$$

$$u^T = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 & u_8 & u_9 \end{pmatrix}^T, \tag{5.39}$$

$$d^T = \begin{pmatrix} Q_{in} & u_{Q_{lat}1} & u_{Q_{lat}2} & u_{Q_{lat}3} & u_{Q_{lat}4} & u_{Q_{lat}5} & u_{Q_{lat}6} & u_{Q_{lat}7} & u_{Q_{lat}8} \end{pmatrix}^T \tag{5.40}$$

$$y^T = \begin{pmatrix} V_i & Q_{outi} & Q_{Nj} \end{pmatrix}^T, \tag{5.41}$$

kde V_i a Q_{outi} ve výstupní rovnici jsou objemové a odtokové výstupy pro všechny přehrady Vltavské kaskád a Q_{Nj} jsou odtokové výstupy pro všechny vodní dosahy. Ve stavovém vektoru jsou x_{vd} stavy vodních dosahů a ve vektoru vstupů jsou $u_{Q_{lat}i}$ vstupní latentní přítoky do vodních dosahů.

$$x_{vd}^T = \begin{pmatrix} H_1 & \cdots & H_{N+1} & Q_1 & \cdots & Q_N \end{pmatrix}^T \tag{5.42}$$

$$u_{Q_{lat}i}^T = \begin{pmatrix} Q_{lat1}i & \cdots & Q_{latN}i \end{pmatrix}^T, \; i \in [1{,}8]. \tag{5.43}$$

Počet stavů je 65, počet vstupů je 9, počet disturbancí je 25 a počet výstupních rovnic je 26. Rozměry matic tedy jsou

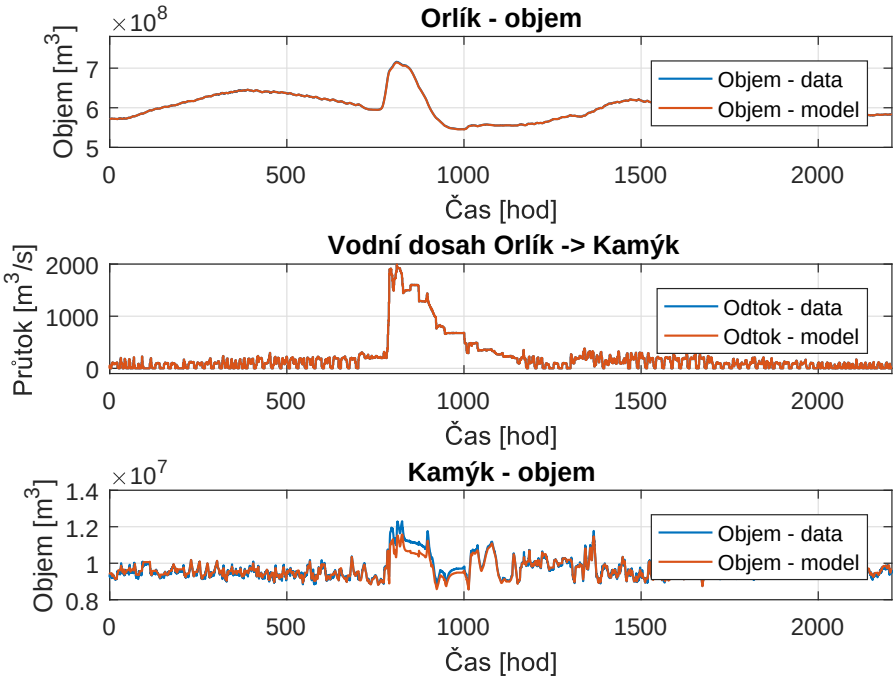
$$A = [65 \times 65]\,, \quad B = [65 \times 9]\,, \quad E = [65 \times 25]\,, \quad C = [26 \times 65]\,, \quad D = [26 \times 9]\,. \tag{5.44}$$

5.3.3 Simulace modelu Vltavské kaskády

Po spojení získaných matic Vltavské kaskády, viz 5.44, získáváme stavový popis lineárního časově invariantního spojitého dynamického sytému, kde vstupní vektor u a výstupní vektor y jsou dány rovnicí 5.39 a 5.41.

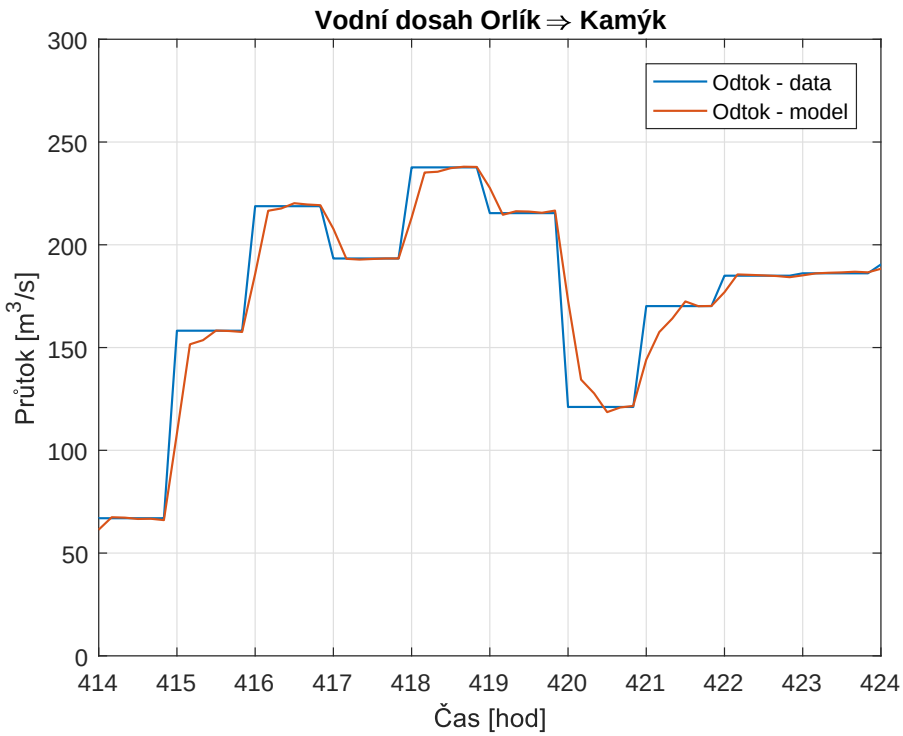
Simulace

Pro ukázku jsme simulovali část Vltavské kaskády, tedy vodní dílo Orlík, vodní dosah Orlík → Kamýk a vodní dílo Kamýk. Na výstupu jsme u vodních děl porovnávali objem modelu s dodaným objemem a u vodního dosahu odtok modelu s dodaným odtokem (tedy přítokem do vodního díla Kamýk, získaný z dat).



Obrázek 5.3: Ukázka části modelu Vltavské kaskády

Z obrázku 5.3 je patrné, že objem modelu vodního díla Kamýk se mírně liší od objemu získaného z dat, zatímco při simulacích pouze lineárních modelů přehrad jsou objemy modelů a dat téměř totožné, viz podkapitola 5.1.1 (tedy 3.5.2, pro VD Kamýk v příloze A). Rozdíl je dán právě modelem vodního dosahu, na jehož výstupu je takový odtok, který je s dodaným odtokem srovnatelný, avšak ne totožný. Změny takto vypočteného přítoku do VD Kamýk nutně způsobí nepřesnost v objemu modelu oproti dodanému objemu. Přiblížení můžete vidět na obrázku 5.4, které je obdobné pro všechny vodní dosahy.



Obrázek 5.4: Porovnání odtoku z vodního dosahu Orlík ⇒ Kamýk

6. Návrh řízení Vltavské kaskády

Pro účely řízení Vltavské kaskády byl v minulé kapitole odvozen matematický model Vltavské kaskády, který se skládá z jednotlivých vodních děl a vodních dosahů mezi nimi. Pro účely optimálního řízení Vltavské kaskády byl použit přístup Model Predictive Control (MPC), jako omezený optimalizační kontrolní problém. Problém omezení je obecně formulován jako omezení objemů vody ve vodních dílech a omezení akčních zásahů v podobě otevření ventilu u.

6.1 Prediktivní řízení

MPC zpětnovazební řídící algoritmus používá vnitřní prediktivní model pro zjišťování budoucích výstupů systému. Na základě vnitřního prediktivního modelu a akčních zásahů dokáže počítat trajektorie výstupů systému a vybírat takové akční zásahy, které vedou výstupy systému co nejbližší referenci.

Pro náš případ používáme takové MPC, které řídí systém Vltavské kaskády s více vstupy a více výstupy. Řízenými vstupy jsou otevření ventilů u, kterými se snažíme dosáhnout požadovaných hodnot výstupů, které představují objem V.

6.2 Návrh MPC řízení

Tato podkapitola obsahuje informace z [20]. Uvažujeme následující diskrétní dynamický systém

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \tag{6.1}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t). \tag{6.2}$$

a formulujeme kritérium $J(x,u)$ na konečném horizontu délky od času 0 do času N, které se MPC bude snažit minimalizovat přes sadu vstupů a stavů. Tedy

$$J^*(x_0) = \min_{\substack{u_i,u_{i+1},\cdots,u_{N-1}\\ x_i,x_{i+1},\cdots,x_N}} J(x,u) = \min_{\substack{u_i,u_{i+1},\cdots,u_{N-1}\\ x_i,x_{i+1},\cdots,x_N}} \phi(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} L_k(x_k,u_k), \tag{6.3}$$

s omezením na vstupy u_k a stavy x_k

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k,u_k) \\ x_0 &= x(t) \end{aligned} \tag{6.4}$$

$$u_{min} \leq u_k \leq u_{max} \tag{6.5}$$

$$x_{min} \leq x_k \leq x_{max} \tag{6.6}$$

kde rovnice x_{k+1} představuje dynamiku systému.

6.2.1 Omezení na vstupní vektor

Je-li řízený systém lineární a chceme-li sledovat referenci při omezeních na vstupní vektor, tak naše kvadratické kritérium má tvar

$$J(x,u) = \frac{1}{2} e_{t+N}^T S e_{t+N} + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left(e_{t+k}^T Q e_{t+k} + u_{t+k}^T R u_{t+k} \right). \tag{6.7}$$

Kde matice Q, R a S jsou váhové matice. Matice Q a S jsou váhy na regulační odchylky e, matice R jsou váhy na vstupy u. V každém časovém kroku je minimalizována odchylka e_k

$$e_k = r_k - y_k \to 0, \tag{6.8}$$

kde e_k je regulační odchylka od požadované reference r_k a y_k je hodnota výstupu v kroku k. V ustáleném stavu je regulační odchylka e_k rovna nule, ale vstup u_k může být nenulový, z toho důvodu musíme přejít na odchylkový model, kde minimalizujeme změnu Δu_k a nikoliv u_k.

$$\Delta u_k - u_{k-1} \tag{6.9}$$

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k. \tag{6.10}$$

Kde použité x_k^u v rozšířeném systému je rovno u_{k-1}, získané z rovnic 6.10. Rozšíření původního systému o stav, který představuje minulý vstup do systému získáváme

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ x_{k+1}^u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_k^u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ I \end{pmatrix} \Delta u, \tag{6.11}$$

$$y_k = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_k^u \end{pmatrix} \tag{6.12}$$

Pro označení nového systému požijeme matice $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$ a nový stavový vektor $\tilde{x}_k$, tedy

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad \tilde{x_k} = \begin{pmatrix} x_k \\ x_k^u \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ I \end{pmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix}, \tag{6.13}$$

kde x_k^u je součástí rozšířeného stavu, který představuje hodnotu vstupů v minulém kroku. Po úpravě stavových rovnic získáváme kritérium J, které je ve tvaru

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2}(r_{t+N} - \tilde{C}\tilde{x}_{t+N})^T S (r_{t+N} - \tilde{C}\tilde{x}_{t+N}) + \\ + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N-1} \left[(r_{t+k} - \tilde{C}x_{t+k})^T Q (r_{t+k} - \tilde{C}x_{t+k}) + \Delta u_{t+k}^T R \Delta u_{t+k} \right] \end{aligned} \tag{6.14}$$

Roznásobením a odstraněním konstantních členů [20], získáváme novou podobu kritéria, tedy

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2} r_{t+N}^T S r_{t+N} - r_{t+N}^T S \tilde{C} \tilde{x}_{t+N} + \frac{1}{2} \tilde{x}_{t+N}^T \tilde{C}^T S y \tilde{C} \tilde{x}_{t+N} + \\ + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{2} r_{t+k}^T Q r_{t+k} - r_{t+k}^T Q \tilde{C} \tilde{x}_{t+k} + \frac{1}{2} \tilde{x}_{t+k}^T \tilde{C}^T Q \tilde{C} \tilde{x}_{t+k} + \frac{1}{2} \Delta u_{t+k}^T R \Delta u_{t+k} \right] \end{aligned} \tag{6.15}$$

$$\begin{aligned} J = -r_{t+N}^T S \tilde{C} \tilde{x}_{t+N} + \frac{1}{2} \tilde{x}_{t+N}^T \tilde{C}^T S y \tilde{C} \tilde{x}_{t+N} + \\ + \sum_{k=0}^{N-1} \left[-r_{t+k}^T Q \tilde{C} \tilde{x}_{t+k} + \frac{1}{2} \tilde{x}_{t+k}^T \tilde{C}^T Q \tilde{C} \tilde{x}_{t+k} + \frac{1}{2} \Delta u_{t+k}^T R \Delta u_{t+k} \right] \end{aligned} \tag{6.16}$$

Pro zbavení kritéria sumačních členů převedeme kritérium do vektorového přístupu pomocí vektorů r, $\tilde{x}$ a Δu

$$r = \begin{pmatrix} r_t \\ r_{t+1} \\ \vdots \\ r_N \end{pmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{t+1} \\ \tilde{x}_{t+2} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{t+N} \end{pmatrix}, \quad \Delta u = \begin{pmatrix} \Delta u_t \\ \vdots \\ \Delta u_{t+N-1} \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Po aplikaci pomocných vektorů r, $\tilde{x}$ a Δu získáme zjednodušenou podobu kritéria

$$J(\Delta u, \tilde{x}) = \frac{1}{2}\tilde{x}^T \bar{\bar{Q}} \tilde{x} - r^T \bar{\bar{T}} \tilde{x} + \frac{1}{2}\Delta u^T \bar{\bar{R}} \Delta u, \tag{6.18}$$

$$\tilde{x} = \bar{\bar{A}}\tilde{x} + \bar{\bar{B}}\Delta u + \bar{\bar{A}}_0 \tilde{x}_t. \tag{6.19}$$

Kde matice $\bar{\bar{Q}}$, $\bar{\bar{T}}$, $\bar{\bar{R}}$,$\bar{\bar{A}}$, $\bar{\bar{B}}$, $\bar{\bar{A}}_0$ jsou

$$\bar{\bar{Q}} = \begin{pmatrix} \tilde{C}^T Q \tilde{C} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \tilde{C}^T Q \tilde{C} & \\ & & & \tilde{C}^T S \tilde{C} \end{pmatrix} \tag{6.20}$$

$$\bar{\bar{T}} = \begin{pmatrix} Q\tilde{C} & & & \\ & \ddots & & \\ & & Q\tilde{C} & \\ & & & S\tilde{C} \end{pmatrix} \tag{6.21}$$

$$\bar{\bar{R}} = \begin{pmatrix} R & & \\ & \ddots & \\ & & R \end{pmatrix} \tag{6.22}$$

$$\bar{\bar{A}} = \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ \tilde{A} & 0 & & & \\ & \tilde{A} & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \tilde{A} & 0 \end{pmatrix} \tag{6.23}$$

$$\bar{\bar{B}} = \begin{pmatrix} \tilde{B} & & \\ & \ddots & \\ & & \tilde{B} \end{pmatrix} \tag{6.24}$$

$$\bar{\bar{A}}_0 = \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.25}$$

Pomocí rovnice 6.26 eliminujeme z problému stavy $\tilde{x}$. Problém je nyní definovaný pouze pomocí změn vstupů Δu a počátečního stavu $\tilde{x}_t$, tedy

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{B} & & & & \\ \tilde{A}\tilde{B} & \tilde{B} & & & \\ \tilde{A}^2\tilde{B} & \tilde{A}\tilde{B} & & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ \tilde{A}^{N-1}\tilde{B} & \dots & \dots & \dots & \tilde{B} \end{pmatrix} \Delta u + \begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{A}^2 \\ \vdots \\ \tilde{A}^N \end{pmatrix} \tilde{x}_t. \tag{6.26}$$

Kritérium získává tvar

$$J(\Delta u) = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}}\Delta u + \hat{\hat{A}}\tilde{x}_t)^T \bar{\bar{Q}}(\bar{\bar{C}}\Delta u + \hat{\hat{A}}\tilde{x}_t) + \frac{1}{2}\Delta u^T \bar{\bar{R}}\Delta u - r^T \bar{\bar{T}}(\bar{\bar{C}}\Delta u + \hat{\hat{A}}\tilde{x}_t). \tag{6.27}$$

Roznásobením, úpravou a odstraněním konstantních členů [20] získáme podobu kritéria

$$J(\Delta u) = \frac{1}{2}\Delta u^T(\bar{\bar{C}}^T\bar{\bar{Q}}\bar{\bar{C}} + \bar{\bar{R}})\Delta u + \begin{pmatrix} \tilde{x}_t^T & r^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\hat{A}}^T\bar{\bar{Q}}\bar{\bar{C}} \\ -\bar{\bar{T}}\bar{\bar{C}} \end{pmatrix} \Delta u. \tag{6.28}$$

Kde $\bar{\bar{H}}$ a $\bar{\bar{F}}^T$ jsou výše.

$$J(\Delta u) = \frac{1}{2}\Delta u^T \bar{\bar{H}}\Delta u + \begin{pmatrix} \tilde{x}_t^T & r^T \end{pmatrix} \bar{\bar{F}}^T \Delta u \tag{6.29}$$

6.2.2 Omezení na výstupní vektor

Pro zavedení omezení na výstupní vektor, zavádíme rovnici [21]

$$\begin{pmatrix} S_y \\ -Sy \end{pmatrix} \Delta u_k \leq \begin{pmatrix} Y_h \\ -Y_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -V_y \\ V_y \end{pmatrix} \tilde{x}_k, \tag{6.30}$$

kde matice Y_h jsou horní omezení na výstupy a Y_d jsou dolní omezení na výstupy. Matice S_y a V_y jsou

$$S_y = \begin{pmatrix} CB & & & \\ CAB & CB & & \\ \vdots & & \ddots & \\ CA^{N-1} & & & CB \end{pmatrix}, \tag{6.31}$$

$$V_y = \begin{pmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{pmatrix}. \tag{6.32}$$

Tento problém předáme kvadratickému řešiteli *quadprog*, který umí řešit problémy kvadratického programování. Po vyřešení problému vrátí změny vstupů Δu, které minimalizují kritérium J a zároveň splňují definovaná omezení, viz. 6.5 a 6.6.

7. Simulace a řízení Vltavské kaskády za povodňového stavu

Pro účely simulace a řízení Vltavské kaskády za povodňového stavu jsme jako vnitřní prediktivní model MPC použili získaný model v podkapitole 5.3. Pro řízení jsme použili model totožný. Z dostupných dat jsme zjistili maximální a minimální výšky hladin jednotlivých vodních děl Vltavské kaskády, které jsme za použití vyčíslených kvadratických závislostí (viz 3.3) přepočetli na omezující objemy. Aplikované řízení má omezení na akční zásahy v podobě otevření ventilů $u = \langle 0,1 \rangle$ a omezení na výstupy v podobě omezení objemů vodních děl Vltavské kaskády V.

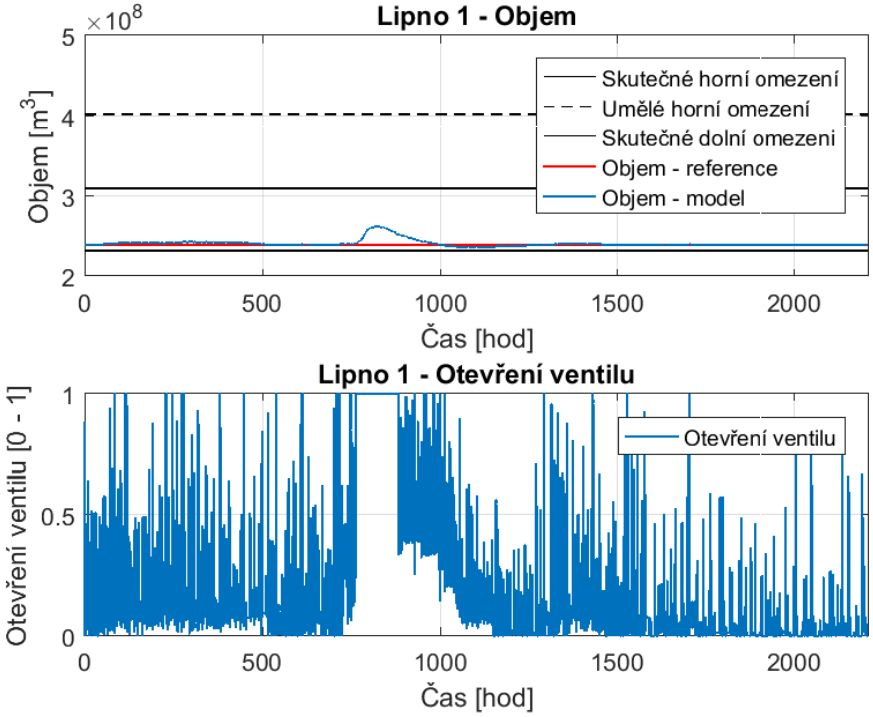
7.1 Simulace

Prezentované výsledky jsou pro prediktivní horizont $N = 5$ s periodou vzorkování 10 *minut*. Reference požadovaných objemů jsme uvažovali vztahem

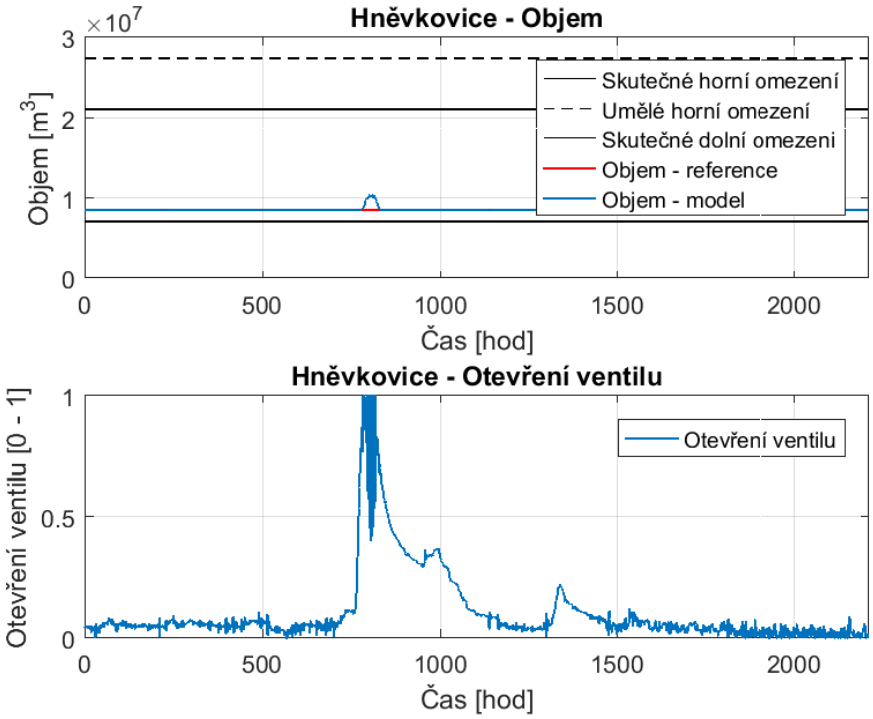
$$u_{ref} = (V_{max} - V_{min}) \cdot 0.1 + V_{min}. \tag{7.1}$$

Na zobrazených grafech níže jsou znázorněny skutečné dolní a horní omezení, představující minimální a maximální objem vody v přehradě. Dále jsou vyobrazeny umělé horní omezení, které představují navýšení skutečného horního omezení o násobek 1,3. Můžeme si všimnout, že vodní díla Kořensko, Kamýk a Vrané, na obrázcích 7.3, 7.5, 7.8, skutečné horní omezení překročí.

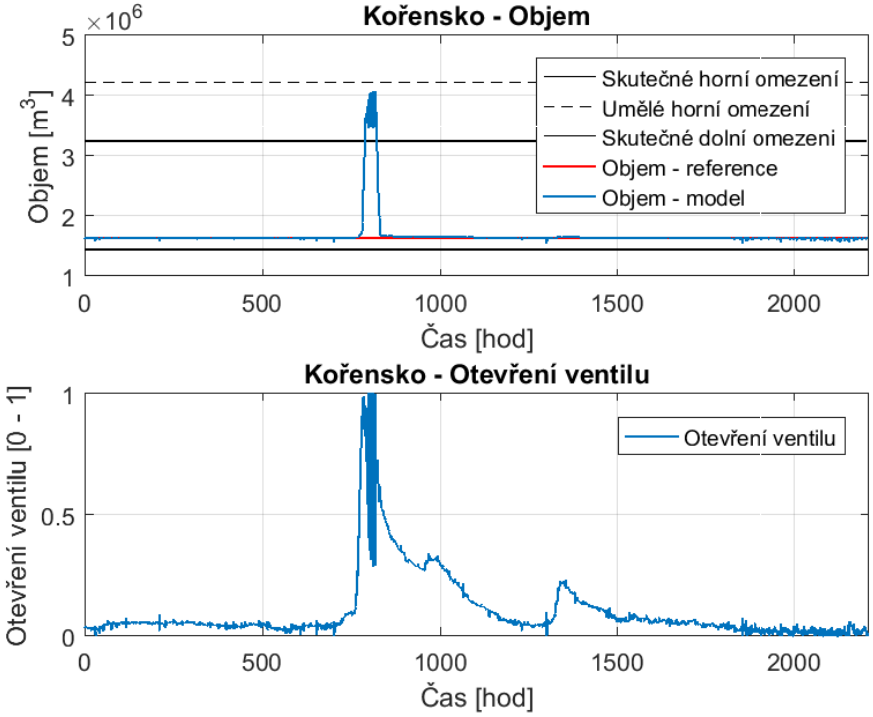
Je to dáno tím, že MPC algoritmus má vnitřní prediktivní model, který nezná přitékající latentní přítoky, vstupující do modelu Vltavské kaskády jako poruchy. Takové latentní přítoky dosahují při příchodu povodňové vlny srovnatelných průtoků, jako je odtok z předešlé přehrady. Toho si můžeme všimnout na obrázcích B.2, B.3, B.7. Latentní přítoky vstupující do modelu Vltavské kaskády jako poruchy jsou natolik velké, že můžou způsobit překročení skutečného maximálního objemu vody v přehradě i při maximálním otevření ventilu.



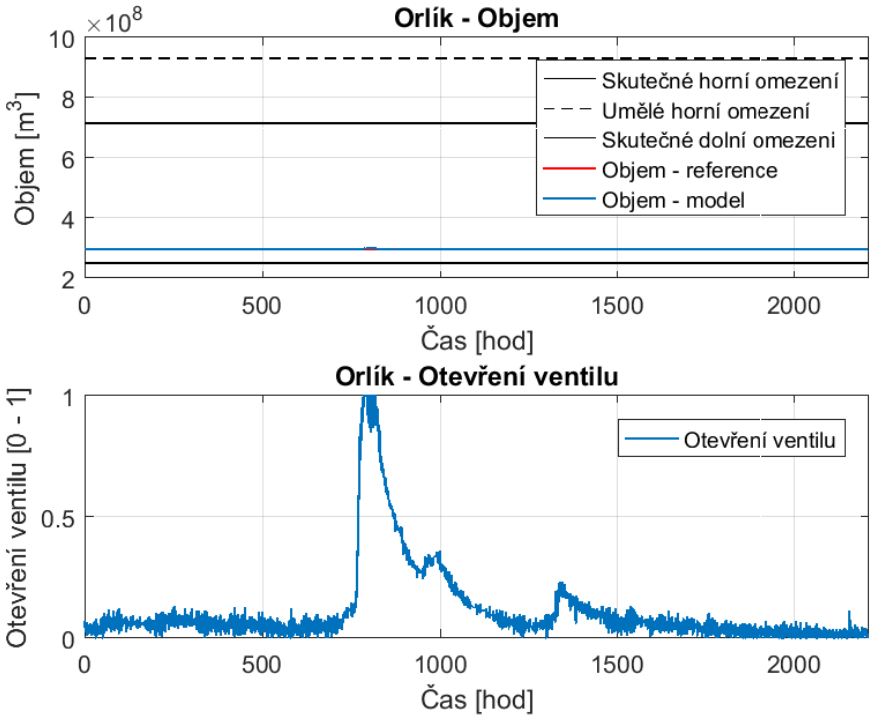
Obrázek 7.1: Simulace objemové regulace pro VD Lipno 1



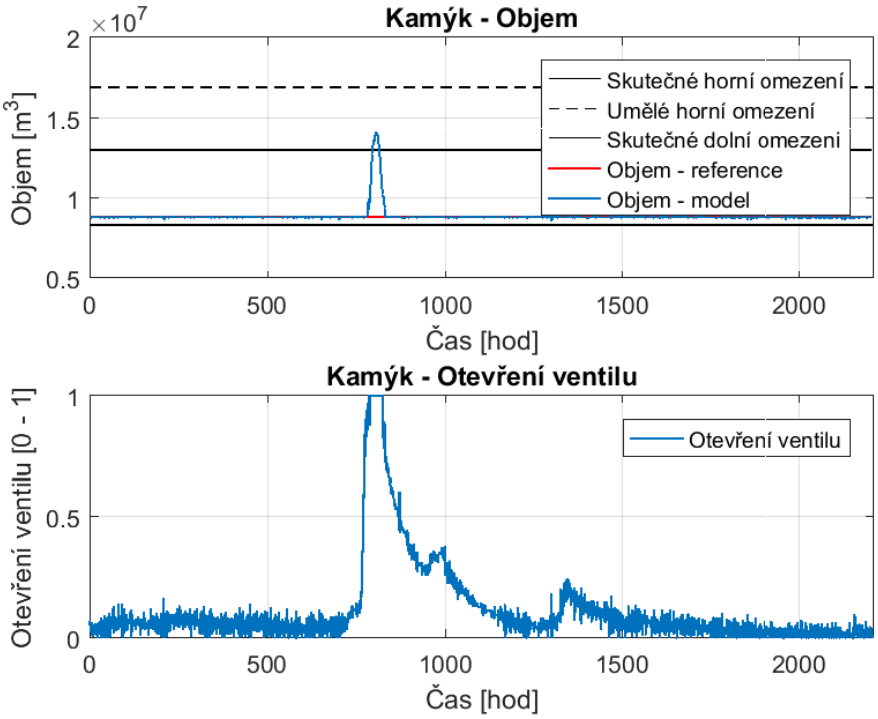
Obrázek 7.2: Simulace objemové regulace pro VD Hněvkovice



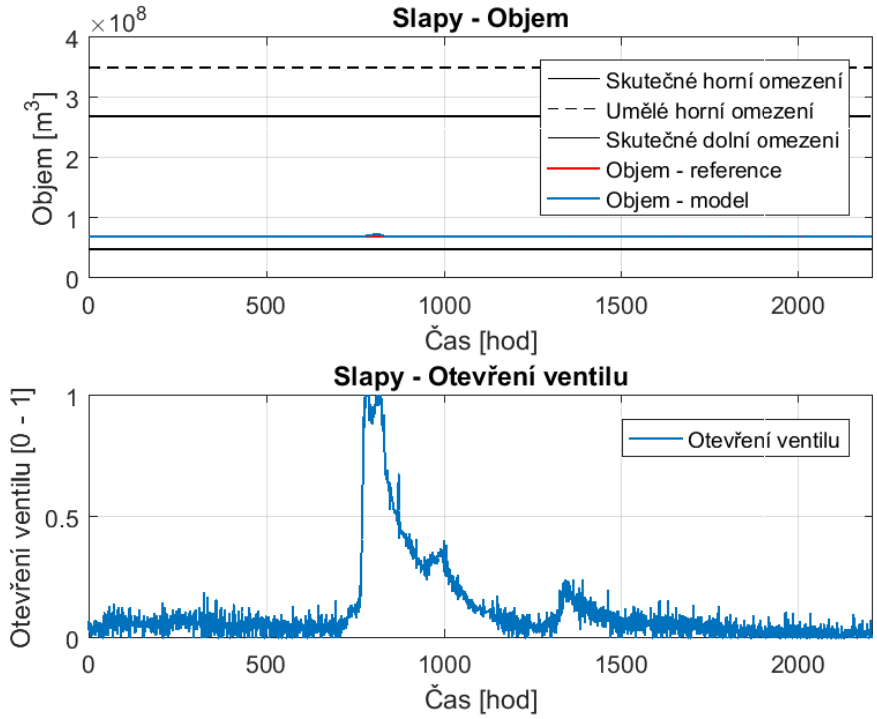
Obrázek 7.3: Simulace objemové regulace pro VD Kořensko



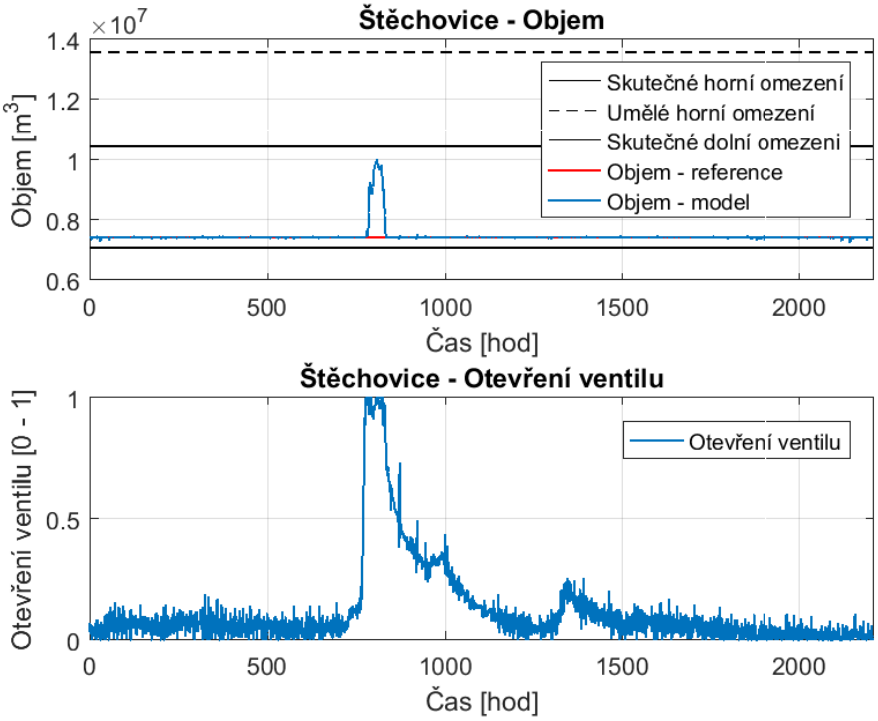
Obrázek 7.4: Simulace objemové regulace pro VD Orlík



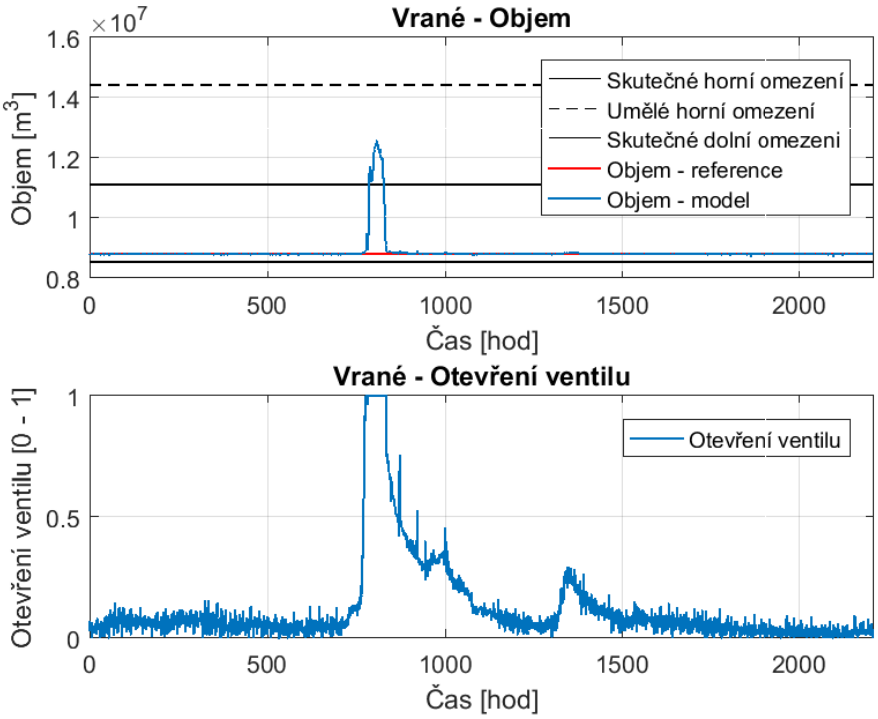
Obrázek 7.5: Simulace objemové regulace pro VD Kamýk



Obrázek 7.6: Simulace objemové regulace pro VD Slapy



Obrázek 7.7: Simulace objemové regulace pro VD Štěchovice



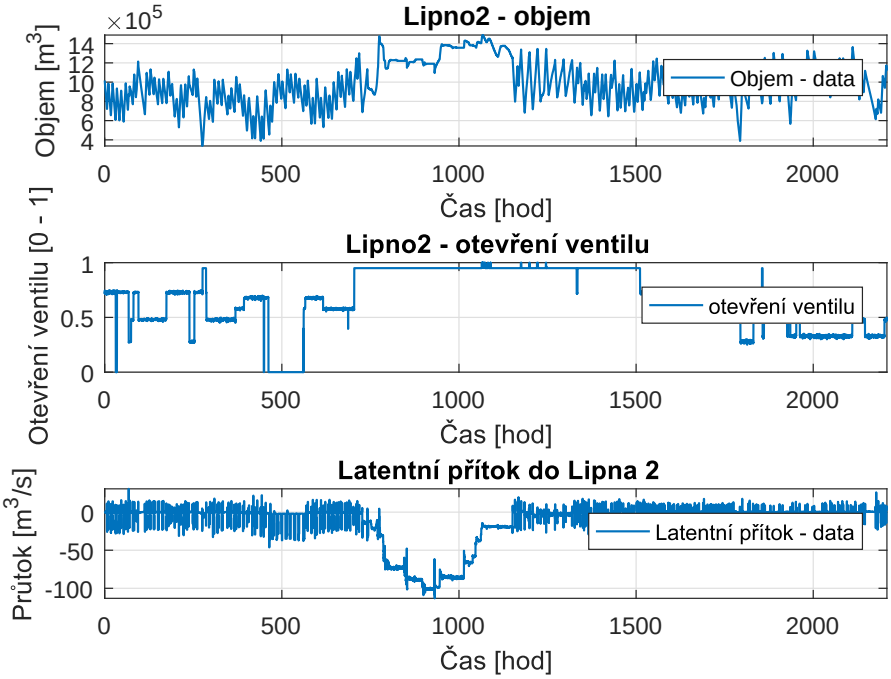
Obrázek 7.8: Simulace objemové regulace pro VD Vrané

7.2 Simulace VD Lipno 2

Na obrázku 7.9 je uveden objem Lipna2 získaný z reálných dat, otevření ventilu získané z reálných dat odtoku a latentní přítok do Lipna2, získaný

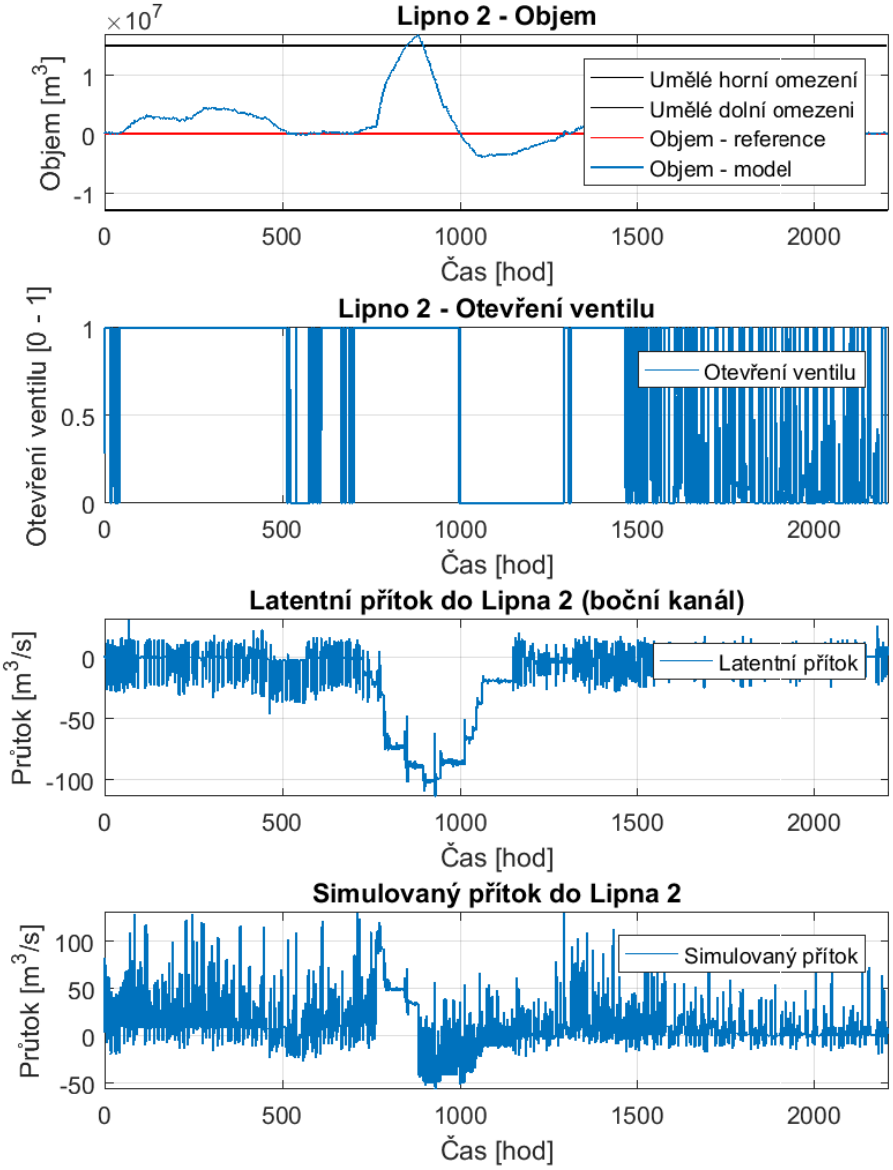
$$Q_{lat} = Qin_{lip2} - Qout_{lip1}, \tag{7.2}$$

kde Qin_{lip2} představuje přítok do VD Lipno2 a $Qout_{lip1}$ představuje odtok z VD Lipno1. Z obrázku 7.9 je patrné, že u VD Lipno2 existuje boční kanál. Z reálných dat vidíme, že nastalo nebezpečné zvyšování objemu ve VD Lipno2, i přesto, že byl téměř maximálně otevřen odtokový ventil u. Když ani téměř plné otevření ventilu u by přetečení VD Lipna2 nezabránilo, byl otevřen boční kanál pro boční odtok vody. Takový boční kanál v této práci není uvážen.



Obrázek 7.9: Objem, otevření ventilu a latentní přítok VD Lipna 2

Na obrázku 7.10 je patrné, že na začátku simulace (0hod-500hod) začal objem v Lipně2 stoupat, ale řízení si s tím poradilo plným otevřením ventilu u. Ale později z Lipna1 začalo proudit takové množství vody, že i přes plně otevřený odtokový ventil a i přes otevřený odtokový kanál, se objem vody v Lipně2 zvyšoval (750hod-1000hod). Jakmile simulovaný přítok do Lipna2 začal stagnovat (800hod), začal stagnovat i objem Lipna2, který vlivem otevření ventilu klesal až do doby, kdy objem překročil referenční hodnotu objemu. Tehdy se ventil zavřel, protože objem klesl pod referenční hodnotu objemu. A to se děje právě z toho důvodu, že simulovaný přítok v čase 1000hod je téměř nulový, ale stále voda z přehrady, i přes zavřený ventil, odtéká, vlivem konstantního bočního odtoku.



Obrázek 7.10: Simulace objemové regulace pro VD Lipno 2

Závěr

Cílem této práce bylo zkonstruování vhodného matematického modelu Vltavské kaskády založeného na fyzikálních rovnicích, který se bude věrně podobat reálnému systému, pro potřeby optimálního řízení. Byly vytvořeny nelineární modely přehrad s různými odtokovými závislostmi. U prvního z nich byl odtok vody z přehrady závislý pouze na otevření odtokového ventilu. Druhý z nich byl závislý nejen na otevření ventilu, ale i na výšce hladiny vody v nádrži. Jeho výpočet jsme provedli pomocí Bernoulliho rovnice. Parametrizace nelineárních modelů probíhala pomocí získaných dat od zástupců Povodí Vltavy a pomocí matematické optimalizace, kdy z vypočtených objemů byla dopočtena výška hladiny na základě kvadratické závislosti výšky hladiny na celkovém objemu vody v nádrži. Takto zjištěné a parametrizované nelineární modely byly simulovány. Sledovali jsme na nich, jak se shodují s dodanými daty.

Dále byly vytvořeny optimalizované modely dosahu řeky pomocí Saint Venantových rovnic, které představují nástroj pro modelování jednodimenzionálních otevřených systémů s konstantní hustotou tekutin. Takové modely představují dosah řeky mezi jednotlivými vodními díly Vltavské kaskády a svazují stavy průtoků a hladin. Pro takové modely bylo uvažováno zjednodušení Saint Venantových rovnic na rovnice popisující koryto řeky s konstantní šířkou a obdélníkovou průtokovou plochou. Dále byly prostorově diskretizovány pro jejich převod z parciálních diferenciálních rovnic na obyčejné diferenciální rovnice metodou konečných prvků. Získali jsme vodní dosah rozdělený do N diskretizačních částí, kde se diskretizační kroky obou proměnných překrývají. Díky diskretizaci můžeme Saint Venantovy rovnice rozšířit o latentní přítoky, které daný dosah řeky mezi jednotlivými vodními díly Vltavské kaskády posilují. Takto vytvořené nelineární modely jsme parametrizovali na základě známých dat o Vltavské kaskádě a pomocí dat dodaných z Povodí Vltavy, pomocí nichž jsme provedli matematickou optimalizaci pro určení neznámého Strickler koeficientu, šířky koryta řeky a sklonu. Tímto způsobem zjištěné a parametrizované modely jsme simulovali a sledovali, jak se odtoky z modelů dosahu řeky liší s očekávanými odtoky, respektive přítoky do jednotlivých přehrad Vltavské kaskády.

Pomocí Saint Venantových rovnic byly namodelovány nejen vodní dosahy mezi přehradami, ale i samotné přehrady Vltavské kaskády. V těchto případech byl uvažován lichoběžníkový tvar koryta řeky a přehrady. Pro parametrizování těchto modelů byla využita matematická optimalizace, pomocí které jsme hledali spodní šířky koryta řeky a neznámý Strickler koeficient. Další potřebné parametry, jako sklon řeky, lineární interpolace šířek řeky a délka dosahu byly získány z dostupných říčních dat. Pro nalezení co nejpřesnějších hodnot popisujících daný vodní dosah s přehradním tělesem byly v kritériu matematické optimalizace minimalizovány odchylky výšek hladin, objemů a odtoků modelu od dodaných dat. Výsledné modely jsme simulovali a sledovali změny výstupů modelu s dodanými daty. Tímto způsobem se nám avšak nepovedlo získat všechny vodní dosahy s navazujícími přehradami. Proto tyto modely v této práci nebyly uvažovány.

Pro vytvoření lineárního modelu Vltavské kaskády vhodného pro použití jako vnitřního prediktivního modelu pro MPC bylo nejprve nutné jednotlivé podsystémy linearizovat. Použité nelineární modely přehrad Vltavské kaskády jsou lineárními systémy, pouze s nelineární výstupní rovnicí, která odpovídá hladině. Tato nelinearita v podobě výstupní hladinové rovnice byla odstraněna a nahrazena parametrizací kvadratické závislosti mezi objemem vody a výškou hladiny nádrže pro rychlý přepočet požadované hladiny na přepočtený objem. Avšak vypočtené nelineární modely odpovídající pouze dosahům řeky mezi jednotlivými vodními díly musely být linearizovány. Byly linearizovány

ve vhodně zvoleném pracovním bodě, který odpovídal průměru prvních n hodnot, představující normální vodní stavy. Takto upravené a linearizované podsystémy jsme popsali pomocí stavových matic A,B,C a D. Složením a úpravou matic jednotlivých podsystémů jsme získali lineární model Vltavské kaskády, který obsahuje 65 stavových proměnných, 9 vstupních proměnných, 25 disturbancí a 26 výstupních rovnic. Dále byl lineární model Vltavské kaskády simulován a hodnocen, zda-li získané výstupy korespondují se získanými daty.

Dále bylo navrhnuto prediktivní řízení založené na vnitřním prediktivním modelu s konečným horizontem délky N. Bylo navrhnuto takové řízení, které pracuje s více vstupy a více výstupy. Produkovanými akčními zásahy jsou otevření/zavření odtokových ventilů, které se nám povedlo omezit na $\langle 0,1 \rangle$. Sledované a omezované hodnoty na výstupu byly v našem případě objemy jednotlivých přehrad, které jsme se snažili omezovat na základě zjištěných minimálních a maximálních povolených výšek hladin. Ty jsme přepočetli na objemy na základě známých parametrizovaných kvadratických závislostí mezi hladinou a objemem. Navržené řízení jsme simulovali s prediktivním horizontem $N = 5$ a s periodou vzorkování 10 *minut*. Výsledkem bylo nedodržení mezí velikostí objemů u některých, zejména menších přehrad Vltavské kaskády. To mohlo být způsobeno zejména vysokými latentními přítoky, které se z pohledu řízení jeví jako poruchy, o kterých vnitřní prediktivní model MPC nemá dopředu žádné informace. Pro zlepšení této situace by mohlo být do návrhu řízení zahrnuta i predikce, předpovídající příchod povodňových stavů na základě dostupných informacích o změně počasí.

Seznam použité literatury

[1] Novotný, Václav. *Řízení systému vodní kaskády.* [online] [2016] [cit. 2018-02-21]. Dostupné z: https://dspace.cvut.cz/handle/10467/64685.

[2] Petrone, Francesco. *Model Predictive Control of a Hydro Power Valley.* Politecnico Di Milano 2010.

[3] von Siebenthal, Martin, Glanzmann, Gabriela. *Supervisory Water Level Control for Cascaded River Power Plants.* Automatic Control Laboratory, ETH Zurich,2004.

[4] Co je to povodeň? *Fakulta stavební ČVUT.* [online] [cit. 2018-12-28]. Dostupné z: http://storm.fsv.cvut.cz/data/files/STRIMAII/STRIMA_II_k1_Co_je_to_povoden.pdf.

[5] Vodohospodářské informace. *Povodí Vltavy.* [online]. [2013] [cit. 2018-02-21]. Dostupné z: http://www.pvl.cz/vodohospodarske-informace/.

[6] Kratochvíl, Stanislav. *Vodní nádrže a přehrady.* Praha: Nakladatelství Čsl. akademie věd, 1961. Československá akademie věd. Sekce technická.

[7] Hladiny vody v nádržích. *Povodí Vltavy.* [online]. [2018] [cit. 2018-02-21]. Dostupné z: http://www.pvl.cz/portal/Nadrze/cz/pc/Objemy.aspx?data=1.

[8] Princip fungování vodních elektráren. *Skupina ČEZ.* [online]. [2018] [cit. 2018-12-29]. Dostupné z: https://www.cez.cz/cs/vyroba-elektriny/obnovitelne-zdroje/voda/flash-model-jak-funguje-vodni-elektrarna.html.

[9] Malé zdroje elektrické energie - Vodní energie. *UEEN VUT FEKT v Brně.* [online]. [cit. 2018-03-21]. Dostupné z: http://www.ueen.feec.vutbr.cz/~mastny/vyuka/mmze/skripta/voda.pdf.

[10] Vodní elektrárny - princip, rozdělení, elektrárny v ČR. *O energetice.* [online]. [2018-11-24][cit. 2018-12-29]. Dostupné z: http://oenergetice.cz/elektrina/vodni-elektrarny-princip-a-rozdeleni/.

[11] Kredba, Miloš. *Vltavská kaskáda.* Praha: Min. lesního a vodního hospodářství, 1969.

[12] Průběh toku řeky Vltavy. *Visit Vltava.* [online]. [2018] [cit. 2018-02-23]. Dostupné z: http://www.visitvltava.cz/cz/prubeh-toku-reky-vltavy/20/.

[13] Keményová, Zuzana. *Petr Kubala: Připravíme přehradu Orlík na desetitisíciletou vodu.* [online]. [2012] [cit. 2018-02-23]. Dostupné z: http://archiv.ihned.cz/c1-58936270-petr-kubala-pripravime-prehradu-orlik-na\-desetitisiciletou-vodu.

[14] Vodní elektrárny ČEZ v České republice. *Skupina ČEZ.* [online]. [2018] [cit. 2018-12-29]. Dostupné z: https://www.cez.cz/cs/vyroba-elektriny/obnovitelne-zdroje/voda/vodni-elektrarny-cez/ceska-republika.html.

[15] Vodní díla a nádrže. *Povodí Vltavy.* [online]. [2013] [cit. 2018-03-22]. Dostupné z: http://www.pvl.cz/vodohospodarske-informace/vodni-dila/vodni-dila-a-nadrze.

[16] Marquardt, D. *An Algorithm for Least-squares Estimation of Nonlinear Parameters.*. SIAM Journal Applied Mathematics, Vol. 11, 1963, pp. 431–441.

[17] Gullhamn, Esbjörn. *Control of Water Content and Retention in Hydropower Plant Cascades.* KTH Royal Institute of Technology Stockholm, 2004.

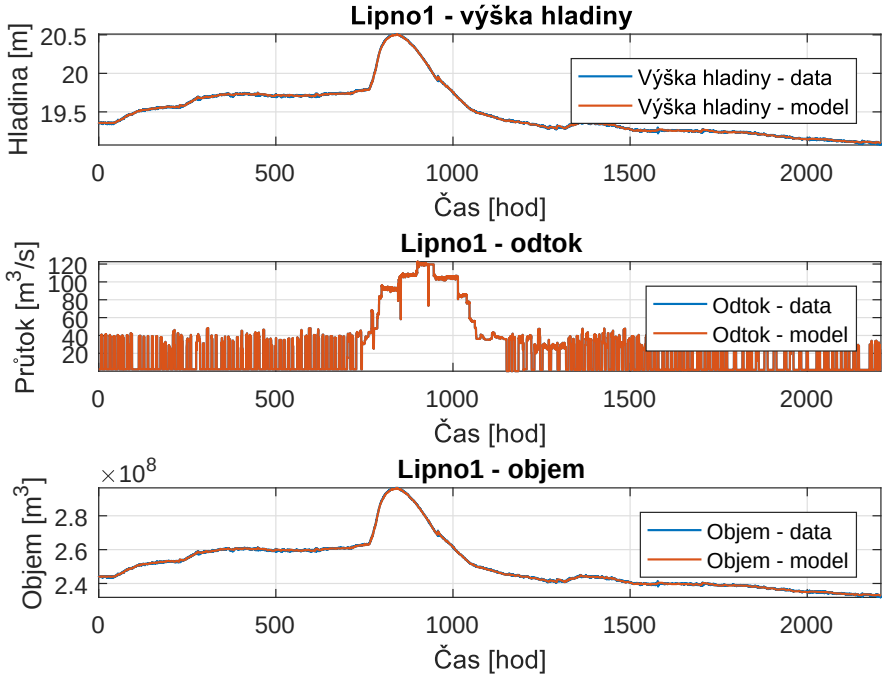
[18] Stiff soustavy. *U̇niverzita J. E. Purkyně.* [online]. [cit. 2018-12-30]. Dostupné z: `http://physics.ujep.cz/~mlisal/nm_2-chomutov/fmoucka/pdf/odr6.pdf`.

[19] Maňák, Pavel. *Manningův drsnostní součinitel.* [online] [2017-05-15] [cit. 2018-12-31]. Dostupné z: `http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Toky/Predmety/YRIM/Seminarni_prace+prezentace/2017/seminarni_prace/MAŇÁK_součinitel_n.pdf`.

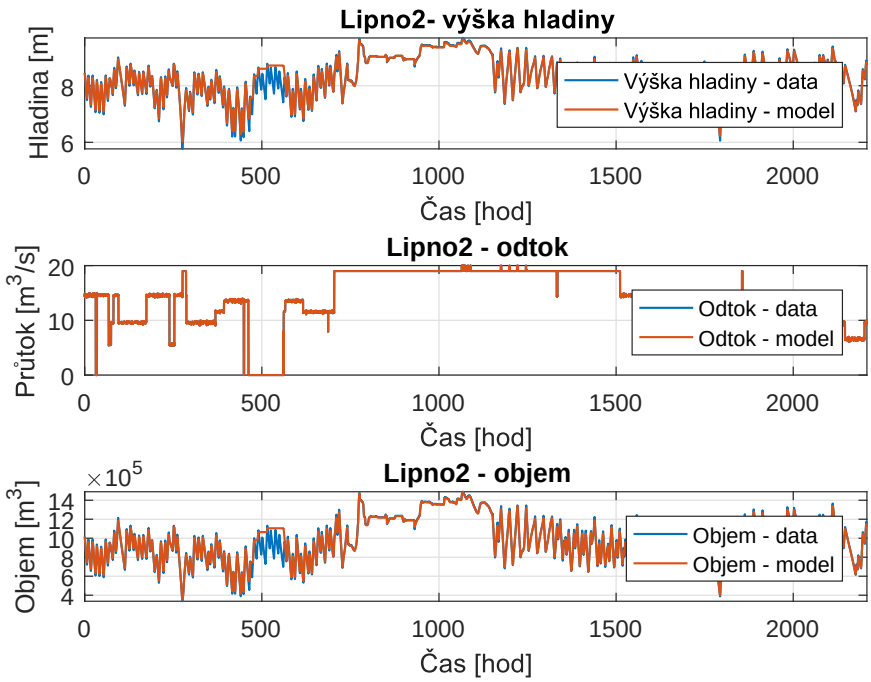
[20] Hurák, Zdeněk. *Optimal and Robust Control.* CTU Course. Dostupné z: `https://moodle.fel.cvut.cz/course/view.php?id=958`.

[21] Šantin, Ondřej. *Influence of Model Uncertainty on Constraints Handling in Predictive Control.* [online] [2019] [cit. 2019-01-05]. Dostupné z: `https://support.dce.felk.cvut.cz/mediawiki/images/3/3b/Dp_2009_santin_ondrej.pdf`.

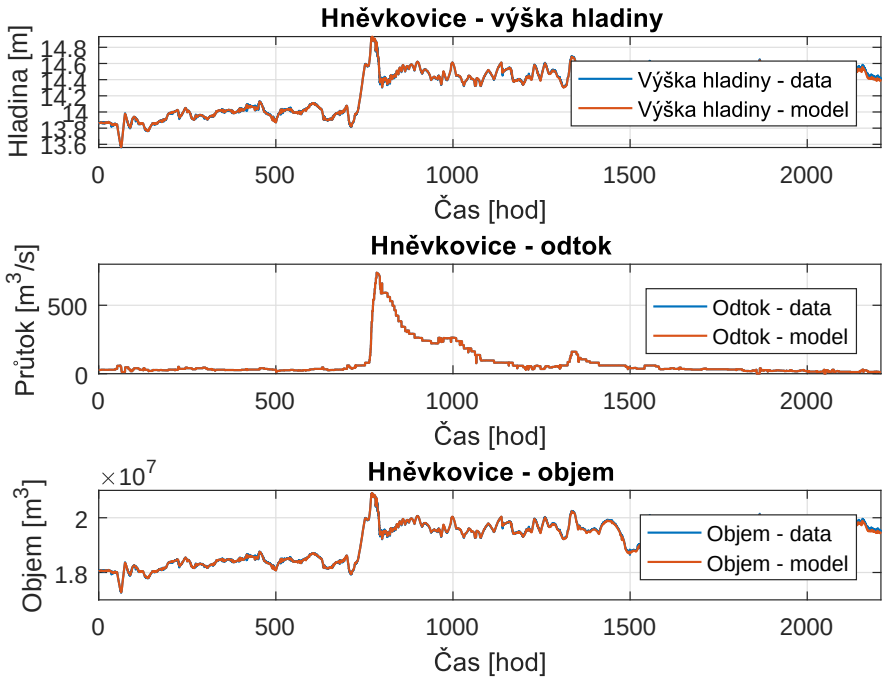
A. Simulace VD Vltavské kaskády



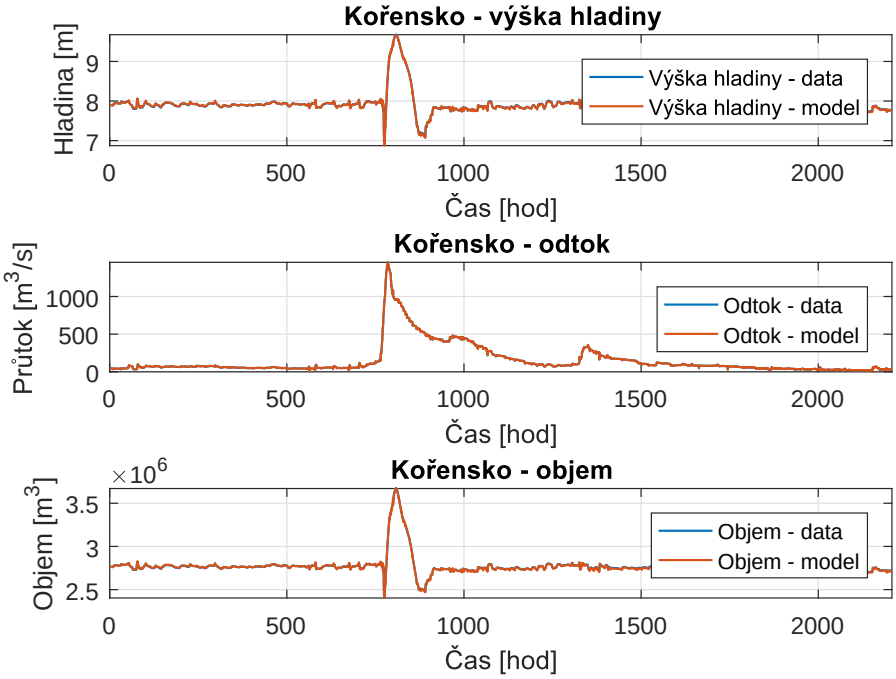
Obrázek A.1: Simulace VD Lipno 1



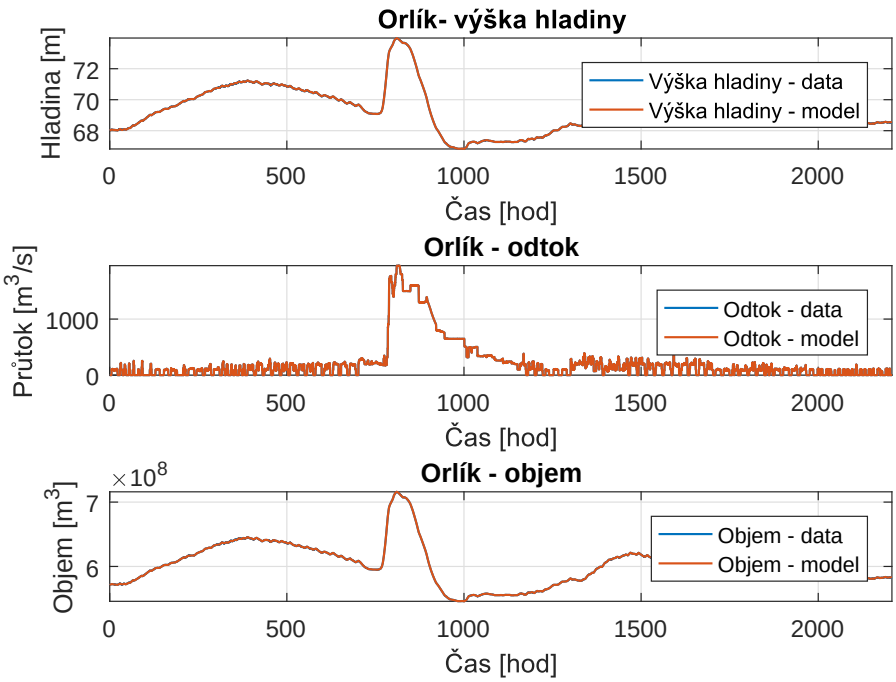
Obrázek A.2: Simulace VD Lipno 2



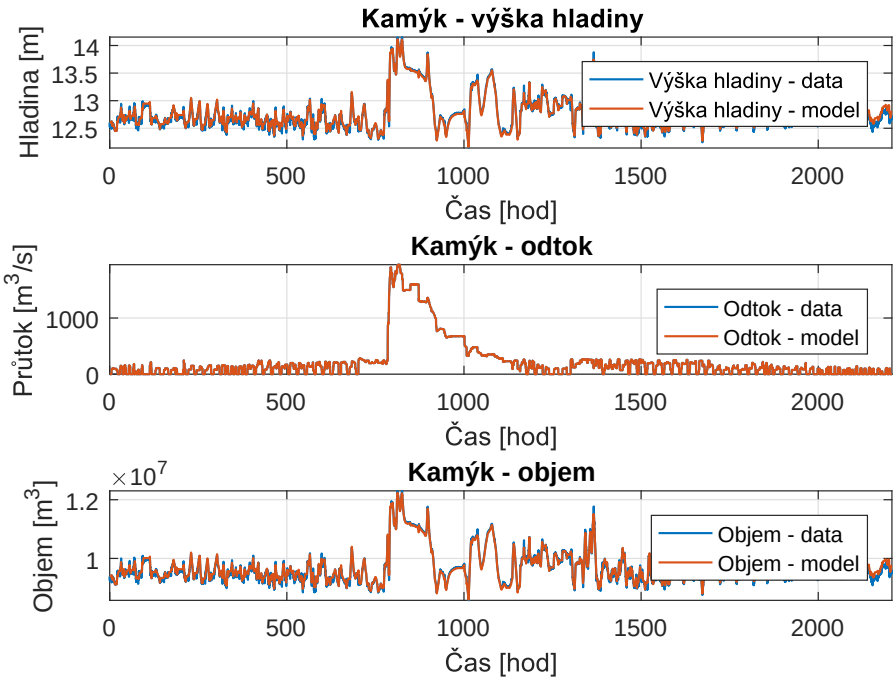
Obrázek A.3: Simulace VD Hněvkovice



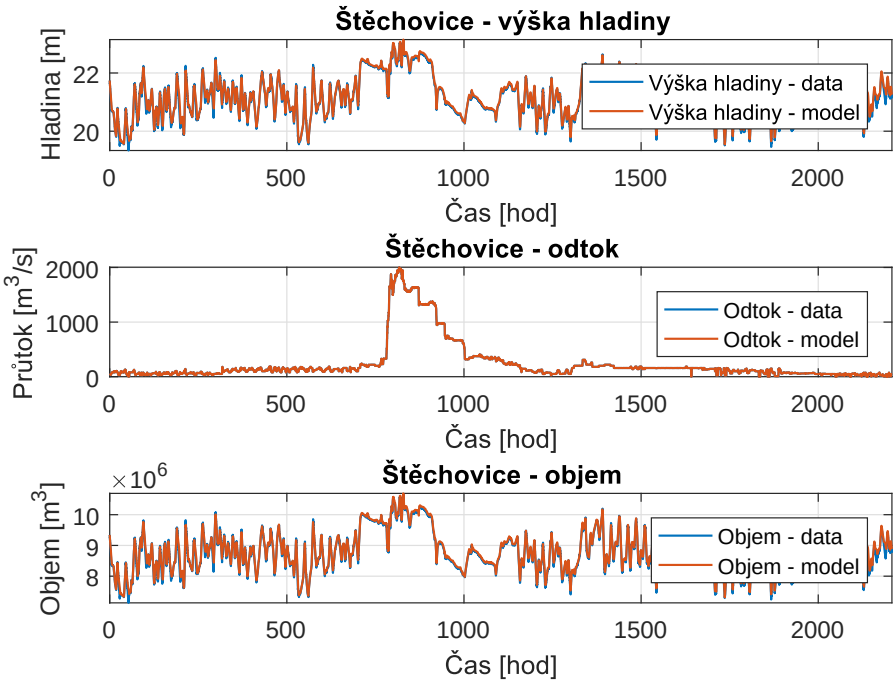
Obrázek A.4: Simulace VD Kořensko



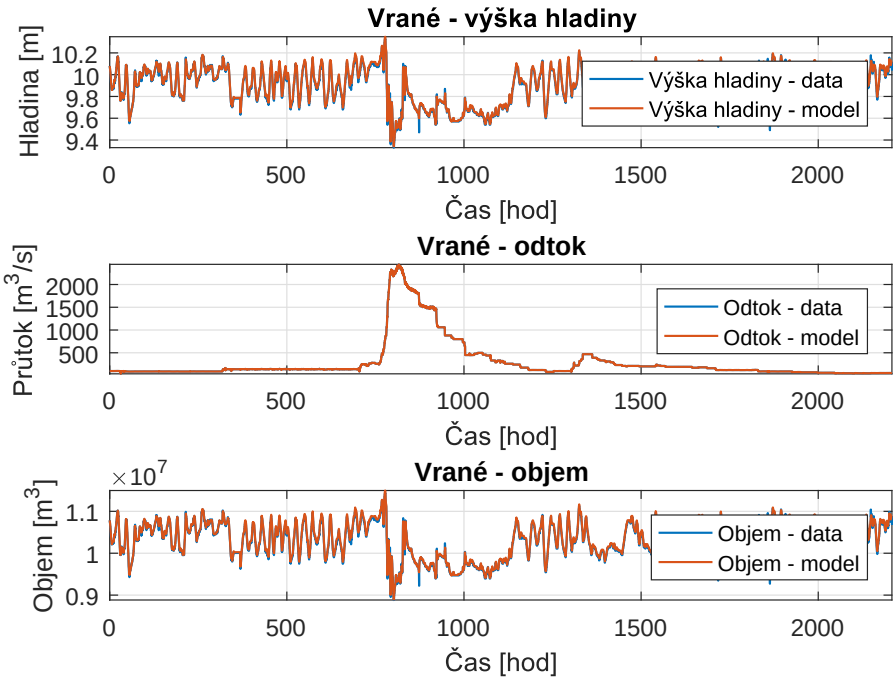
Obrázek A.5: Simulace VD Orlík



Obrázek A.6: Simulace VD Kamýk

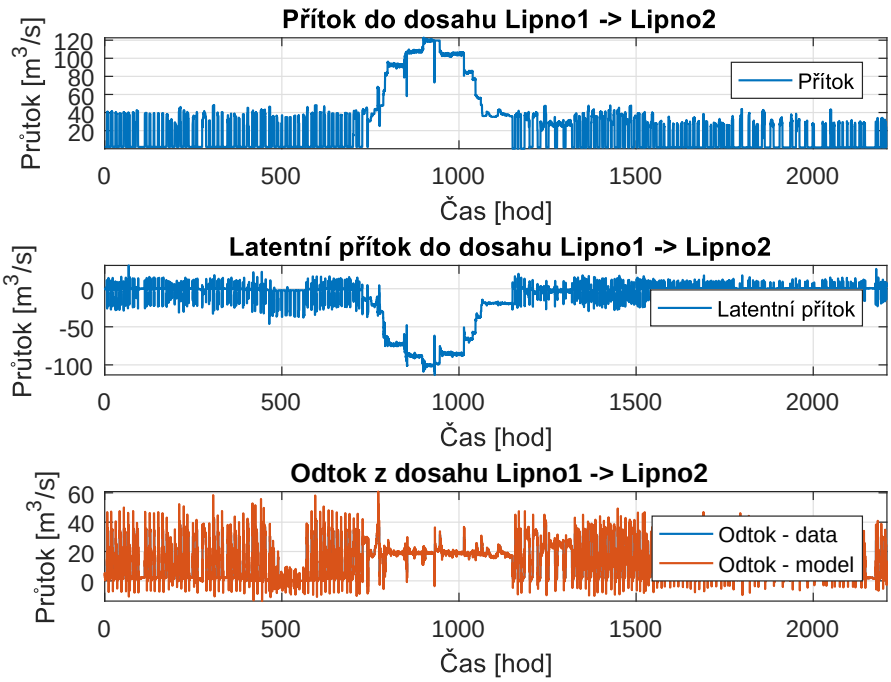


Obrázek A.7: Simulace VD Štěchovice

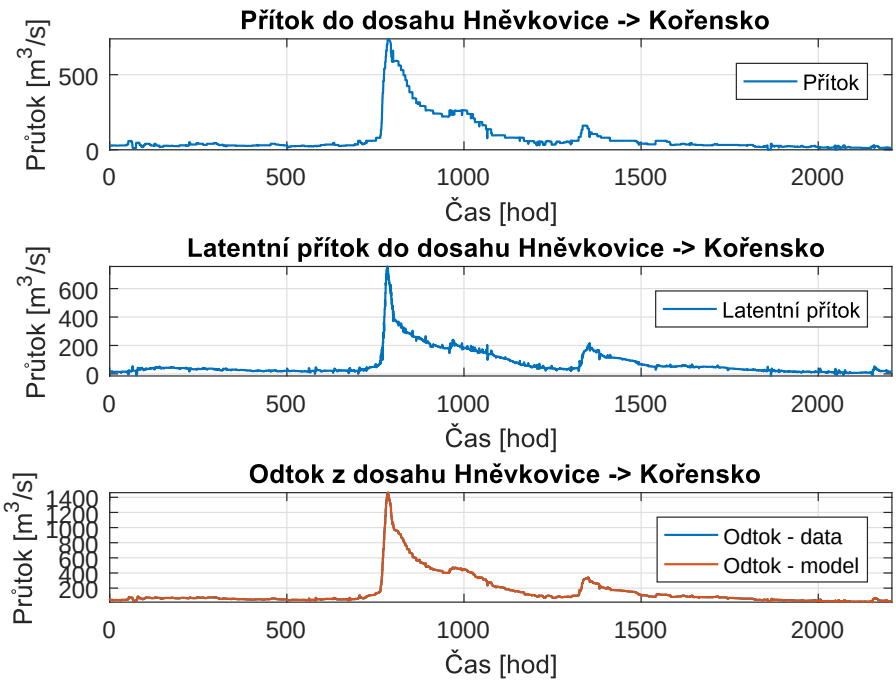


Obrázek A.8: Simulace VD Vrané

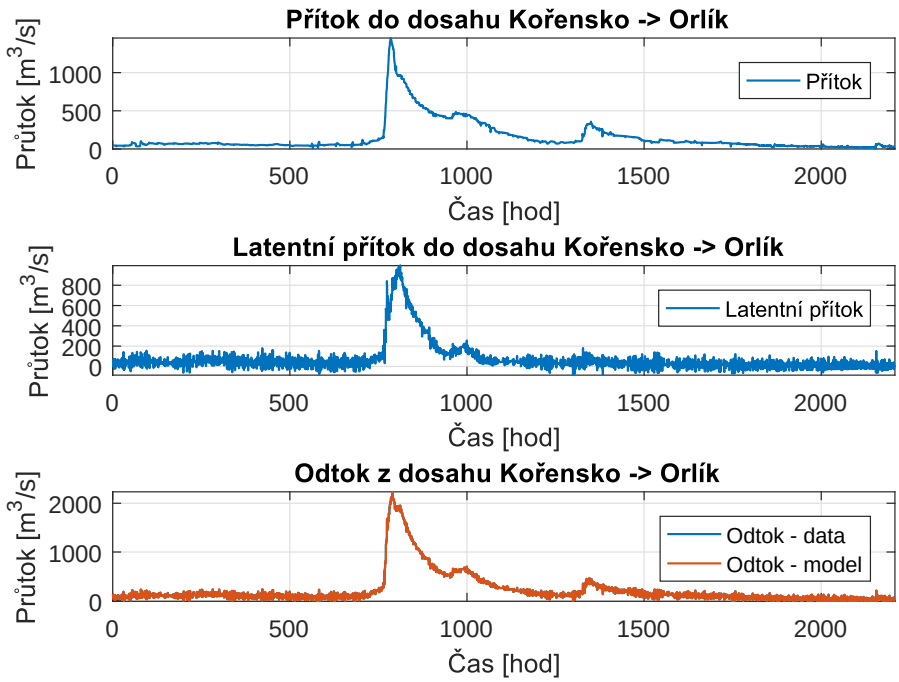
B. Simulace vodních dosahů



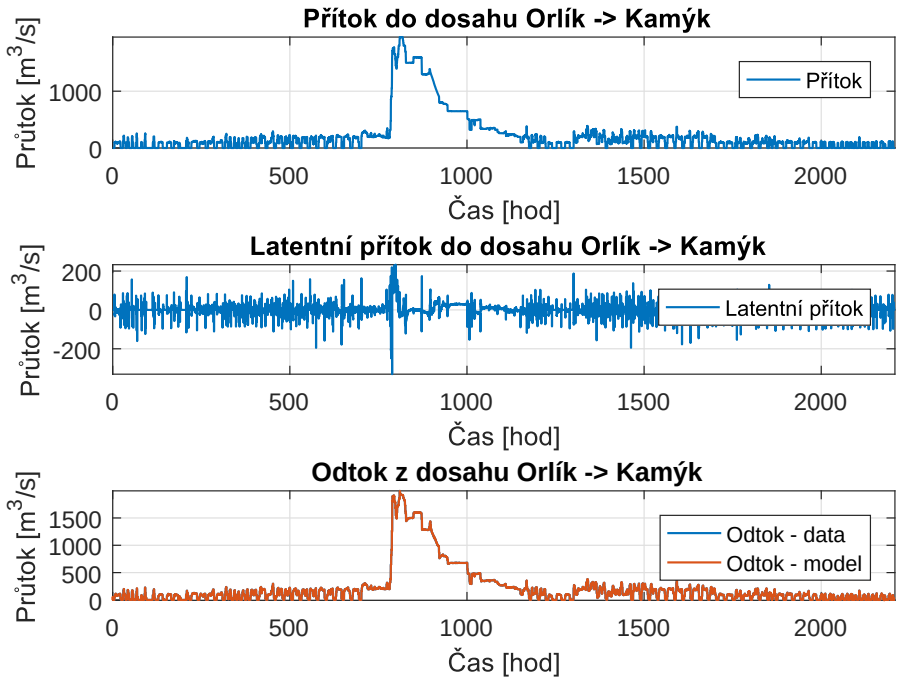
Obrázek B.1: Simulace dosahu mezi VD Lipno1 a VD Lipno2



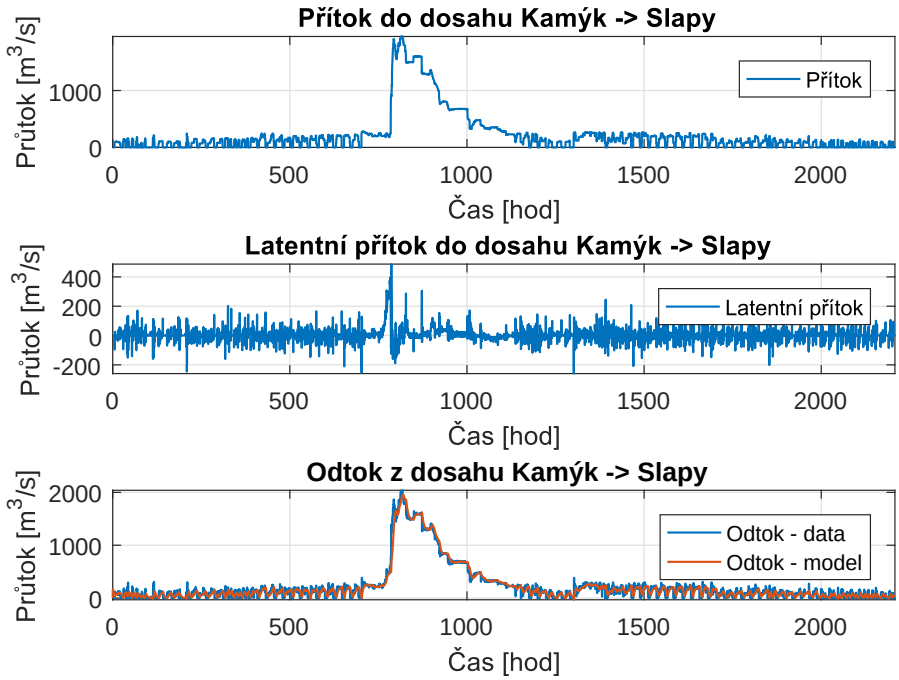
Obrázek B.2: Simulace dosahu mezi VD Hněvkovice a VD Kořensko



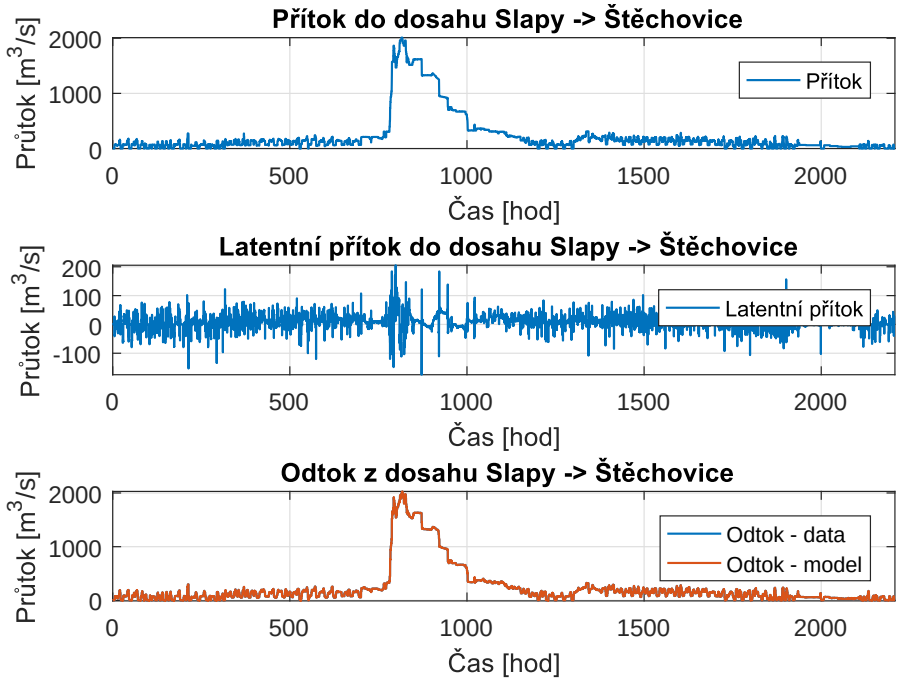
Obrázek B.3: Simulace dosahu mezi VD Kořensko a VD Orlík



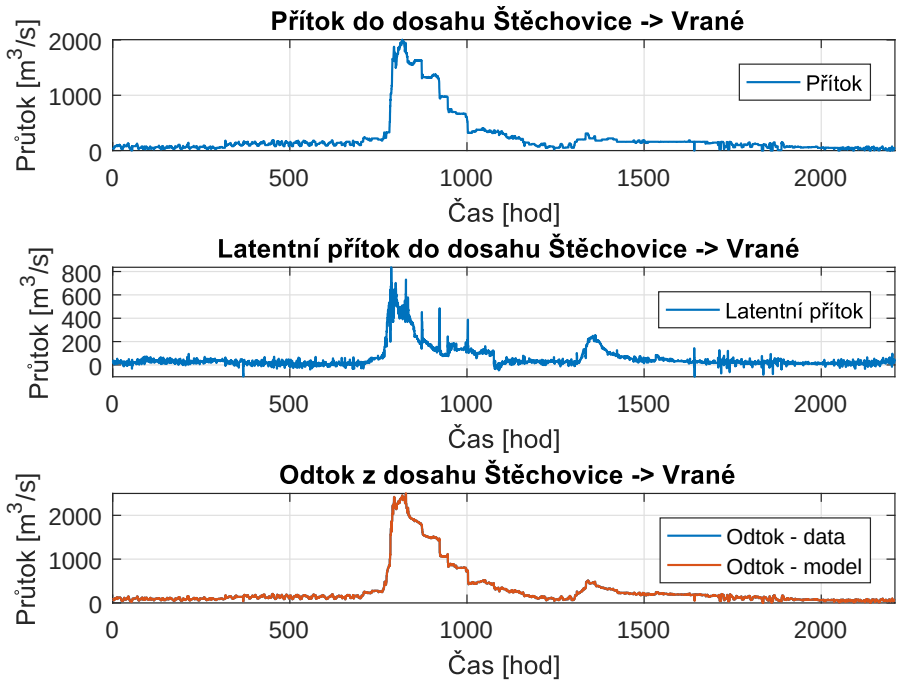
Obrázek B.4: Simulace dosahu mezi VD Orlík a VD Kamýk



Obrázek B.5: Simulace dosahu mezi VD Kamýk a VD Slapy



Obrázek B.6: Simulace dosahu mezi VD Slapy a VD Štěchovice



Obrázek B.7: Simulace dosahu mezi VD Štěchovice a VD Vrané

C. Obsah CD

CD obsahuje všechny použité skripty, včetně psané verze Diplomové práce.