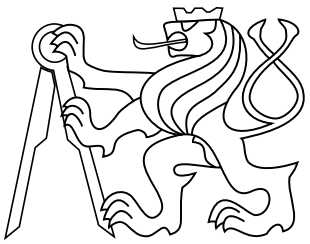
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Pokročilé metody návrhu velmi přesného řízení pohybu

Martin Gurtner



České vysoké učení technické v Praze

Vedoucí práce:
Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

Praha, 2013

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Martin Gurtner**

Studijní program: Kybernetika a robotika
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Pokročilé metody návrhu velmi přesného řízení pohybu**

Pokyny pro vypracování:

1. Vytvořte přehled aktuálního stavu poznání v problematice odhadování rychlosti rotačního pohybu na základě měření pomocí inkrementálních snímačů úhlové polohy. Analyzujte vybrané metody a demonstrujte jejich funkčnost/praktickou použitelnost pomocí simulací i laboratorních experimentů.
2. Analyzujte možnosti nabízené metodikou pro událostmi spouštěné vzorkování (angl. event-triggered sampling) pro řízení rychlosti a polohy na základě inkrementálních snímačů.
3. Prozkoumejte problém regulace proudu ve stejnosměrných motorech (s kartáčovými sběrači) s ohledem na použití pulsní modulace řídicího napětí s motivací zjistit, zda lze dosáhnout lepší odezvy proudové zpětnovazební smyčky při synchronizaci měření proudu s pulsy napětí.

Seznam odborné literatury:

[1] S.-H. Lee, T. A. Lasky, and S. A. Velinsky, Improved velocity estimation for low-speed and transient regimes using low-resolution encoders, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 9, no. 3, pp. 553 - 560, Sep. 2004.
[2] Y. X. Su, C. H. Zheng, P. C. Mueller, and B. Y. Duan, A simple improved velocity estimation for low-speed regions based on position measurements only, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 14, no. 5, pp. 937 - 942, Sep. 2006.

Vedoucí: Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2013/2014

L.S.

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 21. 1. 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, dne 22. 5. 2013

.....
Podpis

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu práce Zděnku Hurákovi za velmi vstřícný přístup a mnoho cenných rad. Aniž bych jmenoval, musím zmínit, že můj vděk patří také dalším členům skupiny AA4CC.

Abstrakt

Tato práce se zabývá dvěma aspekty problematiky velmi přesného řízení pohybu. Elektrický proud ve stejnosměrných motorech s kartáčovými sběrači je obvykle řízen pomocí H-můstku PWM napětím. Práce důkladně rozebírá často přehlížené praktické problémy, které může tento způsob řízení přinášet, a navrhuje postup pro dosažení co největší šířky pásma. Druhým aspektem je měření úhlové rychlosti hřídele motoru pomocí inkrementálního úhlového snímače. I tento zdánlivě rutinní krok přináší nečekaná úskalí, a to zejména při pomalých rychlostech. V této práci jsou popsány různé metody, od nejjednodušších a běžně používaných, které však fungují dobře pouze se snímači s velkým rozlišením, až po pokročilejší (a méně známé) metody, které dosahují velmi dobrých výsledků i se snímači s malým rozlišením.

Abstract

This thesis deals with two aspects of high-precision motion control. Electrical current flowing through a brushed DC motor is commonly controlled via H-bridge by PWM voltage. The thesis deeply analyzes the often overlooked practical issues that this type of control usually brings and proposes a procedure for achieving the maximum possible bandwidth. Additionally, estimation of angular shaft speed of a motor with an incremental angular encoder is discussed. Even this seemingly routine step has unexpected difficulties especially for low velocities. Various methods are reviewed, from the simplest and commonly used method, which are sufficient only for high-resolution encoders, to more advanced (and less known) methods, which achieve very good results even for low-resolution encoders.

Obsah

1. Motivace a cíle **1**

2. Model stejnosměrného motoru s kartáčovými sběrači **3**
2.1. Model motoru . . . 3
2.2. Identifikace motoru . . . 4

3. Modelování inkrementálního rotačního snímače **9**
3.1. Princip funkce . . . 9
3.2. Modelování . . . 10
3.3. Zpracování signálu z inkrementálního rotačního enkodéru . . . 10
3.4. Parametry . . . 11
3.5. Použitý inkrementální rotační snímač . . . 11

4. Proudové řízení stejnosměrného motoru s kartáčovými sběrači **13**
4.1. Řízení napětí . . . 14
4.2. Měření proudu . . . 14
4.2.1. Rozkmit . . . 14
4.2.2. Měřicí obvod . . . 16
4.2.3. Proudové špičky od kartáčových sběračů . . . 17
4.2.4. Experiment . . . 17
4.2.5. Implementace měření proudu . . . 18
4.3. Návrh regulátoru . . . 19
4.3.1. PI regulátor . . . 19
4.3.2. Peak current regulátor . . . 21

5. Odhadování úhlové rychlosti **23**
5.1. Základní metody . . . 24
5.1.1. Metoda měření frekvence . . . 24
5.1.2. Metoda měření periody . . . 25
5.1.3. Metoda CSDT . . . 26
5.1.4. Porovnání . . . 27
5.1.5. Reálný experiment . . . 27
5.2. Polynomiální extrapolace . . . 28
5.2.1. Popis algoritmu . . . 28
5.2.2. Vynechávání událostí . . . 29
5.2.3. Simulace . . . 30
5.2.4. Reálný experiment . . . 30
5.2.5. Implementace . . . 31
5.3. Metody založené na modelu . . . 31
5.3.1. Stavový popis . . . 32
5.3.2. Synchronizovaný pozorovatel . . . 32
Simulace . . . 35
Reálný experiment . . . 35
5.3.3. Asynchronní pozorovatel . . . 36
Vylepšení asynchronního pozorovatele . . . 38
Simulace . . . 39
Reálný experiment . . . 39

6. Závěr **41**

Bibliografie **43**

Přílohy

A. Obsah přiloženého CD **45**

Zkratky

CW	Směr otáčení po směru otáčení hodinových ručiček (anglicky Clockwise)
CCW	Směr otáčení proti směru otáčení hodinových ručiček (anglicky Counterclockwise)
CSDT	Metoda odhadování rychlosti z dat naměřených inkrementálním snímačem (anglicky Constant Sample-time Digital Tachometer)
LVC	Zkratka pro metodu, která kompenzuje odhad rychlosti při velmi malých rychlostech (anglicky Low Velocity Compensation)
PWM	Pulsně šířková modulace (anglicky Pulse Width Modulation)

Symboly

g	Převodový poměr převodovky motoru
R	Elektrický odpor vinutí motoru
L	Indukčnost vinutí motoru
J	Moment setrvačnosti rotoru motoru i se zátěží
b	Koeficient viskózního tření
k	Momentová konstanta motoru
τ	Moment síly
f_{PWM}	Frekvence PWM signálu
N_{p}	Rozlišení jednoho kanálu inkrementálního snímače (tedy před kvadraturním zpracováním)
ΔC	Odchylka od polohy, kde by mělo dojít ke změně výstupního signálu kanálu inkrementálního snímače při nastalé změně tohoto signálu
$A(\theta)$, $B(\theta)$	Signály z jednotlivých kanálů inkrementálního snímače
$C(\theta)$	Signál vzniknuvší kvadraturním zpracováním signálů z jednotlivých kanálů inkrementálního snímače
θ	Úhlová poloha
θ_{p}	Změna úhlové polohy, k níž došlo mezi dvěma pulsy výstupního signálu jednoho kanálu ideálního inkrementálního snímače
ω	Úhlová rychlost
$\hat{\omega}$	Odhadovaná úhlová rychlost
$\hat{e}_{\omega}$	Absolutní chyba odhadu úhlové rychlosti
δ_{ω}	Relativní chyba odhadu úhlové rychlosti
T_{s}	Řídicí perioda
T_{vf}	Perioda vysokofrekvenčního čítače
T_{m}	Čas mezi dvěma sousedními změnami signálu $C(\theta)$

1. Motivace a cíle

Precizní řízení pohybu klade vysoké nároky na regulátor, jenž daný systém řídí. Regulátory musí zajistit největší možnou šířku pásma zpětnovazební smyčky především proto, aby byly co nejrychleji potlačeny různé poruchové jevy. Mezi tyto jevy může patřit měnící se zátěžový moment působící na hřídel motoru. Příkladem takového momentu je proměnná hmotnost nákladu na dopravníkovém pásu nebo vítr působící na venkovní parabolickou anténu, která má být natočena na daný úhel.

K řízení stejnosměrných motorů se typicky používá kaskádní struktura (podrobněji v kapitole 4). Návrh řízení pak spočívá v návrhu proudového, rychlostního a případně i polohového regulátoru. V této práci se budu zabývat metodami odhadování úhlové rychlosti, měření proudu tekoucího motorem a návrhem proudového regulátoru.

Návrh proudového regulátoru potažmo i měření proudu má svá specifika především v tom, že stejnosměrné motory jsou obvykle řízeny pomocí H-můstku PWM napětím, díky čemuž dochází v proudu neustále k přechodovým dějům. Pokud je řídicí perioda proudového regulátoru výrazně větší než je perioda PWM signálu, není tato „nestálost“ proudu problémem, neboť je možné ji filtrovat. Pokud je však požadavkem velká šířka pásma zpětnovazební smyčky systému s proudovým regulátorem, pak je pravděpodobně i jeho řídicí perioda blízká nebo dokonce rovná periodě PWM signálu. V takovém případě je nutné při měření proudu brát ohled na jeho „nestálost“ způsobenou spínáním H-můstku, ale i na další jevy, které mají vliv na jeho průběh. Touto v učebnicích často opomíjenou problematikou se společně s návrhem proudových regulátorů budu zabývat v kapitole 4.

Odhadování úhlové rychlosti je pro precizní řízení pohybu velmi důležité, neboť důsledkem požadavku na velkou šířku pásma zpětnovazební smyčky systému s rychlostním regulátorem je požadavek na velkou vzorkovací frekvenci měření úhlové rychlosti. Úhlová rychlost však není typicky měřena přímo, ale je odhadována aproximací derivace polohy, která je měřena inkrementálním úhlovým snímačem. Ten měří polohu po pevných kvantech, které jsou dány jeho rozlišením. To má za následek, že pokud se hřídel motoru otáčí relativně rychle vůči řídicí periodě rychlostního regulátoru, dojde k více detekcím změny úhlu během jedné řídicí periody a derivace polohy se pak celkem snadno aproximuje. Problém však nastává v případě, že se hřídel rotoru otáčí pomalu a změna polohy hřídele není detekována po několik řídicích period. V kapitole 5 se budu zabývat návrhem metod, které se s tímto problémem do určité míry vypořádávají. Pro srovnání jsou v této kapitole popsány i základní a běžně používané metody odhadování úhlové rychlosti, které v těchto případech nefungují moc dobře.

2. Model stejnosměrného motoru s kartáčovými sběrači

V celé následující práci budu provádět experimenty na stejnosměrném kartáčovém motoru s permanentním magnetem na jehož hřídeli je z jedné strany přidělána vícestupňová planetová převodovka s poměrem $g = 1/84$, která zajišťuje převod tzv. „do pomala“. Z druhé strany je přimontován inkrementální rotační snímač (viz sekce 3). Motor je řízen pomocí PWM signálů o hodnotách 0 V a 24 V. Motor je vyfocený na Obrázku 2.1.

2.1. Model motoru

Na Obrázku 2.2 je náhradní schéma stejnosměrného motoru [1], přičemž $k_\mathrm{e}\,\omega(t)$ je elektromotorické napětí, které se zpětně indukuje do obvodu díky otáčení rotoru. Pomocí druhého Kirchhoffova zákona napíšeme následující vztah jako součet napětí ve smyčce

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = -R\,i(t) - k_\mathrm{e}\,\omega(t) + u(t), \tag{2.1}$$

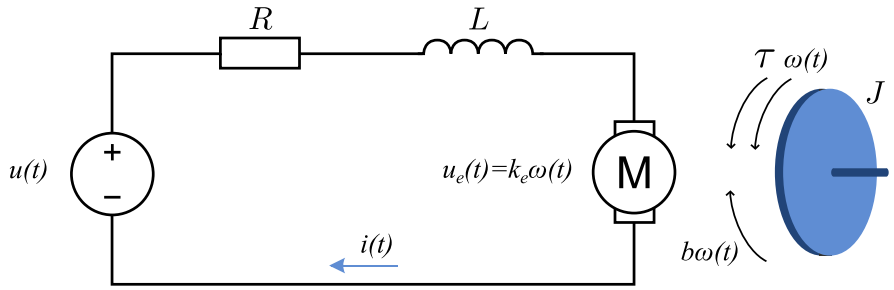
čímž získáme první diferenciální rovnici popisující elektrickou část motoru.

Uvažujeme-li i tření (závislé na rychlosti), pak aplikací Newtonova zákona získáme

$$\tau(t) = J\,\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} + b(\omega)\,\omega(t). \tag{2.2}$$

Dále pro stejnosměrný motor platí, že jím generovaný moment síly je přímo úměrný proudu, který jím protéká a platí tedy vztah $\tau = k_\mathrm{m}\,i(t)$. Substitucí tohoto vztahu do

Obr. 2.1. Fotografie motoru s inkrementálním rotačním snímačem



Obr. 2.2. Náhradní schéma stejnosměrného motoru

rovnice (2.2) dostaneme diferenciální rovnici popisující mechanickou část motoru

$$J\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = k_\mathrm{m}\, i(t) - b(\omega)\,\omega(t) \tag{2.3}$$

Lze dokázat (např. [2]), že momentová konstanta k_m a konstanta zpětného elektromotorického napětí k_e mají ve skutečnosti podstatu ve stejném fyzikálním fenoménu a mohou být vyjádřeny v ekvivalentních jednotkách. Finální úpravou rovnic je tedy nahrazení těchto konstant v rovnicích (2.1) a (2.3) jednou konstantou k.

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = -R\,i(t) - k\,\omega(t) + u(t) \tag{2.4}$$

$$J\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = k\,i(t) - b(\omega)\,\omega(t) \tag{2.5}$$

2.2. Identifikace motoru

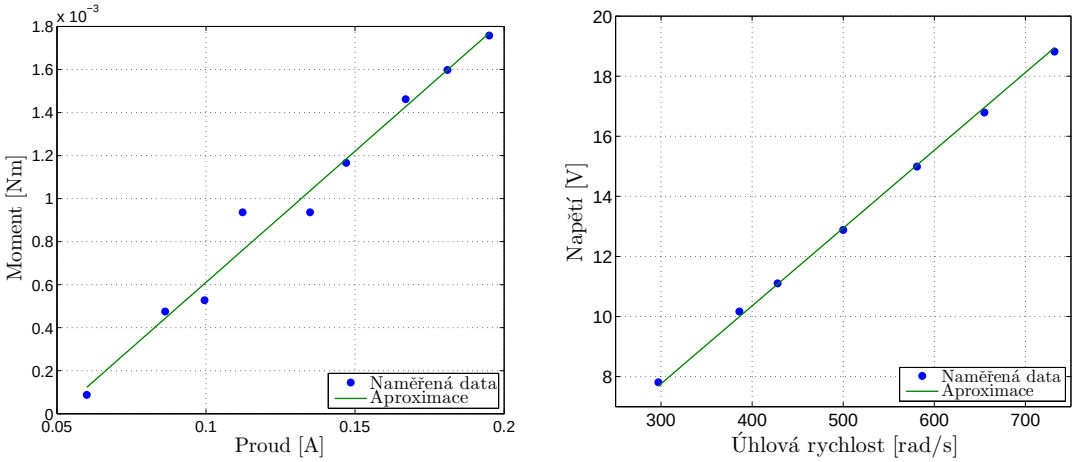
Z rovnic (2.4) a (2.5) je zřejmé, že abychom mohli modelovat dynamiku motoru, je nutné určit jeho parametry.

Indukčnost vinutí motoru a jeho odpor jsem určil pomocí LCR metru SRS SR720. Jak indukčnost, tak odpor vykazují značnou frekvenční závislost. Indukčnost se zmenšuje se zvyšující se frekvencí, což je dáno zvyšujícími se magnetickými ztrátami v jádru vinutí, které je tvořeno rotorem. Zvyšování odporu nastává kvůli povrchovému jevu. To je jev, kdy je se zvyšující se frekvencí vytlačován proud k povrchu vodiče. Při identifikaci modelu je tedy nutné tyto parametry měřit pro frekvenci, kterou má PWM signál řídící motor. V Tabulce A je vypsána indukčnosti i odpor vinutí motoru pro více frekvencí.

Konstantu k lze určit buď měřením motorem generovaného momentu nebo měřením účinků zpětného elektromotorického napětí. Vzhledem k tomu, že hřídel motoru není k měření momentu přístupná, je nutné generovaný moment měřit až za převodovkou. Generovaný moment byl měřen pomocí siloměru, na který působila páka přidělaná na výstupní hřídel převodovky. Výsledek měření generovaného momentu je na Obrázku 2.3a. Z obrázku je zřejmé, že generovaný moment nevykazuje lineární závislost na proudu protékajícím motorem. Generovaný moment se skokově zvyšuje až pro větší rozdíly v proudu. Když motorem protékal proud 110 mA i 135 mA, generovaný moment byl totožný. Až při protékajícím proudu 147 mA se generovaný moment zvětšil.

Snazší je měření zpětného elektromotorického napětí. Z rovnice (2.4) lze pro ustálený stav vyjádřit konstantu k jako

$$k = \frac{u(t) - Ri(t)}{\omega(t)}. \tag{2.6}$$



a) Měření generovaného momentu **b)** Měření zpětného elektromotorického napětí

Obr. 2.3. Identifikace momentové konstanty k z (a) měření generovaného momentu motorem a (b) z měření zpětného elektromotorického napětí

Provedl jsem tedy sadu měření, kde jsem pro dané přiložené napětí $u(t)$ změřil proud $i(t)$ protékající motorem a z inkrementálního rotačního snímače odhadl rychlost hřídele motoru. Výsledek měření a identifikace je vynesen do grafu na Obrázku 2.3b.

Tření motoru $b(\omega)$ lze identifikovat z ustálené rychlosti při známém proudu protékajícím motorem. V takovém případě je možné zjednodušit a přepsat rovnici (2.5) do tvaru

$$b(\omega) = \frac{k_\mathrm{m}\, i(t)}{\omega(t)}. \tag{2.7}$$

Takto identifikované koeficienty tření pro různé ustálené rychlosti jsou vyneseny do grafu na Obrázku 2.4a. Na první pohled je zřejmé, že tento koeficient je závislý na rychlosti podle lineární lomené funkce. Naměřená data tedy byla proložena touto funkcí, čímž jsem získal závislost

$$b(\omega) = b_1 + b_2\, \omega^{-1}(t) = 2.22 \cdot 10^{-6} + 3.64 \cdot 10^{-4}\, \omega^{-1}(t). \tag{2.8}$$

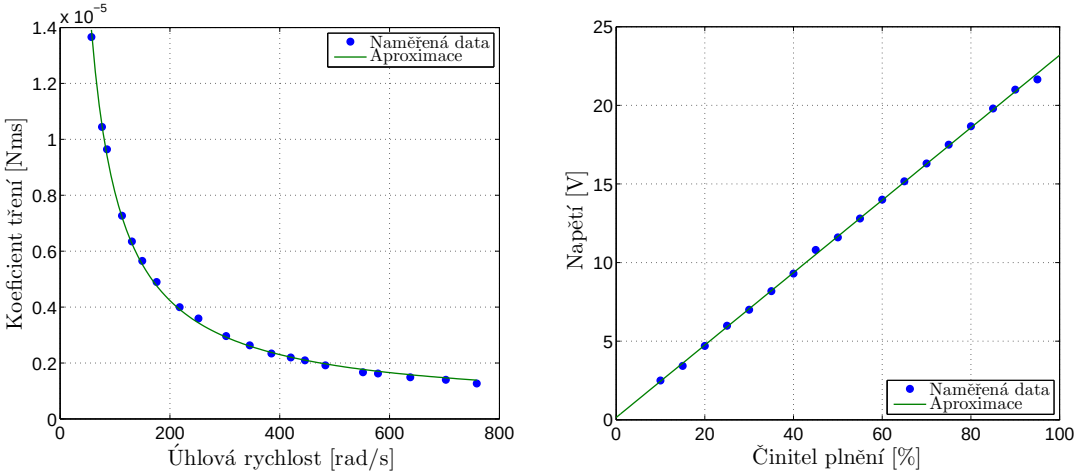
Tento vztah odpovídá kombinaci momentu τ_c způsobeného Coulombovým třením s momentem τ_v způsobeným viskózním třením. Moment tření se pak dá zapsat jako

$$\tau_\mathrm{f} = b(\omega)\, \omega(t) = \tau_\mathrm{v} + \tau_\mathrm{c}, \quad \tau_\mathrm{v} = b_1\, \omega(t), \quad \tau_\mathrm{c} = \mathrm{sgn}(\omega(t))\, b_2. \tag{2.9}$$

Nutno podotknout, že takto namodelované tření není příliš přesné pro rychlosti velmi blízké nule, neboť zde není uvažován Stribeckův efekt [3], a viskózní tření bude navíc závislé na teplotě.

Motor je řízen pomocí PWM signálu a v dalších kapitolách bude v některých případech zanedbána dynamika elektrické části motoru. Pro takové případy je nutné určit vztah mezi zadaným činitelem plnění PWM signálu a skutečnou střední hodnotou tohoto signálu. Z naměřených dat, která jsou vynesena v grafu na Obrázku 2.4b byla identifikována závislost mezi činitelem plnění K v procentech a střední hodnotou $\bar{u}$ generovaného PWM signálu, která je dána vztahem

$$\bar{u} = 0.231\, K + 0.145. \tag{2.10}$$



a) Měření koeficientu tření **b)** Měření střední hodnoty napětí PWM signálu

Obr. 2.4. Identifikace (a) koeficientu viskózního tření a (b) závislosti střední hodnoty napětí na zadaném činiteli plnění PWM signálu

Poslední parametr, jenž zbývá určit je moment setrvačnosti J. Tento parametr jsem určil pomocí System Identification Toolboxu v Matlabu, který v tomto případě potřebuje pro identifikaci znát odezvu rychlosti na nějaké vstupní napětí a model motoru v podobě přenosové funkce ve tvaru

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K}{T\,s + 1}. \tag{2.11}$$

Tuto přenosovou funkci lze odvodit z rovnic (2.4) a (2.5). Stavový popis modelu motoru se po zanedbaní dynamiky motoru redukuje do podoby

$$\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{k^2}{J\,R} + \frac{b_1}{J}\right)\omega(t) + \frac{k}{J\,R}\left(u(t) - \tau_\mathrm{c}\,\frac{R}{k}\right), \tag{2.12}$$

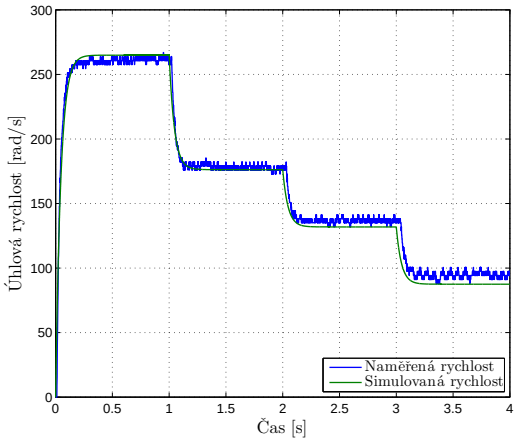
přičemž moment τ_c způsobený Coulombovým třením je záměrně napsán tak, aby bylo zřejmé, jakému napětí na svorkách motoru odpovídá. Model motoru je totiž díky tomuto momentu nelineární, ale v tomto případě se dá snadno linearizovat tak, že se od napětí u odečte napětí u_{τ_c}, které odpovídá momentu τ_c. Vstupem do lineární modelu bez Coulombova tření je pak napětí $\tilde{u} = u - u_{\tau_\mathrm{c}}$.

Přepsáním rovnice (2.12) do tvaru (2.11) pro vstupní napětí $\tilde{u}$ získáme vztahy pro konstanty K a T:

$$K = \frac{k}{k^2 + R\,b_1} \quad T = \frac{J\,R}{k^2 + R\,b_1} \tag{2.13}$$

Všechny potřebné parametry pro výpočet K jsou již identifikované. Tato konstanta je tedy zadána do Identification Toolboxu jako známá a identifikuje se pouze konstanta T, která se po té již snadno přepočte na moment setrvačnosti J. Porovnání reálně naměřeného průběhu rychlosti se simulovaným průběhem pro identifikovaný moment setrvačnosti je na Obrázku 2.5.

Všechny identifikované parametry modelu motoru jsou shrnuty v Tabulce A.



Obr. 2.5. Porovnání reálně naměřeného průběhu rychlosti se simulací

Tab. 2.1. Parametry motoru

Parametr	Značení	Hodnota	Jednotka
Převodový poměr	g	1/84	-
Odpor vinutí motoru (1 kHz)	$R_{1\text{ kHz}}$	87.83	Ω
Odpor vinutí motoru (10 kHz)	$R_{10\text{ kHz}}$	151.7	Ω
Odpor vinutí motoru (100 kHz)	$R_{100\text{ kHz}}$	430.9	Ω
Indukčnost cívky motoru (1 kHz)	$L_{1\text{ kHz}}$	4.5	mH
Indukčnost cívky motoru (10 kHz)	$L_{10\text{ kHz}}$	1.86	mH
Indukčnost cívky motoru (100 kHz)	$L_{100\text{ kHz}}$	0.828	mH
Momentová konstanta motoru	k	25.9	mN m/A
Koeficient viskózního tření motoru	b_1	$2.22 \cdot 10^{-6}$	N m s
Coulombovo tření motoru	b_2	$3.64 \cdot 10^{-4}$	N m
Moment setrvačnosti motoru	J	$3.92 \cdot 10^{-7}$	kg m^2

3. Modelování inkrementálního rotačního snímače

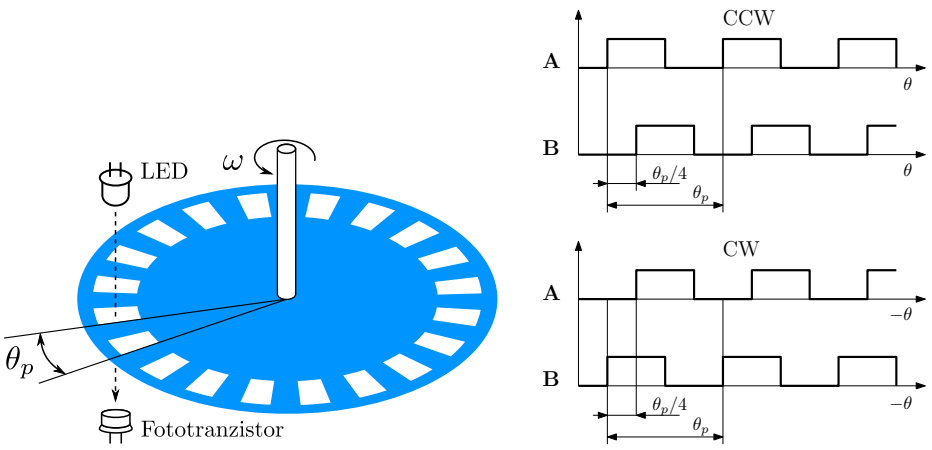
Inkrementální snímače jsou dnes velmi často užívané převodníky polohy na elektrický signál v podobě pulsů, kde jejich počet odpovídá poloze [4]. Hlavním parametrem inkrementálních rotačních snímačů je jejich rozlišení N_p, které udává počet pulsů na jednu otáčku. Jeden puls pak indikuje změnu polohy o $\theta_\mathrm{p} = \frac{2\pi}{\mathrm{N_p}}$.

3.1. Princip funkce

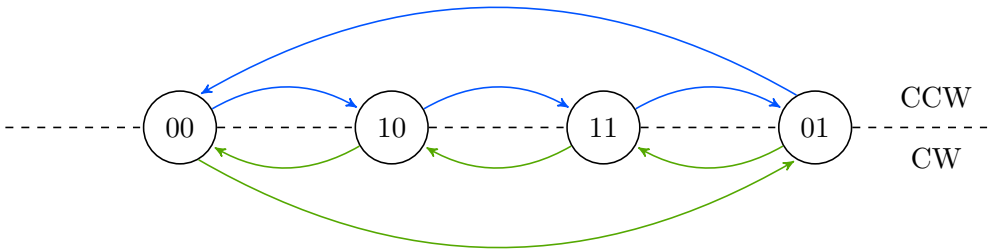
Inkrementální rotační snímače fungují na různých principech. Zde vysvětlím princip asi nejčastěji užívaných optických inkrementálních snímačů. Tento princip je zjednodušeně znázorněn na Obrázku 3.1a. Dalším hojně užívaným typem jsou magnetické inkrementální snímače. Jejich výstup je však obvykle převáděn tak, aby mohl být zpracováván stejně jako výstup optických inkrementálních enkodérů.

Na otáčejícím se disku jsou rovnoměrně rozmístěna průhledná okénka, která mají šířku odpovídající úhlu $\theta_\mathrm{p}/2$ a jsou od sebe vzdálená taktéž o tuto vzdálenost. Nad okénky je umístěna LED dioda emitující paprsek světla, který v závislosti na otočení disku dopadá/nedopadá na fototranzistor pod okénky. Pokud se disk otáčí, je na výstupu fototranzisotru generován pulsní signál, kde počet pulsů odpovídá natočení disku.

Z takového signálu by nebylo možné rozpoznat směr otáčení disku, proto se používá ještě jedna dvojice LED diody a fototranzistoru, která je posunuta o úhel $\theta_\mathrm{p}/4$ vůči první LED diodě. Směr otáčení je pak možné rozpoznat z fázového posunu signálu z prvního (A) a druhého (B) fototranzistoru. Výstupy těchto fototranzistorů se nazývají *kanály*. Tyto signály jsou znázorněny na Obrázku 3.1b.



Obr. 3.1. Popis principu funkce optického inkrementálního enkodéru náčrtem s diagramem generovaných signálů při otáčení disku



Obr. 3.2. Stavový diagram pro přechod mezi úrovněmi signálů $A(\theta)$ a $B(\theta)$ v závislosti na směru otáčení. Stav je značen xy, kde x resp. y je úroveň signálu $A(\theta)$ resp $B(\theta)$

Obvykle je uvažován směr otáčení proti směru hodinových ručiček (CCW) za kladný a směr otáčení po směru hodinových ručiček (CW) za záporný [4].

3.2. Modelování

Vstupním signálem do modelu je úhlová poloha θ a výstupem modelu jsou signály $A(\theta)$ a $B(\theta)$. Uvažuji neideální inkrementální enkodér, u kterého nedochází ke změně výstupního signálu jednotlivých kanálu přesně po otočení o $\theta_\mathrm{p}/2$, ale po $\theta_\mathrm{p}/2+\epsilon$. Symbol ϵ značí chybu, kterou modeluji náhodnou veličinou s rovnoměrným rozdělením na intervalu $(-\Delta C, \Delta C)$ [5]. Z popisu principu funkce inkrementálního enkodéru v části 3.1 lze pak snadno popsat inkrementální snímač následujícími vztahy

$$A(\theta) = \begin{cases} 1 & 0 \leq (\theta \bmod (\theta_\mathrm{p} + \epsilon)) < \theta_p/2, \\ 0 & \text{jinak}, \end{cases} \tag{3.1}$$

$$B(\theta) = \begin{cases} 1 & \theta_\mathrm{p}/4 \leq (\theta \bmod (\theta_\mathrm{p} + \epsilon)) < \theta_p 3/4, \\ 0 & \text{jinak}. \end{cases} \tag{3.2}$$

V průběhu otáčení o úhel θ_p dojde ke dvou změnám signálu $A(\theta)$ (nástupná a sestupná hrana) a stejně tak i u signálu $B(\theta)$. Dohromady tedy dojde ke čtyřem změnám, což znamená, že nejmenší detekovatelný úhel otočení je $\theta_\mathrm{p}/4$.

3.3. Zpracování signálu z inkrementálního rotačního enkodéru

Pro další odhadování polohy i rychlosti je výhodné ze signálu $A(\theta)$ a $B(\theta)$ získat zvlášť signál $C(\theta)$, který indikuje pulsy změnu polohy, a signál $D(\theta)$, který indikuje směr otáčení.

Signál $C(\theta)$ lze obdržet například exkluzivním logickým součtem (XOR). Sledováním nástupné i sestupné hrany tohoto signálu je dosaženo čtyřnásobného rozlišení oproti sledování pouze nástupné hrany signálu jednoho z kanálů, proto se tento proces nazývá *kvadraturní zpracování*.

Získat signál $D(\theta)$ je složitější. Stavový diagram úrovní signálů $A(\theta)$ a $B(\theta)$ pro přechod mezi stavy v závislosti na směru otáčení je uveden na Obrázku 3.2. Tyto případy je nutné detekovat a podle nich vyhodnotit směr otáčení. Jeden z možných způsobů detekce směru otáčení je pak například použití look-up tabulky uvedené na Obrázku 3.3.

Dnes již existují mikrokontroléry, které obsahují periferii, jenž sama vyhodnocuje signály $A(\theta)$ a $B(\theta)$. Tato periferie funguje tak, že při každé změně (tj. při nástupné či

Předchozí stav \ Aktuální stav	00	01	10	11
00	0	CW	CCW	×
01	CCW	0	×	CW
10	CW	×	0	CCW
11	×	CCW	CW	0

Obr. 3.3. Look-up tabulka pro určení směru otáčení při změně úrovně některého ze signálů $A(\theta)$ a $B(\theta)$, přičemž × značí neuskutečnitelný přechod a 0 znamená zachování předchozího směru otáčení

sestupné hraně) jednoho ze signálů inkrementuje či dekrementuje hodnotu vyhrazeného registru v závislosti na vyhodnoceném směru otáčení.

3.4. Parametry

Jak již bylo napsáno v úvodu této kapitoly, jedním z parametrů popisujících inkrementální rotační snímač je jeho rozlišení. Další parametry se týkají především chyby, kterou je zatížena udávaná změna polohy snímačem. Tato chyba je často popisována jako odchylka v elektrických stupních °e, přičemž změna polohy o θ_p je 360 °e. Změna polohy o θ_p je též označována jako jeden *cyklus* [6].

Chyba cyklu (Cycle error) — Popisuje odchylku indikované změny polohy o θ_p od skutečné změny polohy o θ_p.

Chyba šířky pulsu (Pulse width error) — Udává odchylku šířky pulsu od ideální hodnoty, která je 180 °e. Tato chyba způsobuje, že mezi nástupnou a sestupnou hranou signálu $A(\theta)$ nedochází ke změně polohy přesně o $\theta_\mathrm{p}/2$.

Chyba fáze (Phase error) — Specifikuje odchylku od ideálního fázového posunutí kanálu $A(\theta)$ od kanálu $B(\theta)$. Ideální by měl být rozdíl ve fázi 90 °e. Tato chyba je způsobena nepřesným umístěním jednotlivých dvojic LED diody a fototranzistoru vůči sobě a projeví se až při kvadraturním zpracování signálů $A(\theta)$ a $B(\theta)$.

3.5. Použitý inkrementální rotační snímač

Na motoru popsaném v kapitole 2 je přimontován inkrementální rotační snímač HEDS-9140 A00 [7] od firmy Avago Technologies. Parametry tohoto snímače jsou shrnuty v Tabulce 3.1.

Tab. 3.1. Parametry inkrementálního rotačního snímače

Parametr	Značení	Hodnota	Jednotka
Rozlišení jednoho kanálu	N_p	500	pulsů/ot.
Chyba cyklu	ΔC	3	°e
Chyba šířky pulsu	ΔP	7	°e
Chyba fáze	$\Delta\Phi$	2	°e

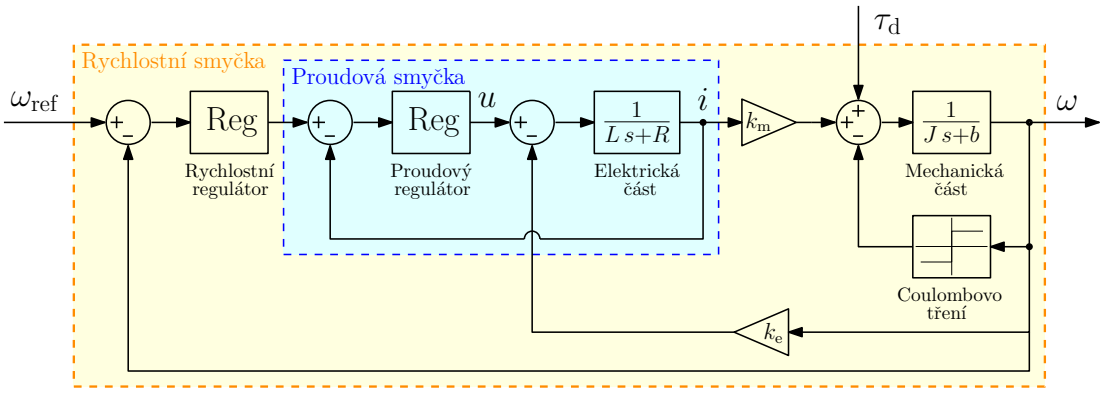
4. Proudové řízení stejnosměrného motoru s kartáčovými sběrači

Stejnosměrné kartáčové motory jsou obvykle řízeny tak, aby sledovaly referenci na rychlost či polohu. Toho se často dosahuje za pomocí kaskádního řízení, které je znázorněno blokovým diagramem na Obrázku 4.1.

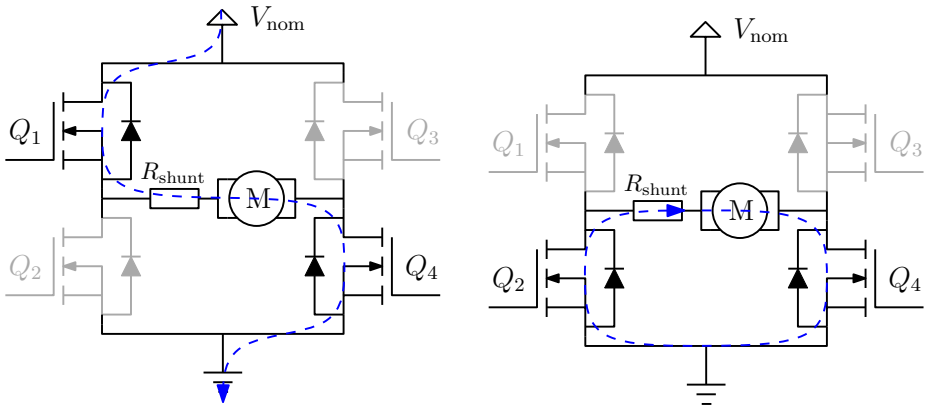
Kaskádní řízení spočívá v dekompozici problému řízení motoru na řízení proudu tekoucího motorem a řízení úhlové rychlosti hřídele motoru (případně i polohy) [8]. Vnitřní smyčka má na starosti řízení proudu a jí nadřazená smyčka řízení rychlosti. Pokud je třeba řídit i polohu hřídele motoru, přidá se ještě vně rychlostní smyčky polohová smyčka (v diagramu není zahrnuta). Výhodou dekompozice je, že se zjednoduší samotný návrh řízení, neboť jednotlivé regulátory se musí vypořádat pouze s části systému, která je spojená s jimi řízenou veličinou.

Kaskádní struktura funguje správně pouze za předpokladu, že se patřičně snižuje šířka pásma uzavřených smyček směrem od vnitřních k vnějším. V praxi se ukazuje, že by se měla šířka pásma mezi dvěma smyčkami lišit alespoň desetinásobně. Pokud je tato podmínka splněna, je možné uvažovat, že vnitřní smyčka má vzhledem k vnější přenos roven jedné, což značně zjednoduší návrh regulátoru vnější smyčky. Tato podmínka, ale může být velmi omezující pokud, bychom například byly schopni měřit proud pouze s frekvencí 1 kHz, pak není možné řídit rychlost s vyšší frekvencí než 100 Hz, protože by nebyl dodržen požadavek na dostatečný odstup šířek pásem. I kdybychom tedy byli schopni měřit rychlost rychleji než s frekvencí 100 Hz, nebyli bychom schopni tuto informaci využít ke zvýšení šířky pásma rychlostního regulátoru.

V této kapitole se budu zabývat návrhem proudového regulátoru a s ním spojenými problémy. Úkolem proudového regulátoru je, aby proud tekoucí vinutím motoru sledoval referenci nastavenou rychlostní smyčkou. To spočívá především ve vypořádání se s řídícím obvodem, kterým je nastavováno napětí na svorkách motoru. Proudový regulátor dále může omezovat startovací proud tekoucí motorem a tím zabránit jeho zničení či zničení řídícího obvodu napětí, který díky tomuto omezení může být dimenzován na nižší maximální proud.



Obr. 4.1. Kaskádní řízení stejnosměrného motoru s rychlostní a proudovou smyčkou



a) Vysoká úroveň **b)** Nízká úroveň

Obr. 4.2. Tok proudu H-můstkem pro vysokou i nízkou úroveň PWM signálu

4.1. Řízení napětí

Kvůli dalšímu výkladu je nutné ve stručnosti popsat princip funkce řídícího obvodu napětí na svorkách motoru.

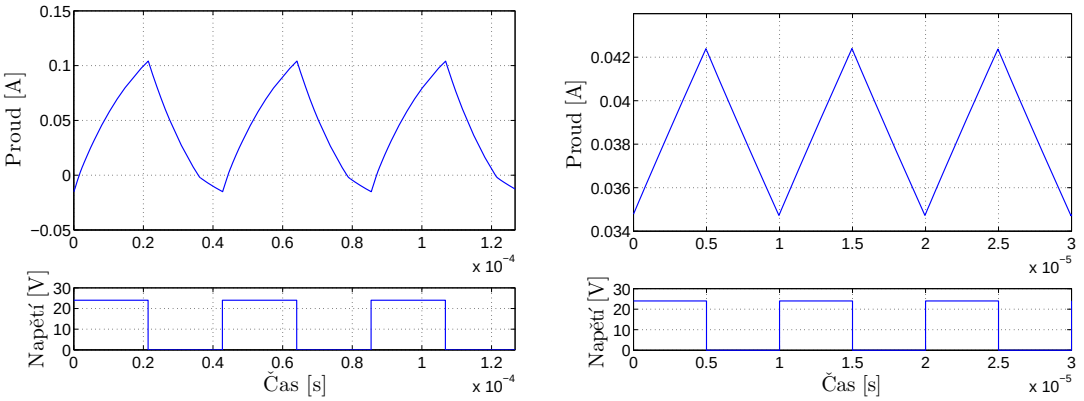
Pro řízení motoru je nezbytná schopnost měnit napětí na svorkách motoru. Typicky je v elektrickém obvodu k dispozici pouze nominální hodnota napětí motoru V_{nom}, přičemž pro obousměrné řízení motoru je nutné regulovat napětí na svorkách motoru v intervalu $[-V_{\text{nom}}, V_{\text{nom}}]$. Toho je typicky dosaženo pomocí tzv. *H-můstku*, který je znázorněn na Obrázku 4.1, a pulsně šířkové modulace (PWM). H-můstek je zapojení čtyř tranzistorů, které v závislosti na sepnutí jednotlivých tranzistorů umožňuje připojit na svorky motoru kladné či záporné napětí V_{nom}. Pomocí PWM signálu jsou pak tyto tranzistory spínány a rozepínány tak, aby byla na svorkách motoru požadovaná střední hodnota napětí. V rámci této práce je použito tzv. *slow decay* spínání tranzistorů. Pro tento způsob a jeden směr otáčení je znázorněn tok proudu H-můstkem při vysoké i nízké úrovni PWM signálu na Obrázku 4.1. Pokud by byl motor řízen pro opačný směr otáčení, byly by při vysoké úrovni PWM signálu sepnuty tranzistory Q_2 a Q_3, pro nízkou úroveň by opět byly sepnuty tranzistory Q_2 a Q_4. Podrobnosti ohledně H-můstku a dalších způsobech spínání tranzistorů je možné se dočíst zde [9] nebo stručněji zde [10].

4.2. Měření proudu

Proud je obvykle měřen přes úbytek napětí na sériově připojeném snímacím odporu k vinutí motoru. Úbytek napětí je dále zesilován diferenciálním zesilovače či obdobným specializovaným integrovaným obvodem. Tento odpor je možné vidět na Obrázku 4.1, kde je označen jako R_{shunt}.

4.2.1. Rozkmit

Měření proudu může být u motorů řízených pomocí H-můstku a PWM signálu obtížnou úlohou, neboť díky indukčnosti vinutí motoru a skokovým změnám napětí na svorkách motoru dochází neustále ke změnám proudu. Tento jev ilustruje Obrázek 4.3, kde jsou vykresleny dva simulované průběhy proudu v ustáleném stavu pro různé frekvence PWM signálu a indukčnosti vinutí motoru. V obou případech se hřídel motoru



a) $L = 1.8$ mH, $f_{\mathrm{PWM}} = 23.42$ kHz **b)** $L = 8$ mH, $f_{\mathrm{PWM}} = 100$ kHz

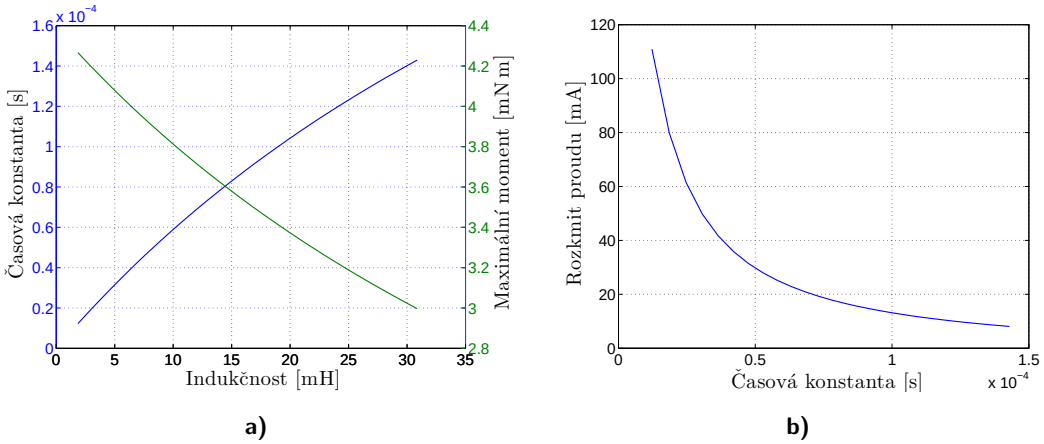
Obr. 4.3. Simulované průběhy proudu pro model motoru z kapitoly 2 s různými hodnotami celkové indukčnosti L a s různou frekvencí f_{PWM}

otáčela se stejnou úhlovou rychlostí, střední hodnota proudu je tedy v obou případech stejná. Na Obrázku 4.3a je simulovaný průběh proudu pro model identifikovaný v kapitole 2 a je řízen PWM signálem o frekvenci 23.42 kHz. Je zřejmé, že proud má v tomto případě opravdu velký rozkmit a klesá dokonce až do záporných hodnot, což znamená, že motor se při nízké úrovni PWM signálu dokonce brzdí. Proud se pohybuje v intervalu $[-15, 100]$ mA a není tedy možné během jedné periody PWM signálu změřit jeden vzorek a ten použít jako aktuální hodnotu proudu. Na Obrázku 4.3b je průběh proudu pro model s větší indukčností, který byl řízen PWM signálem o vyšší frekvenci. Díky těmto změnám je rozkmit proudu významně menší.

Velký rozkmit proudu je negativní jev nejen z hlediska měření proudu, ale vzhledem k tomu, že moment generovaný motorem je přímo úměrný proudu, kolísá společně s proudem i tento moment. To má za následek, že rychlost motoru není hladká, ale s frekvencí PWM signálu kolísá. Toto kolísání je tím menší, čím je větší moment setrvačnosti zátěže motoru.

Velikost rozkmitu proudu lze kvalitativně odhadnout z poměru časové konstanty elektrické části motoru $T_{\mathrm{e}} = L/R$ a periody PWM signálu T_{PWM}. Pro případ (a) z Obrázku 4.3a je tento poměr $T_{\mathrm{PWM}}/T_{\mathrm{e}} = 1.87$, pro případ (b) pak $T_{\mathrm{PWM}}/T_{\mathrm{e}} = 0.1$. Je tedy zřejmé, že čím menší tento poměr je, tím je i menší rozkmit proudu. Poměr $T_{\mathrm{PWM}}/T_{\mathrm{e}}$ lze zmenšit zvýšením frekvence, sériovým přiřazením cívky nebo snížením odporu vinutí motoru.

Snížit odpor vinutí je velmi obtížně realizovatelné. Zvyšování frekvence má za následek snižování indukčnosti vinutí motoru a zvyšování jeho odporu. Tyto jevy jsou popsané v sekci 2.2. Tím se tedy mírně snižuje vliv zvyšování frekvence na snižování poměru $T_{\mathrm{PWM}}/T_{\mathrm{e}}$. Vyšší frekvence PWM signálu dále kladou vyšší nároky na návrh desek plošných spojů z hlediska elektromagnetické kompatibility, rychlost spínání tranzistorů v H-můstku a v neposlední řadě na obvod, který měří proud. Ten totiž musí mít dostatečně velkou šířku pásma pro zesilování úbytku napětí na snímacím odporu. Zbývající možností je přiřazení další indukčnosti sériově k motoru. Zde je nevýhodou zvýšení celkového odporu, neboť přidaná indukčnost má samozřejmě i nenulový odpor. Poslední dva způsoby snížení rozkmitu proudu mají nutně za následek zvýšení odporu, což znamená, že motorem proteče pro stejné napětí menší proud, vygeneruje se i menší moment a rotor se bude otáčet pomaleji. Snížení rozkmitu tedy nevyhnutelně znamená i snížení maximální rychlosti motoru.



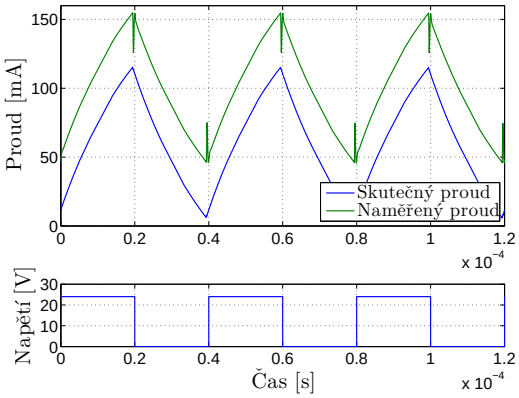
Obr. 4.4. Vliv přidané sériové indukčnosti na (a) maximální možný generovaný moment a (b) rozkmit proudu

Jako nejvýhodnější způsob snížení rozkmitu, se jeví přidání další indukčnosti do série s vinutím motoru. Na Obrázku 4.4a je vynesena závislost časové konstanty T_e a maximální možného generovaného momentu na celkové indukčnosti, která sestává z indukčnosti vinutí cívky rotoru a sériové přidané indukčnosti. Ta má odpor 2.2 Ω na 1 mH. Tato hodnota byla naměřena na reálné cívce. Celková indukčnost i odpor byly naměřeny pro frekvenci 10 kHz. Dále je na Obrázku 4.4b vynesena závislost rozkmitu proudu na časové konstantě. Rozkmitem proudu se v tomto případě myslí rozdíl maximální a minimální hodnoty proudu v ustáleném stavu během jedné periody PWM signálu s 50% střídou. Frekvence PWM signálu je v tomto případě 25 kHz. Především z grafu na Obrázku 4.4a je zřejmé, že je nutné brát při snižování rozkmitu proudu ohled na maximální požadovaný generovaný moment motoru potažmo na maximální rychlost rotoru.

4.2.2. Měřicí obvod

Jak již bylo zmíněno v úvodu této sekce, pro měření úbytku napětí na snímacím odporu R_{shunt} se často používá specializovaný integrovaný obvod. Výhodou těchto integrovaných obvodů je že, dokáží měřit kladný i záporný úbytek napětí a nepotřebují k tomu symetrické napájecí napětí. Měřené napětí zesilují, posunují a škálují do nastaveného rozsahu. Výsledné napětí se pak již snadno zpracuje mikrokontrolérem. Nevýhodou je, že při změně napětí, které je společné pro uzly, mezi kterými se měří úbytek napětí, se generuje ve výsledném napětí špička, která ale v měřeném úbytku ve skutečnosti vůbec není. Tento jev byl simulován pomocí programu LTspice[1] pro model motoru z kapitoly 2 s měřicím obvodem LT1999-10. Výsledný graf je na Obrázku 4.5. V grafu je průběh proudu, který opravdu teče odporem, na němž je měřen úbytek napětí, a posunutý průběh proudu, který byl získán přepočtem z měřeného úbytku napětí na tomto odporu. Je zřejmé, že v druhém průběhu se vyskytují špičky, které ve skutečném proudu nejsou. Při měření proudu je tedy nutné na to brát ohled a synchronizovat čas odebírání vzorku proudu s časem změny úrovně PWM signálu.

[1] LTspice je možné zdarma stáhnout na adrese `http://www.linear.com/designtools/software/`



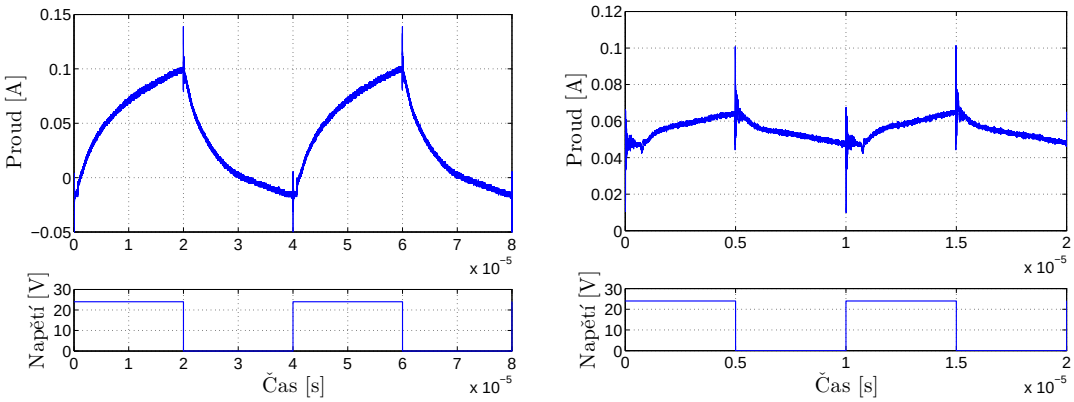
Obr. 4.5. Simulace měření proudu měřicím obvodem LT1999-10

4.2.3. Proudové špičky od kartáčových sběračů

Dalším jevem, který je se projevuje v měřeném proudu, jsou proudové špičky vznikající při přeběhu komutátorové dvojice vinutí motoru, kterým právě teče proud, z kartáčových sběračů. Energie uložená v tomto vinutí se pak musí rychle vybít, čímž vznikne proudová špička.

4.2.4. Experiment

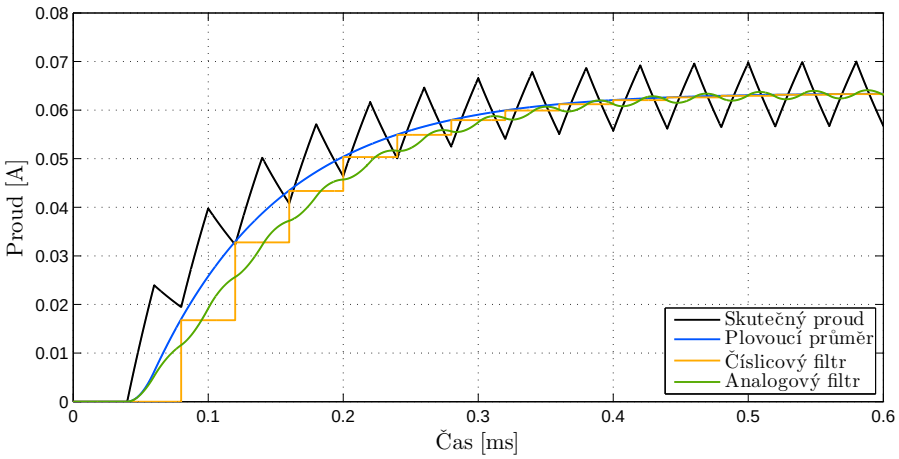
Proud tekoucí motorem byl naměřen pomocí obvodu AD8210 a snímacího odporu $R_{\text{shunt}} = 0.51\ \Omega$. Výsledky měření pro motor popsaný v kapitole 2 pro frekvenci PWM signálu 25 kHz jsou na Obrázku 4.6a. Pro ten stejný motor se sériově přiřazenou indukčností a s PWM signálem o frekvenci 100 kHz jsou výsledky měření na Obrázku 4.6b. Celková indukčnost motoru je v druhém případě pro danou frekvenci PWM signálu 9 mH a odpor pak 421 Ω. V naměřených průbězích je vidět, že při přepínání úrovní PWM signálu se v měřeném proudu objevují špičky. Zvýšení indukčnosti pomohlo ke snížení rozkmitu, avšak za cenu snížení rychlosti, neboť v prvním případě se rotor motoru otáčí s rychlostí 334 rad/ sec a v druhém 245 rad/ sec. Proudové špičky vzniklé vybíjením vinutí motoru při přeběhu z kartáčových sběračů se nepodařilo naměřit. Tyto



a) $L = 1.9$ mH, $f_{\text{PWM}} = 23.42$ kHz

b) $L = 9.1$ mH, $f_{\text{PWM}} = 100$ kHz

Obr. 4.6. Reálně naměřené průběhy proudu pro motor z kapitoly 2 (a) bez přidané sériové indukčnosti a (b) s přidanou sériovou indukčností



Obr. 4.7. Simulace různých metod měření proudu

proudové špičky byly nejspíše vyfiltrovány přidanou sériovou indukčností.

4.2.5. Implementace měření proudu

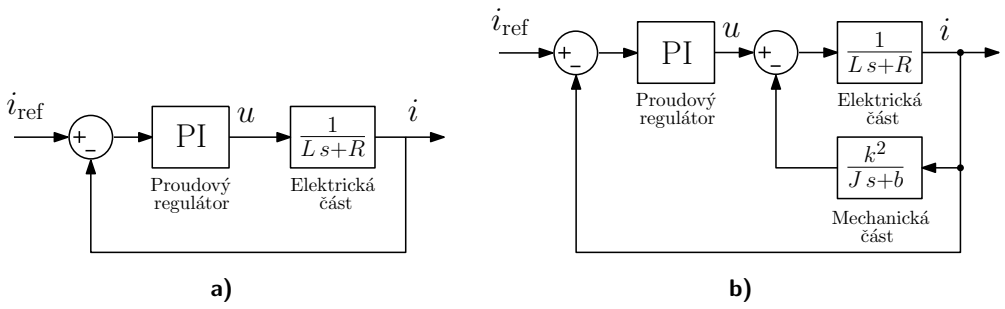
Pokud se vezmou v potaz všechny výše uvedené jevy, nabízí se několik možnosti, jak měřit proud.

První z nich je použití analogového dolnopropustního filtru, který rozkmit proudu a proudové špičky od přeběhu komutátorových dvojic z kartáčových sběračů vyhladí. Při návrhu dolnopropustního filtru musí být velmi pečlivě zvolena šířka pásma tak, aby byl proud co nejméně zvlněn, ale zároveň nebylo do měření zaneseno velké zpoždění. Pokud je filtr použit před měřicím obvodem, je nutné nějakým způsobem synchronizovat odběr vzorku se změnami úrovní PWM signálu. Vzorek může být například odebrán vždy v polovině té napěťové úrovně PWM signálu, která je delší. Tím je zaručeno, že přechodový děj na měřicím obvodu již v době odběru vzorku odezněl.

Pokud je rozkmit proudu dostatečně malý a proudové špičky při přeběhu komutátorových dvojic z kartáčových sběračů nevznikají, je nezbytné vyvarovat se pouze měření proudu v době změny úrovně PWM signálu. To lze udělat stejně jako v předchozím případě, tedy naměřit proud v delší fázi PWM signálu.

Další možností je použití číslicového filtru. Tato metoda spočívá v naměření několika vzorků proudu během jedné periody PWM signálu. Z těchto vzorků se pak vyřadí ty, které byly naměřeny v době změny úrovně PWM signálu a ze zbylých se spočte střední hodnota, která je použita jako aktuální naměřený proud. Tato metoda opět předpokládá, že v proudu nejsou špičky vzniklé při přeběhu komutátorových dvojic z kartáčových sběračů.

Na Obrázku 4.7 je simulace měření proudu analogovým a číslicovým filtrem. Simulace byla provedena v Simulinku, kde je obtížné implementovat proudové špičky popsané v části 4.2.3 a 4.2.2. Z tohoto důvodu nejsou tyto jevy v simulaci zahrnuty. Pro lepší porovnání jednotlivých metod se střední hodnotou skutečného proudu je v grafu zároveň vynesen průběh plovoucího průměru, který se počítá přes periodu PWM signálu. Analogový filtr měl v tomto případě časovou konstantu rovnu periodě PWM signálu. To znamená, že vyšší frekvence než je frekvence PWM signálu jsou v měřeném proudu potlačeny. Z grafu je zřejmé, že pokud je to možné, je lepší použít číslicový filtr, neboť nezanáší do měření proudu žádné zpoždění.



Obr. 4.8. Blokové diagramy proudové smyčky, kdy (a) je uvažováno indukované napětí z rychlostní smyčky a (b) kdy není uvažováno

4.3. Návrh regulátoru

Existuje mnoho typů regulátorů, které se dají pro řízení proudu použít. Některé se běžně používají i v jiných aplikacích řídící technicky, jiné mají původ spíše v řízení stejnosměrných (DC/DC) měničů napětí. V této části popíši regulátory pocházející z obou oblastí.

Jelikož šířka pásma proudové smyčky omezuje šířky pásem nadřazených řídících smyček, je dobré snažit se dosáhnout tak velké šířky pásma, jak jen je to možné. Řídící perioda proudového regulátoru je omezena periodou PWM signálu, neboť akčním zásahem je střída PWM signálu a tu je samozřejmě možné měnit pouze jednou během jedné periody PWM signálu. Za účelem dosažení maximální šířky pásma budou mít všechny následující regulátory, které budou mít za výstup střídu PWM signálu, rovnu řídící periodu periodě PWM signálu.

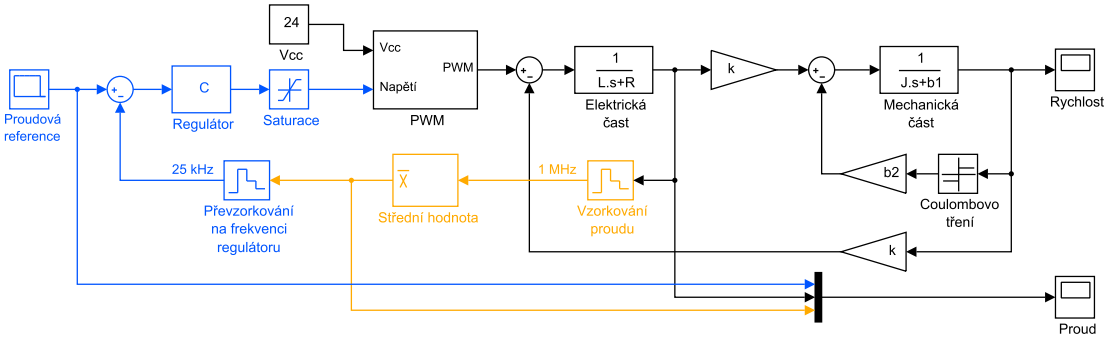
Pro simulaci navržených proudových regulátorů byl použit model motoru popsaný v kapitole 2 řízený PWM signálem o frekvenci $f_{\text{PWM}} = 25$ kHz se sériově přiřazenou indukčností o hodnotě 16.2 mH a odporu 36 Ω.

4.3.1. PI regulátor

Konvenčním způsobem řízení proudu tekoucího stejnosměrným motorem [8, 11] je za použití PI regulátoru. Výhodou je především snadný návrh i implementace takového regulátoru.

Pro návrh PI regulátoru je však potřeba upravit kaskádní strukturu z Obrázku 4.1, protože tam vstupuje do proudové smyčky indukované napětí ze smyčky rychlostní. Nabízí se dvě řešení, která jsou znázorněna diagramy na Obrázku 4.8. Prvním řešením je považovat toto napětí za poruchovou veličinu a vůbec jej do proudové smyčky nezahrnout. Pak se PI regulátor navrhuje pouze pro systém prvního řádu. Druhým řešením je pomocí přenosu mechanické části zahrnout indukované napětí přímo do proudové smyčky. To je obzvláště výhodné, pokud má motor minimální Coulombovo tření, neboť to je nelineární a není tedy možné jej do lineárního přenosu mechanické části zahrnout. Vzhledem k tomu, že v modelu použitém pro simulace řízení proudu je Coulombovo tření velké, je indukované napětí zanedbáno. Dalším důvodem, proč považovat indukované napětí za poruchovou veličinu a při návrhu jej neuvažovat, je fakt, že jeho dynamika je ve srovnání s frekvencí, na které běží proudový regulátor, velmi pomalá. Výstupem PI regulátoru je napětí, které je přepočteno na střídu PWM signálu podle vztahu (2.10).

Návrh PI regulátoru spočívá v určení umístění nuly regulátoru a zesílení. V případě návrhu regulátoru pro systém prvního řádu je vhodné umístit nulu regulátoru do polohy



Obr. 4.9. Simulinkové schéma pro simulaci PI regulátoru

pólu systému a zesílení poté určit pomocí metody Root Locus tak, aby byly splněny požadavky na odezvu systému (překmit, doba ustálení, atd). Přenos regulátoru má po té tvar

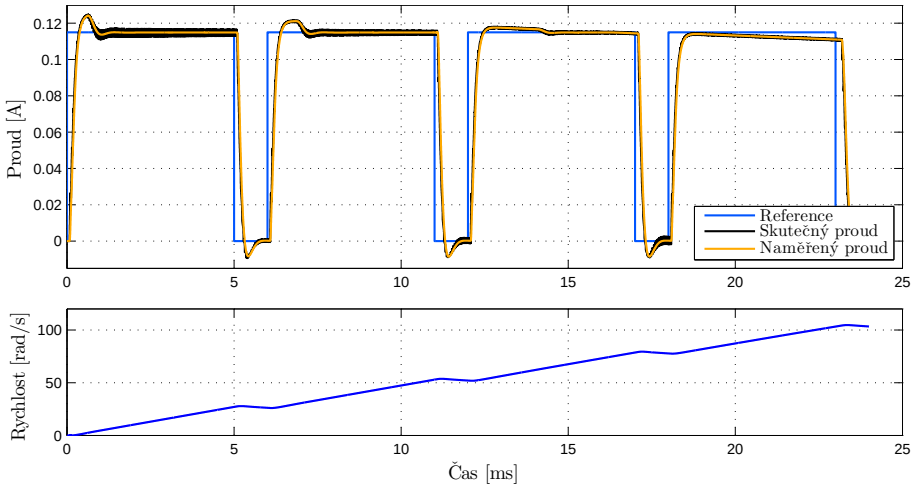
$$C(s) = K\frac{L\,s + R}{s}. \tag{4.1}$$

Pro maximální překmit 10 % a minimální dobu ustálení byl tímto způsobem navržen regulátor, který má po diskretizaci pro periodu $1/f_{\mathrm{PWM}}$ přenos

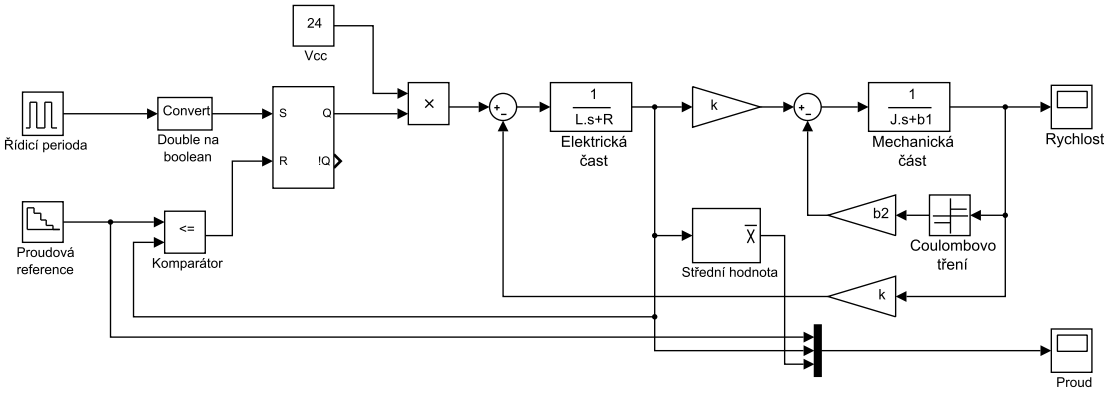
$$C(z) = 141.76\frac{(z - 0.5852)}{(z - 1)}. \tag{4.2}$$

Schéma ze Simulinku, na kterém byl tento regulátor testován je na Obrázku 4.9. Blok PWM pouze převádí zadané napětí u na PWM signál o amplitudě Vcc s takovou střídou, aby střední hodnota tohoto signálu odpovídala hodnotě u. Proud byl vzorkován s frekvencí 1 MHz. Pro výpočet odchylky referenčního proudu a naměřeného proudu se pak použila střední hodnota ze vzorků naměřených během poslední periody PWM signálu.

Výsledek simulace řízení proudu s regulátorem (4.2) je na Obrázku 4.10. Z počátku naměřený proud bez problémů sleduje referenci, ačkoli nedosahuje nulové odchylky v ustáleném stavu. Odchylka je způsobená tím, že pro udržení konstantního proudu je nutné kvůli zpětně indukovanému napětí neustále zvyšovat napětí na svorkách motoru. Odchylka je však tak malá, že není v grafu vidět. Od času 20 ms již není schopný



Obr. 4.10. Simulace regulace proudu PI regulátorem



Obr. 4.11. Simulinkové schéma pro simulaci peak current regulátoru

regulátor sledovat referenci. To je dáno tím, že s každým pulsem v referenčním signálu motor zrychluje, zvyšuje se tedy i indukované napětí a tím se snižují maximální proud, který může téci motorem. To v případě proudového regulátoru ale není problém, neboť jeho účelem obvykle není sledovat konstantní referenci po delší dobu. Je však třeba na to brát ohled, pokud je v regulátoru nadřazené rychlostní smyčky integrační část s implementovaným anti-windupem. Maximální reference, kterou je proudový regulátor schopný sledovat se totiž mění. Je zřejmé, že navzdory zanedbání zpětně indukovaného napětí při návrhu regulátoru je dosaženo dobrých výsledků. Šířka pásma uzavřené smyčky s tímto regulátorem je 1.25 kHz.

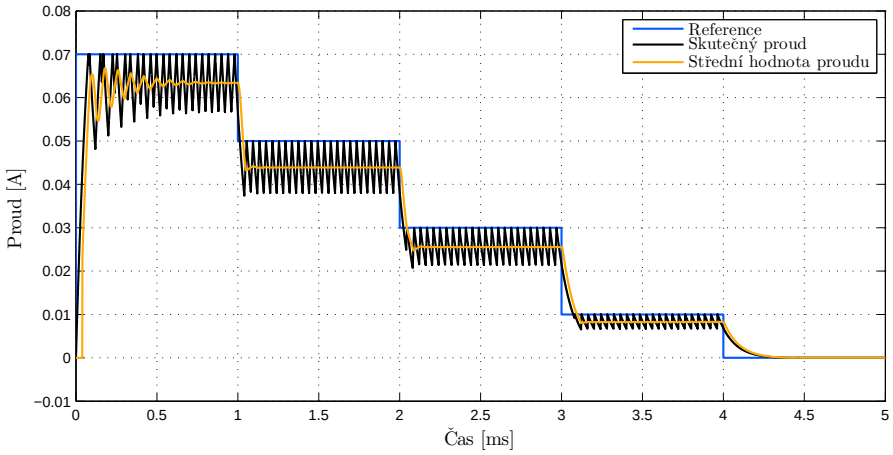
4.3.2. Peak current regulátor

Peak current regulátor je regulátor používaný v DC/DC měničích [12]. Frekvence PWM signálu je konstantní, jeho střída je dána časem, kdy měřený proud dosáhne úrovně dané referencí. To znamená, že tranzistory v H-můstku jsou periodicky spínány tak, aby na svorkách motoru bylo přivedeno napětí zdroje a rozepínány podle aktuální hodnoty proudu.

Tento způsob řízení proudu má velkou výhodu především v tom, že úroveň proudu daná referencí je dosažena tak rychle, jak jen je to možné. Na svorky motoru je totiž připojeno napětí zdroje až do doby, kdy je proud tekoucí motorem roven požadovanému proudu. Nevýhodou však může být implementační náročnost takovéhoto regulátoru, neboť proud musí být měřen spojitě. Teoreticky by sice bylo možné vzorkovat proud s velmi vysokou frekvencí a pak na základě naměřené hodnoty určovat úroveň PWM signálu. To by však značně vytížilo procesor, který by měl tuto úlohu na starosti. Navíc vzorkovací frekvence proudu bude omezená. Naštěstí některé procesory (např. rodina procesorů STM32F3) mají v sobě zabudovánu podporu pro tento typ řízení proudu a obsahují komparátor na jehož vstup je přivedeno napětí odpovídající požadované hodnotě proudu a napětí odpovídající měřenému proudu (výstup z měřícího obvodu). Výstup je pak přiveden na periferii obstarávající generování PWM signálu.

Značnou nevýhodou tohoto regulátoru je, že řídí amplitudu proudu a ne jeho střední hodnotu. Pokud má tedy proud velký rozkmit během periody PWM signálu, pak skutečná střední hodnota proudu zdaleka neodpovídá referenční hodnotě. Navíc je potřeba zajistit, aby se v měřeném napětí odpovídajícím proudu nevyskytovali žádné parazitní špičky.

Simulinkové schéma, které bylo použito pro simulaci regulace proudu peak current regulátorem je na Obrázku 4.11. Blok Řídicí perioda generuje úzké pulsy, které s frek-



Obr. 4.12. Simulace regulace proudu peak current regulátorem

vencí 25 kHz pomocí nastavovacího vstupu RS klopného obvodu přivádí napětí V_{cc} na vstup elektrické části motoru. Proud tekoucí motorem je pak měřen a komparátorem porovnáván s referenčním proudem. Výstup komparátoru pomocí resetovacího vstupu RS klopného obvodu odnímá napětí zdroje ze vstupu elektrické části motoru.

Výsledek simulace řízení proudu peak current regulátorem je na Obrázku 4.12. Je zřejmé, že proud nabíhá do ustálené hodnoty daleko rychleji než v případě použití PI regulátoru. Odchylka ustálené hodnoty hodnoty od referenční hodnoty proud je však značná. Odchylka je dána výhradně rozkmitem proudu a je tedy možné ji zmenšit metodami popsanými v části 4.2.1.

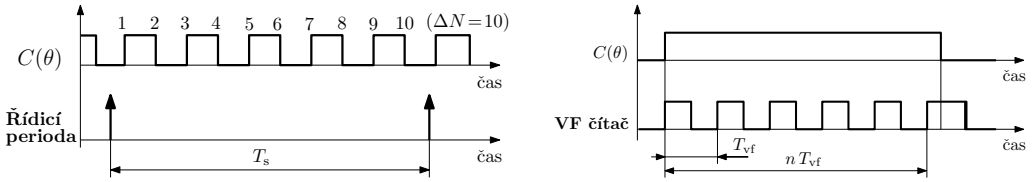
5. Odhadování úhlové rychlosti

Znalost přesné a aktuální úhlové rychlosti hraje klíčovou roli při precizním řízení pohybu. Úhlová rychlost se obvykle odhaduje z inkrementálních rotačních snímačů, jejichž princip funkce je popsán v kapitole 3. Kritickým parametrem snímačů je jejich rozlišení. Snímače s nízkým rozlišením jsou levnější avšak při nízkých rychlostech neposkytují informaci o změně polohy dostatečně často. Tento nedostatek se dá řešit sofistikovanějšími metodami odhadování rychlosti, které neodhadují rychlost pouze na základě poslední informace o změně polohy z inkrementálního snímače, ale například z více posledních změn nebo využívají model motoru.

Přesnost odhadu rychlosti získaného pomocí jednotlivých metod lze nejlépe určit porovnáním se skutečnou rychlostí. To samozřejmě není možné, proto je za skutečnou rychlost považován odhad rychlosti získaný z naměřených dat z inkrementálního rotačního snímače s plným rozlišením pomocí metody CSDT. Jednotlivé metody pak odhadují rychlost ze stejného inkrementálního rotačního snímače, který má ale softwarově snížené rozlišení. Nevýhodou tohoto řešení je, že umělým softwarovým snížením rozlišení se také relativně redukuje nepřesnost ΔC v poloze udávané inkrementálním rotačním snímačem a tím se snímač stává ideálnějším, neboť θ_p se zvětšuje a ΔC je konstantní. Lepším řešením by samozřejmě bylo použití dvou inkrementálních rotačním snímačů s velmi odlišným rozlišením, přičemž za skutečnou rychlost by byl považován odhad rychlosti z toho inkrementálního rotačního snímače, který by měl vyšší rozlišení.

Všechny experimenty byly provedeny na motoru popsaném v kapitole 2. Řízení motoru bylo realizováno z Matlabu, kdy přes sériovou linku byly posílány příkazy do STM32F4 Discovery kitu, který je zpracovával a dále komunikoval se specializovaným přípravkem, kterým byl motor řízen. Ten obsahoval H-můstek a přes sériovou linku přijímal příkazy nastavující střídu PWM napětí, jímž byl H-můstek a potažmo i samotný motor řízen (podrobněji viz 4.1). Původním záměrem bylo přímo na STM32F4 Discovery kitu realizovat veškeré dále popsané metody pro odhadování rychlosti. Ukázalo se však, že díky nutnosti uměle snižovat rozlišení inkrementálního rotačního snímače softwarově se některé metody staly implementačně neúnosně náročné. Proto byl nakonec pomocí tohoto kitu motor pouze řízen a signály z inkrementálního rotačního snímače byly zaznamenávány osciloskopem. Tyto signály byly pak dále zpracovávány v Matlabu a byla na nich odhadována rychlost.

V sekci 5.1 popíši jednoduché metody pro odhadování rychlosti, které pro svůj odhad využívají pouze informaci z inkrementálního rotačního snímače. Následující sekce 5.2 se věnuje pokročilejší metodě založené na polynomiální extrapolaci několika posledních změn polohy. Poslední sekce 5.3 pojednává o metodách, které pro odhadování rychlosti používají model motoru.



a) Měření frekvence **b)** Měření periody

Obr. 5.1. Signálové průběhy popisující princip odhadu rychlosti pomocí (a) metody měření frekvence a (b) metody měření periody

5.1. Základní metody

Mezi základní metody odhadování rychlosti řadím metody, které jsou výpočetně velmi nenáročné a zároveň kladou velmi nízké nároky na paměť. Jsou to metody, které se typicky používají v aplikacích, kde není požadavek na velmi přesný odhad rychlosti pro velký rozsah rychlostí. Při popisu těchto metod vycházím převážně z článku [13].

5.1.1. Metoda měření frekvence

Asi nejtypičtější a nejjednodušší metodou pro odhadování úhlové rychlosti z inkrementálních snímačů je frekvenční metoda. Inkrementální snímač indikuje změnu polohy elektrickým pulsem. Chceme-li odhadovat rychlost v určitých časových okamžicích, budeme sčítat pulsy mezi těmito okamžiky a součty pak podělíme šířkou časového okna mezi okamžiky:

$$\hat{\omega} = \frac{\Delta\theta}{T_\mathrm{s}} = \frac{\Delta N\,\theta_\mathrm{p}}{4\,T_\mathrm{s}} = \frac{2\pi\,\Delta N}{4\,N_\mathrm{p}\,T_\mathrm{s}}\ [\mathrm{rad\ s^{-1}}] \quad \longrightarrow \quad \frac{60\,\Delta N}{4\,N_\mathrm{p}\,T_\mathrm{s}}\ [\mathrm{RPM}], \tag{5.1}$$

kde ΔN je počet změn signálu $C(\theta)$ v rámci časového okna o délce T_s. Princip této metody je znázorněn na Obrázku 5.1a.

Uvažujeme-li ideální enkodér ($\Delta C = 0$), je absolutní chyba odhadované rychlosti $\hat{e}_\omega$ dána především kvantováním změny úhlu $\Delta\theta$ po hodnotě $\theta_\mathrm{p}/4$. Chyba je tedy závislá na nepřesném určení změny polohy, které je způsobené tím, že odhadování rychlosti není synchronizované se změnou polohy indikovanou změnou signálu $C(\theta)$. Chybu odhadu rychlosti můžeme vyjádřit takto:

$$\hat{e}_\omega = \frac{\theta_\mathrm{p}}{4\,T_\mathrm{s}}\ [\mathrm{rad\ s^{-1}}] \quad \longrightarrow \quad \frac{60\,\theta_\mathrm{p}}{8\pi\,T_\mathrm{s}}\ [\mathrm{RPM}] \tag{5.2}$$

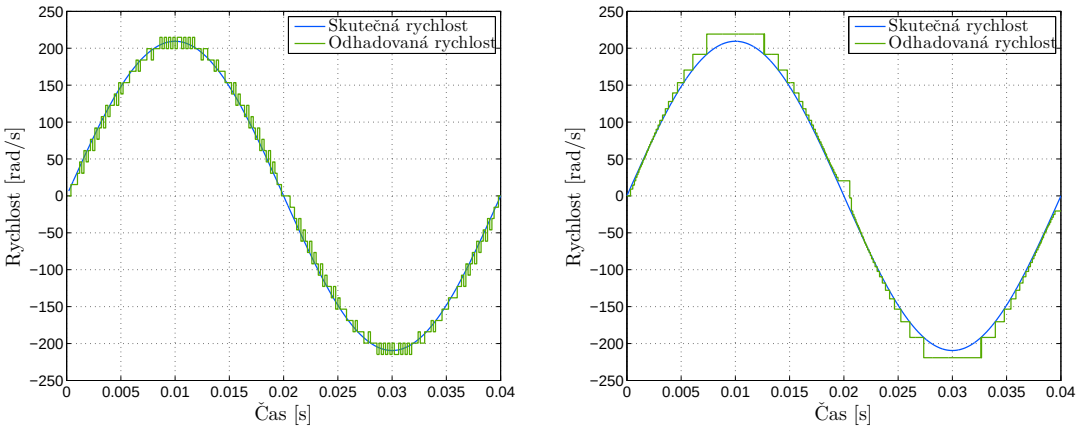
Z rovnice (5.2) je zřejmé, že chyba odhadu není závislá na samotné rychlosti, ale je závislá pouze na nejmenší rozpoznatelné změně polohy a délce časového okna, ve kterém odhad provádíme. Spíše než tato absolutní chyba je důležitější relativní chyba, kterou definuji vztahem

$$\delta_\omega = \frac{\theta_\mathrm{p}}{4\,\omega\,T_\mathrm{s}}\,100\ [\%]. \tag{5.3}$$

Relativní chyba vyjadřuje relativní nepřesnost odhadu vůči skutečné rychlosti. Z rovnice (5.3) plyne, že metoda je tím přesnější, čím vyšší rychlost je odhadována.

Výsledek simulace odhadování rychlosti frekvenční metodou je na Obrázku 5.2a. Průběh odhadované rychlosti pouze potvrzuje, že pro malé rychlosti je odhad velmi špatný.

Relativní přesnost odhadu se dá zlepšit použitím inkrementálního snímače s vyšším rozlišením, ale to může být v praxi velmi obtížné, neboť takový snímač je buď drahý



a) Metoda měření frekvence

b) Metoda měření periody

Obr. 5.2. Simulace odhadování rychlosti pro ideální inkrementální enkodér ($\Delta C = 0$) s rozlišením $N_\mathrm{p} = 512$ pulsů/ot. (a) frekvenční metodou s vzorkovací periodou $T_\mathrm{s} = 200$ µs (b) metodou měření periody s periodou vysokofrekvenčního čítače $T_\mathrm{vf} = 2$ µs

a nebo je nutné pracovat s mechanicky již hotovým systém. Zlepšení lze také dosáhnout prodloužením řídicí periody, tedy délky časového okna T_s, kdy je rychlost odhadována, ale tím se omezí šířka pásma uzavřené smyčky systému s regulátorem.

5.1.2. Metoda měření periody

Další velmi jednoduchá metoda odhadování rychlost spočívá v měření doby mezi dvěma sousedními pulsy signálu $C(\theta)$. Tato doba je měřena pomocí vysokofrekvenčního (VF) čítače, který je vždy v době změny signálu $C(\theta)$ vynulován a počítá až do následné změny. V ten okamžik je přečtena hodnota čítače, která odpovídá době mezi změnami $C(\theta)$. Odhad rychlosti je pak dán následujícím vztahem

$$\hat{\omega} = \frac{\Delta\theta}{T_\mathrm{vf}\, n} = \frac{\theta_\mathrm{p}}{4\, T_\mathrm{vf}\, n} = \frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, n}\ [\mathrm{rad\ s^{-1}}] \quad \longrightarrow \quad \frac{60}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, n}\ [\mathrm{RPM}], \tag{5.4}$$

kde T_vf je perioda vysokofrekvenčního čítače a n je hodnota čítače v době odhadu rychlosti. Tato metoda je také znázorněna formou časového diagramu na Obrázku 5.1b.

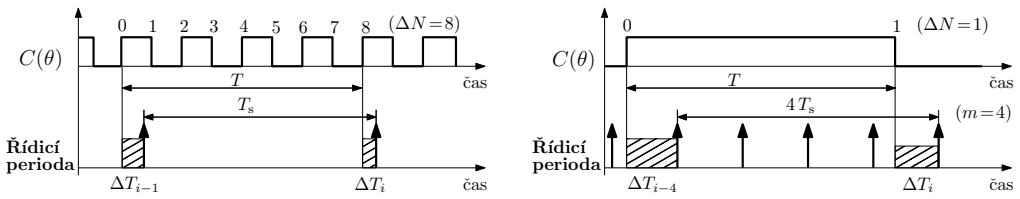
Je zřejmé, že perioda odhadování rychlosti T_s závisí na samotné rychlosti a není tedy stálá, což představuje zásadní problém pro návrh řízení, neboť většina regulátorů je navrhována pro pevnou vzorkovací periodu. Řešením může být provádět odhad rychlosti asynchronně a používat v pevných řídicích periodách poslední odhad rychlosti.

Absolutní chyba odhadu rychlosti z ideálního inkrementálního snímače ($\Delta C = 0$) v ustáleném stavu nabývá nejvyšší hodnoty v případě, že odhad rychlosti je prováděn limitně blízko okamžiku navýšení hodnoty VF čítače. Horní odhad absolutní chyby lze tedy určit podle vztahu

$$\hat{e}_\omega = \frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, n} - \frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, (n+1)} = \frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, n\, (n+1)}. \tag{5.5}$$

Horní odhad relativní chyby v ustáleném stavu je pak dán poměr horního odhadu absolutní chyby a reálné rychlosti v tomto limitním případě.

$$\delta_\omega = \frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, n\, (n+1)} \left(\frac{2\pi}{4\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}\, (n+1)} \right)^{-1} 100 = \frac{100}{n} = \frac{4\, \omega\, N_\mathrm{p}\, T_\mathrm{vf}}{2\pi}\, 100\ [\%] \tag{5.6}$$



a) Velké rychlosti **b)** Malé rychlosti

Obr. 5.3. Časové diagramy pro metodu *CSDT* pro (a) více změn signálu $C(\theta)$ v průběhu periody T_s a (b) velmi pomalou rychlost

Ze vztahu (5.6) je zřejmé, že metoda měření periody dosahuje na rozdíl od frekvenční metody nejlepších výsledků pro malé rychlosti. Při velmi malých rychlostech však může dojít k přetečení čítače. Navíc při malých rychlostech je logicky také delší doba mezi dvěma odhady a tím případně i počet řídicích period se zastaralým odhadem. Relativní chybu při vyšších rychlostech lze snížit odhadováním periody signálu jednoho z kanálů, místo odhadování periody mezi dvěma změnami kvadraturně zpracovaného signálu $C(\theta)$.

Na Obrázku 5.2b je průběh simulace odhadování rychlosti pomocí metody měření periody. Průběh potvrzuje, že pro vyšší rychlosti se odhad zhoršuje. Při velmi malých rychlostech je chyba také překvapivě velká. To je dáno tím, že tato metoda odhaduje průměrnou rychlost potřebnou ke změně polohy o $\Delta\theta$ za čas $n\,T_\mathrm{vf}$, což je zřejmé ze vztahu (5.4). To znamená, že odhad je z tohoto pohledu nejpřesnější v případě, kdy je rychlost po dobu $n\,T_\mathrm{vf}$ konstantní, a je tím méně přesný, čím více se rychlost v tomto čase mění. Jelikož se na Obrázku 5.2b rychlost mění při malých rychlostech relativně hodně, je i chyba odhadu značná.

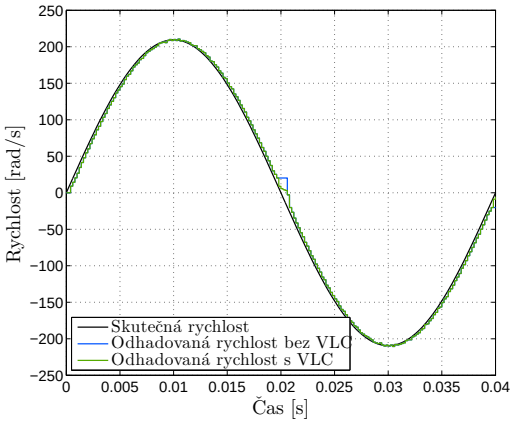
5.1.3. Metoda CSDT

Jak již bylo zmíněno výše, metoda měření frekvence je vhodná pro vyšší rychlosti a metoda měření periody naopak pro nízké rychlosti. Přímo se tedy nabízí tyto dvě metody nějakým způsobem zkombinovat do jedné metody. Jednu z takových metod, která se nazývá *CSDT* (Constant Sample-time Digital Tachometer) je prezentována například v článcích [14, 13], popíši.

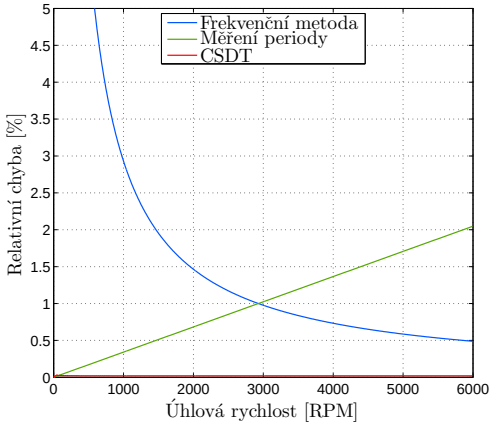
Největší chyba odhadu rychlosti u frekvenční metody je způsobená kvantováním změny polohy. Tato chyba se dá odstranit tak, že se měří čas ΔT od poslední změny signálu $C(\theta)$ do konce řídicí periody. Čas ΔT je měřen obdobně jako v případě metody měření periody tedy za pomocí vysokofrekvenčního čítače a platí pro něj tedy vztah $\Delta T = n\,T_\mathrm{vf}$. Při velmi malých rychlostech nastává situace, kdy v průběhu celé řídicí periody nedojde ke změně signálu $C(\theta)$ a dojde k ní až po m řídicích periodách. Nejjednodušší řešení je za aktuální odhad rychlosti považovat odhad minulý a aktualizovat jej až v m-té řídicí periodě. Takovýto odhad je pak počítán přes m řídicích period. Výše popsaný postup je zapsán rovnicí následovně

$$\hat{\omega} = \frac{2\pi\,\Delta N}{4\,N_\mathrm{p}\,(m\,T_\mathrm{s} + \Delta T_{i-m} - \Delta T_i)} = \frac{2\pi\,\Delta N}{4\,N_\mathrm{p}\,T}\,[\mathrm{rad\ s^{-1}}] \quad \longrightarrow \quad \frac{60\,\Delta N}{4\,N_\mathrm{p}\,T}\,[\mathrm{RPM}]. \quad (5.7)$$

Uvažujeme-li ideální inkrementální enkodér ($\Delta C = 0$), je chyba odhadu v ustáleném stavu dána pouze nepřesností měření časů ΔT_i a ΔT_{i-1} a pro relativní chybu platí



Obr. 5.4. Simulace odhadování rychlosti metodou *CSDT* pro ideální inkrementální enkodér ($\Delta C = 0$) s rozlišením $N_\mathrm{p} = 512$ pulsů/ot. a periodou vysokofrekvenčního čítače $T_\mathrm{vf} = 2$ µs



Obr. 5.5. Porovnání relativních chyb jednotlivých základních metod pro odhadování rychlosti s parametry $T_\mathrm{s} = 1$ ms, $N_\mathrm{p} = 512$ pulsů/ot., $T_\mathrm{vf} = 100$ ns

následující vztah

$$\delta_\omega = \frac{2\,T_\mathrm{vf}}{m\,T_\mathrm{s} + \Delta T_{i-m} - \Delta T_i + 2\,T_\mathrm{vf}} 100\ [\%]. \tag{5.8}$$

Drobným vylepšením metody je zlepšení odhadu v řídicích periodách, během kterých není k dispozici žádná nová informace z inkrementálního snímače a za aktuální odhad se tedy použije odhad z minulé řídicí periody. V takovém případě totiž samotný fakt, že ze snímače nepřišel žádný nový pulz je informací, která se dá využít, neboť omezuje maximální rychlost, kterou by se hřídel mohla točit, aby za čas $m\,T_\mathrm{s} + \Delta T_{i-m}$ nedošlo ke změně polohy větší, než limitně se blížící k θ_p. Tato metoda se nazývá *LVC* (Low-Velocity Compensation) a je popsána v [15].

Výsledek odhadování rychlosti touto metodou ze simulovaných dat je na Obrázku 5.4. Chyba při malých rychlost je stejně jako u metody měření periody způsobená především tím, že odhad je průměrem rychlosti, kterou má snímač v průběhu vzorkovací periody. Dále je pak při malých rychlostech neaktualizovaný odhad rychlosti přes několik vzorkovacích period. To je na Obrázku 5.4 patrné především u průchodu nulovou rychlostí.

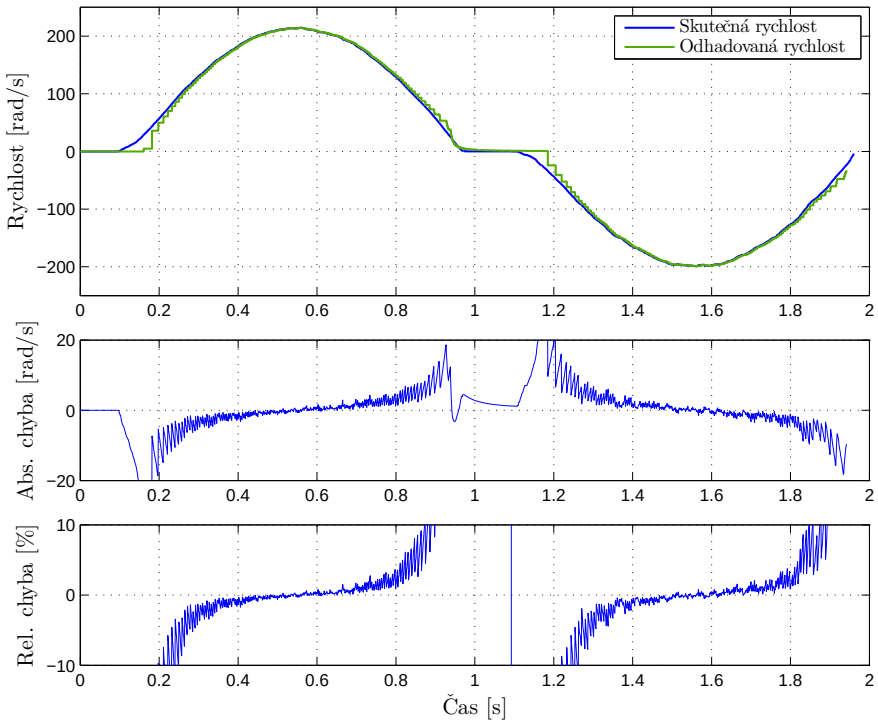
Přesto je však zřejmé, že tato metoda při srovnatelných parametrech vykazuje výrazně lepší výsledky než metody předešlé a to bez větších nároků na výpočetní výkon či hardware celkově. Navíc zachovává konstantní vzorkovací periodu.

5.1.4. Porovnání

Již ze simulací je zřejmé, že kombinace metod měření frekvence a periody, metoda *CSDT*, odhaduje rychlost zdaleka nejlépe. To lze také porovnat vykreslením závislosti relativní chyby na rychlosti pro jednotlivé metody. Tyto závislosti je možné vidět na Obrázku 5.5. Metoda *CSDT* dokonce dosahuje daleko menších relativních chyb než by bylo dosaženo nějakým inteligentním přepínáním metod měření periody a frekvence.

5.1.5. Reálný experiment

Výše popsaný algoritmus pro odhadování rychlosti metodou *CSDT* s kompenzací odhadu při malých rychlostech byl vyzkoušen na reálně naměřených datech. Zbylé dvě



Obr. 5.6. Odhadování rychlosti metodou *CSDT* s kompenzací odhadu při malých rychlostech z reálně naměřených dat z inkrementálního snímače s rozlišením $N_{\mathrm{p}} = 2$ pulsy/ot.

metody vyzkoušeny nebyly, neboť jak je zřejmé z Obrázku 5.5, ani jedna z nich není použitelná jak pro malé, tak pro velké rychlosti. Výsledek experimentu je na Obrázku 5.6. V tomto experimentu se mění počet řídicích period bez nové informace o změně polohy z inkrementálního snímače od několika jednotek při maximální rychlosti až do několika stovek v případě průchodu rychlosti nulou.

5.2. Polynomiální extrapolace

Dalším možným přístupem k odhadování rychlosti je proložení předchozích naměřených změn polohy polynomem. Rychlost je pak odhadnuta extrapolací derivace tohoto polynomu pro čas odpovídající času vzorkovací periody. Jednu takovou metodu prezentovanou v článku [16] popíši.

5.2.1. Popis algoritmu

Metoda funguje tak, že signál $C(\theta)$ je vzorkován s výrazně větší frekvencí než je frekvence odhadování rychlosti a pokud je indikována k-tá změna toho signálu a tedy i polohy, je tato událost uložena do seznamu jako dvojice $\{t_k,\, x_k\}$, kde t_k je čas změny a x_k je aktuální poloha po této změně. Jelikož není možné uchovávat čas do nekonečných hodnot, je každou periodu čas událostí v seznamu posunut vzhledem k aktuálnímu času t_c podle vztahu $t_k = t_k - t_c$, to znamená, že po této změně je aktuální čas vzhledem k času událostí roven nule. Seznam uchovává jen n posledních událostí.

Nastane-li okamžik odhadování rychlosti, jsou dvojice v seznamu proloženy polynomem stupně m metodou nejmenších čtverců. To lze provést řešením rovnice [17]

$$(\mathbf{A}^T\mathbf{A})\,\mathbf{x} = \mathbf{A}^T\mathbf{B}, \tag{5.9}$$

kde matice $\mathbf{A}$ a vektory $\mathbf{x}$ a $\mathbf{B}$ jsou definovány následovně

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & t_{k-n+1} & t_{k-n+1}^2 & \cdots & t_{k-n+1}^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & t_{k-1} & t_{k-1}^2 & \cdots & t_{k-1}^m \\ 1 & t_k & t_k^2 & \cdots & t_k^m \end{bmatrix}, \tag{5.10}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_m \end{bmatrix}^T, \tag{5.11}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_{k-n+1} & \cdots & x_{k-1} & x_k. \end{bmatrix}^T. \tag{5.12}$$

Aby se zabránilo numerickým problémům při hledání řešení rovnice (5.9), nesmí být podmíněnost matice $\mathbf{A}$ příliš velká. Jelikož jsou však typicky rozdíly časů mezi jednotlivými událostmi velmi malé a tyto časy se dále v matici $\mathbf{A}$ mocní, je podmíněnost matice velká. Z tohoto důvodu se časy navíc škálují. Je-li v seznamu vektor časů událostí

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_{k-n+1} & \cdots & t_{k-1} & t_k \end{bmatrix}^T, \tag{5.13}$$

škáluje se faktorem $\Delta t = t_k - t_{k-n+1}$, čímž vznikne vektor $\tilde{\mathbf{t}} = \frac{\mathbf{t}}{\Delta t}$, z něhož se teprve tvoří matice $\tilde{\mathbf{A}}$, která se sestavuje stejně jako $\mathbf{A}$ v (5.10), ale má již menší podmíněnost.

Řešením rovnice (5.9) pro $\tilde{\mathbf{A}}$ je polynom

$$\hat{\theta}(t) = x_m \ (t/\Delta t)^m + x_{m-1} \ (t/\Delta t)^{m-1} + \cdots + x_0, \tag{5.14}$$

který představuje funkci pro odhad polohy v čase t. Odhad rychlosti pro čas t_c získáme derivací podle času polynomu

$$\hat{\omega}(t) = \dot{\hat{\theta}}(t). \tag{5.15}$$

Jelikož je každou periodu čas události posunut vzhledem k aktuálnímu času, určí se aktuální odhad rychlosti podle vztahu

$$\hat{\omega}(t_c) = \frac{x_1}{\Delta t}, \tag{5.16}$$

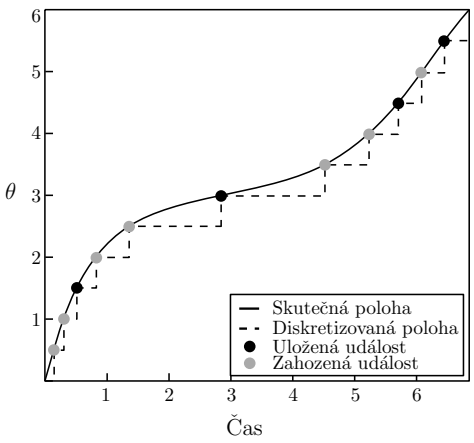
což znamená, že rovnici (5.9) není nutné řešit pro všechny neznámé v $\mathbf{x}$, ale stačí najít řešení pro x_1.

5.2.2. Vynechávání událostí

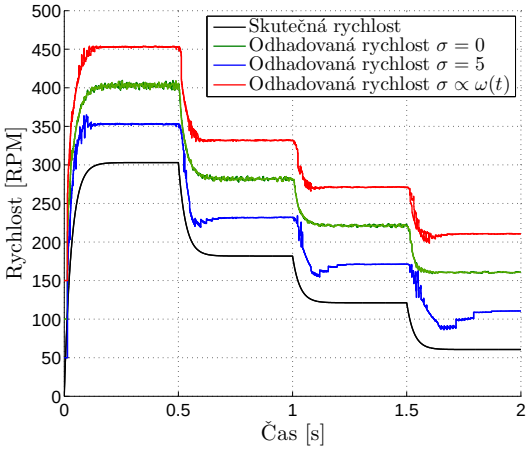
Jak již bylo napsáno v předchozí části, seznam uchovává jen posledních n událostí. Tak tomu je jednak z důvodů paměťové úspory a také z důvodů snížení výpočetní náročnosti algoritmu. Inkrementální rotační snímač však neposkytuje informaci o naprosto přesné poloze (viz 3.2), ale poskytuje je s chybou, která má ve výsledné poloze charakter vysokofrekvenčního šumu. Z tohoto důvodu je vhodné události použité při odhadování rychlosti filtrovat.

Z Obrázku 5.7 je patrné, že při ukládání do seznamu je vždy σ událostí vynecháno. Tím je dosaženo dolnopropustní filtrace, čímž je částečně eliminována chyba inkrementálního rotačního snímače. Jak je vidět na Obrázku 5.7, poslední událost je vždy uložena a je přepisována dokud není vynecháno σ událostí. Tím je zaručeno, že ve výpočtu odhadované rychlosti je vždy zahrnuta i nejaktuálnější informace o poloze a není tedy pouze uměle sníženo rozlišení inkrementálního snímače.

Autor článku, kde je tato metodu popsána, uvažuje pevně stanovený počet vynechávaných událostí σ, což funguje dobře pouze pro vysoké a pomalu se měnící rychlosti.



Obr. 5.7. Vynechání událostí pro $\sigma = 2$ při ukládání do seznamu, ve kterém jsou události, které jsou prokládány polynomem a ze kterých je odhadována rychlost



Obr. 5.8. Simulace odhadování rychlosti polynomiální aproximací ($m = 5$, $n = 2$) pro neideální inkrementální snímač ($\Delta C = 0.01 \cdot \theta_\mathrm{p}$) s rozlišením $N_\mathrm{p} = 2$ pulsy/ot., periodou vysokofrekvenčního čítače $T_\mathrm{vf} = 1/84$ µs, řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms a periodou $T_\mathrm{R} = 0.1$ seconds. Odhadované rychlosti jsou oproti té skutečné posunuté o násobek 50 rad/s

Ve skutečnosti je dobré pro velké rychlosti, kdy dochází k velkým změnám polohy a tudíž je k dispozici i hodně událostí v rámci jedné řídicí periody, volit velké σ a pro malé rychlosti, kdy je k dispozici málo událostí, volit i malé σ. Z toho vyplývá, že σ by mělo být závislé na rychlosti. Jedním možným přístupem, jak stanovit σ, je určit si časový úsek o délce T_R, ze kterého chceme využít události pro výpočet rychlosti. To znamená, že pro konstantní rychlost budou využity události rozprostřené po celém T_R. To odpovídá vztahu

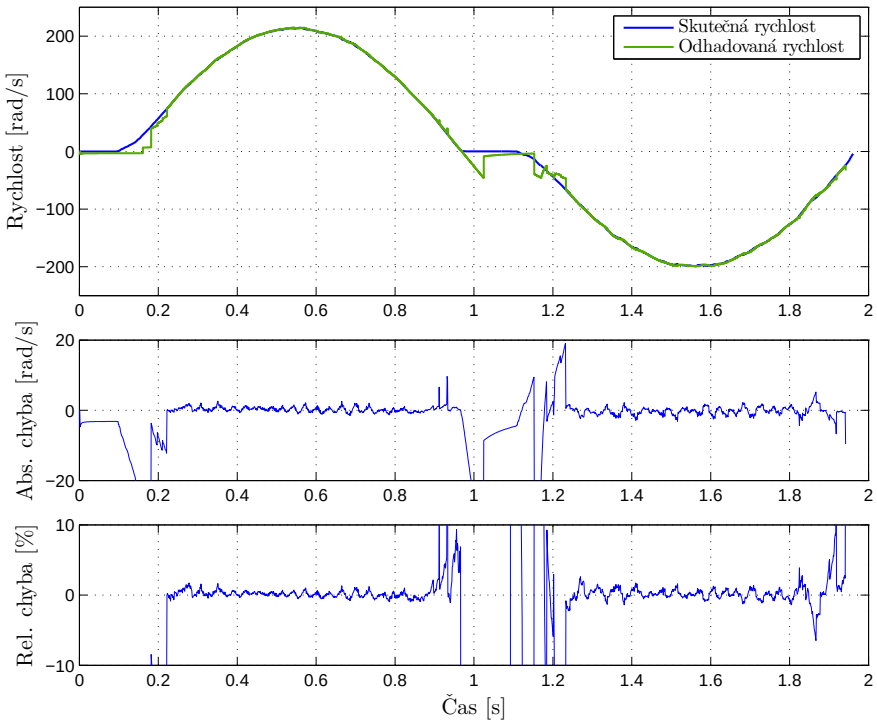
$$\sigma = \frac{4\, N_\mathrm{p}\, T_R}{2\pi\, n}\omega(t). \tag{5.17}$$

5.2.3. Simulace

Na Obrázku 5.8 je výsledek simulace odhadování rychlosti pro různé volby vynechávání událostí při ukládání do seznamu. Je zřejmé, že při $\sigma = 0$ má odhadovaná rychlost nejmenší zpoždění, ale je nejvíce zatížena šumem. V případě, kdy se vynechává $\sigma = 5$ událostí je šum minimální, ale odhad rychlosti je velmi nepřesný, pokud se skutečná rychlost skokově mění. Variabilní počet vynechávaných událostí v závislosti na odhadu rychlosti je zatížen šumem obdobně jako v případě $\sigma = 5$, ale vykazuje podstatně lepší výsledky pro skokové změny rychlosti. Simulace tedy potvrzuje výše uvedené úvahy.

5.2.4. Reálný experiment

Na Obrázku 5.9 je znázorněn průběh odhadované rychlosti z reálně naměřených dat. Je zřejmé, že v případech, kdy se skutečná rychlost mění velmi pomalu, je odhad velmi přesný. Bohužel však polynomiální extrapolace již z principu velmi špatně postihuje skokové změny v bodech, které prokládá. To je v případě experimentu zřejmé při průchodu rychlosti nulou.



Obr. 5.9. Odhadování rychlosti polynomiální extrapolací ($m = 5$, $n = 2$) z reálně naměřených dat z inkrementálního snímače s rozlišením $N_\mathrm{p} = 2$ pulsy/ot., řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms, periodou vysokofrekvenčního čítače $T_\mathrm{vf} = 1/84$ µs a periodou $T_\mathrm{R} = 0.1$ s

5.2.5. Implementace

Největší nevýhodou odhadování rychlosti za pomocí polynomiální extrapolace zaznamenaných událostí je implementační náročnost. Samotná extrapolace je sice výpočetně náročná, ale to v dnešní době, kdy jsou běžně dostupné velmi výkonné mikrokontroléry postavené na architektuře ARM s taktovací frekvencí přesahující 100 MHz a s jednotkou pro výpočty v plovoucí řádové čárce, nepředstavuje zásadní problém. Problémem je samotné zaznamenávání událostí. Pokud by se nevyužívalo vynechávání událostí, je možné n po sobě jdoucích událostí zaznamenat pomocí zachytávací jednotky časovače nastaveného pro tento účel (Timer Capture Unit) a řadiče s přímým přístupem do paměti (DMA), který každou novou událost uloží do cyklického bufferu o velikosti n. V takovém případě při zaznamenávání událostí vůbec není přerušen běh hlavního programu, který se tedy může věnovat něčemu jinému. Problém nastane v případě, že je nutné události filtrovat. To se totiž neobejde bez vyhodnocení, zda událost uložit či ne, to musí vykonat procesor a musí tedy být i přerušen běh hlavního programu. Pokud je skutečná rychlost velmi vysoká, dochází ke generování velkého počtu událostí, které je třeba vyhodnotit a procesor může být zahlcen pouze touto činností.

5.3. Metody založené na modelu

Všechny předchozí metody odhadování rychlosti využívaly pouze informace z inkrementálních rotačních snímačů, kterých je ale kritický nedostatek při malých rychlostech. Nabízí se tedy využít model motoru, kdy se při znalosti vstupu, proudu či napětí, odhadne rychlost z tohoto modelu a v případě příchodu nové informace z inkrementálních rotačních snímačů se tento odhad kompenzuje.

Dále budou řídicí periody značeny indexem n a pulsy z inkrementálního snímače indexem m. Skutečna doba mezi dvěma změnami polohy o $\theta_\mathrm{p}/4$ je pak označena jako T_m.

5.3.1. Stavový popis

Nejprve upravím model motoru odvozený v kapitole 2. Jako vstup do pozorovatele budu uvažovat napětí, neboť to je známo vždy. Pokud je k dispozici měřený proud protékající motorem, je lepší jako vstup použít jej, neboť na něm se projevuje zatěžovací moment. První úprava spočívá v zanedbání dynamiky elektrické části. Ta je zanedbána, protože je natolik rychlá, že při frekvenci, se kterou poběží pozorovatel, by ji bylo obtížné odhadovat. Proud protékajícím motorem se v takovém případě dá z rovnice (2.4) vyjádřit pomocí vztahu

$$i(t) = \frac{u(t) - k\,\omega(t)}{R}. \tag{5.18}$$

Substitucí tohoto vztahu do rovnice (2.5) získáme konečný model motoru, který bude použit pro odhadování rychlosti:

$$\dot{\omega}(t) = -\left(\frac{k^2}{J\,R} + \frac{b(\omega)}{J}\right)\omega(t) + \frac{k}{J\,R}\,u(t) \tag{5.19}$$

Dále je nutné model převést do lineární stavové reprezentace. Model popsaný rovnicí (5.19) je díky koeficientu tření $b(\omega)$ nelineární. Namísto linearizace modelu jsou použity dvě stavové reprezentace, přičemž se mezi nimi přepíná v závislosti na tom, zda motor generuje menší nebo větší moment než je prahový moment b_2 daný Coulombovým třením. Pokud generuje motor větší moment, je účinek Coulombova tření do modelu zahrnut tak, že je sníženo napětí na svorkách motoru o hodnotu, která odpovídá potřebnému napětí u_{b_2} pro vygenerování momentu b_2.

Jelikož model samozřejmě není naprosto přesný, je do stavového popisu přidán stav $\tau_d(t)$, který reprezentuje odhad poruchy na vstupu do systému [18], což je například zatěžovacího moment či nepřesnost modelu způsobená například nedokonale identifikovaným třením.

Stavový popis má po těchto úpravách následující podobu

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{cases} \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\tilde{u}(t) & \text{pokud } |u(t)| > u_{\mathrm{b}_2}, \\ \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) & \text{jinak,} \end{cases} \tag{5.20}$$

$$y(t) = \mathbf{C}\,\mathbf{x}(t) \tag{5.21}$$

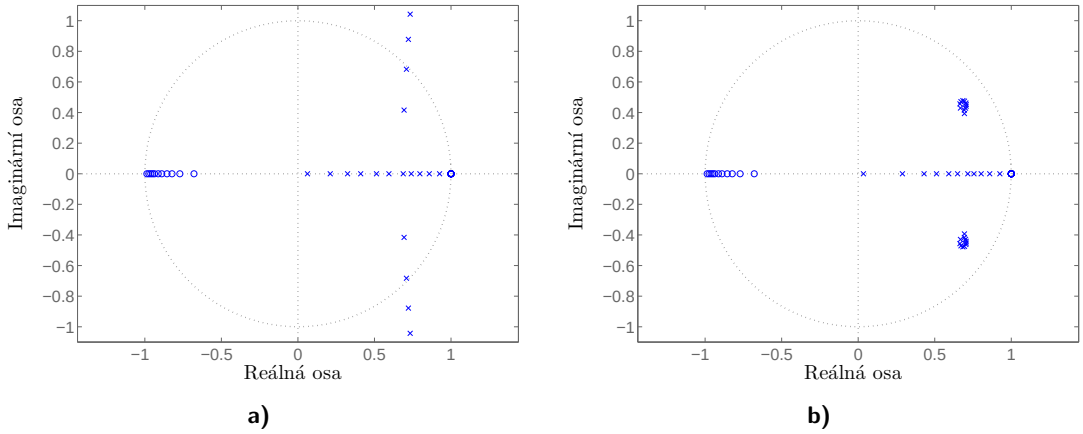
kde $\tilde{u}(t) = (u(t) - \mathrm{sign}(\omega(t))u_{\mathrm{b}_2})$ a jednotlivé matice a vektor stavů vypadají následovně

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{k^2}{J\,R} + \frac{b}{J}\right) & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{J\,R} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \\ \tau_d(t) \end{bmatrix}.$$

Nutnou podmínkou pro použití úplného pozorovatele je úplná pozorovatelnost systému. Matice pozorovatelnosti $\mathbf{O}\,(\mathbf{C}, \mathbf{A})$ má plnou hodnost ($\det(\mathbf{O}) = 1/J$) a systém je tedy plně pozorovatelný.

5.3.2. Synchronizovaný pozorovatel

Odhadování rychlosti pozorovatelem z měření změny polohy inkrementálním rotačním snímačem se liší od běžné aplikace pozorovatele v tom, že nové měření výstupní veličiny $y(t)$ nemusí být k dispozici každou řídicí periodu a zpětná injekce do odhadu stavů



Obr. 5.10. Změna polohy pólů a nul diskrétního pozorovatele s měnící se periodou zpětné injekce do odhadu stavů (a) při zanedbání a (b) uvažování tohoto faktu při návrhu

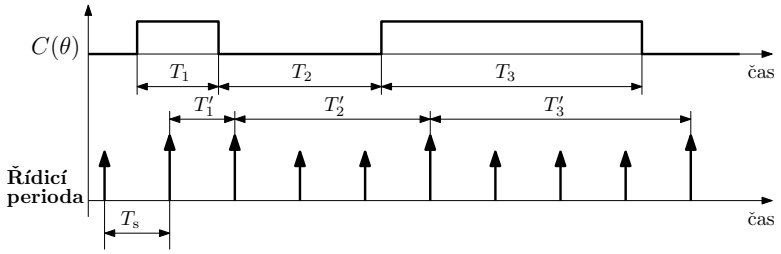
tedy není prováděna periodicky. Zde nastává problém, neboť zanedbáním tohoto faktu při návrhu diskrétního pozorovatele se pozorovatel může stát nestabilním. Toto dokazuje i relativně příznivá situace, kdy je navržen zisk pozorovatele pro nějakou pevnou periodu injekce do odhadu stavů, ale pak je prováděna tato injekce s jinou periodou. Tato situace je zobrazena na Obrázku 5.10a, kde je vykreslen pohyb pólů pozorovatele s pevným ziskem pro zvětšující se periody injekce do stavů. Je zřejmé, že takový pozorovatel se stává nestabilním. Naopak na Obrázku 5.10b je zisk pozorovatele vždy patřičně přepočten pro správnou periodu injekce do odhadu stavů, tak jak to popisuje níže popsaný algoritmus.

Princip synchronizovaného pozorovatele je znázorněn na Obrázku 5.11 a je popsán v článku [19]. V řídicích periodách, které jsou na obrázku vyznačeny delší šipkou, dochází k injekci do odhadu stavů, ve zbylých řídicích periodách se stavy odhadují z dynamiky modelu. Dále budu uvažovat, že se motor nachází mimo pásmo necitlivosti a platí tedy první případ pro rovnici (5.20).

Odhad z modelu je tedy prováděn s periodou T_s a lze zapsat pomocí stavové reprezentace v diskrétní podobě následovně

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{A}_\mathrm{s}\,\hat{\mathbf{x}}[n-1] + \mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[n-1], \tag{5.22}$$

kde vektor $\hat{\mathbf{x}}$ představuje odhad stavů, matice $\mathbf{A}_\mathrm{s}$ je stavová matice a $\mathbf{B}_\mathrm{s}$ je vstupní matice systému vzniknuvšího diskretizací systému popsaného rovnicí (5.20) pro periodu T_s. Pokud byla inkrementálním rotačním snímačem detekována změna polohy, je tento



Obr. 5.11. Časový diagram synchronizovaného pozorovatele

odhad kompenzován zpětnou injekcí do odhadu stavů.

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}[n] & \text{y[n] není k dispozici} \\ \hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{L}\,(y[n] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}[n]) & \text{jinak} \end{cases} \tag{5.23}$$

Je tedy patrné, že injekce do odhadu stavů je prováděna synchronně s řídicí periodou, což je dáno tím, že případná změna polohy je detekována pouze na jejím začátku.

Pro umístění pólů pozorovatele je nutné znát dynamiku chyby odhadu. Budeme-li uvažovat, že od první až do n-té řídicí periody jsou odhadovány stavy podle rovnice (5.22) a první informace o změně polohy je k dispozici právě až v n-té řídicí periodě, pak se dá jednoduchým přepsáním odvodit vztah pro injekci do stavu v n-té řídicí periodě vzhledem k odhadu v nulté řídicí periodě.

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,\hat{\mathbf{x}}[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-1}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-2}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[1] + \cdots + \mathbf{A}_\mathrm{s}^0\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[n-1] + \mathbf{L}\,(y[n] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_n) \tag{5.24}$$

Obdobným způsobem lze odvodit vztah pro vývoj skutečných stavů mezi těmito dvěma periodami.

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,\mathbf{x}[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-1}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-2}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[1] + \cdots + \mathbf{A}_\mathrm{s}^0\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[n-1] \tag{5.25}$$

Chyba odhadu je pak dána vztahem

$$\mathbf{e}[m+1] = \mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{x}}[n] = \mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,\mathbf{e}[m-1] - \mathbf{L}\,(y[n] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_n)\,. \tag{5.26}$$

Po vyjádření členu $y[n] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_n$ vzhledem k $\mathbf{x}[0]$ a $\hat{\mathbf{x}}[0]$ získáme rovnici

$$\begin{aligned} y[n] - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_n =& \mathbf{C}\left(\mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,\mathbf{x}[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-1}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[0] + \cdots + \mathbf{A}_\mathrm{s}^0\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[n-1]\right) \\ & - \mathbf{C}\left(\mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,\hat{\mathbf{x}}[0] + \mathbf{A}_\mathrm{s}^{n-1}\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[0] + \cdots + \mathbf{A}_\mathrm{s}^0\,\mathbf{B}_\mathrm{s}\,u[n-1]\right) \\ =& \mathbf{C}\,\mathbf{A}_\mathrm{s}^n\,(\mathbf{x}[0] - \hat{\mathbf{x}}[0]) \end{aligned} \tag{5.27}$$

Po dosazení tohoto vztahu zpět do rovnice (5.26) dostaneme konečnou podobu vztahu určujícího vývoj chyby odhadu

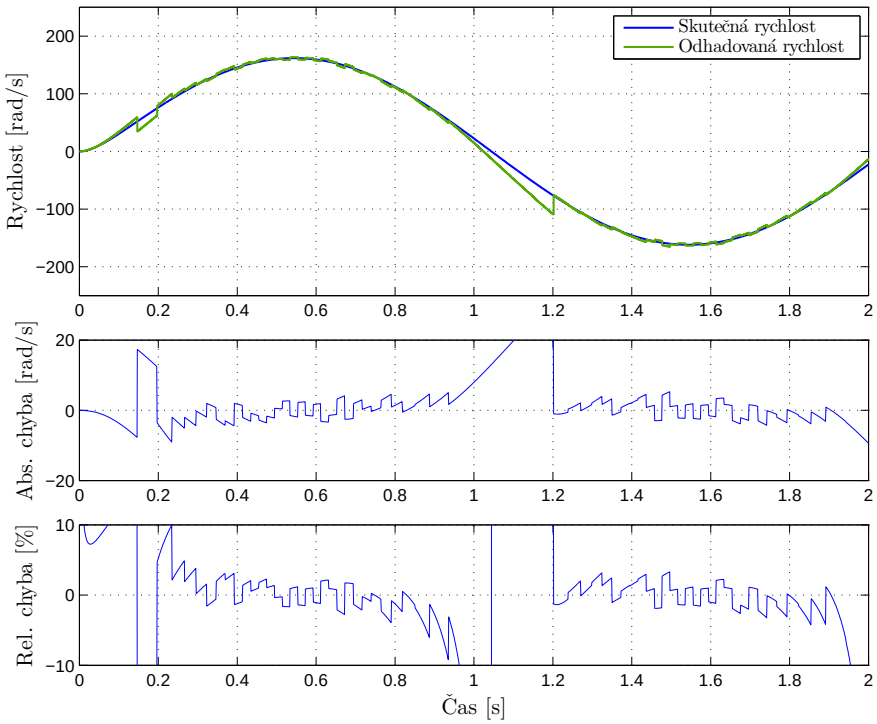
$$\mathbf{e}[m+1] = (\mathbf{A}_\mathrm{s}^n - \mathbf{L}\,\mathbf{C}\,\mathbf{A}_\mathrm{s}^n)\,\mathbf{e}[m-1]. \tag{5.28}$$

Vzhledem k tomu, že platí $\mathbf{A}_\mathrm{s}^n = \mathbf{A}_m$, tedy n-tá mocnina matice $\mathbf{A}_\mathrm{s}$ se rovná diskrétní variantě stavové matice $\mathbf{A}$ pro periodu $T'_m = n\,T_\mathrm{s}$, odpovídá vztah (5.28) standardnímu pozorovateli [18], který má stavovou matici $\mathbf{A}_m$ a odhad stavů i zpětnou injekci provádí periodicky s periodou T'_m. To v důsledku znamená, že pro návrh zisku pozorovatele je možné použít konvenční metody.

Návrh takovéhoto synchronizovaného pozorovatele pak tedy spočívá v určení pozice jeho pólů z_i tak, aby se příliš nezesiloval šum ze senzoru a zároveň byla jeho dynamika dostatečně rychlá a chyba odhadu klesala rychleji než se mění stavy systému. Póly se pak se pak typicky umísťují 2-6 krát rychlejší než jsou póly systému. Póly pozorovatele se do zvolených pozic umístí spočtením vektoru $\mathbf{L}$ podle vztahu

$$\prod_i (z - z_i) = |z\mathbf{I} - (\mathbf{A}_m - \mathbf{L}\,\mathbf{C}\,\mathbf{A}_m)|\,. \tag{5.29}$$

Matice $\mathbf{A}_m$ však není konstantní a je tedy nutné vyřešit rovnici 5.29 vždy, když se $\mathbf{A}_m$ změní. To je výpočetně poměrně náročné a z tohoto pohledu se jeví daleko výhodnější metoda druhá, kdy se vektor $\mathbf{L}$ předpočítá pro všechny možné hodnoty, kterých může T_m nabývat a uloží se do look-up tabulky. Pak se v případě injekce do stavů z tabulky načte podle aktuální periody T_m patřičný vektor $\mathbf{L}$. Hlavní nevýhoda druhé metody je zřejmá, vyžaduje dostatek paměti pro look-up tabulku.



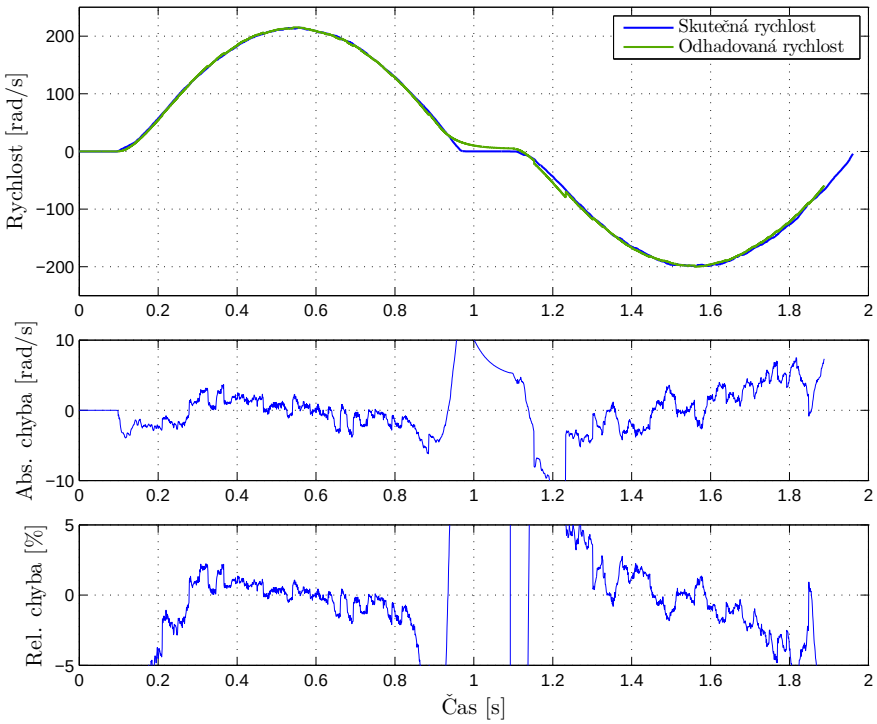
Obr. 5.12. Simulace odhadování rychlosti synchronním pozorovatelem pro neideální inkrementální snímač ($\Delta C = 0.01 \cdot \theta_\mathrm{p}$) s rozlišením $N_\mathrm{p} = 0.5$ pulsů/ot. a řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms

Simulace

Simulace odhadování rychlosti byla provedena pro neideální inkrementální snímač. Model, na němž odhadoval pozorovatel stavy systému, měl poloviční viskózní tření, než model systému, na kterém byl simulován průběh rychlosti. Tím byla simulována nepřesnost identifikovaného modelu vůči reálnému systému. Tato umělá nepřesnost se dá také považovat za měnící se zatěžovací moment, který závisí na rychlosti. Rozlišení snímače bylo zmenšeno tak, že i pro největší rychlost je minimálně 15 řídicích period bez informace o změně polohy. Výsledek simulace odhadování rychlosti pomocí synchronizovaného pozorovatele je na Obrázku 5.12. Z grafu je zřejmé, že zatěžovací moment se celkem úspěšně odhaduje a rychlost se i při delší absenci nové informace o poloze z inkrementálního snímače vyvíjí velmi podobně jako ta skutečná. Dále je z grafu vidět, že toto neplatí při průchodu rychlosti nulou, kdy se změní směr zatěžovacího momentu, ale pozorovatel to nemá z čeho poznat, protože při takto malých rychlostech dlouho nemá novou informaci o změně polohy. Řešením tohoto problému by mohlo být vynulování odhadu zatěžovacího momentu při průchodu nulovou rychlostí. Takovéto řešení je však použitelné pouze pro aplikace, kde je jistota, že zatěžovací moment je úměrný rychlosti (například motorem řízený pás). Tato podmínka ale nemusí být v řadě aplikací splněna. Příkladem budiž venku umístěná parabolická anténa natáčená pomocí motoru. V takovém případě je zatěžovací moment mimo jiné daný větrem a není tedy úměrný rychlosti.

Reálný experiment

Funkčnost výše popsaného algoritmu odhadování rychlosti synchronizovaným pozorovatelem byla experimentálně vyzkoušena na reálně naměřených datech. Výsledek expe-



Obr. 5.13. Odhadování rychlosti synchronním pozorovatelem z reálně naměřených dat z inkrementální snímače s rozlišením $N_\mathrm{p} = 2$ pulsy/ot. a řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms

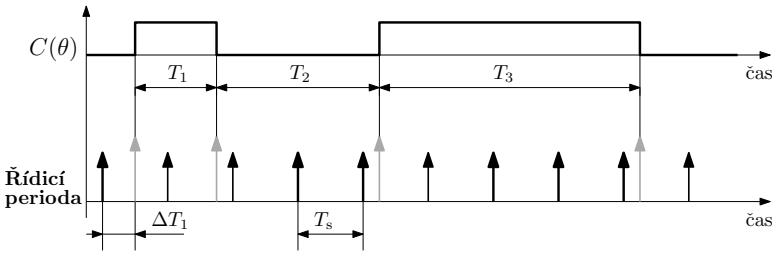
rimentu je na Obrázku 5.13. Z obrázku je zřejmé, že i v případě reálného experimentu se v odhadované rychlosti objevuje stejný jev jako v simulaci. Tedy jev, kdy se mění zatěžovací moment a pozorovatel to nemá kvůli absenci dostatečné změny polohy z čeho poznat. Dále je možné si všimnout možná ještě horšího jevu, který ale provází snad všechny metody odhadování rychlosti vycházející z měření změny polohy inkrementálním rotačním snímačem. Z těchto měření totiž není možné poznat, zda motor stojí nebo se otáčí jen velmi pomalu a doposud nedošlo ke změně úhlu o $\theta_\mathrm{p}/4$. V čase $t = 1$ s motor stojí, ale je odhadnuta nenulová rychlost, která není nijak kompenzovaná.

5.3.3. Asynchronní pozorovatel

Asynchronní pozorovatel je v principu jednoduchým vylepšením pozorovatel synchronního, kdy se místo synchronizace injekce do stavů s řídicí periodou provádí injekce přímo v době poslední detekce změny polohy během řídicí periody [14]. Toto drobné vylepšení však vyžaduje zásadní zásah do celého algoritmu s cílem snížení výpočetní náročnosti, neboť již nadále není možné využít look-up tabulky pro zisk pozorovatele. Princip je znázorněn v časovém diagramu na Obrázku 5.14, kde krátké černé šipky značí řídicí periody a dlouhé šedé injekci do odhadu stavů.

První zásadní změnou oproti synchronnímu pozorovateli je snížení řádu pozorovatele pro zpětnou injekci. To znamená, že v řídicích periodách bez informace o změně polohy se stále budou odhadovat hodnoty všech tří stavů, ale zpětná injekce je pak provedena pouze do stavů, které nejsou přímo měřeny, tedy do rychlosti a zatěžovacího momentu. Diskrétní stavový popis v takovém případě vypadá následovně

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1[m+1]\\ \mathbf{x}_2[m+1]\end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c}\mathbf{A}_{m11} & \mathbf{A}_{m11}\\ \hline \mathbf{A}_{m21} & \mathbf{A}_{m22}\end{array}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_1[m]\\ \mathbf{x}_2[m]\end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c}\mathbf{B}_{m1}\\ \hline \mathbf{B}_{m2}\end{array}\right] u[n], \tag{5.30}$$



Obr. 5.14. Časový diagram asynchronního pozorovatele

kde vektor stavů představuje tyto stavy

$$\left[\begin{array}{c}\mathbf{x}_1[m]\\ \hline \mathbf{x}_2[m]\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\theta[m]\\ \hline \omega[m]\\ \tau_d[m]\end{array}\right] \tag{5.31}$$

a matice $\mathbf{A}_m$ a $\mathbf{B}_m$ jsou diskrétními variantami matic $\mathbf{A}$ a $\mathbf{B}$ z rovnice (5.20) získané přímou Eulerovou metodou pro periodu T_m, tedy podle vztahů

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{I} + T_m\,\mathbf{A} = \left[\begin{array}{c|c}\mathbf{A}_{m11} & \mathbf{A}_{m12}\\ \hline \mathbf{A}_{m21} & \mathbf{A}_{m22}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc}1 & T & 0\\ \hline 0 & 1-T\left(\frac{b}{J}+\frac{k^2}{JR}\right) & \frac{T}{J}\\ 0 & 0 & 1\end{array}\right], \tag{5.32}$$

$$\mathbf{B}_m = T_m\,\mathbf{A}_m\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c}\mathbf{B}_{m1}\\ \hline \mathbf{B}_{m2}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}\frac{T^2\,k}{J\,R}\\ -\frac{T\,k\left(T\,k^2-J\,R+R\,T\,b\right)}{J^2\,R^2}\\ 0\end{array}\right]. \tag{5.33}$$

Vyjádření $\mathbf{x}_n[m+1]$ z rovnice (5.30) získáme předpis pro odhadování rychlosti a zatěžovacího momentu

$$\hat{\mathbf{x}}_2[m+1] = \mathbf{A}_{m22}\,\hat{\mathbf{x}}_2[m] + \mathbf{B}_{m2}\,u[m]. \tag{5.34}$$

Zpětná injekce je pak provedena z rozdílu aktuální naměřené polohy $\theta[m+1]$ a odhadované polohy $\hat{\theta}[m+1]$

$$\hat{\mathbf{x}}_2[m+1] = \mathbf{A}_{m22}\,\hat{\mathbf{x}}_2[m] + \mathbf{B}_{m2}\,u[m] + \mathbf{L}\left(\theta[m+1] - \hat{\theta}[m+1]\right), \tag{5.35}$$

kde odhad polohy je vyjádřením z rovnice (5.30) proveden následovně

$$\hat{\theta}[m+1] = \theta[m] + \mathbf{A}_{m12}\,\hat{\mathbf{x}}_2[m] + \mathbf{B}_{1m}\,u[m]. \tag{5.36}$$

Dále zadefinujme $\Delta\theta[m+1] = \hat{\theta}[m+1] - \theta[m+1]$. Je zřejmé, že $\Delta\theta[m+1]$ odpovídá chybě, která je způsobená rozdílem mezi skutečnou a odhadovanou hodnotou stavů $\Delta\mathbf{x}_2[m] = [\Delta\omega,\,\Delta\tau_d]^T$. Chyba v odhadu rychlosti a zatěžovacího momentu se pak do rychlosti promítne podle vztahu

$$\mathbf{\Gamma}\,\Delta\mathbf{x}_2[m] = \mathbf{r}\Delta\theta[m+1], \tag{5.37}$$

kde matice $\mathbf{\Gamma}$ má z fyzikální podstaty podobu

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} T_m & 0\\ 0 & T_m^2/2J\end{bmatrix} \tag{5.38}$$

a vektor $\mathbf{r} = [r_1, r_2]^T$. Dále víme, že při znalosti $\Delta\hat{\mathbf{x}}_2$ můžeme provést injekci do stavů následovně

$$\hat{\mathbf{x}}_2[m+1] = \hat{\mathbf{x}}_2[m+1] - \mathbf{A}_{m22}\,\Delta\hat{\mathbf{x}}_2[m], \tag{5.39}$$

což plyne z toho, že známe-li změnu stavů v předchozí řídicí periodě a chceme-li ji promítnout do aktuálního odhadu, musíme to logicky udělat přes stavovou matici. Nahrazením členu $\Delta\hat{\mathbf{x}}_2$ v rovnici (5.39) z rovnice (5.37) získáme konečný vztah pro zpětnou injekci.

$$\hat{\mathbf{x}}_2[m+1] = \hat{\mathbf{x}}_2[m+1] - \mathbf{A}_{m22}\,\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\,\mathbf{r}\Delta\theta[m+1], \tag{5.40}$$

Zbývá již jen určit hodnoty vektoru $\mathbf{r}$. Vzhledem k tomu, že matice $\boldsymbol{\Gamma}$ svazuje chybu v odhadu polohy s chybou zbylých stavů na základě fyzikální podstaty, slouží vektor $\mathbf{r}$ již jen k pokrytí jakési nejistoty modelu a samotného měření inkrementálním snímačem. Typicky jsou tedy hodnoty jeho složek menší než 1.

Tímto jsou odvozeny všechny potřebné vztahy pro asynchronního pozorovatele, který s měnící se periodou odhaduje hodnoty stavů na základě vztahu (5.34) a kompenzuje chybu odhadu injekcí do stavů podle vztahu (5.40).

Výše popsaný asynchronní pozorovatel odhaduje stavy pouze v časových okamžicích detekce změny polohy. Rychlost je však pro účely řízení motoru potřeba znát každou řídicí periodu rychlostního regulátoru. Z tohoto důvodu se v těchto řídicích periodách odhadují všechny stavy (tedy i poloha) na základě modelu stejně, jako tomu bylo v případě synchronního pozorovatele v části 5.3.2 (tzn. podle vztahu (5.22)). V čase detekce změny polohy T_m na polohu $\theta[m+1]$ je pak za účelem výpočtu $\Delta\theta$ nutné odhadnout všechny stavy pro tento čas. To se provede opět pomocí diskrétního stavového popisu modelu, ale se stavovou a vstupní maticí diskretizovanou pro čas ΔT_m (viz Obrázek 5.14).

$$\hat{\mathbf{x}}_{\Delta T_m} = \mathbf{A}_{\Delta T_m}\,\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{B}_{\Delta T_m}\,u[n] \tag{5.41}$$

$$\mathbf{A}_{\Delta T_m} = \mathbf{I} + \Delta T_m\,\mathbf{A} \qquad \mathbf{B}_{\Delta T_m} = \Delta T_m\,\mathbf{A}_m\mathbf{B} \tag{5.42}$$

Tím získáme odhad polohy $\theta_{\Delta T_m}$ v čase T_m a můžeme určit rozdíl $\Delta\theta$, pomocí něhož se pak dle vztahu (5.40) provede injekce do odhadu stavů $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta T_m}$. Tento odhad se pak dále musí přepočítat pro čas následující řídicí periody, což se provede obdobně jako se odhadly stavy $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta T_m}$ pouze se odhad nepočítá pro čas ΔT_m, ale pro čas $T_\mathrm{s} - \Delta T_m$.

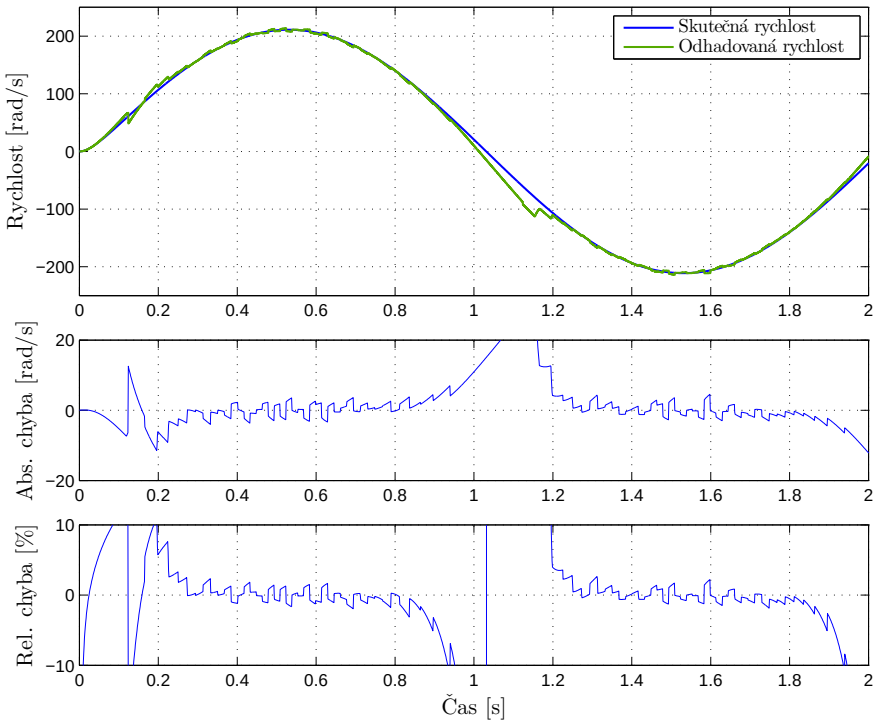
$$\hat{\mathbf{x}}_{\Delta T_m} = \mathbf{A}_{\Delta T_m}\,\hat{\mathbf{x}}[n] + \mathbf{B}_{\Delta T_m}\,u[n] \tag{5.43}$$

$$\mathbf{A}_{\Delta T_m} = \mathbf{I} + (\Delta T_m - T_\mathrm{s})\;\mathbf{A} \qquad \mathbf{B}_{\Delta T_m} = (\Delta T_m - T_\mathrm{s})\;\mathbf{A}_m\,\mathbf{B} \tag{5.44}$$

Ve skutečnosti se neaplikuje injekce do odhadu stavů z každé detekované změny polohy, ale pouze z té poslední detekované v rámci dané řídicí periody. Tento výpočet není prováděn přímo v čas její detekce, neboť v tento čas není možné určit, zda se jedná o poslední detekovanou změnu polohy a navíc by musel být zbytečně přerušen hlavní program procesoru. Stačí tedy ukládat čas poslední změny polohy a podle tohoto času provést na začátku řídicí periody korekci odhadu stavů podle výše popsaného postupu.

Vylepšení asynchronního pozorovatele

Odhad malých rychlostí lze u asynchronního pozorovatele vylepšit pomocí podobného principu, jako byl použit v části 5.1.3. Pokud v nějaké řídicí periodě přesáhne odhad polohy $\hat{\theta}[n]$ poslední naměřenou polohu o $\theta_p/4$, je zřejmé, že odhadovaná rychlost je větší než rychlost skutečná. V takovém případě se provede injekce do odhadu stavů, jakoby právě byla detekována nová změna polohy, čímž se špatný odhad rychlosti kompenzuje.



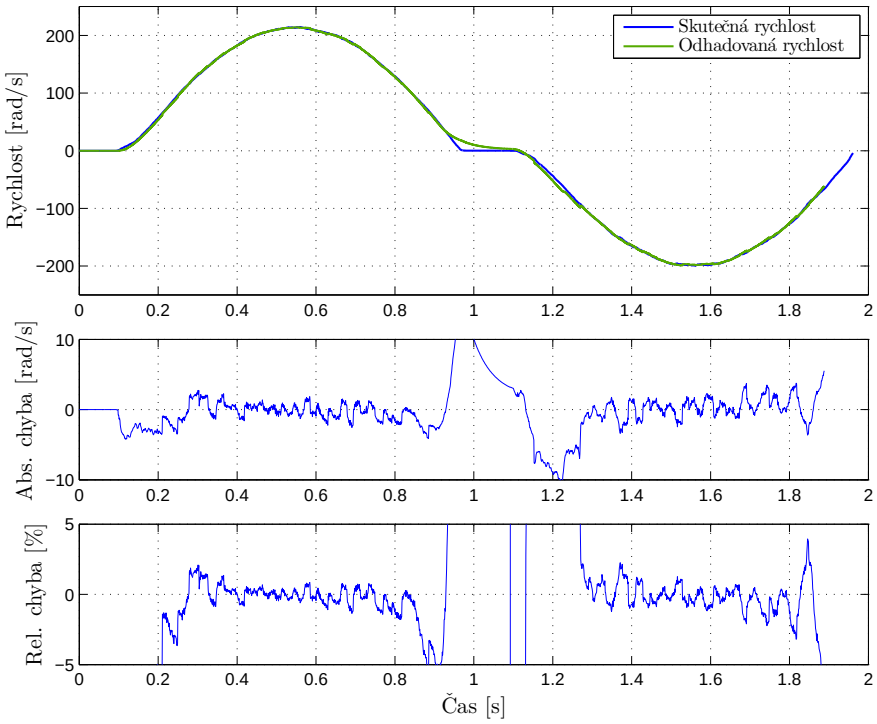
Obr. 5.15. Simulace odhadování rychlosti asynchronním pozorovatelem pro neideální inkrementální snímač ($\Delta C = 0.01 \cdot \theta_p$) s rozlišením $N_\mathrm{p} = 0.5$ pulsů/ot. a řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms

Simulace

Na Obrázku 5.15 je výsledek odhadování rychlosti ze simulovaných dat. Simulace byla provedena za stejných podmínek jako v případě synchronizovaného pozorovatele a platí pro ni i stejné závěry. Podrobnosti je tedy možné se dočíst v části 5.3.2. Jediným rozdílem oproti synchronizovanému pozorovateli je menší chyba odhadu, což odpovídá zlepšení v podobě správného času injekce do stavů.

Reálný experiment

Výsledek odhadování rychlosti z reálně naměřených dat je možné vidět na Obrázku 5.16. Opět platí stejné závěry jako v případě synchronního pozorovatele pouze s tím rozdílem, že díky heuristickému vylepšení popsaném v části 5.3.3 je dosaženo mírně lepších výsledků při velmi malých rychlostech a celkově je chyba odhadu rychlosti menší.



Obr. 5.16. Odhadování rychlosti asynchronním pozorovatelem z reálně naměřených dat z inkrementální snímače s rozlišením $N_\mathrm{p} = 0.5$ pulsů/ot. a řídicí periodou $T_\mathrm{s} = 1$ ms

6. Závěr

Jedním z cílů této práce bylo navrhnout regulátor proudu tekoucího stejnosměrným motorem s kartáčovými sběrači s ohledem na jeho řízení pomocí pulsně šířkové modulace napětí. Ukázalo se, že důsledkem tohoto způsobu řízení je několik negativních jevů, které znesnadňují měření proudu. Mezi tyto jevy patří rozkmit a různé parazitní špičky v proudu. V práci byly navrženy postupy vedoucí ke snížení vlivu těchto jevů na odebírané vzorky proudu. Pro účely simulace řízení proudu byl vytvořen model použitého motoru. Následně byly navrženy dva proudové regulátory. První z nich je PI regulátor, který dosahuje dobrých výsledků nezávisle na rozkmitu proudu, protože je možné měřit proud tak, aby měřená hodnota odpovídala střední hodnotě proudu. Jako druhý proudový regulátor byl navržen tzv. peak current regulátor, který oproti PI regulátoru zaručuje velmi rychlou dobu náběhu, je však vhodný pouze pro velmi malý rozkmit proudu. Možné vylepšení řízení proudu vidím především v použití tzv. hysterézního regulátoru, který funguje obdobně jako peak current regulátor, ale reguluje přímo střední hodnotu proudu. Jelikož je výstupem tohoto regulátoru pulsní napětí s proměnnou frekvencí, bylo by navíc nutné vytvořit model frekvenční závislosti odporu a indukčnosti vinutí motoru.

Dalším cílem mé práce byla analýza metod používaných pro odhad úhlové rychlosti z inkrementálních rotačních snímačů. Za tímto účelem byl odvozen model tohoto snímače. Simulací bylo překvapivě zjištěno, že použitím metody CSDT lze oproti jinak běžně používané metodě měření frekvence značně zpřesnit odhad úhlové rychlosti. Metoda CSDT přitom zvyšuje nároky na hardware jen velmi málo. Dále byly popsány a experimentálně vyzkoušeny pokročilejší metody, které využívají k odhadu rychlosti více informací, a to buď ve formě modelu motoru nebo uchovávaní několika posledních změn polohy. První z nich, založená na polynomiální extrapolaci, je implementačně velmi náročná a navzdory snahám ji vylepšit, nedosahuje vůči metodě CSDT významně lepší přesnosti odhadu úhlové rychlosti. Popsané metody založené na modelu motoru jsou různými variantami pozorovatele s událostí spouštěnou injekcí do odhadu stavů. Tyto metody ze všech výše popsaných poskytují nejlepší odhad úhlové rychlosti i pro velmi malé rychlosti. Cenou za lepší přesnost odhadu je u těchto metod především výpočetní náročnost. Přesnost odhadu úhlové rychlosti by bylo možné dále ještě zlepšit například fúzi dat naměřených z inkrementálních úhlových snímačů a MEMS gyr, což jsou senzory, které měří přímo úhlovou rychlost, která je však typicky zatížena šumem a velkým offsetem.

Bibliografie

[1] Gene F. Franklin, J. David Powell a Abbas Emami-Naeini. *Feedback control of dynamic systems*. en. Pearson, 2010.

[2] Austin Hughes. *Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications*. 3rd. Newnes, led. 2006. ISBN: 0750647183.

[3] H Olsson et al. "Friction Models and Friction Compensation". English. In: *EUROPEAN JOURNAL OF CONTROL* 4.3 (1998), s. 176–195. ISSN: 0947-3580.

[4] J.J. Incze, C. Szabó a M. Imecs. "Modeling and Simulation of an Incremental Encoder Used in Electrical Drives". In: *Proceedings of 10th International Symposium of Hungarian Researchers on Computational Intelligence and Informatics, Budapest, Hungary, November*. 2009, 12–14.

[5] R.C. Kavanagh a J.M.D. Murphy. "The effects of quantization noise and sensor nonideality on digital differentiator-based rate measurement". In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 47.6 (pros. 1998), s. 1457–1463. ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/19.746711.

[6] R. Merry, R. van de Molengraft a M. Steinbuch. "Error modeling and improved position estimation for optical incremental encoders by means of time stamping". In: *American Control Conference, 2007. ACC '07.* 2007, s. 3570–3575. DOI: 10.1109/ACC.2007.4282443.

[7] Avago Technologies. *HEDS-9040/9140 Datasheet*. URL: www.avagotech.com/docs/AV02-1132EN (cit. 10. 05. 2013).

[8] Werner Leonhard. *Control of electrical drives*. en. Springer, 2001. ISBN: 9783540418207.

[9] *H-Bridge Secrets*. URL: http://modularcircuits.tantosonline.com/blog/articles/h-bridge-secrets/ (cit. 01. 05. 2013).

[10] *Slow, Mixed and Fast Decay Modes. Why Do We Need To Complicate Things?* Čvc 2010. URL: http://ebldc.com/?p=86 (cit. 01. 05. 2013).

[11] Rik De Doncker, Duco W. J. Pulle a André Veltman. *Advanced Electrical Drives: Analysis, Modeling, Control*. 2011. vyd. Springer, led. 2011. ISBN: 9400701799.

[12] Simon Ang a Alejandro Oliva. *Power-Switching Converters, Second Edition*. 2. vyd. CRC Press, břez. 2005. ISBN: 0824722450.

[13] R. Petrella et al. "Speed measurement algorithms for low-resolution incremental encoder equipped drives: a comparative analysis". In: *International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics, 2007. ACEMP '07.* Zář. 2007, s. 780–787. DOI: 10.1109/ACEMP.2007.4510607.

[14] R.C. Kavanagh. "Improved digital tachometer with reduced sensitivity to sensor nonideality". In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 47.4 (srp. 2000), s. 890–897. ISSN: 0278-0046. DOI: 10.1109/41.857969.

[15] M. Prokin. "Extremely wide-range speed measurement using a double-buffered method". In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 41.5 (říj. 1994), s. 550–559. ISSN: 0278-0046. DOI: 10.1109/41.315274.

[16] R.J.E. Merry, M.J.G. van de Molengraft a M. Steinbuch. "Velocity and acceleration estimation for optical incremental encoders". In: *Mechatronics* 20.1 (ún. 2010), s. 20–26. ISSN: 0957-4158. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2009.06.010.

[17] Lloyd N. Trefethen a David Bau III. *Numerical Linear Algebra*. SIAM: Society for Industrial a Applied Mathematics, červ. 1997. ISBN: 0898713617.

[18] Gene F. Franklin, J. David Powell a Michael L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. 3. vyd. Addison-Wesley, pros. 1997. ISBN: 0201820544.

[19] L. Kovudhikulrungsri a T. Koseki. "Precise Speed Estimation From a Low-Resolution Encoder by Dual-Sampling-Rate Observer". In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 11.6 (2006), s. 661–670. ISSN: 1083-4435. DOI: 10.1109/TMECH.2006.886194.

Příloha A.

Obsah přiloženého CD

text/	Tato práce ve formátu pdf
m/identifikaceMotoru	M-skripty a naměřená data týkající se identifikace motoru
m/simulaceSnimace	M-funkce pro simulaci inkrementálního rotačního snímače
m/odhadRychlosti	M-funkce implementující metody pro odhadování rychlosti
m/rizeniProudu	Simulinková schémata zapojení regulátorů řízení proudu