

Bakalářská práce



České  
vysoké  
učení technické  
v Praze

**F3**

Fakulta elektrotechnická  
Katedra řídicí techniky

## Automatické zarovnání palubní inerciální měřicí jednotky z naměřených dat

**Antonín Melenovský**

Vedoucí: doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.  
Prosinec 2023



## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Melenovský** Jméno: **Antonín** Osobní číslo: **479987**  
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**  
Zadávající katedra/ústav: **Katedra řídicí techniky**  
Studijní program: **Kybernetika a robotika**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Automatické zarovnání palubní inerciální měřicí jednotky z naměřených dat**

Název bakalářské práce anglicky:

**Automatic alignment of an onboard IMU using measured data**

Pokyny pro vypracování:

Cílem práce je navrhnout, implementovat (v prototypové formě) a otestovat metodu pro automatické zarovnání inerciální měřicí jednotky (IMU) na palubě vozidla. Tedy metoda umožní zjištění relativní orientace palubní IMU vůči vozidlu, a to automaticky pouze s využitím poskytnutých změřených dat.

Žádaná metoda tedy bude používána offline, není potřeba vyvíjet její online verzi. Měla by být dostatečně jednoduše použitelná a robustní, aby ji bylo možné použít pro záznamy z velkého množství (i stovek) vozidel MHD (městských autobusů, tramvají, trolejbusů). Systematickým rámcem, na kterém by navrhovaná metoda mohla být postavena, je odhadování založené na minimalizaci chyby metodou nejmenších čtverců.

Kromě změřených záznamů ze samotné IMU jednotky jako jsou vektor zrychlení, vektor inerciální úhlové rychlosti a vektor magnetického pole, budou v zaznamenaných datech i měření z GNSS a odometrie, stejně jako další měření, jako například otevření dveří ( lze využít pro detekci stání vozidla MHD v zastávce).

Bude jistě důležité u poskytnutých změřených dat vzít v úvahu nepřesnosti, kterými jsou zatíženy. Tedy i přestože bude hledaná orientace charakterizovaná fixními (v čase neproměnnými parametry), ty další chyby měření jako offset a šum se mohly v čase vyvíjet, což bude nutno vzít v úvahu. Vhodným rámcem pro toto se jeví Kalmanovské odhadování.

Implementovaný kód (v Matlabu, Pythonu či Julii), stejně jako použitá data (ta v míře domluvené s průmyslovým partnerem) prezentujte ve formě dobře strukturovaného repozitáře ve službě Gitlab.

Seznam doporučené literatury:

[1] Crassidis, John L., a John L. Junkins. Optimal Estimation of Dynamic Systems. 2. vyd. Chapman & Hall/CRC Applied Mathematics & Nonlinear Science. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC, 2011.

[2] Farrell, Jay. Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors. McGraw-Hill, Inc., 2008.

[3] Farrell, Jay A., Felipe O. Silva, Farzana Rahman, a Jan Wendel. „Inertial Measurement Unit Error Modeling Tutorial: Inertial Navigation System State Estimation with Real-Time Sensor Calibration“. IEEE Control Systems Magazine 42, č. 6 (prosinec 2022): 40–66. <https://doi.org/10.1109/MCS.2022.3209059>.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D. katedra řídicí techniky FEL**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **21.09.2023**

Termín odevzdání bakalářské práce: **09.01.2024**

Platnost zadání bakalářské práce:

**do konce zimního semestru 2024/2025**

doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.  
podpis děkana(ky)

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## Poděkování

Děkuji svému vedoucímu práce panu doc. Zdeňku Hurákovi za poskytnutí zajímavého zadání práce a ochotu k rozsáhlým a věcným konzultacím.

Mé poděkování patří také Ing. Loiovi Do za jeho vstřícnost a ochotu kdykoliv poradit, profesoru Vladimíru Havlenovi za jeho odborné rady týkající se návrhu Kalmanova filtru a bc. Jakubovi Kašparovi za ochotu pomoci v návaznostech na jeho práci.

Neopomenutelné je také poděkování mé rodině a bc. Anně Jerhotové za všudypřítomnou podporu.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

## Abstrakt

Tato práce se zaměřuje na návrh offline algoritmického postupu pro určení orientace připevněných palubních senzorů IMU vůči vozidlu, který je založen na datech ze senzorů IMU a GNSS. Návrh řešení cílí na větší pozemní vozidla (např. autobusy, tramvaje, vlaky). Znalost orientace senzorů IMU vůči vozidlu je nezbytnou informací při integraci těchto senzorů do navigačních systémů založených na GNSS. Integrace výrazně zvyšuje přesnost navigace, a v případě výpadku signálu GNSS mohou tyto senzory zajistit nepřetržitou funkci navigačního systému.

V rámci této práce byl navržen iterativní rozšířený Kalmanův filtr (IEKF), který odhaduje pohybové stavy vozidla, stochastické chyby senzorů IMU a kýženou orientaci senzorů IMU vůči vozidlu. Pro inicializaci IEKF byla navržena metoda pro počáteční odhad vychýlení IMU, která je založená na analýze měření senzorů IMU a GNSS.

Funkčnost implementované metody počátečního odhadu vychýlení IMU a IEKF byla ověřena na vlastních syntetických datech a metoda pro počáteční odhad vychýlení IMU viditelně přispěla k tomu, aby IEKF konvergoval ke správným hodnotám. Metoda počátečního odhadu vychýlení IMU se ukázala být účinná i na reálných datech.

**Klíčová slova:** zarovnání IMU, iterativní rozšířený Kalmanův filtr, senzorická fúze, GNSS, generování syntetických dat, tramvaj, autobus

**Vedoucí:** doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

## Abstract

This work focuses on the design of an offline algorithmic procedure for determining the orientation of strap-down IMU sensors of a vehicle, based on data from IMU and GNSS sensors. The proposed solution targets larger ground vehicles (e.g., buses, trams, trains). Knowledge of the orientation of IMU sensors to the vehicle is essential information when integrating these sensors into GNSS-based navigation systems. Integration significantly increases the accuracy of navigation, and in the event of a GNSS signal failure, these sensors can ensure the uninterrupted function of the navigation system.

As part of this work, an iterative extended Kalman filter (IEKF) was designed, which estimates the motion states of the vehicle, stochastic errors of IMU sensors, and the desired orientation of IMU sensors to the vehicle. For the initialization of IEKF, a method for the initial estimate of IMU misalignment was designed, based on the analysis of measurements from IMU and GNSS sensors.

The functionality of the implemented method for the initial estimate of IMU misalignment and IEKF was verified on own synthetic data. The method for the initial estimate of IMU misalignment visibly contributed to IEKF converging to the correct values. The method for the initial estimate of IMU misalignment proved to be effective on real data as well.

**Keywords:** IMU alignment, iterative extended Kalman filter, sensor fusion, GNSS, synthetic data generation, tram, bus, train

**Title translation:** Automatic Alignment of an Onboard IMU Using Measured Data

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>		
1.1 Cíl práce	1		
1.2 Motivace	1		
1.3 Doprovodný kód a data	1		
<b>2 Souřadnicové soustavy</b>	<b>3</b>		
2.1 Geodetický systém souřadnic WGS84	3		
2.2 Lokální systém souřadnic ENU	3		
2.3 Systém souřadnic vozidla	4		
2.4 Systém souřadnic senzorů IMU	5		
<b>3 Modely podsystémů</b>	<b>7</b>		
3.1 Chybový model senzoru IMU	7		
3.2 Model gyroskopu	8		
3.3 Model akcelerometru	9		
3.4 Pohybový model vozidla	9		
<b>4 Časově-diskrétní rozšířený stavový model systému</b>	<b>11</b>		
<b>5 Počáteční odhad vychýlení IMU</b>	<b>13</b>		
5.1 Počáteční odhad úhlů náklonu a sklonu vychýlení IMU	14		
5.2 Počáteční odhad úhlu směru vychýlení IMU	16		
<b>6 Iterativní rozšířený Kalmanův filtr (IEKF)</b>	<b>19</b>		
6.1 Vektor měření, funkce predikce měření a matice šumu měření	21		
6.2 Matice procesního šumu	22		
6.2.1 Diskrétní pohybový model s po částech konstantním Wienerovým zrychlením (DWPA)	22		
6.2.2 Odhad matice procesního šumu	23		
6.3 Inicializace IEKF	25		
<b>7 Ověření funkčnosti</b>	<b>27</b>		
7.1 Ověření funkčnosti na syntetických datech	27		
7.1.1 Počáteční odhad vychýlení IMU vůči vozidlu	28		
7.2 Odhad IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem vychýlení IMU	30		
7.3 IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem vychýlení IMU	31		
7.4 Ověření na reálných datech	34		
7.4.1 Počáteční odhad vychýlení IMU vůči vozidlu	34		
<b>8 Závěr</b>	<b>37</b>		
8.1 Budoucí práce	38		
8.2 Vlastní přínos autora	39		
<b>Bibliografie</b>	<b>41</b>		
<b>A Parametry simulace senzorů</b>	<b>43</b>		
<b>B Demonstrativní simulovaná měření</b>	<b>45</b>		
<b>C Demonstrativní reálná měření</b>	<b>49</b>		
<b>D Porovnání odhadů IEKF se simulovanými měření na vstupu s ground-truth hodnotami</b>	<b>53</b>		

## Obrázky

6.1 Blokový diagram znázorňující časový krok IEKF v čase $k$ . . . . .	19
7.1 Blokový diagram znázorňující proces generování syntetických dat	27
7.2 Dílčí odhady úhlů $\alpha$ a $\beta$ vychýlení IMU na simulovaných měření. Čarou jsou vyznačeny finální odhady $\hat{\alpha}_1$ a $\hat{\beta}_1$ . . . . .	29
7.3 Dílčí odhady úhlu $\gamma$ vychýlení IMU na simulovaných měření. Čarou je vyznačen finální odhad $\hat{\gamma}_1$ . . . . .	29
7.4 Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU $\hat{\alpha}$ , $\hat{\beta}$ , $\hat{\gamma}$ IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem $\hat{\Psi}$ na simulovaných měření s vyznačenými ground-truth hodnotami vychýlení IMU $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ .	30
7.5 Časový průběh odhadu náhodné procházky IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem $\hat{\Psi}$ na simulovaných měření akcelerometru $z_{f,k}^s$ . . . . .	31
7.6 Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU $\hat{\alpha}$ , $\hat{\beta}$ , $\hat{\gamma}$ IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem $\hat{\Psi}$ na simulovaných měření s vyznačenými ground-truth hodnotami vychýlení IMU $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ . . . . .	32
7.7 Časový průběh odhadu náhodné procházky akcelerometru $z_{f,k}^s$ IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem $\hat{\Psi}$ na simulovaných měření. . . . .	33
7.8 Časový průběh počtu iterací aktualizace měření v časovém kroku IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem $\hat{\Psi}$ na simulovaných měření. . . . .	33
7.9 Dílčí odhady úhlů $\alpha$ a $\beta$ vychýlení IMU na reálných měření. Čarou jsou vyznačeny finální počáteční odhady $\hat{\alpha}_1$ a $\hat{\beta}_1$ . . . . .	34
7.10 Dílčí odhady úhlu $\gamma$ vychýlení IMU na reálných měření. Čarou je vyznačen finální počáteční odhad $\hat{\gamma}_1$ .	35
7.11 Výseč časového průběhu reálných měření gyroskopu $\tilde{\omega}^v$ zarovnaných počátečním odhadem vychýlení IMU $\hat{\Psi}_1$ . Pro čitelnost byly hodnoty vyhlazeny funkcí movmedian. . . . .	36
7.12 Výseč časového průběhu reálných měření akcelerometru $\tilde{f}^v$ zarovnaných počátečním odhadem vychýlení IMU $\hat{\Psi}_1$ a numerické derivace měření rychlosti $\text{diff}(\tilde{v}_x^v)$ . Pro čitelnost byly hodnoty vyhlazeny funkcí movmedian. . . . .	36
B.1 Časový průběh měření horizontální polohy $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$ (čísla u křivky označují čas $t$ [s] ) . . . . .	45
B.2 Detail časového průběhu měření horizontální polohy $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$ (čísla u křivky označují čas $t$ [s] ) . . . . .	46
B.3 Časový průběh měření výšky $\tilde{p}_z^l$	46
B.4 Časový průběh měření rychlosti $\tilde{v}_x^s$	46
B.5 Časový průběh měření specifické síly $\tilde{f}^s$ . . . . .	47
B.6 Časový průběh měření úhlu směru $\tilde{\psi}$ . . . . .	47
B.7 Časový průběh měření úhlové rychlosti $\tilde{\omega}^s$ . . . . .	47
C.1 Časový průběh měření horizontální polohy $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$ (čísla u křivky označují čas $t$ [s] ) . . . . .	49
C.2 Detail časového průběhu měření horizontální polohy $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$ (čísla u křivky označují čas $t$ [s] ) . . . . .	50
C.3 Výseč časového průběhu měření výšky $\tilde{p}_z^l$ . . . . .	50
C.4 Výseč časového průběhu měření rychlosti $\tilde{v}_x^s$ . . . . .	50
C.5 Výseč časového průběhu měření specifické síly $\tilde{f}^s$ . . . . .	51
C.6 Výseč časového průběhu měření úhlu směru $\tilde{\psi}$ . . . . .	51
C.7 Výseč časového průběhu měření úhlové rychlosti $\tilde{\omega}^s$ . . . . .	51



D.1 Detail časového průběhu horizontální polohy vozidla (čísla u křivky označují čas $t$ [s] ).....	53
D.2 Časový průběh vertikální polohy vozidla.....	53
D.3 Časový průběh rychlosti vozidla.	54
D.4 Časový průběh orientace vozidla vůči lokální soustavě.....	54
D.5 Časový průběh zrychlení vozidla.	54
D.6 Časový průběh úhlové rychlosti vozidla.....	55
D.7 Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU $\hat{\alpha}$ , $\hat{\beta}$ , $\hat{\gamma}$ a ground-truth hodnot $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ .....	55

## Tabulky

A.1 Parametry Simulink bloku GNSS Sensor.....	44
A.2 Parametry Simulink bloku IMU pro akcelerometr.....	44
A.3 Parametry Simulink bloku IMU pro gyroskop.....	44



# Kapitola 1

## Úvod

### 1.1 Cíl práce

Cílem práce je navrhnout *offline* algoritmický postup pro určení vychýlení orientace palubních sensorů IMU vůči vozidlu. Tento postup bude založen na datech získaných z GNSS a sensorů IMU (akcelerometru a gyroskopu). Návrh řešení předpokládá, že orientace sensorů vůči vozidlu je konstantní a cílí na větší pozemní vozidla (např. autobusy, tramvaje, vlaky).

### 1.2 Motivace

Integrace inerciálních měřicích sensorů do navigačních systémů založených na GNSS přináší výrazné vylepšení ve smyslu zvýšení frekvence získávaných dat a zlepšení celkové přesnosti navigace. V případě výpadku signálu GNSS mohou inerciální senzory dokonce převzít kontrolu a zajistit nepřetržitou funkci navigačního systému.

Při práci s tzv. připevněnými (angl. *strap-down*) palubními inerciálními senzory je nezbytná znalost orientace sensorů vzhledem k vozidlu. Bez této informace měření orientovaných veličin ztrácí na smysluplnosti.

Tato práce byla iniciována na základě požadavku firmy Herman, která vybavuje vozidla hromadné dopravy jednotkami pro bezdrátovou V2X (*vehicle to everything*) komunikaci obsahujícími inerciální senzory. Během instalace těchto sensorů do vozidel nebylo dosaženo jejich souososti s vozidlem, což omezuje jejich plné využití. Manuální měření orientace sensorů pro každé vozidlo by bylo organizačně náročné a finančně nákladné, a proto je preferováno softwarové řešení, které tato práce poskytne.

### 1.3 Doprovodný kód a data

Kód implementace byl napsán v programu MATLAB [The23]. Reálná data byla poskytnuta firmou Herman.

Veškerý kód implementace a demonstrační data jsou veřejně přístupné v GitLab repositáři <https://gitlab.fel.cvut.cz/aa4cc/ccam/align>.



## Kapitola 2

### Souřadnicové soustavy

V rámci této práce se manipuluje s veličinami v různých souřadnicových soustavách. V této kapitole jsou stručně definovány využitě souřadnicové soustavy, popsány transformace mezi nimi a je zavedena notace pro označení souřadnicové soustavy veličin.

#### 2.1 Geodetický systém souřadnic WGS84

Geodetický systém souřadnic WGS84 je jedním ze standardních způsobů definic souřadnicového systému Země. Jeho význam spočívá zejména ve využití pro účely široce dostupného družicového polohového systému GNSS. V rámci WGS84 je definován referenční elipsoid přibližující se tvaru Země [IA00].

Vektor v geodetické souřadnicové soustavě je značen

$$\mathbf{r}^g = [\phi \quad \lambda \quad h]^\top. \quad (2.1)$$

Jeho složkami jsou:

- $\phi$  - Zeměpisná šířka,
- $\lambda$  - Zeměpisná délka,
- $h$  - Výška nad referenčním elipsoidem.

V rámci této práce se pro usnadnění nevyskytují žádné veličiny v geodetické souřadnicové soustavě. Výstup senzoru GNSS je předzpracován převodem do lokální souřadnicové soustavy.

#### 2.2 Lokální systém souřadnic ENU

Lokální systém souřadnic, také známý jako systém souřadnic tečné plochy, je ortogonální pravotočivou souřadnicovou soustavou s počátkem upevněným v bodě  $\mathbf{O}^g = [\phi_0 \quad \lambda_0 \quad h_0]^\top$ .

Pro popis veličiny popisující polohu a orientaci vozidla byl vybrán lokální systém souřadnic, protože interpretace dat v něm je subjektivně intuitivnější,

než v případě polohových dat v geodetickém systému souřadnic. Počátek  $\mathbf{O}^g$  je zvolen tak, aby se nacházel v blízkém okolí pohybu vozidla.

Vektor v lokální souřadnicové soustavě je značen

$$\mathbf{r}^l = [x \ y \ z]^\top . \quad (2.2)$$

Směry os lokální soustavy jsou definovány následovně:

- Osa  $x$  míří směrem na východ,
- Osa  $y$  míří směrem na sever,
- Osa  $z$  je kolmá na referenční elipsoid a míří vzhůru.

Lokální souřadnicová soustava s takto definovanými směry os se nazývá ENU (angl. *East-North-Up*).

Popis transformace vektoru z Geodetického systému souřadnic do lokálního systému souřadnic je snadno dohledatelný v jiné literatuře, např. v [Dra02].

## 2.3 Systém souřadnic vozidla

Systém souřadnic vozidla je ortogonální pravotočivou souřadnicovou soustavou s počátkem  $\mathbf{O}^v$  upevněným vzhledem k pohybujícímu se vozidlu.

Vektor v souřadnicové soustavě vozidla je značen

$$\mathbf{r}^v = [x \ y \ z]^\top . \quad (2.3)$$

Směry os soustavy vozidla jsou definovány následovně:

- Osa  $x$  míří vpřed ve směru jízdy,
- Osa  $y$  míří směrem nalevo od směru jízdy,
- Osa  $z$  míří směrem vzhůru.

Rotační matice transformující vektory z lokální soustavy do soustavy vozidla je definována trojicí Eulerových úhlů a posloupností rotací okolo jednotlivých os v pořadí  $zy'x''$ . Úhel směru  $\psi$  (angl. *yaw*) popisuje rotaci okolo osy  $z$ , úhel sklonu  $\theta$  (angl. *pitch*) popisuje rotaci okolo osy  $y$  a úhel náklonu  $\varphi$  (angl. *roll*) popisuje rotaci okolo osy  $x$ .

Eulerovy úhly jsou seskupeny do vektoru

$$\Theta = [\varphi \ \theta \ \psi]^\top , \quad (2.4)$$

který nadále bude nazýván „orientace vozidla vůči lokální soustavě“.

Po složkách rozepsaná matice rotace z lokální soustavy do soustavy vozidla je dána jako

$$\mathbf{R}_l^v = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ -c(\varphi)s(\psi) + c(\psi)s(\varphi)s(\theta) & c(\varphi)c(\psi) + s(\varphi)s(\theta)s(\psi) & c(\theta)s(\varphi) \\ s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)c(\psi)s(\theta) & -c(\psi)s(\varphi) + c(\varphi)s(\theta)s(\psi) & c(\varphi)c(\theta) \end{bmatrix} , \quad (2.5)$$

kde  $c(\varphi)$  je zkratka pro funkci  $\cos(\varphi)$  a podobně  $s(\varphi)$  je zkratka pro funkci  $\sin(\varphi)$ .

Rotační matice transformující vektory ze soustavy vozidla do lokální soustavy je díky ortogonalitě rotačních matic dána jako

$$\mathbf{R}_v^l = (\mathbf{R}_l^v)^\top . \quad (2.6)$$

Vektor úhlové rychlosti souřadnicové soustavy vozidla vůči lokální souřadnicové soustavě vyjádřen v souřadnicové soustavě vozidla by byl typicky značen  $\boldsymbol{\omega}_{l,v}^v$ . Pro snazší čitelnost bude zde zkráceně nazýván „vektor úhlové rychlosti v soustavě vozidla“ či „vektor úhlové rychlosti vozidla“ a značen

$$\boldsymbol{\omega}^v \equiv \boldsymbol{\omega}_{l,v}^v . \quad (2.7)$$

## 2.4 Systém souřadnic senzorů IMU

Systém souřadnic senzorů IMU je ortogonální pravotočivou souřadnicovou soustavou s počátkem  $\mathbf{O}^s$  upevněným v počátku souřadnicové soustavy vozidla  $\mathbf{O}^v$ . Orientace soustavy senzorů IMU vůči soustavě vozidla je neznámá a cílem této práce je ji co nejpřesněji odhadnout. Může být libovolná a předpokládá se, že je neměnná. Vektor v souřadnicové soustavě senzorů IMU je značen

$$\mathbf{r}^s = [x \quad y \quad z]^\top . \quad (2.8)$$

Rotační matice transformující vektory ze soustavy vozidla do soustavy senzorů IMU  $\mathbf{R}_s^v$  je definována analogicky k rotační matici (2.5). Úhel směru  $\gamma$  popisuje rotaci okolo osy  $z$ , úhel sklonu  $\beta$  okolo osy  $y$  a úhel náklonu  $\alpha$  okolo osy  $x$ .

Eulerovy úhly jsou seskupeny do vektoru

$$\boldsymbol{\Psi} = [\alpha \quad \beta \quad \gamma]^\top , \quad (2.9)$$

který nadále bude nazýván „vychýlení IMU“ a platí

$$\dot{\boldsymbol{\Psi}} = \mathbf{0}^{(3,1)} . \quad (2.10)$$

Rotační matice transformující vektory ze soustavy senzorů IMU do soustavy vozidla je dána jako

$$\mathbf{R}_s^v = (\mathbf{R}_v^s)^\top . \quad (2.11)$$

Vektor úhlové rychlosti souřadnicové soustavy senzorů IMU vůči lokální souřadnicové soustavě vyjádřen v souřadnicové soustavě senzorů IMU by byl typicky značen  $\boldsymbol{\omega}_{l,s}^s$ . Pro snazší čitelnost bude zde zkráceně nazýván „vektor úhlové rychlosti v soustavě senzorů IMU“ a značen

$$\boldsymbol{\omega}^s \equiv \boldsymbol{\omega}_{l,s}^s . \quad (2.12)$$





## Kapitola 3

### Modely podsystémů

V následující kapitole budou definovány dílčí podsystémy, ze kterých se skládá rozšířený stavový model systému popsany v kapitole 4.

#### 3.1 Chybový model senzoru IMU

Chybový model senzoru IMU vychází z modelu popsaneho v práci J. Kašpara [Kaš23].

Pro potreby této práce bylo nutné výrazně zjednodušit chybový model z výše uvedené práce, protože při pokusech o jeho použití v původní podobě se objevily obtíže při implementaci rozšířeného stavového modelu systému popsaneho v kapitole 4, a to zejména kvůli obtížné pozorovatelnosti systému. Nastával problém v rozlišitelnosti původu chyb a to zdali pochází z chybného odhadu vychýlení IMU nebo z chybného odhadu nepřesností IMU.

Chybové modely jednotlivých senzorů IMU (gyroskopu a akcelerometru) jsou totožné. Níže tedy bude uveden pouze jeden chybový model, který je aplikován pro oba senzory. Navržený chybový model senzoru IMU bere v potaz pouze stochastické chyby ve formě aditivního gaussovského bílého šumu a náhodné procházky (angl. *random walk*) odchylky měření.

Časově spojitý chybový model senzoru IMU je definován stavovými rovnicemi

$$\dot{z}_k = \omega_k, \quad (3.1a)$$

$$\delta y_z = z_k + \omega_n, \quad (3.1b)$$

kde  $\delta y_z$  je vektor příspěvku chyb způsobené stochastickými procesy,  $z_k$  je vektor příspěvku chyby způsobené náhodnou procházkou,  $\omega_k$  je vektor gaussovských bílých šumů charakterizujících náhodnou procházku a  $\omega_n$  je vektor příspěvku chyby způsobené bílým šumem.

Gaussovské bílé šumy charakterizující náhodnou procházku  $\omega_k$  mají v uvažované šířce pásma dané vzorkovací periodou  $T_p$  spektrální hustotu

$$S_k = K^2, \quad (3.2)$$

kde  $K$  je směrodatnou odchylkou hustoty pravděpodobnosti gaussovského bílého šumu.

Aditivní gaussovské bílé šумы  $\omega_n$  mají spektrální hustotu

$$\mathbf{S}_n = N^2, \quad (3.3)$$

kde  $N$  je směrodatnou odchylkou hustoty pravděpodobnosti gaussovského bílého šumu.

Za využití dopředné Eulerovy metody byla provedena diskretizace stavových rovnic časově-spojitého chybového modelu (3.1). Stavovými rovnicemi časově-diskrétního modelu chyb senzorů IMU o vzorkovací periodě  $T_p$  jsou

$$\mathbf{z}_{k,k+1} = \mathbf{z}_{k,k} + T_p \boldsymbol{\eta}_{k,k}, \quad (3.4a)$$

$$\delta \mathbf{y}_{z,k} = \mathbf{z}_{k,k} + \boldsymbol{\eta}_{n,k}, \quad (3.4b)$$

po složkách rozepsanými veličinami, vystupující v (3.4) jsou:

Vektor příspěvků chyb způsobených stochastickými procesy

$$\delta \mathbf{y}_{z,k} = \begin{bmatrix} y_{x,k,x} & y_{x,k,y} & y_{x,k,z} \end{bmatrix}^\top \quad (3.5)$$

Vektor příspěvku chyby způsobené náhodnou procházkou

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} z_{k,x} & z_{k,y} & z_{k,z} \end{bmatrix}^\top. \quad (3.6)$$

Vektor charakterizující náhodnou procházkou

$$\boldsymbol{\eta}_k = \begin{bmatrix} \eta_{k,x} & \eta_{k,y} & \eta_{k,z} \end{bmatrix}^\top, \quad (3.7)$$

kde  $\eta_{k,x}$ ,  $\eta_{k,y}$ ,  $\eta_{k,z}$  jsou náhodné veličiny z normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\frac{S_k}{T_p}$ .

Vektor příspěvku chyby způsobené bílým šumem

$$\boldsymbol{\eta}_n = \begin{bmatrix} \eta_{n,x} & \eta_{n,y} & \eta_{n,z} \end{bmatrix}^\top, \quad (3.8)$$

kde  $\eta_{n,x}$ ,  $\eta_{n,y}$ ,  $\eta_{n,z}$  jsou náhodné veličiny z normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\frac{S_n}{T_p}$ .

## 3.2 Model gyroskopu

Model gyroskopu zatíženého stochastickými chybami měření je dán rovnicí

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^s = \mathbf{R}_v^s \boldsymbol{\omega}^v + \delta \boldsymbol{\omega}_z^s, \quad (3.9)$$

kde  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^s$  je vektor změřené úhlové rychlosti v soustavě senzorů IMU,  $\mathbf{R}_v^s$  je rotační maticí transformující vektor ze soustavy vozidla do soustavy senzorů IMU,  $\boldsymbol{\omega}^v$  je vektor skutečné úhlové rychlosti v soustavě vozidla a  $\delta \boldsymbol{\omega}_z^s$  je vektor chyb měření způsobených stochastickými procesy v soustavě senzorů IMU (3.5)

### 3.3 Model akcelerometru

Model akcelerometru zatíženého stochastickými chybami měření je dán rovnicí

$$\tilde{\mathbf{f}}^s = \mathbf{R}_v^s \mathbf{a}^v + \mathbf{R}_v^s \mathbf{R}_l^v \mathbf{g}^l + \delta \mathbf{f}_z^s, \quad (3.10)$$

kde  $\tilde{\mathbf{f}}^s$  je vektor naměřené specifické síly (angl. *specific force*) v soustavě senzorů IMU,  $\mathbf{R}_v^s$  je rotační matice transformující vektor ze soustavy vozidla do soustavy senzorů IMU (2.11),  $\mathbf{a}^v$  vektor skutečných zrychlení v soustavě vozidla,  $\delta \mathbf{f}_z^s$  je vektor chyb měření způsobených stochastickými procesy v soustavě senzorů IMU (3.5) a  $\mathbf{g}^l$  je vektor tíhového zrychlení v lokální soustavě souřadnic, přičemž

$$\mathbf{g}^l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}^\top, \quad (3.11)$$

kde pro město Ostrava je  $g = 9.81345 \text{ m s}^{-2}$ .

Definice tíhového zrychlení (3.11) jako konstantního vektoru v lokální soustavě souřadnic není zcela přesná, jelikož vektor tíhové zrychlení je ve skutečnosti funkcí Geodetických souřadnic  $\mathbf{g}([\phi \ \lambda \ h]^\top)$ . Nicméně za podmínky, že se uvažuje okolí jednotek kilometrů od počátku lokální souřadnicové soustavy  $\mathbf{O}^l$ , lze chybu způsobenou tímto zobecněním pro účely této práce považovat za zanedbatelnou.

### 3.4 Pohybový model vozidla

Byl zvolen pohybový model vozidla s konstantním zrychlením  $\mathbf{a}^v$  a konstantní úhlovou rychlostí  $\boldsymbol{\omega}^v$ . Stavové veličiny modelu jsou uvedeny v kombinaci lokální souřadnicové soustavy a souřadnicové soustavy vozidla.

Stavovými rovnicemi časově-spojitého pohybového modelu vozidla jsou

$$\dot{\mathbf{p}}^l = \mathbf{R}_v^l \begin{bmatrix} v_x^v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.12a)$$

$$\dot{v}_x^v = a_x^v, \quad (3.12b)$$

$$\dot{\mathbf{a}}^v = \mathbf{0}^{(3,1)}, \quad (3.12c)$$

$$\dot{\Theta} = \mathbf{R}_v^l \boldsymbol{\omega}^v, \quad (3.12d)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^v = \mathbf{0}^{(3,1)}, \quad (3.12e)$$

kde  $\mathbf{p}^l$  je poloha vozidla v lokální soustavě,  $\mathbf{R}_v^l$  je rotační matice transformující vektor ze soustavy vozidla do lokální soustavy (2.6),  $v_x^v$  je dopřednou rychlostí vozidla,  $\mathbf{a}^v$  je zrychlení vozidla v soustavě vozidla,  $\Theta$  je orientace vozidla vůči lokální soustavě,  $\boldsymbol{\omega}^v$  je úhlová rychlost vozidla v soustavě vozidla.

Za využití dopředné Eulerovy metody byla provedena diskretizace stavových rovnic časově-spojitého pohybového modelu vozidla (3.12).

Stavovými rovnicemi časově-diskrétního pohybového modelu vozidla o vzorkovací periodě  $T_p$  v čase  $k$  jsou

$$\mathbf{p}_{k+1}^l = \mathbf{p}_k^l + \mathbf{R}_{v,k}^l \left( \begin{bmatrix} v_{x,k}^v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \mathbf{a}_k^v T_p \right) T_p, \quad (3.13a)$$

$$v_{x,k+1}^v = v_{x,k}^v + a_{x,k}^v T_p, \quad (3.13b)$$

$$\mathbf{a}_{k+1}^v = \mathbf{a}_k^v, \quad (3.13c)$$

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + \mathbf{R}_{v,k}^l \boldsymbol{\omega}_k^v T_p, \quad (3.13d)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1}^v = \boldsymbol{\omega}_k^v. \quad (3.13e)$$

## Kapitola 4

### Časově-diskrétní rozšířený stavový model systému

Časově-diskrétní rozšířený stavový model systému je souhrnným stavovým modelem zahrnující vzájemně propojené podsystémy [Far08] definované v kapitole 3.

Pro rozšířený stavový model je definován stavový vektor

$$\mathbf{x} = \left[ \mathbf{p}^l \top \quad v_x^v \quad \mathbf{a}^v \top \quad \boldsymbol{\Theta} \top \quad \boldsymbol{\omega}^v \top \quad \boldsymbol{\Psi} \top \quad \mathbf{z}_{f,k}^s \top \quad \mathbf{z}_{\omega,k}^s \top \right] \top, \quad (4.1)$$

kde  $\mathbf{p}^l = [p_x^l \ p_y^l \ p_z^l] \top$  je poloha vozidla,  $v_x^l$  je dopřednou rychlostí vozidla,  $\mathbf{a}^v = [a_x^v \ a_y^v \ a_z^v] \top$  je zrychlení vozidla,  $\boldsymbol{\Theta} = [\varphi \ \theta \ \psi] \top$  je orientace vozidla vůči lokální soustavě,  $\boldsymbol{\omega}^v = [\omega_x^v \ \omega_y^v \ \omega_z^v] \top$  je úhlová rychlost vozidla,  $\boldsymbol{\Psi} = [\alpha \ \beta \ \gamma] \top$  je vychýlení IMU vůči soustavě vozidla,  $\mathbf{z}_{f,k}^s = [z_{f,k,x}^s \ z_{f,k,y}^s \ z_{f,k,z}^s] \top$  je příspěvek náhodné procházky akcelerometru a  $\mathbf{z}_{\omega,k}^s = [z_{\omega,k,x}^s \ z_{\omega,k,y}^s \ z_{\omega,k,z}^s] \top$  je příspěvek náhodné procházky gyroskopu.

Dále je stanovena funkce přechodu stavů systému

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_v^l \left( \begin{bmatrix} v_x^v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \mathbf{a}^v T_p \right) \\ a_x^v \\ \mathbf{0}^{(3,1)} \\ \mathbf{R}_v^l \boldsymbol{\omega}^v \\ \mathbf{0}^{(12,1)} \end{bmatrix} T_p, \quad (4.2)$$

kde  $T_p$  je vzorkovací periodou,  $\mathbf{R}_v^l$  je rotační matice transformující vektor ze soustavy vozidla do lokální soustavy a předpokládá se

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k). \quad (4.3)$$

Jedná se o model bez vstupů, k odhadování pohybových stavů tedy poslouží pouze na základě měření.



## Kapitola 5

### Počáteční odhad vychýlení IMU

Základní myšlenka navržené metody byla převzata z článku [Nog+21]. Pro snazší čitelnost v této kapitole není zcela dodržována notace v označení měřených a odhadovaných veličin.

Vstupem metody jsou data naměřená senzory IMU a GNSS. Do časového vektoru  $\mathbf{t}$  jsou seskupeny časy měření, přičemž se předpokládá, že veškerá měření probíhají ve stejný okamžik. Měření akcelerometru  $\mathbf{f}_x^s, \mathbf{f}_y^s, \mathbf{f}_z^s$  a gyroskopu  $\boldsymbol{\omega}_x^s, \boldsymbol{\omega}_y^s, \boldsymbol{\omega}_z^s$  jsou seskupena do vektorů, dle jednotlivých os souřadnicové soustavy senzorů IMU. Rovněž jsou do vektoru seskupena měření rychlosti vozidla  $v_x^v$  obdržena z GNSS senzoru. Výstupem metody je počáteční odhad vychýlení IMU  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_1$ .

Metoda obsahuje dva na sebe navazující algoritmy. Jejich propojení je popsáno v následujících bodech:

1. Algoritmus 1 provede na vstupních datech počáteční odhad úhlů náklonu  $\hat{\alpha}_1$  (angl. *roll*) a sklonu  $\hat{\beta}_1$  (angl. *pitch*) vychýlení IMU.
2. Data pocházející z IMU jsou zarovnána dočasným odhadem vychýlení IMU  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\perp} = [\hat{\alpha}_1 \hat{\beta}_1 0]$ . Dočasně zarovnaná data, která jsou vstupem do dalšího algoritmu, jsou značena  $\mathbf{f}_x^{\perp}, \mathbf{f}_y^{\perp}, \boldsymbol{\omega}_z^{\perp}$ .
3. Algoritmus 2 provede na dočasně zarovnaných datech počáteční odhad úhlů směru  $\hat{\gamma}_1$  (angl. *yaw*) vychýlení IMU.
4. Výstupem metody je počáteční odhad vychýlení IMU  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_1 = [\hat{\alpha}_1 \hat{\beta}_1 \hat{\gamma}_1]$ .

V obou algoritmech je k odstranění šumu z měření použita funkce klouzavý medián

$$\bar{\mathbf{f}} = \text{movmedian}(\mathbf{f}, \mathbf{t}, \tau), \quad (5.1)$$

kde  $\mathbf{f}$  je vektor měření,  $\mathbf{t}$  je časový vektor a  $\tau$  je šířka okna. Podrobnější popis této funkce je k nalezení v MATLAB dokumentaci [Mat23c]. Níže použité parametry  $\tau_a$  a  $\tau_{\omega}$  je třeba vyladit tak, aby z dat byl odstraněn šum a zároveň nebyla příliš deformována informace o dynamice vozidla.

Pro zajištění robustnosti metody je v algoritmech aplikován krok odstraňující vychýlené hodnoty (angl. outliers) za pomoci standardního skóre (angl. z-score)

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}(\alpha), \quad (5.2)$$

kde  $\alpha$  je vektor hodnot, k nimž je přiřazeno standardní skóre ve vektoru  $\mathbf{z}$ . Popis výpočtu standardního skóre je k nalezení v MATLAB dokumentaci [Mat23e].

Jelikož lze očekávat větší množství měření vhodných pro určení úhlů vychýlení IMU, bude vhodná funkce k určení průměrného úhlu z dílčích odhadů úhlu, která bude žádoucím způsobem pracovat s úhly (např. průměr z úhlů  $10^\circ$  a  $350^\circ$  spočte jako  $0^\circ$ ). Funkce pro výpočet průměrného úhlu je s použitím komplexních čísel definována následovně

$$\text{meanangle}(\alpha) = \text{Arg} \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \exp(i \cdot \alpha_j) \right), \quad (5.3)$$

kde  $\alpha$  je vstupní vektor úhlů,  $\text{Arg}$  je hlavní argument komplexního čísla,  $n$  je počet prvků ve vektoru  $\alpha$  a  $i$  je imaginární jednotkou.

V algoritmech je pro výpočet dílčích odhadů úhlů použita funkce čtyřkvadrantový inverzní tangens  $\text{atan2}$ , jejíž definice je k nalezení v MATLAB dokumentaci [Mat23b].

Pro použití algoritmů je třeba odladit jejich parametry  $\tau_a$ ,  $\tau_\omega$ ,  $v_{\max}$ ,  $z_{\max}$ ,  $\tau_\Delta$  a  $a_{\min}$ . Jejich funkce je po přečtení významu jednotlivých kroků algoritmů implicitně zřejmá. Nejsou zde uvedeny jejich konkrétní hodnoty, protože je třeba je odladit dle povahy vstupních dat.

## 5.1 Počáteční odhad úhlů náklonu a sklonu vychýlení IMU

Algoritmus 1 využívá skutečnosti, že měření akcelerometru, jsou z principu funkce senzoru, konstantně zatížena tíhovým zrychlením  $\mathbf{g}$  (3.11).

Za předpokladu, že vozidlo stojí ( $v_x^v = 0$ ) na rovině ( $\varphi = \theta = 0$ ), je vektor akcelerometrem měřené specifické síly  $\mathbf{f}^s$  rovnoběžný s osou  $z$  souřadnicové soustavy vozidla. Díky tomu lze rovnicemi (5.6) spočítat úhly náklonu  $\alpha$  a sklonu  $\beta$  vychýlení IMU. U větších pozemních vozidel lze očekávat nízké hodnoty náklonu  $\varphi$  a sklonu  $\theta$ . Předpoklad nulového náklonu  $\varphi$  a sklonu  $\theta$  vozidla je tedy aplikovatelný pro hrubý odhad vychýlení IMU.

V kroku 2 jsou pro dílčí výpočty odhadů úhlů vybrána pouze ta měření akcelerometru, během nichž vozidlo stojí v klidu. Podmínka indikující tyto situace  $v_{x,i_v}^v \leq v_{\max}$  je dána nerovností, aby byla vytvořena jistá hranice prostupnosti, kdyby relevantní data byla zatížena šumem v měření. Parametr  $v_{\max} \geq 0$  je číslo blízké nebo rovno nule.

V kroku 3 jsou spočteny dílčí odhady úhlů  $\alpha_i$  a  $\beta_i$ . V následujících krocích jsou odstraněny vychýlené hodnoty a spočteny průměrné (výstupní) hodnoty počátečního odhadu úhlů náklonu  $\hat{\alpha}_1$  a sklonu  $\hat{\beta}_1$  vychýlení IMU.



---

**Algoritmus 1:** Počáteční odhad náklonu a sklonu vychýlení IMU

---

**Vstup:**  $\mathbf{f}_x^s, \mathbf{f}_y^s, \mathbf{f}_z^s, v_x^v, \mathbf{t}$

**Výstup:**  $\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1$

**Parametry:**  $\tau_a, v_{\max}, z_{\max}$

**1.** Výpočet klouzavých mediánů

$$\bar{\mathbf{f}}_x^s = \text{movmedian}(\mathbf{f}_x^s, \mathbf{t}, \tau_a), \quad (5.4a)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_y^s = \text{movmedian}(\mathbf{f}_y^s, \mathbf{t}, \tau_a), \quad (5.4b)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_z^s = \text{movmedian}(\mathbf{f}_z^s, \mathbf{t}, \tau_a). \quad (5.4c)$$

**2.** Selektivní výběr  $\bar{\mathbf{f}}^s$  indexy  $i_v$ , pro které je splněno  $v_{x,i_v}^v \leq v_{\max}$ :

$$\bar{\mathbf{f}}_x^s := [\bar{\mathbf{f}}_x^s]_{i_v}, \quad (5.5a)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_y^s := [\bar{\mathbf{f}}_y^s]_{i_v}, \quad (5.5b)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_z^s := [\bar{\mathbf{f}}_z^s]_{i_v}. \quad (5.5c)$$

**3.** Výpočet vektorů úhlů  $\alpha$  a  $\beta$  s předpisem pro jednotlivé složky

$$\alpha_i = \text{atan2}(\bar{f}_{x,i}^s, \bar{f}_{z,i}^s), \quad (5.6a)$$

$$\beta_i = -\arctan\left(\frac{\bar{f}_{x,i}^s}{\sqrt{(\bar{f}_{y,i}^s)^2 + (\bar{f}_{z,i}^s)^2}}\right). \quad (5.6b)$$

**4.** Selektivní výběr  $\alpha$  a  $\beta$  indexy  $i_\alpha$  a  $i_\beta$ , pro které je splněno

$z(\alpha)_{i_\alpha} \leq z_{\max}$  a  $z(\beta)_{i_\beta} \leq z_{\max}$ , kde  $z$  je funkce standardního skóre:

$$\alpha := [\alpha]_{i_\alpha}, \quad (5.7a)$$

$$\beta := [\beta]_{i_\beta}. \quad (5.7b)$$

**5.** Výpočet průměrných úhlů

$$\hat{\alpha}_1 = \text{meanangle}(\alpha), \quad (5.8a)$$

$$\hat{\beta}_1 = \text{meanangle}(\beta). \quad (5.8b)$$


---

## 5.2 Počáteční odhad úhlu směru vychýlení IMU

Za předpokladu že vozidlo jede přímočaře ( $\omega_x^v = 0$ ) po rovině ( $\varphi = \theta = 0$ ) vpřed ( $v_x^v > 0$ ), zrychluje nebo zpomaluje ( $a_x^v \neq 0$ ) a bylo přesně provedeno dočasné zarovnání měření akcelerometru  $\mathbf{f}_x^\perp$ ,  $\mathbf{f}_y^\perp$ , pak vektor plošné specifické síly zkonstruovaný z dočasně zarovnaných složek

$$\mathbf{f}_{x,y}^\perp = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_x^\perp & \mathbf{f}_y^\perp & 0 \end{bmatrix}^\top, \quad (5.9)$$

je roven zrychlení vozidla v souřadnicové soustavě senzorů IMU ( $\mathbf{f}_{x,y}^\perp = \mathbf{a}_x^s$ ) a je rovnoběžný s osou  $x$  souřadnicové soustavy vozidla.

Za splnění těchto předpokladů, je k určení úhlu směru  $\gamma$  vychýlení IMU ještě třeba určit, zdali vozidlo právě zrychluje ( $a_x^v > 0$ ) či zpomaluje ( $a_x^v < 0$ ), jelikož z toho vyplývá informace, jestli vektor  $\mathbf{f}_{x,y}^\perp$  směřuje kladným směrem s osou  $x$ , či záporným. V případě, že vozidlo zrychluje, je úhel směru  $\gamma$  vychýlení IMU dán rovnicí (5.15), v případě že vozidlo zpomaluje, je úhel směru  $\gamma$  vychýlení IMU dán rovnicí (5.16).

V rámci algoritmu 2 jsou vybrána ta měření, během kterých jsou výše zmíněné předpoklady alespoň přibližně naplněny. Na základě vybraných měření jsou spočteny dílčí odhady úhlu směru  $\gamma_i$  vychýlení IMU. Jak již bylo dříve zmíněno, pro účel hrubého odhadu vychýlení IMU lze předpokládat nulové úhly náklonu  $\varphi$  a sklonu  $\theta$  vozidla. Dále je zaveden předpoklad, že vozidlo během své jízdy necouvá ( $v_x^v \geq 0$ ). Přinejmenším lze očekávat, že celková doba jízdy vpřed, je podstatně delší jak celková doba couvání vozidla.

V kroku 1 je použita metoda čtvrtého řádu centrálních diferencí (angl. *fourth-order central difference method*) k numerickému výpočtu zrychlení  $\mathbf{a}_{\text{gps}}$  z rychlostí  $v_x^v$  naměřených senzorem GNSS. Tato metoda numerické derivace je dána předpisem pro  $k$ -tou hodnotu

$$\begin{aligned} \text{diff}(v_x^v, \mathbf{t}, \tau_\Delta)_k = \\ \frac{-v_x^v(t_k + 2\tau_\Delta) + 8v_x^v(t_k + \tau_\Delta) - 8v_x^v(t_k - \tau_\Delta) + v_x^v(t_k - 2\tau_\Delta)}{12\tau_\Delta}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

kde  $v_x^v(t)$  je vstupní vektor určený k numerické derivaci,  $\mathbf{t}$  je časový vektor,  $\tau_\Delta \in \mathbb{R}^+$  je časový parametr numerické derivace a  $v_x^v(\mathbf{t}, t)$  je lineární interpolace hodnot vektoru  $v_x^v$  s časovým vektorem  $\mathbf{t}$  v čase  $t \in \mathbb{R}$ .

Krok 4 zajišťuje výběr vhodných dat pro výpočet dílčích odhadů úhlů směru  $\gamma_i$  vychýlení IMU. Parametr algoritmu  $\omega_{\text{max}} \geq 0$  je blízký nebo roven nule a parametr  $a_{\text{min}} > 0$  zajišťuje, že dynamika vozidla je dostatečně výrazná.

Vypočtená zrychlení  $\mathbf{a}_{\text{gps}}$  aproximují zrychlení vozidla  $\mathbf{a}_x^v$ . Zrychlení  $\mathbf{a}_{\text{gps}}$  tedy mohou být v kroku 5 použita při výpočtu dílčích odhadů úhlů  $\gamma_i$  k rozlišení, zdali vozidlo právě zrychluje, či zpomaluje.

V posledních dvou krocích jsou odstraněny vychýlené hodnoty a je spočtena průměrná (výstupní) hodnota počátečního odhadu úhlů směru  $\hat{\gamma}_1$  vychýlení IMU. V tomto algoritmu je obzvláště žádoucí odstranění vychýlených hodnot, jejichž původ lze očekávat v chybném určení, zdali vozidlo zrychluje či zpomaluje, a v nenaplnění předpokladu, že vozidlo za jízdy necouvá.

---

**Algoritmus 2:** Počáteční odhad směru vychýlení IMU

---

**Vstup:**  $\mathbf{f}_x^\perp, \mathbf{f}_y^\perp, v_x^v, \boldsymbol{\omega}_z^\perp, \mathbf{t}$

**Výstup:**  $\hat{\gamma}_1$

**Parametry:**  $\tau_a, \tau_\omega, \tau_\Delta, a_{\min}, z_{\max}$

1. Výpočet zrychlení z rychlostí naměřených senzorem GNSS

$$\mathbf{f}_{\text{gps}} = \text{diff}(v_x^v, \mathbf{t}, \tau_\Delta) . \quad (5.11)$$

2. Výpočet normy plošné specifické síly

$$\|\mathbf{f}_{x,y}^\perp\| = \sqrt{(\mathbf{f}_x^\perp)^2 + (\mathbf{f}_y^\perp)^2} . \quad (5.12)$$

3. Výpočet klouzavých mediánů

$$\mathbf{f}_{\text{gps}} = \text{movmedian}(\mathbf{f}_{\text{gps}}^\perp, \mathbf{t}, \tau_a) , \quad (5.13a)$$

$$\|\bar{\mathbf{f}}_{x,y}^\perp\| = \text{movmedian}(\|\mathbf{f}_{x,y}^\perp\|, \mathbf{t}, \tau_a) , \quad (5.13b)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_x^\perp = \text{movmedian}(\mathbf{f}_x^\perp, \mathbf{t}, \tau_a) , \quad (5.13c)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_y^\perp = \text{movmedian}(\mathbf{f}_y^\perp, \mathbf{t}, \tau_a) , \quad (5.13d)$$

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}_z^\perp = \text{movmedian}(\boldsymbol{\omega}_z^\perp, \mathbf{t}, \tau_\omega) . \quad (5.13e)$$

4. Selektivní výběr  $\mathbf{f}_{\text{gps}}, \bar{\mathbf{f}}_x^\perp$  a  $\bar{\mathbf{f}}_y^\perp$  indexy  $i_a$  pro které je splněno

$$\|\bar{\mathbf{f}}_{x,y}^\perp\|_{i_a} \geq a_{\min} \wedge \mathbf{f}_{\text{gps},i_a} \neq 0 \wedge |\bar{\boldsymbol{\omega}}_{z,i_a}^\perp| \leq \omega_{\max} :$$

$$\mathbf{f}_{\text{gps}} := [\mathbf{f}_{\text{gps}}]_{i_a} \quad (5.14a)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_x^\perp := [\bar{\mathbf{f}}_x^\perp]_{i_a} \quad (5.14b)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_y^\perp := [\bar{\mathbf{f}}_y^\perp]_{i_a} \quad (5.14c)$$

5. Výpočet vektoru úhlů  $\boldsymbol{\gamma}$  s předpisem pro jednotlivé složky:

Pokud  $\mathbf{f}_{\text{gps},i} \geq 0$ :

$$\gamma_i = -\text{atan2}(\bar{\mathbf{f}}_{y,i}^\perp, \bar{\mathbf{f}}_{x,i}^\perp) , \quad (5.15)$$

jinak:

$$\gamma_i = \pi - \text{atan2}(\bar{\mathbf{f}}_{y,i}^\perp, \bar{\mathbf{f}}_{x,i}^\perp) . \quad (5.16)$$

6. Selektivní výběr  $\boldsymbol{\gamma}$  indexy  $i_\gamma$ , pro které je splněno  $z(\boldsymbol{\gamma})_{i_\gamma} \leq z_{\max}$ , kde  $z$  je funkce standardního skóre:

$$\boldsymbol{\gamma} := [\boldsymbol{\gamma}]_{i_\gamma} . \quad (5.17)$$

7. Výpočet průměrného úhlu

$$\hat{\gamma}_1 = \text{meanangle}(\boldsymbol{\gamma}) . \quad (5.18)$$

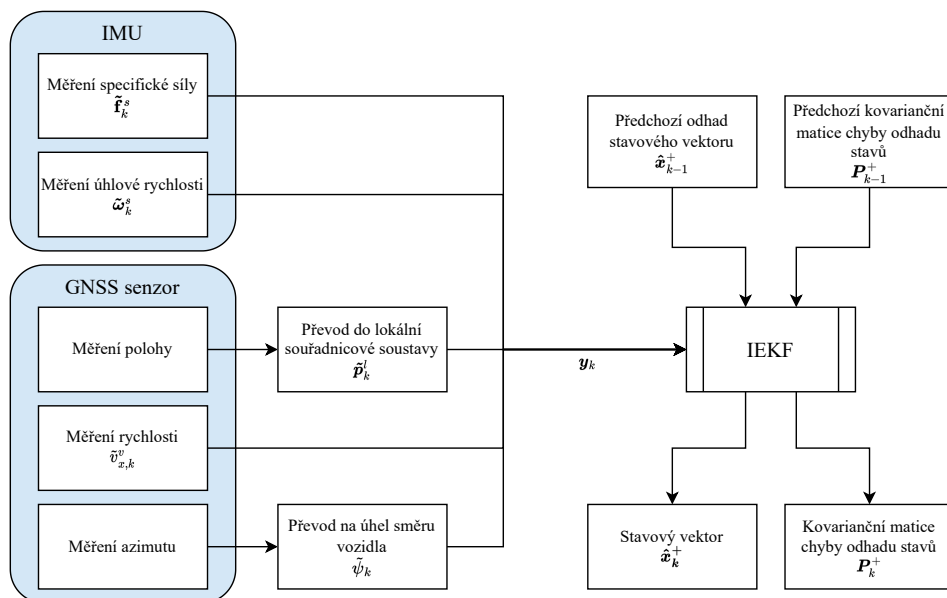

---



## Kapitola 6

### Iterativní rozšířený Kalmanův filtr (IEKF)

Iterativní rozšířený Kalmanův filtr (angl. *Iterative extended Kalman filter*, IEKF) [Sim06] je variací rozšířeného Kalmanova filtru. Časový krok implementovaného IEKF je popsán v algoritmu 3.



Obrázek 6.1: Blokový diagram znázorňující časový krok IEKF v čase  $k$ .

Oproti rozšířenému Kalmanovu filtru se IEKF liší v tom, že provádí iterativní výpočet aktualizace měření, popsán v krocích 2-4 algoritmu 3.

V rámci IEKF se pracuje s odhadem stavového vektoru  $\hat{\mathbf{x}}$ , funkcí přechodu stavů  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ , kovarianční maticí chyby odhadů stavů  $\mathbf{P}$ , vektorem měření  $\mathbf{y}$ , funkcí predikce měření  $\mathbf{h}$ , maticí šumu měření  $\mathbf{R}$  a maticí procesního šumu  $\mathbf{Q}$ . Definice těchto veličin, které zasazují IEKF do kontextu cíle práce, budou uvedené až v sekcích následujících po stručném popisu algoritmu IEKF.

IEKF využívá časově-diskrétního rozšířeného stavového modelu systému, jehož popis struktury a veličin je k nalezení v kapitole 4.

Pro veličiny v kontextu Kalmanova filtru je zavedena následující notace:

- Vlnovka nad veličinou „ $\tilde{x}$ “ značí její naměřenou hodnotu.
- Stříška nad veličinou „ $\hat{x}$ “ značí její odhadovanou hodnotu.
- První dolní index veličiny „ $x_k$ “ značí její hodnotu v časovém kroku  $k$ .
- Druhý dolní index odhadované veličiny „ $\hat{x}_{k,i}$ “ značí její odhad v  $i$ -té iteraci v časovém kroku  $k$ .
- Znaménko minus v horním indexu odhadované veličiny „ $\hat{x}_k^-$ “ značí její *a priori* odhad, tj. odhad neuvažující měření v čase  $k$ .
- Znaménko plus v horním indexu odhadované veličiny „ $\hat{x}_k^+$ “ značí její *a posteriori* odhad, tj. odhad uvažující měření v čase  $k$ .
- Absence stříšky a vlnovky nad veličinou „ $x$ “ značí skutečnou hodnotu této veličiny.

---

**Algoritmus 3:** Časový krok IEKF v čase  $k$

---

**Vstup:**  $x_{k-1}^+$ ,  $P_{k-1}^+$ ,  $y_k$ ,  $R_k$

**Výstup:**  $x_k^+$ ,  $P_k^+$

1. *A priori* odhad stavu a kovarianční matice chyby odhadu stavu

$$F_{k-1} = \left. \frac{\partial f(s)}{\partial x} \right|_{s=\hat{x}_{k-1}^+}, \quad (6.1a)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^\top + Q, \quad (6.1b)$$

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}^+). \quad (6.1c)$$

2. Inicializace  $i = 0$  iterace aktualizace měření

$$\hat{x}_{k,1}^+ = \hat{x}_k^-. \quad (6.2)$$

3. Iterace  $i := i + 1$  aktualizace měření

$$H_{k,i} = \left. \frac{\partial h(s)_k}{\partial x} \right|_{s=\hat{x}_{k,i}^+}, \quad (6.3a)$$

$$K_{k,i} = P_k^- H_{k,i}^\top \left( H_{k,i} P_k^- H_{k,i}^\top + R_k \right)^{-1}, \quad (6.3b)$$

$$\hat{x}_{k,i+1}^+ = \hat{x}_k^- + K_{k,i} \left( y_k - h_k(\hat{x}_{k,i}^+) - H_{k,i} \left( \hat{x}_k^- - \hat{x}_{k,i}^+ \right) \right). \quad (6.3c)$$

4. Opakování kroku 3, dokud  $\hat{x}_{k,i+1}^+ \approx \hat{x}_{k,i}^+$ .

5. *A posteriori* odhad stavu a kovarianční matice chyby odhadu stavu

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_{k,i+1}^+ \quad (6.4a)$$

$$P_k^+ = (I - K_{k,i} H_{k,i}) P_k^- \quad (6.4b)$$


---

Rovnici (6.3c) v kroku 3 lze upravit do tvaru

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k,i+1}^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_{k,i} \left( \mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) - \mathbf{H}_{k,i} (\hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) \right) \\ &= \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+ + \left( \hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+ + \mathbf{K}_{k,i} \left( \mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) - \mathbf{H}_{k,i} (\hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) \right) \right).\end{aligned}\quad (6.5)$$

Díky těmto úpravám lze zavést koeficient délky iteračního kroku  $\alpha_i$  [SHA15]:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,i+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+ + \alpha_i \left( \hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+ + \mathbf{K}_{k,i} \left( \mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) - \mathbf{H}_{k,i} (\hat{\mathbf{x}}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+) \right) \right).\quad (6.6)$$

Předpis pro délku iteračního kroku v  $i$ -té iteraci byl heuristicky zvolen jako

$$\alpha_i = \frac{100}{i + 99}.\quad (6.7)$$

S tímto předpisem jsou iterační kroky zprvu delší, čímž se urychlí přiblížení k bodu konvergence, a postupně se zkracují, aby se zabránilo oscilacím okolo bodu konvergence.

Zastavovací podmínkou v kroku 4 je splnění nerovnosti

$$\frac{\|\hat{\mathbf{x}}_{k,i+1}^+ - \hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+\|}{\|\hat{\mathbf{x}}_{k,i}^+\|} \leq \epsilon,\quad (6.8)$$

kde  $\epsilon$  je malé číslo, například  $\epsilon = 10^{-6}$ .

## 6.1 Vektor měření, funkce predikce měření a matice šumu měření

Do vektoru měření jsou uskupeny výstupy skutečných senzorů

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}^l \\ \tilde{v}_x^v \\ \tilde{\mathbf{f}}^s \\ \tilde{\psi} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}^s \end{bmatrix},\quad (6.9)$$

kde  $\tilde{\mathbf{p}}^l$  je poloha,  $\tilde{v}_x^v$  rychlost a  $\tilde{\psi}$  úhel směru (angl. *yaw*) měřené GNSS senzorem,  $\tilde{\mathbf{f}}^s$  je specifická síla měřená akcelerometrem a  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^s$  je úhlová rychlost měřená gyroskopem.

Výstupy senzoru GNSS jsou předzpracované převodem do souřadnicových soustav odpovídajících modelovaných stavových veličin. Měření azimutu senzorem GNSS je bráno jako měření úhlu směru vozidla  $\tilde{\psi}$  a měření rychlosti senzorem GNSS je bráno jako měření dopředné rychlosti vozidla  $\tilde{v}_x^v$ .

Takto definované měření rychlosti vozidla  $\tilde{v}_x^v$  je platné pouze za předpokladu, že vozidlo během své jízdy nikdy necouvá, jelikož GNSS senzor není schopen rozlišit směr jízdy. U vozidel, na které je tato práce zaměřena, je tento předpoklad po většinu doby jízdy platný.

Funkce predikce měření  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  odhaduje na základě stavového vektoru  $\mathbf{x}$  hodnoty vektoru měření  $\mathbf{y}$  a je definována

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}}^l \\ \hat{v}_x^v \\ \hat{\psi} \\ \mathbf{R}(\hat{\Psi})_v^s \hat{\omega}^v + \hat{\mathbf{z}}_{\omega,k}^s \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

Matice šumu měření je definována

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left( \begin{bmatrix} \left[ \begin{array}{c} \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_{x,y}^l) \\ \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_{x,y}^l) \\ \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_z^l) \end{array} \right]^\top \\ \tilde{\sigma}^2(v_x^v) \\ \tilde{\sigma}^2(\tilde{\psi}) \end{bmatrix}^\top, \begin{bmatrix} \frac{N_f^2}{T_p} \\ \frac{N_f^2}{T_p} \\ \frac{N_f^2}{T_p} \end{bmatrix}^\top, \begin{bmatrix} \frac{N_\omega^2}{T_p} \\ \frac{N_\omega^2}{T_p} \\ \frac{N_\omega^2}{T_p} \end{bmatrix}^\top \right), \quad (6.11)$$

přičemž  $N_f^2$  a  $N_\omega^2$  jsou konstantní rozptyly měření sensorů IMU popsané v sekci 3.1 a z GNSS senzoru pochází aktuální informace o horizontální směrodatné odchylce měření polohy  $\tilde{\sigma}(p_{x,y}^l)$ , vertikální směrodatné odchylce měření polohy  $\tilde{\sigma}(p_z^l)$ , směrodatné odchylce měření rychlosti  $\tilde{\sigma}(v_x^v)$  a směrodatné odchylce měření úhlu směru  $\tilde{\sigma}(\psi)$ . Matice šumů měření je diagonální, jelikož jednotlivá měření jsou považována za nezávislé náhodné veličiny.

## 6.2 Matice procesního šumu

Odhad složek matice procesního šumu spojených s kinematikou vozidla vychází z Diskrétního pohybového modelu s po částech konstantním Wienerovým zrychlením, v angličtině známého jako *Discrete Wiener process noise acceleration model* (DWPA). DWPA a později popsaný DWNA modely byly převzaty z 6. kapitoly knihy [BLK02]. V následující sekci 6.2.1 bude DWPA model demonstrativně odvozen a to za účelem snazšího pochopení z něj vyplývajících členů matice procesního šumu.

### 6.2.1 Diskrétní pohybový model s po částech konstantním Wienerovým zrychlením (DWPA)

Pro popis DWPA modelu je uvažován nejprve jedno-dimenzionální kinematický systém třetího řádu se spojitým časem  $t$ , polohou  $x$ , rychlostí  $v$ , zrychlením  $a$  a ryvem  $j$  (angl. *jerk*, ryv je derivací zrychlení,  $j = \dot{a}$ ). Ryv  $j$  zde vystupuje ve formě procesního šumu.

Časově spojitý systém je dán stavovým popisem

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{a} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x \\ v \\ a \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B j, \quad (6.12)$$



kde  $\mathbf{A}$  je maticí systému a  $\mathbf{B}$  je vstupní maticí.

Diskretizace tohoto systému s časovým krokem délky  $T_p$  je provedena následovně

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{bmatrix} &= e^{\mathbf{A}T_p} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ a_k \end{bmatrix} + \int_0^{T_p} e^{\mathbf{A}(T_p-\tau)} \mathbf{B} d\tau \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & T_p & \frac{1}{2}T_p^2 \\ 0 & 1 & T_p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ a_k \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2}T_p^2 \\ T_p \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} j_k, \end{aligned} \quad (6.13)$$

kde  $\mathbf{F}$  je maticí systému a  $\mathbf{G}$  je vstupní maticí.

V takovém případě, kdy je časově diskrétní ryv  $j_k$ , zastávající roli procesního šumu systému vstupujícího do systému, po částech konstantní náhodnou veličinou z normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem, se hovoří se o tzv. po částech konstantním Wienerově zrychlení s intenzitou

$$\sigma_j^2 = \mathbb{E}\{j_k^2\}. \quad (6.14)$$

Vektor procesního šumu je zaveden lineární transformací původního procesního šumu  $j_k$  podle

$$\boldsymbol{\omega}_k = \mathbf{G}j_k. \quad (6.15)$$

Stavovou rovnici časově diskrétního systému tedy lze psát

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \\ a_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_p & \frac{1}{2}T_p^2 \\ 0 & 1 & T_p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ a_k \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}_k. \quad (6.16)$$

Kovariance vektoru procesního šumu  $\boldsymbol{\omega}_k$  je dána pravidlem pro kovarianci lineárně transformované náhodné veličiny

$$\mathbf{Q} = \mathbb{E}\{\mathbf{G}_k \sigma_j^2 \mathbf{G}_k^\top\} = \sigma_j^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T_p^4 & \frac{1}{2}T_p^3 & \frac{1}{2}T_p^2 \\ \frac{1}{2}T_p^3 & T_p^2 & T_p \\ \frac{1}{2}T_p^2 & T_p & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

Kovariance vektoru procesního šumu  $\boldsymbol{\omega}_k$  je maticí procesního šumu  $\mathbf{Q}$  jedno-dimenzionálního DWPA pohybového modelu.

## 6.2.2 Odhad matice procesního šumu

Za předpokladu oddělení provázanosti (angl. *decoupling*) jednotlivých os pohybu, lze zobecnit jedno-dimenzionální pohybový model do třech dimenzí.

U pohybového modelu vozidla definovaného v sekci 3.4 nelze většiny veličin předpokládat oddělení provázanosti os pohybu, jelikož poloha vozidla  $\mathbf{p}^l$  je v navrženém modelu 4 uvedena v lokální souřadnicové soustavě, avšak rychlost  $v_x^v$  a zrychlení  $\mathbf{a}^v$  v soustavě vozidla.

Při stanovení odhadu složek matice procesního šumu spojených s kinematikou vozidla na základě DWPA modelu jsou využity tedy pouze rozptyly procesního šumu jednotlivých stavů a kovariance rychlosti  $v_x^v$  a zrychlení  $a^v$ .

Postup při odhadu složek matice procesního šumu spjatých s orientací vozidla vůči lokální souřadnicové soustavě  $\Theta$  a jeho úhlové rychlosti  $\omega^v$  je analogický k výše uvedenému postupu. Liší se v tom, že pracuje s kinematickým systémem pouze druhého řádu, angl. tzv. *Discrete white noise acceleration model* (DWNA), a namísto polohy  $x$  (resp. rychlosti  $v$ , zrychlení  $a$ ) uvažuje úhel  $\varphi$  (resp. úhlovou rychlost  $\omega$ , úhlové zrychlení  $\varepsilon$ ). Kvůli odlišné souřadnicové soustavě orientace  $\Theta$  a úhlové rychlosti  $\omega^v$  vozidla, nelze opět snadno vyvodit jejich kovariance, ale pouze jejich rozptyly.

Rozptyl  $\sigma_j^2$  z DWPA pohybového modelu je odhadován jako

$$\sigma_j^2 = \alpha_j a_{\max}^v T_p, \quad (6.18)$$

kde  $a_{\max}^v$  je maximální očekávané zrychlení vozidla a  $\alpha_j$  je experimentálně určený bezrozměrný koeficient, typicky  $\alpha_j \in \langle 0.5, 1 \rangle$ .

A dílčí matice procesního šumu je odhadována jako

$$\mathbf{Q}_j = \sigma_j^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T_p^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}T_p^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}T_p^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_p^2 & T_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_p & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.19)$$

Rozptyl  $\sigma_\varepsilon^2$  z DWNA pohybového modelu je odhadován jako

$$\sigma_\varepsilon^2 = \alpha_\varepsilon \frac{v_{\max}^v}{r_{\min}} \frac{1}{T_p}, \quad (6.20)$$

kde  $v_{\max}^v$  je maximální očekávaná rychlost vozidla,  $r_{\min}$  je minimální očekávaný poloměr zatáčky vozidla a  $\alpha_\varepsilon$  je experimentálně určený bezrozměrný koeficient, typicky  $\alpha_\varepsilon \in \langle 0.5, 1 \rangle$ .

Dílčí matice procesního šumu je odhadována jako

$$\mathbf{Q}_\varepsilon = \sigma_\varepsilon^2 \text{diag} \left( \left[ \frac{1}{4}T_p^4 \quad \frac{1}{4}T_p^4 \quad \frac{1}{4}T_p^4 \quad T_p^2 \quad T_p^2 \quad T_p^2 \right] \right). \quad (6.21)$$

Úhly vychýlení orientace soustavy senzorů vůči soustavě vozidla  $\Psi$  jsou považovány za konstantní, tedy jejich procesní šum bude nulový.

Rozptyly procesního šumu příspěvků náhodné procházky senzorů IMU  $z_{f,k}^s$  a  $z_{a,\omega}^s$  jsou určeny směrodatnými odchylkami  $K_f$  a  $K_\omega$ . Náhodné procházky jsou nezávislým náhodným dějem, tedy jejich kovariance procesního šumu budou nulové.

Dílčí matice procesního šumu

$$\mathbf{Q}_z = \text{diag} \left( \left[ K_f^2 T_p \quad K_f^2 T_p \quad K_f^2 T_p \quad K_\omega^2 T_p \quad K_\omega^2 T_p \quad K_\omega^2 T_p \right] \right). \quad (6.22)$$

Z dílčích matic je nakonec sestavena blokově diagonální matice procesního šumu ve tvaru

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_j & & & \\ & \mathbf{Q}_\varepsilon & & \\ & & \mathbf{0}^{(3,3)} & \\ & & & \mathbf{Q}_z \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

## 6.3 Inicializace IEKF

Pro inicializaci IEKF je nutné dodat kvalifikovaný počáteční odhad stavového vektoru  $\hat{\mathbf{x}}_1$  a kovarianční matice chyby odhadu stavů  $\mathbf{P}_1^+$ .

Přesnost odhadu těchto veličin ovlivňuje následnou možnost správné konvergence a rychlost konvergence filtru, proto je žádoucí provést inicializaci filtru co nejpřesněji. Inicializace je provedena v situaci, kdy toho lze o stavu systému s jistotou co nejvíce vyvodit.

Za vhodné jsou k tomuto účelu zde považovány situace kdy vozidlo setrvává v klidu. V ten moment lze s jistotou (tedy se směrodatnou odchylkou  $\sigma = 0$ ) určit, že dopředná rychlost vozidla  $\hat{v}_{x,1}^v = 0$ , zrychlení vozidla  $\hat{\mathbf{a}}_1^v = \mathbf{0}^{(3,1)}$  a úhlová rychlost vozidla  $\hat{\boldsymbol{\omega}}_1^v = \mathbf{0}^{(3,1)}$ .

Dále lze využít aktuálního měření GNSS senzoru k určení polohy vozidla  $\tilde{\mathbf{p}}_1^l$ , směru vozidla  $\tilde{\psi}_1$  a ze senzoru pocházející informace o aktuálních směrodatných odchylkách měření  $\tilde{\sigma}(\tilde{p}_{x,y}^l)$ ,  $\tilde{\sigma}(\tilde{p}_z^l)$ ,  $\tilde{\sigma}(\tilde{\psi})$ .

Úhly náklonu  $\varphi$  (angl. *roll*) a sklonu  $\theta$  (angl. *yaw*) vozidla jsou odhadovány jako nulové. Počáteční odhad vychýlení IMU  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_1$  je popsán v kapitole 5.

Nejistota v odhadech úhlů náklonu  $\hat{\varphi}_1$ , sklonu  $\hat{\theta}_1$  a vychýlení IMU  $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_1$ , tkví zejména v tom, že v rámci této implementace nelze s jistotou předpokládat, že se vozidlo v moment inicializace nachází na vodorovném povrchu.

Na základě výše uvedených poznatků a experimentálního ladění je počáteční odhad stavového vektoru

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \left[ \tilde{\mathbf{p}}_1^l{}^\top \quad \mathbf{0}^{(1,6)} \quad \tilde{\psi}_1 \quad \mathbf{0}^{(1,3)} \quad \hat{\boldsymbol{\Psi}}_1{}^\top \quad \mathbf{0}^{(1,6)} \right]^\top \quad (6.24)$$

a kovarianční matice chyby odhadu stavů

$$\mathbf{P}_1^+ = \text{diag} \left( \left[ \begin{array}{c} \left[ \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_{x,y}^l) \right]^\top \\ \left[ \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_{x,y}^l) \right] \\ \left[ \tilde{\sigma}^2(\tilde{p}_z^l) \right] \end{array} \right]^\top \quad \mathbf{0}^{(1,4)} \quad \left[ \begin{array}{c} (5^\circ)^2 \\ (5^\circ)^2 \end{array} \right]^\top \quad \tilde{\sigma}^2(\tilde{\psi}) \quad \mathbf{0}^{(1,3)} \quad \left[ \begin{array}{c} (5^\circ)^2 \\ (5^\circ)^2 \\ (5^\circ)^2 \end{array} \right]^\top \quad \left[ \begin{array}{c} [0.1^2] \\ [0.1^2] \\ [0.1^2] \end{array} \right]^\top \quad \left[ \begin{array}{c} [0.1^2] \\ [0.1^2] \\ [0.1^2] \end{array} \right]^\top \right) . \quad (6.25)$$



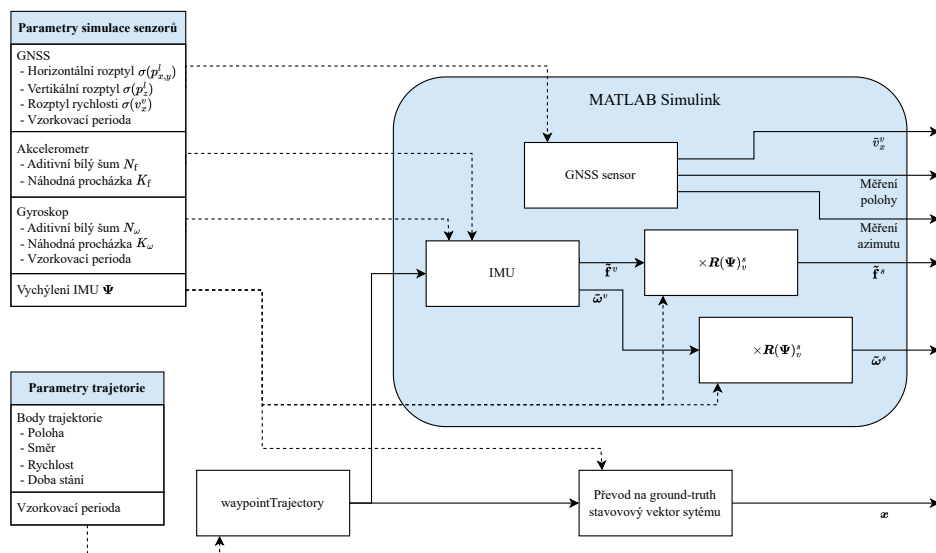
# Kapitola 7

## Ověření funkčnosti

### 7.1 Ověření funkčnosti na syntetických datech

Generování syntetických dat je realizováno následujícími kroky:

1. Vytvoření trajektorie vozidla popsané jeho polohou, orientací, rychlostí a úhlovou rychlostí v čase v lokální souřadnicové soustavě.
2. Simulace ideálního a realistického výstupu GNSS a IMU senzorů při pohybu vozidla po dané trajektorii a za daného vychýlení IMU.
3. Zpracování výstupu simulovaných senzorů pro implementaci počátečního odhadu vychýlení IMU 5 a iterativního rozšířeného Kalmanova filtru 6.
4. Vytvoření ideálních dat na základě trajektorie vozidla (dále nazývány angl. „ground-truth“).



Obrázek 7.1: Blokový diagram znázorňující proces generování syntetických dat

Parametry definující trajektorii jsou maximální ryv (angl. *jerk*) vozidla a posloupnost bodů, jimiž má vozidlo projet za dané rychlosti a orientace. K vytvoření dat odpovídající trajektorie je použit MATLAB objekt `waypointTrajectory` obsažen v *Navigation Toolbox* [Mat23d].

Simulace senzorů probíhá v prostředí MATLAB Simulink za pomoci bloků `GNSS Sensor` a `IMU` obsažených také v *Navigation Toolbox*. V příloze A se nachází tabulky parametrů Simulink bloků simulace senzorů zvolené pro generaci demonstrativních dat.

Simulované vozidlo na trajektorii se orientuje souběžně se směrem pohybu. Větší pozemní vozidla (např. autobusy, tramvaje, vlaky) mají v zatáčkách nízký úhel náklonu  $\phi$  (angl. *roll*), simulované vozidlo se tedy v zatáčkách nenaklání.

Simulované senzory jsou vzorkovány o frekvenci  $f_s = 10$  Hz, která zhruba odpovídá vzorkovací frekvenci skutečných senzorů, pro které je systém navrhován. Simulované jsou pouze ty parametry senzorů, které jsou zahrnuté v Iterativním rozšířeném Kalmanově filtru 6. Jejich hodnota je pouze hrubým odhadem parametrů senzorů, pro které je systém navrhován. Hodnoty byly částečně převzaty z článku zabývajícího se Modelováním IMU senzorů nižší třídy za použití Allanovy Variance [HJ15].

Demonstrativní syntetická data byla vygenerována s přesně daným vychýlením senzorů IMU

$$\Psi = [30^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ]^\top. \quad (7.1)$$

Simulovaná měření senzorů jsou vyobrazená v příloze B. Lze je porovnat s reálnými demonstrativními měřeními senzorů v vyobrazených v příloze C. Výhodou syntetických dat je, že jejich součástí jsou ground-truth data, obsahující skutečné hodnoty veličin (zejména vychýlení IMU  $\Psi$ ), které poslouží k vyhodnocení funkčnosti implementovaných metod.

### 7.1.1 Počáteční odhad vychýlení IMU vůči vozidlu

Na demonstrativních simulovaných výstupech senzorů byl proveden počáteční odhad vychýlení IMU popsán v kapitole 5.

Obrázek 7.2 je grafickým výstupem algoritmu 1. Obrázek 7.3 je grafickým výstupem algoritmu 2. Z obou obrázků je zřejmé, že dílčí odhady úhlů jsou konzistentní a nevyskytly se žádné zásadně vychýlené hodnoty (angl. *outliers*).

Počátečním odhadem vychýlení IMU je

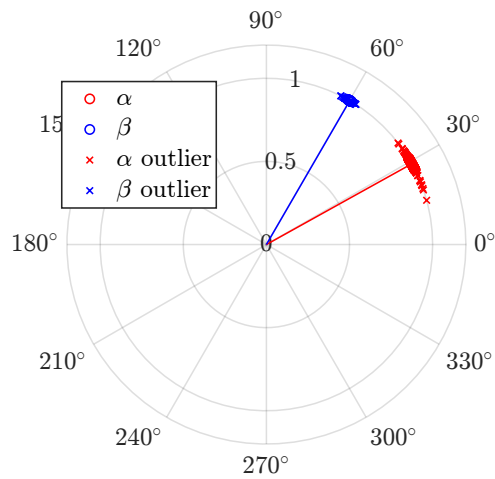
$$\hat{\Psi}_1 \doteq [29.03^\circ \quad 59.90^\circ \quad 91.40^\circ]^\top. \quad (7.2)$$

Absolutní chyba počátečního odhadu vychýlení IMU je v jednotlivých Eulerových úhlech

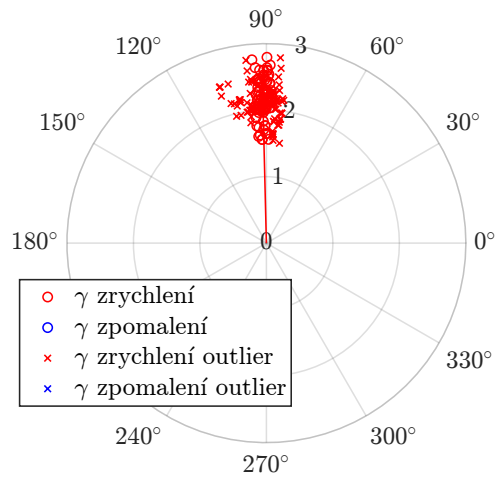
$$\Delta \hat{\Psi}_1 \doteq [58' \quad 6' \quad 84']^\top. \quad (7.3)$$

Úhlová vzdálenost počátečního odhadu vychýlení IMU od skutečné hodnoty činí

$$\|\Delta \hat{\Psi}_1\| \doteq 138'. \quad (7.4)$$



**Obrázek 7.2:** Dílčí odhady úhlů  $\alpha$  a  $\beta$  vychýlení IMU na simulovaných měření. Čarou jsou vyznačeny finální odhady  $\hat{\alpha}_1$  a  $\hat{\beta}_1$ .



**Obrázek 7.3:** Dílčí odhady úhlu  $\gamma$  vychýlení IMU na simulovaných měření. Čarou je vyznačen finální odhad  $\hat{\gamma}_1$ .

Úhlová vzdálenost je obdržena převedením eulerových úhlů na kvaterniony a výpočtem popsaným v MATLAB dokumentaci [Mat23a].

## 7.2 Odhad IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem vychýlení IMU

Tento test demonstruje schopnost IEKF odhadovat bez jakékoliv výchozí informace o vychýlení IMU. Arbitrárně tedy byl zvolen počáteční odhad

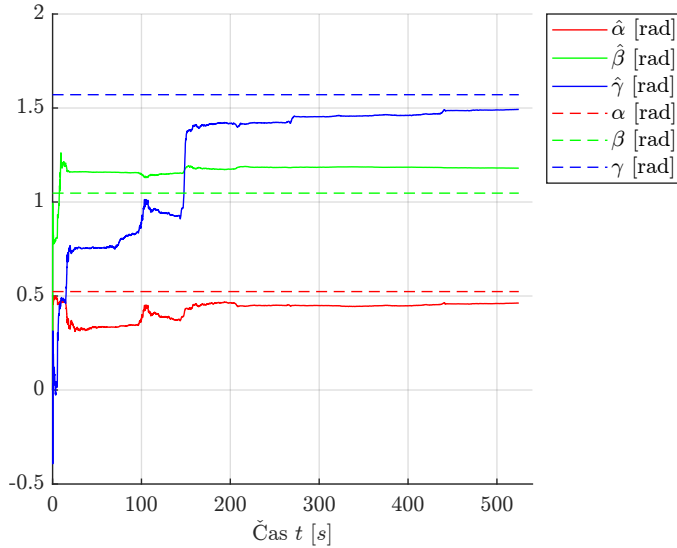
$$\hat{\Psi}_1 = \begin{bmatrix} 0^\circ & 0^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}^\top, \quad (7.5)$$

a s ním spjaté počáteční kovariance chyby odhadu stavů

$$\sigma^2(\hat{\Psi}_1) = \begin{bmatrix} (180^\circ)^2 & & \\ & (180^\circ)^2 & \\ & & (180^\circ)^2 \end{bmatrix}^\top. \quad (7.6)$$

Na obrázku 7.4 je vidět, že IEKF je schopný už v prvních chvílích vytvořit hrubý odhad vychýlení IMU v úhlech náklonu  $\hat{\alpha}$  (angl. *roll*) a sklonu  $\hat{\beta}$  (angl. *pitch*). To je dáno nejspíše vlivem tíhového zrychlení  $\mathbf{g}$ , které se projevuje na všech měření akcelerometru a je silným vodítkem při odhadu těchto úhlů. Odhad úhlu směru  $\hat{\gamma}$  (angl. *yaw*) se začne ustalovat až cca. v čase  $t = 150$  s, kdy se v zatáčce projeví více dynamika vozidla. Simulovanou trajektorii lze sledovat v příloze na obrázku B.1.

Odhad vychýlení IMU v úhlech náklonu  $\hat{\alpha}$  a sklonu  $\hat{\beta}$  se ustaluje okolo času  $t = 150$  s na nedostatečně přesných hodnotách. Z obrázku 7.5 lze vyčíst, že to je zapříčiněno chybným odhadem náhodné procházky, který kompenzuje chybu způsobenou chybným odhadem úhlů vychýlení IMU. Jedná se o již v sekci 3.1 zmíněný problém rozlišitelnosti původu chyby.

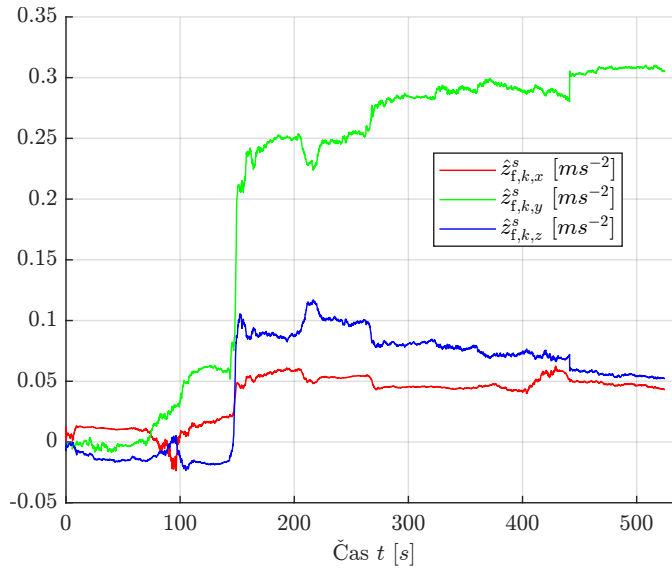


**Obrázek 7.4:** Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$  IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem  $\hat{\Psi}$  na simulovaných měření s vyznačenými ground-truth hodnotami vychýlení IMU  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Finálním odhadem vychýlení IMU je

$$\hat{\Psi} \doteq \begin{bmatrix} 26.52^\circ & 67.61^\circ & 85.52^\circ \end{bmatrix}^\top. \quad (7.7)$$





**Obrázek 7.5:** Časový průběh odhadu náhodné procházky IEKF při inicializaci neurčitým počátečním odhadem  $\hat{\Psi}$  na simulovaných měření akcelerometru  $z_{f,k}^s$ .

Absolutní chyba finálního odhadu vychýlení IMU je v jednotlivých Eulerových úhlech

$$\Delta \hat{\Psi} \doteq [4^\circ \quad 8^\circ \quad 5^\circ]^\top . \quad (7.8)$$

Úhlová vzdálenost finálního odhadu vychýlení IMU od skutečné hodnoty činí

$$\|\Delta \hat{\Psi}\| \doteq 8^\circ . \quad (7.9)$$

### 7.3 IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem vychýlení IMU

Tento test demonstruje schopnost IEKF odhadovat při inicializaci počátečním odhadem vychýlení IMU (7.2). K němu spjaté počáteční kovariance chyb odhadu stavů byly zvoleny

$$\sigma^2(\hat{\Psi}_1) = [(1^\circ)^2 \quad (1^\circ)^2 \quad (1^\circ)^2]^\top . \quad (7.10)$$

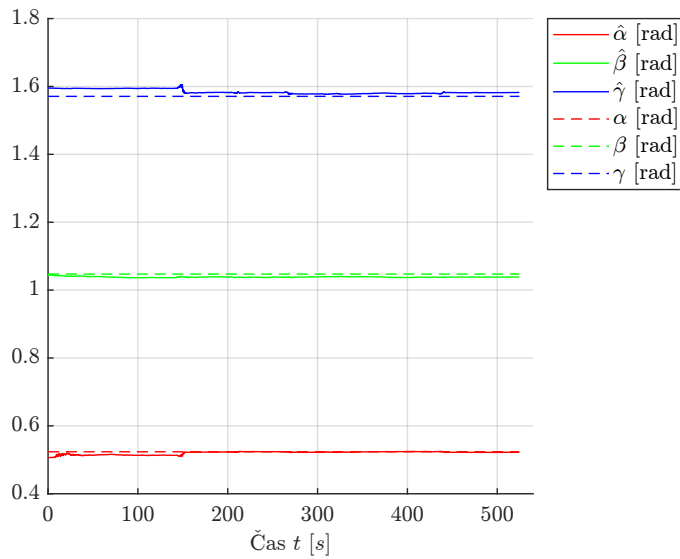
Na obrázku 7.6 časového průběhu odhadu vychýlení IMU je opět viditelný skok v čase cca.  $t = 150$  s, kdy simulované vozidlo vstupuje do první zatáčky a projeví se více dynamika vozidla (simulovanou trajektorii lze sledovat na obrázku B.1 v příloze).

Díky přesnější inicializaci úhlů vychýlení IMU  $\hat{\Psi}_1$  a vyšší důvěře v něj ovšem nedojde k nežádoucí kompenzaci chyby ve vychýlení IMU skrze odhad náhodné procházky akcelerometru  $\hat{z}_{f,k}^s$ , jak tomu bylo v předchozí případě v sekci 7.2. Na obrázku 7.7 lze pozorovat, že složky odhadu náhodné procházky

$\hat{z}_{i,k}^s$  jsou ve srovnání s předchozím testem 7.5 řádově nižší a drží si povahu náhodné procházky.

V příloze D jsou vyobrazena data pro srovnání odhadu stavů IEKF s ground-truth hodnotami. Na obrázku D.4 lze pozorovat občasné výrazné nepřesnosti v odhadu úhlu náklonu vozidla  $\hat{\varphi}$  (angl. *roll*). Nejspíše jsou podníceny náročnou pozorovatelností způsobenou mnohdy slabě se projevujícím vlivem úhlu náklonu  $\hat{\varphi}$  na dynamiku modelovaného vozidla.

Chyby v odhadech úhlu náklonu  $\hat{\varphi}$  jsou viditelně spjaté s chybami v odhadech zrychlení vozidla  $\hat{\mathbf{a}}^v$ , jak je zřejmé z porovnání obrázků D.4 a D.5. Zmíněné chyby v odhadu stavů se zjevně v tomto případě neprojeví výrazně negativně v kýženém odhadu vychýlení IMU  $\hat{\Psi}$ , ovšem nelze předpokládat, že tomu tak bude vždy.



**Obrázek 7.6:** Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$  IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem  $\hat{\Psi}$  na simulovaných měření s vyznačenými ground-truth hodnotami vychýlení IMU  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Finálním odhadem vychýlení IMU je

$$\hat{\Psi} \doteq [29.92^\circ \quad 59.49^\circ \quad 90.66^\circ]^\top. \quad (7.11)$$

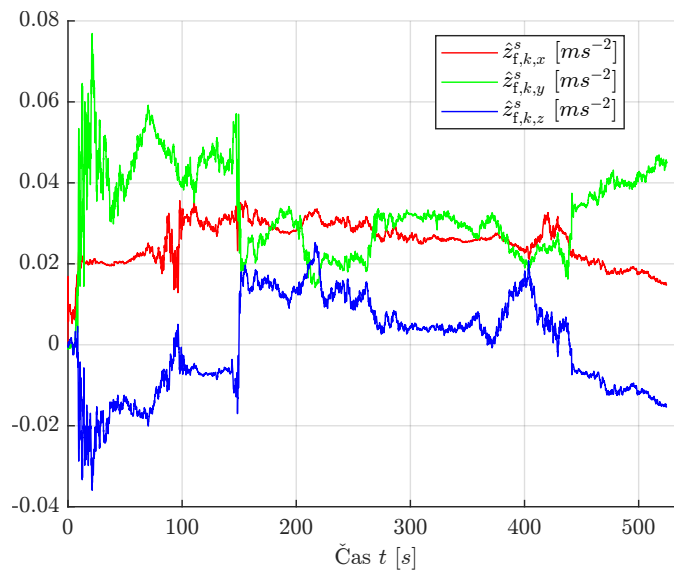
Absolutní chyba finálního odhadu vychýlení IMU je v jednotlivých Eulerových úhlech

$$\Delta \hat{\Psi} \doteq [5' \quad 30' \quad 40']^\top. \quad (7.12)$$

Úhlová vzdálenost finálního odhadu vychýlení IMU od skutečné hodnoty činí

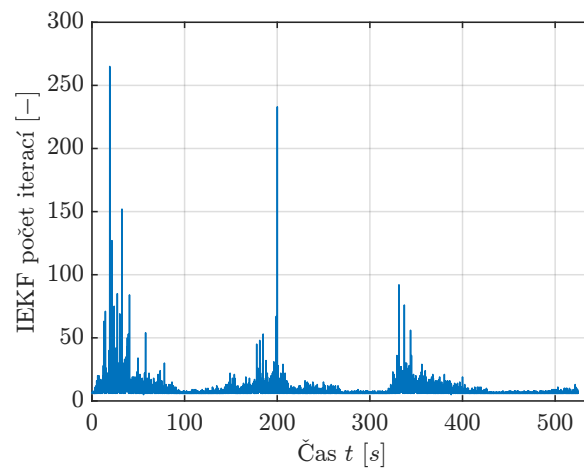
$$\|\Delta \hat{\Psi}\| \doteq 53'. \quad (7.13)$$

Vyobrazený časový průběh množství iterací měření 7.8 nasvědčuje o relevanci implementace IEKF. Ve většině případech by jediný iterační krok délky  $\alpha_i = 1$  rozšířeného Kalmanova filtru nedosahoval přesnosti odhadu, jako IEKF dosahuje.



**Obrázek 7.7:** Časový průběh odhadu náhodné procházky akcelerometru  $z_{f,k}^s$  IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem  $\hat{\Psi}$  na simulovaných měření.

Je velice pravděpodobné, že pečlivější volbou předpisu délky iteračního kroku (6.7) by byl snížen počet potřebných iterací. V této práci v tomto ohledu nebylo vynaloženo žádné velké úsilí, jelikož cílené „offline“ řešení nemá vysoké požadavky na výpočetní rychlost a vyšší počet iterací se neukázalo být příliš velkou výpočetní zátěží.



**Obrázek 7.8:** Časový průběh počtu iterací aktualizace měření v časovém kroku IEKF při inicializaci kvalifikovaným počátečním odhadem  $\hat{\Psi}$  na simulovaných měření.

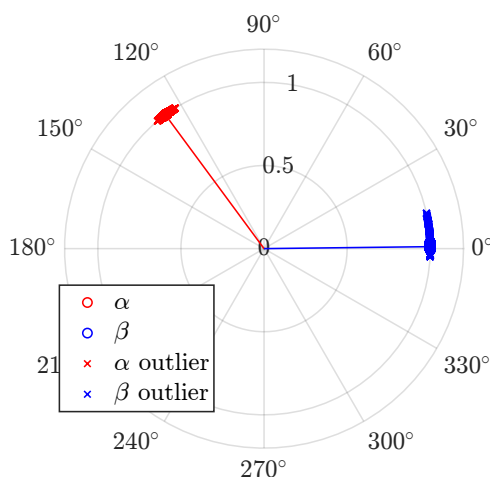
## 7.4 Ověření na reálných datech

Ověření funkčnosti na reálných datech bylo provedeno pouze pro implementaci počátečního odhadu vychýlení IMU popsaného v kapitole 5. K reálným datům od firmy Herman nebyly dostupné informace o chybové charakteristice senzorů, důsledkem čehož nešlo parametry IEKF řádně odladit.

### 7.4.1 Počáteční odhad vychýlení IMU vůči vozidlu

Obrázek 7.9 je grafickým výstupem algoritmu 1. Na obrázku lze vidět, že dílčí odhady úhlů  $\alpha$  a  $\beta$  jsou konzistentní a nevyskytly se žádné zásadně vychýlené hodnoty (angl. *outliers*).

Obrázek 7.10 je grafickým výstupem algoritmu 2. Na obrázku lze vidět několik vychýlených hodnot odhadu úhlu  $\gamma$ . Konzistence vychýlení těchto hodnot o cca.  $180^\circ$  od finálního odhadu  $\gamma_1$  se vysvětluje chybným určením, zdali vozidlo v dané chvíli zrychluje či zpomaluje, což je provedeno v kroku 5 algoritmu 2. Vychýlené hodnoty byly algoritmem korektně identifikovány a odstraněny, výpočet finálního odhadu úhlu  $\gamma_1$  tedy nijak negativně neovlivnil.



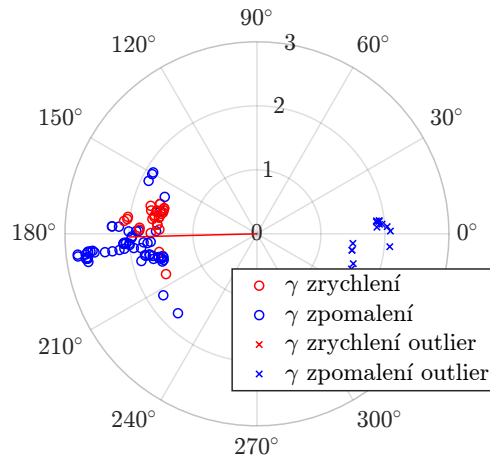
**Obrázek 7.9:** Dílčí odhady úhlů  $\alpha$  a  $\beta$  vychýlení IMU na reálných měření. Čarou jsou vyznačeny finální počáteční odhady  $\hat{\alpha}_1$  a  $\hat{\beta}_1$ .

Počátečním odhadem vychýlení IMU je

$$\hat{\Psi}_1 \doteq \begin{bmatrix} 126.4^\circ & 0.68^\circ & -178.59^\circ \end{bmatrix}^\top. \quad (7.14)$$

Jelikož u reálných dat nejsou dostupné ground-truth hodnoty, je možné provést pouze kvalitativní vyhodnocení počátečního odhadu vychýlení založené na následujících empiricky zjištěných tezích o *zarovnaných měření IMU* se souřadnicovou soustavou vozidla (tj.  $\Psi = \mathbf{0}^{(3,1)}$ ):

1. Plošné složky zarovnaných měření specifické síly akcelerometrem  $f_x^v$ ,  $f_y^v$  a zarovnaných měření úhlové rychlosti  $\tilde{\omega}^v$  jsou za nulové rychlosti vozidla přibližně nulové.

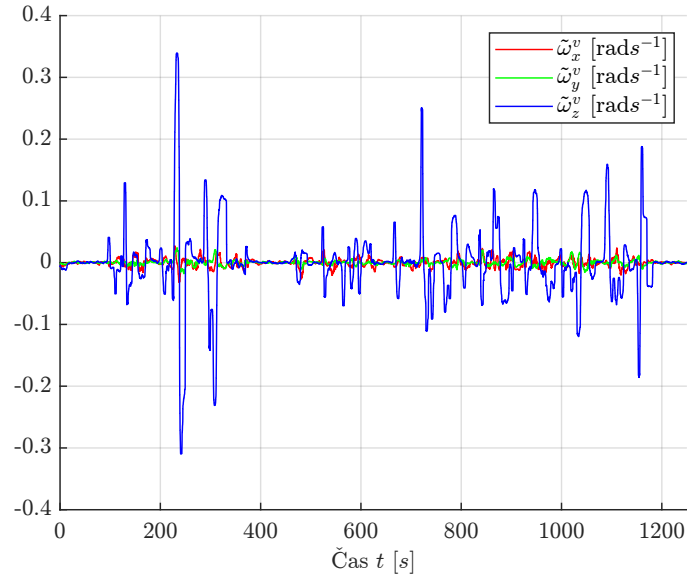


**Obrázek 7.10:** Dílčí odhady úhlu  $\gamma$  vychýlení IMU na reálných měření. Čarou je vyznačen finální počáteční odhad  $\hat{\gamma}_1$ .

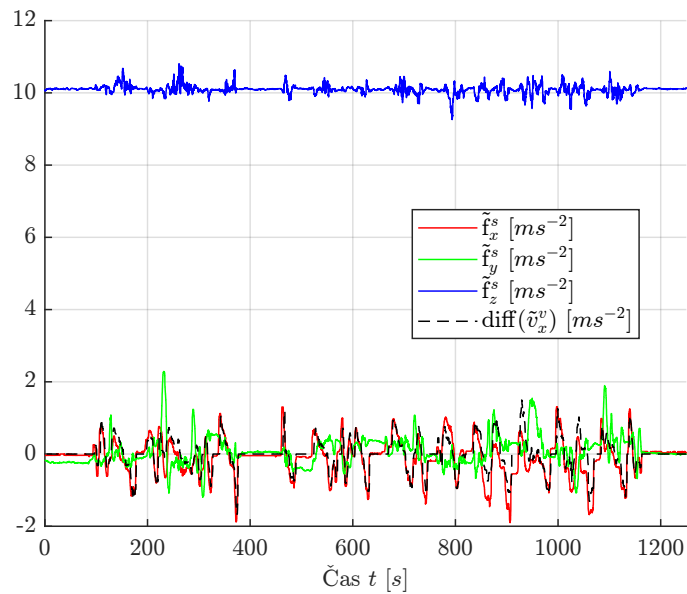
2. Složka zarovnaných měření specifické síly akcelerometrem  $\tilde{f}_z^v$  se bude vlivem tíhové zrychlení pohybovat okolo  $g \approx 9.81$ .
3. Dominantní složkou zarovnaných měření úhlové rychlosti gyroskopem  $\tilde{\omega}^v$  je u pozemních vozidel úhlová rychlost směru vozidla  $\tilde{\omega}_z^v$ .
4. Numerická derivace rychlosti měření GNSS senzorem  $\text{diff}(\tilde{v}_x^v)$ , definovaná rovnicí (5.10), zhruba odpovídá složce zarovnaných měření specifické síly akcelerometrem  $\tilde{f}_x^v$ .
5. Složka zarovnaných měření úhlové rychlosti gyroskopem  $\tilde{\omega}_z^v$  a složka zarovnaných měření specifické síly akcelerometrem  $\tilde{f}_y^v$  jsou v levotočivých (resp. pravotočivých) zatáčkách vozidla kladné (resp. záporné).

Rychlost vozidla a v jakém čase  $t$  se vozidlo nachází v zatáčce lze vyčíst z měření senzoru GNSS vyobrazených v příloze C. Důsledkem přítomnosti dalších zdrojů chyb (mimo vychýlení orientace senzorů IMU), kterými jsou měření zatížena, nelze očekávat, že jsou stanovené teze zcela vždy platné.

Na obrázcích 7.12 a 7.11 jsou vyobrazená měření IMU, která byla dodatečně zarovnána za pomoci počátečního odhadu vychýlení  $\hat{\Psi}_1$ . Z obrázků je patrné, že výše uvedené teze o zarovnaných měření IMU byly naplněny. Lze tedy usuzovat, že měření byla alespoň přibližně zarovnána správně.



**Obrázek 7.11:** Výšeč časového průběhu reálných měření gyroskopu  $\tilde{\omega}^v$  zarovnaných počátečním odhadem vychýlení IMU  $\hat{\Psi}_1$ . Pro čitelnost byly hodnoty vyhlazeny funkcí movmedian.



**Obrázek 7.12:** Výšeč časového průběhu reálných měření akcelerometru  $\tilde{\mathbf{f}}^v$  zarovnaných počátečním odhadem vychýlení IMU  $\hat{\Psi}_1$  a numerické derivace měření rychlosti  $\text{diff}(\tilde{v}_x^v)$ . Pro čitelnost byly hodnoty vyhlazeny funkcí movmedian.

## Kapitola 8

### Závěr

Byla navržena snadno konfigurovatelná metoda pro počáteční odhad vychýlení IMU, která poskytuje solidní základ pro odhady vychýlení IMU za pomoci Iterativního rozšířeného Kalmanova filtru (IEKF). Na demonstrativních simulovaných datech poskytla odhad v přesnosti jednotek úhlových stupňů. Po patřičném vyladění parametrů byla při provedení většího množství testů se syntetickými daty pozorována nepřesnost do  $10^\circ$ .

K docílení vyšší přesnosti byl k odhadu vychýlení IMU implementován IEKF, který mimo jiné odhaduje stavy popisující kinematiku vozidla a stochastické chyby senzorů IMU. Volba iterativního rozšířeného Kalmanova filtru se ukázala jako adekvátní, vzhledem k silné nelinearitě problému určování vzájemných orientací souřadnicových soustav.

Byl uveden postup pro inicializaci IEKF a teoreticky podložený postup pro odhad matice procesního šumu IEKF. Postupy se osvědčily jako funkční a bez nutnosti excesivního ladění jednotlivých parametrů.

Bylo vyzpozorováno, že navržený jednoduchý chybový model senzorů IMU nemusí být dostatečný pro popis chyb skutečného senzoru a může se to projevit v chybném odhadu vychýlení, který nastane důsledkem snahy IEKF o kompenzaci chyb. Může ovšem nastat i opačný problém, kdy odhady náhodných procházek senzorů IMU zakryjí nepřesnosti způsobené ve skutečnosti chybným odhadem vychýlení IMU. Tyto problémy jsou řešeny analýzou pozorovatelnosti a kvalitním odladěním parametrů IEKF, ale to na reálných datech nebylo bez informací o chybových parametrech senzorů možné.

IEKF prokázal schopnost poskytnout hrubý odhad vychýlení IMU bez jakékoliv výchozí informace o vychýlení IMU. Po inicializaci počátečním odhadem poskytl IEKF na demonstrativních simulovaných datech precizní odhad v přesnosti desítek úhlových minut.

Pokud není kladen příliš velký důraz na přesnost odhadu vychýlení senzoru IMU a je snaha o snadno aplikovatelné řešení vyžadující co nejméně ladění, lze použít pouze metodu pro počáteční odhad vychýlení IMU. Při potřebě precizního odhadu vychýlení IMU lze použít IEKF, jehož parametry je ovšem třeba patřičně odladit.

Jedním z příspěvků práce je také realizace jednoduše konfigurovatelného systému pro generování realistických syntetických dat, která jsou kompatibilní s implementovanými metodami odhadu vychýlení IMU.

## 8.1 Budoucí práce

V následujících bodech jsou nastíněny některé další poznatky a možnosti směřování výzkumu v souvislosti s touto prací:

- Odhad vychýlení IMU obdrženy implementací této práce lze pro každé vozidlo evidovat. Následně jej lze jako zafixovanou konstantu použít při palubním odhadování pohybových stavů vozidla v rámci navigačního systému např. [Kaš23].
- V rámci této práce jsou pohybové stavy vozidla odhadovány pouze v menší míře přesnosti, ale některé její prvky mohou sloužit jako zdroj inspirace pro další výzkum zaměřený na přesnější odhad pohybových stavů vozidla.
- V rámci odhadu matice procesního šumu v sekci 6.2 byly důsledkem odlišných souřadnicových soustav stavových veličin opomenuty některé složky matice procesního šumu popisující jejich vzájemnou provázanost. Zavedením oněch stavových veličin v jednotné souřadnicové soustavě, případně úpravou výpočtu kýžených kovariancí pro veličiny v odlišných soustavách, by poskytlo IEKF kvalitnější informaci o dynamice vozidla.
- Popis procesního šumu by také mohla zohledňovat nižší dynamiku v náklonu  $\varphi$  větších pozemních vozidel, případně by tuto skutečnost mohl lépe reflektovat pohybový model vozidla. Potenciálně by tak byly potlačeny občasné vysoké nepřesnosti v odhadech úhlu náklonu  $\varphi$ , které mohou mít negativní dopad na přesnost odhadu vychýlení IMU. Alternativně by bylo možné odhadování úhlu náklonu vozidla  $\varphi$  zcela vynechat, jelikož jeho malé výchylky od nulového náklonu, typické u větších pozemních vozidel, zřejmě nemají velký dopad na zbylé pohybové stavy vozidla.
- Naskytuje se možnost o rozšíření měřených veličin skrze magnetometr, který je typickou součástí IMU a poskytuje vysokofrekvenční informaci o orientaci vozidla. Dále by bylo možné inkorporovat odhad sklonu vozovky [Ch123], který má zejména potenciál upřesnit počáteční odhad vychýlení IMU.
- Pro usnadnění aplikace na reálných vozidlech by bylo snadné rozšířit implementaci IEKF o automatické nastavení parametrů  $v_{max}^v$ ,  $r_{min}$ ,  $a_{max}^v$  a automatický výběr vhodné situace pro inicializaci IEKF.
- V případě *offline* řešení se naskytuje možnost využít variantu Kalmanova filtru s „*forward-backward smoothing*“ (kapitola 9 [Sim06]). Tato varianta Kalmanova filtru umožňuje přesnější odhad stavů systému tím, že v časovém kroku zohledňuje jak předchozí, tak následující data.
- Na *offline* datech se také nabízí možnost opakovaného spouštění IEKF na stejné sadě dat, přičemž výstupní odhad vychýlení IMU je možné využít jako počáteční odhad vychýlení IMU dalšího běhu IEKF s nižší hodnotou s ním spjaté kovariance chyby odhadu stavů.



## 8.2 Vlastní přínos autora

Autor v návaznosti na práci J. Kašpara [Kaš23] převzal základní strukturu rozšířeného stavového modelu systému (kapitola 4) a obohatil jej o popis orientace senzorů IMU vůči vozidlu, který je pro tuto práci klíčový. Pro zajištění pozorovatelnosti systému cíleně redukoval chybový model senzorů IMU. Převzatý pohybový model vozidla byl pro lepší popis dynamiky vozidla autorem rozšířen o laterální složky zrychlení.

V kontrastu s výchozí prací, ve které je k odhadování stavů rozšířeného stavového modelu systému použit rozšířený Kalmanův filtr, usoudil autor jako potřebné využít iterativní rozšířený Kalmanův filtr (IEKF) (kapitola 6) k odhadování stavů upraveného systému, do něž bylo modelováním vychýlení IMU zavedeno více nelinearit. Autor zvolil modifikaci IEKF s proměnlivou délkou iteračního kroku [SHA15], která zajišťuje rychlejší konvergenci iterací aktualizace měření.

Autor také zvolil odlišný přístup k odhadu matice procesního šumu IEKF (sekce 6.2), která částečně reflektuje provázanost pohybových stavů. Odhad matice procesního šumu je založen na diskrétním pohybovém modelu s po částech konstantním Wienerovým zrychlením [BLK02].

Autor navrhl konkrétní postup inicializace IEKF, jehož součástí je metoda počátečního odhadu vychýlení IMU (kapitola 5). Metodu počátečního odhadu navrhl autor na základě svého vlastního zkoumání problematiky a s inspirací z článku [Nog+21].

Autor veškeré uvedené algoritmy implementoval v programu MATLAB a jejich funkčnost ověřil na vlastních syntetických datech. Implementaci algoritmů, včetně generování syntetických dat udělal snadno nastavitelnou, aby bylo v budoucnu možné jejího dalšího využití. Funkčnost metody počátečního odhadu vychýlení IMU také ověřil na reálných datech od firmy Herman.

Na závěr autor sdílel své úvahy ke směřování dalšího výzkumu v návaznosti na tuto práci.





## Bibliografie

- [BLK02] Yaakov Bar-Shalom, X.-Rong Li a Thiagalingam Kirubarajan. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software*. 1. vyd. Wiley, 4. led. 2002. ISBN: 978-0-471-41655-5 978-0-471-22127-2. DOI: 10.1002/0471221279. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/0471221279> (cit. 11. 12. 2023).
- [Dra02] S. P. Drake. *Converting GPS Coordinates (Phil Lambdal h) to Navigation Coordination (ENU)*. DEFENCE SCIENCE AND TECHNOLOGY ORGANISATION SALISBURY (AUSTRALIA) ELECTRONICS AND SURVEILLANCE RESEARCH, 1. dub. 2002. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA404846> (cit. 22. 12. 2023).
- [Far08] Jay Farrell. *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill Professional Engineering. New York: McGraw-Hill, 2008. 530 s. ISBN: 978-0-07-149329-1. URL: <http://catdir.loc.gov/catdir/enhancements/fy0814/2008008750-t.html> (cit. 17. 11. 2023).
- [HJ15] A. A. Hussen a I. N. Jleta. “Low-Cost Inertial Sensors Modeling Using Allan Variance”. In: *International Journal of Electrical and Computer Engineering* 9.5 (4. květ. 2015), s. 1230–1235. URL: <https://publications.waset.org/10001443/low-cost-inertial-sensors-modeling-using-allan-variance> (cit. 27. 11. 2023).
- [Chl23] Radek Chládek. “Odhadování Sklonu Vozovky Multisenzorickou Fúzí Na Palubě Vozidla”. In: (15. čvn. 2023). URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/109424> (cit. 05. 01. 2024).
- [IA00] National Imagery a Mapping Agency. “United States Department of Defense, World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems”. In: *Tech. Rep., TR8350.2* (3. led. 2000).

- [Kaš23] Jakub Kašpar. “Algoritmy pro Palubní Odhadování Pohybových Stavů Vozidla Pomocí Multisenzorické Fúze”. In: (15. čvn. 2023). URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/109394> (cit. 17. 11. 2023).
- [Mat23a] MathWorks Inc. *Angular Distance in Radians - MATLAB Dist Documentation*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/nav/ref/quaternion.dist.html> (cit. 03. 01. 2024).
- [Mat23b] MathWorks Inc. *Four-Quadrant Inverse Tangent - MATLAB Atan2*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/atan2.html> (cit. 07. 01. 2024).
- [Mat23c] MathWorks Inc. *Moving Median - MATLAB Movmedian*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/movmedian.html> (cit. 05. 01. 2024).
- [Mat23d] MathWorks Inc. *Navigation Toolbox Documentation*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/nav/> (cit. 17. 12. 2023).
- [Mat23e] MathWorks Inc. *Standardized Z-Scores - MATLAB Zscore*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/stats/zscore.html> (cit. 05. 01. 2024).
- [Nog+21] Dannylo W. P. Nogueira et al. “In Motion Low-Cost IMU-to-Vehicle Alignment for Intelligent Vehicle Applications Using Kalman Filter”. In: *2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*. 2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). Zář. 2021, s. 92–97. DOI: 10.1109/ITSC48978.2021.9564862. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9564862> (cit. 17. 11. 2023).
- [SHA15] Martin A Skoglund, Gustaf Hendeby a Daniel Axehill. “Extended Kalman Filter Modifications Based on an Optimization View Point”. In: (9. čvn. 2015).
- [Sim06] Dan Simon. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. 1. led. 2006.
- [The23] The MathWorks Inc. *MATLAB V2023b*. Natick, Massachusetts, United States: The MathWorks Inc., 2023. URL: <https://www.mathworks.com>.



## **Příloha A**

### **Parametry simulace senzorů**

Název parametru	Značka	Hodnota	Jednotka
Horizontal position accuracy	$\sigma(p_{x,y}^l)$	1.8	[m]
Vertical position accuracy	$\sigma(p_z^l)$	2.2	[m]
Velocity accuracy	$\sigma(v_x^v)$	0.5	[m s <sup>-1</sup> ]
Decay factor –	0	–	

**Tabulka A.1:** Parametry Simulink bloku GNSS Sensor.

Název parametru	Značka	Hodnota	Jednotka
Maximum readings	–	100	[m s <sup>-2</sup> ]
Resolution	–	100/2 <sup>16</sup>	[m/s <sup>2</sup> /LSB]
Constant offset bias	–	0	[m s <sup>-2</sup> ]
Axes skew	–	100	[%]
Velocity random walk	$N_f$	$2 \times 10^{-1}$	[m/s <sup>2</sup> /√Hz]
Bias instability	–	0	[m s <sup>-2</sup> ]
Acceleration random walk	$K_f$	$9 \times 10^{-4}$	[m/s <sup>2</sup> √Hz]
Noise type	–	”double-sided”	–
Bias from temperature	–	0	[m s <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> ]
Temperature scale factor	–	0	[% °C <sup>-1</sup> ]

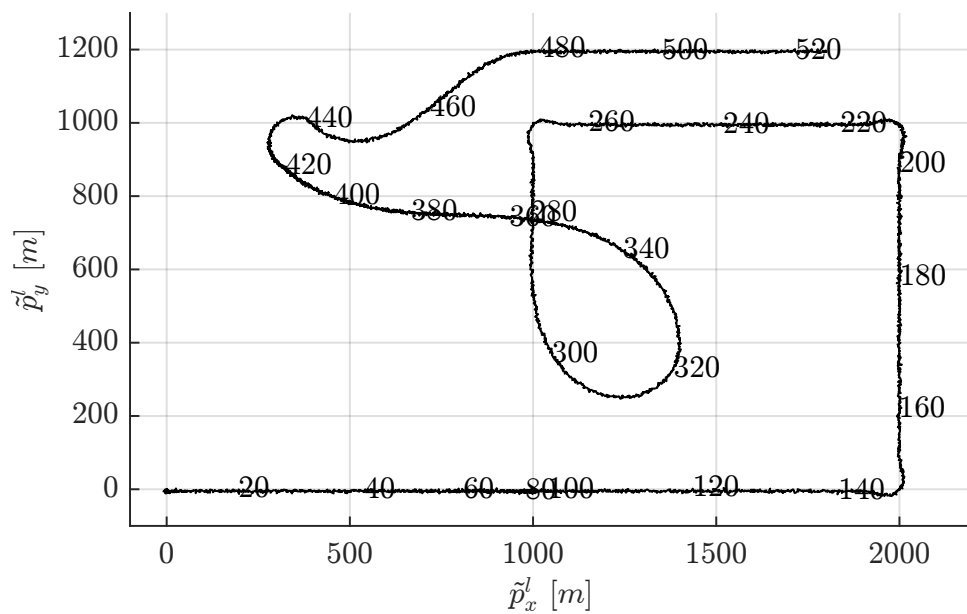
**Tabulka A.2:** Parametry Simulink bloku IMU pro akcelerometr.

Název parametru	Značka	Hodnota	Jednotka
Maximum readings	–	2.1817	[rad s <sup>-1</sup> ]
Resolution	–	$3.329 \times 10^{-5}$	[rad/s/LSB]
Constant offset bias	–	0	[rad s <sup>-1</sup> ]
Axes skew	–	100	[%]
Bias from acceleration	–	0	[rad s m <sup>-1</sup> ]
Angle random walk	$N_\omega$	$2 \times 10^{-3}$	[rad/s/√Hz]
Bias instability	–	0	[rad s <sup>-1</sup> ]
Rate random walk	$K_\omega$	$5 \times 10^{-5}$	[rad/s√Hz]
Noise type	–	”double-sided”	–
Bias from temperature	–	0	[rad s <sup>-1</sup> °C]
Temperature scale factor	–	0	[% °C <sup>-1</sup> ]

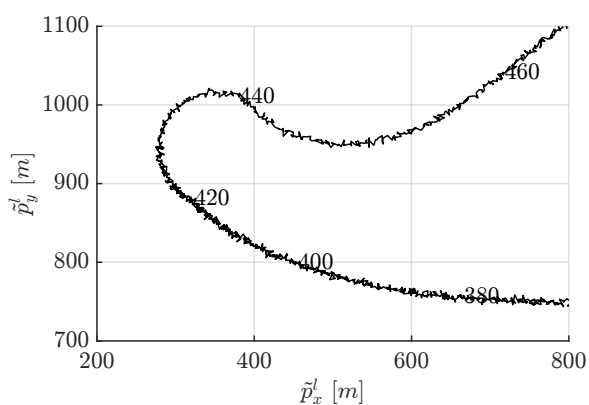
**Tabulka A.3:** Parametry Simulink bloku IMU pro gyroskop.

## Příloha B

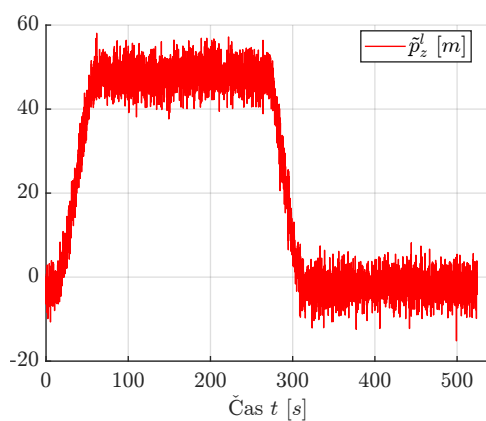
### Demonstrativní simulovaná měření



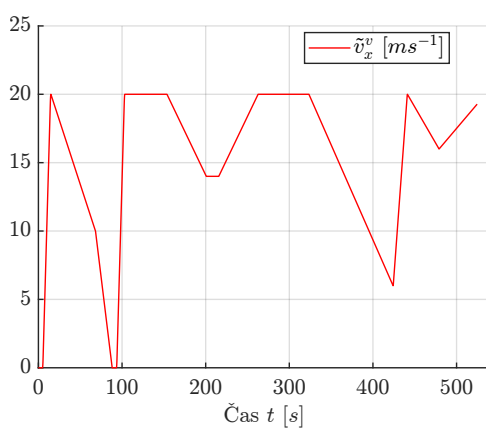
**Obrázek B.1:** Časový průběh měření horizontální polohy  $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$  (čísla u křivky označují čas  $t$  [s] )



**Obrázek B.2:** Detail časového průběhu měření horizontální polohy  $\tilde{p}_x^l$ ,  $\tilde{p}_y^l$  (čísla u křivky označují čas  $t$  [s])

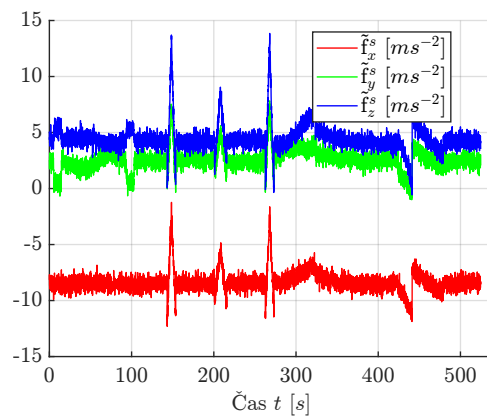


**Obrázek B.3:** Časový průběh měření výšky  $\tilde{p}_z^l$

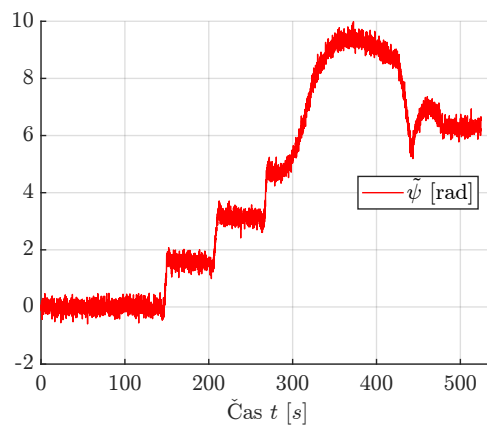


**Obrázek B.4:** Časový průběh měření rychlosti  $\tilde{v}_x^s$

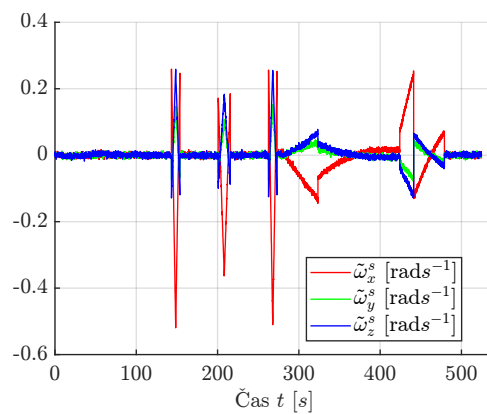




Obrázek B.5: Časový průběh měření specifické síly  $\tilde{\mathbf{f}}^s$



Obrázek B.6: Časový průběh měření úhlu směru  $\tilde{\psi}$

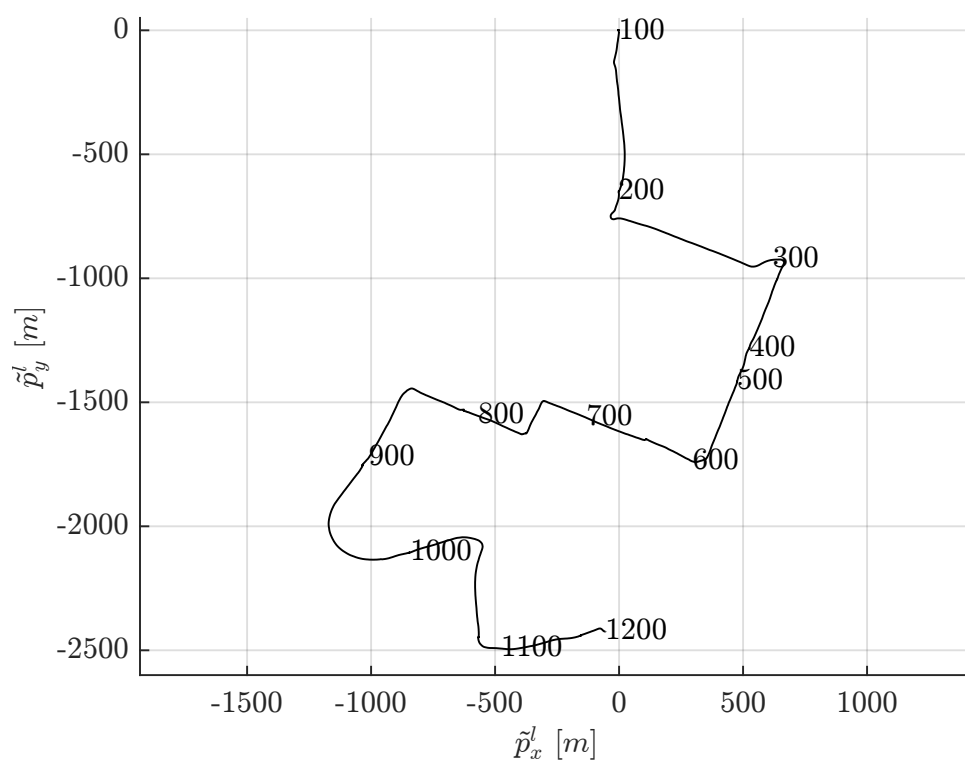


Obrázek B.7: Časový průběh měření úhlové rychlosti  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^s$

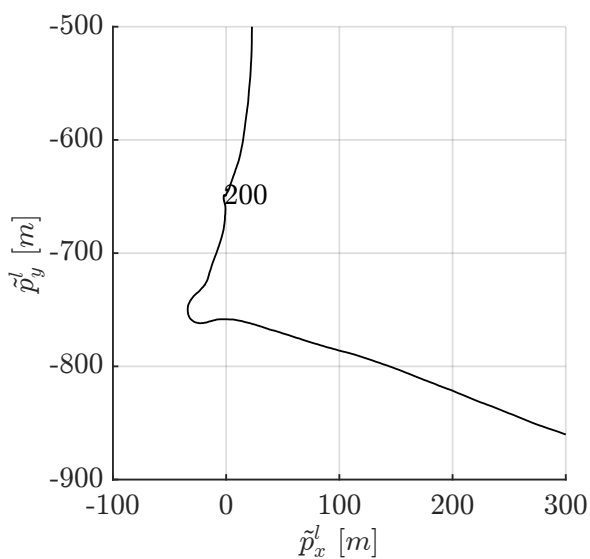


## Příloha C

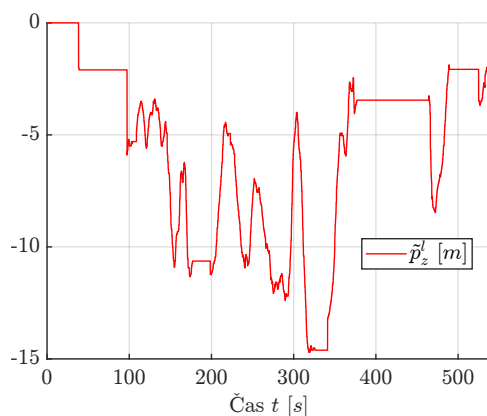
### Demonstrativní reálná měření



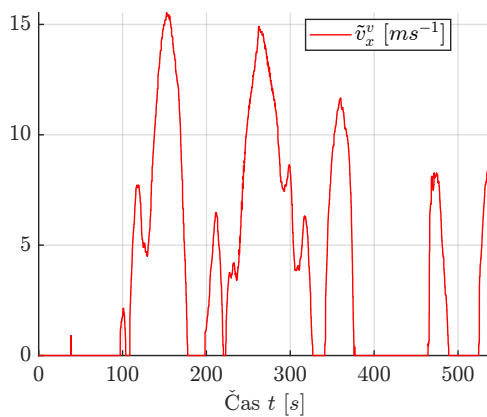
**Obrázek C.1:** Časový průběh měření horizontální polohy  $\tilde{p}_x^l, \tilde{p}_y^l$  (čísla u křivky označují čas  $t$  [s] )



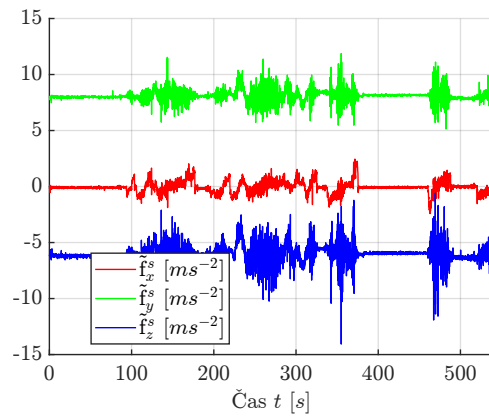
**Obrázek C.2:** Detail časového průběhu měření horizontální polohy  $\tilde{p}_x^l$ ,  $\tilde{p}_y^l$  (čísla u křivky označují čas  $t$  [s])



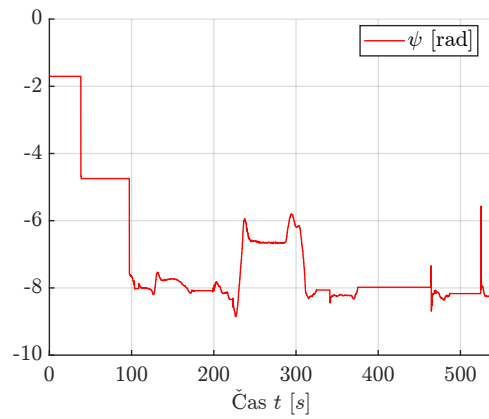
**Obrázek C.3:** Výšeč časového průběhu měření výšky  $\tilde{p}_z^l$



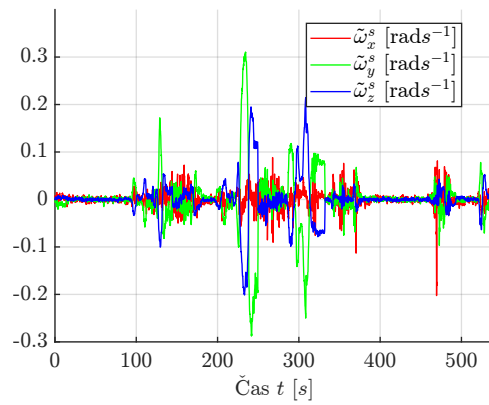
**Obrázek C.4:** Výšeč časového průběhu měření rychlosti  $\tilde{v}_x^s$



Obrázek C.5: Výšeč časového průběhu měření specifické síly  $\tilde{\mathbf{f}}^s$



Obrázek C.6: Výšeč časového průběhu měření úhlu směru  $\tilde{\psi}$

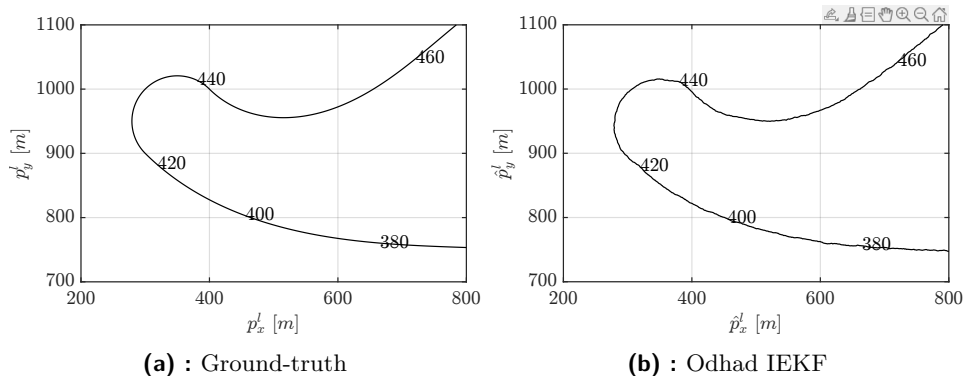


Obrázek C.7: Výšeč časového průběhu měření úhlové rychlosti  $\tilde{\omega}^s$

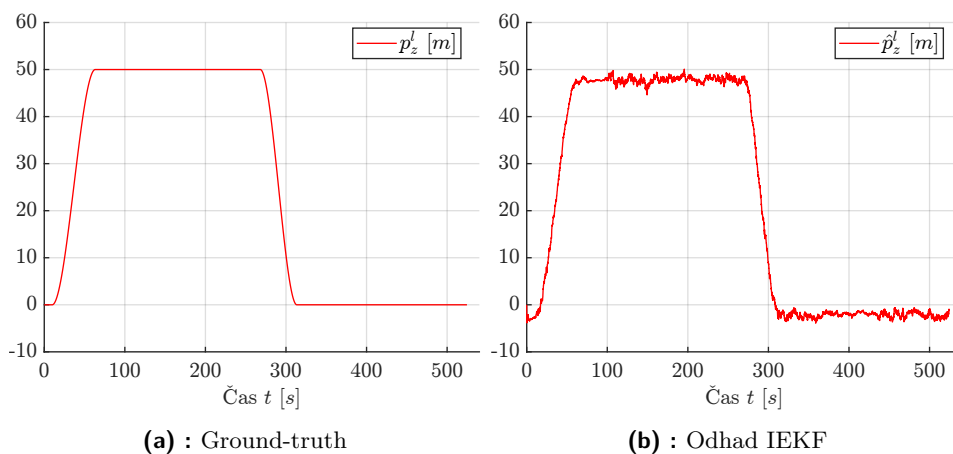


## Příloha D

### Porovnání odhadů IEKF se simulovanými měřeními na vstupu s ground-truth hodnotami

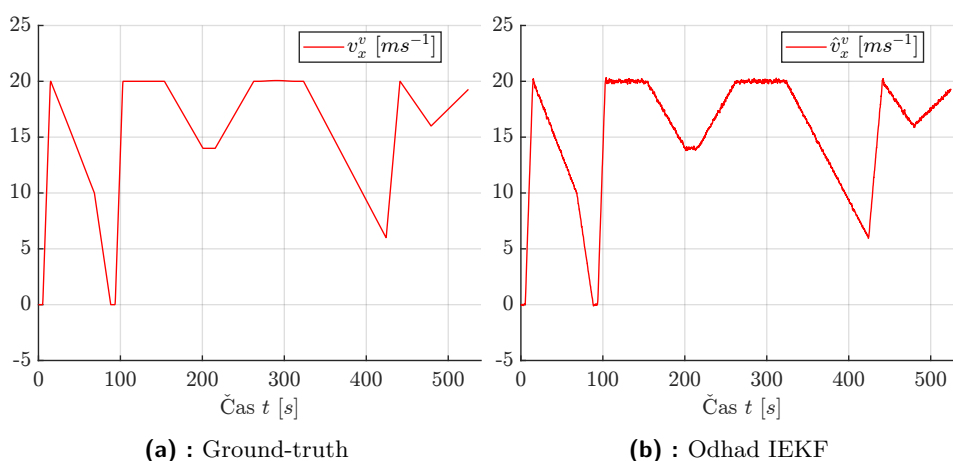


**Obrázek D.1:** Detail časového průběhu horizontální polohy vozidla (čísla u křivky označují čas  $t$  [s]).

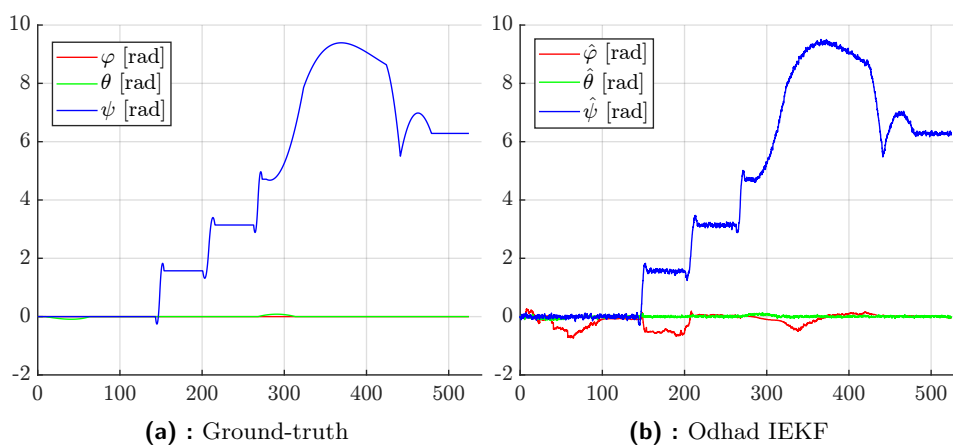


**Obrázek D.2:** Časový průběhu vertikální polohy vozidla.

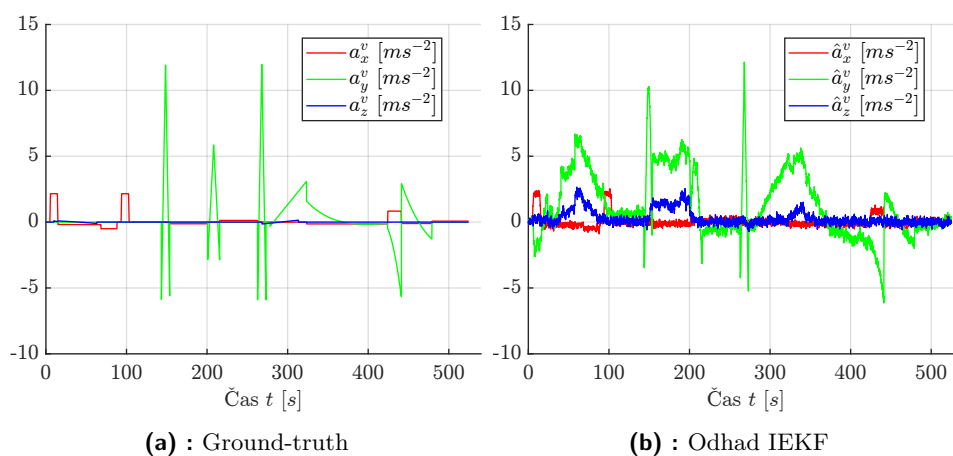
D. Porovnání odhadů IEKF se simulovanými měření na vstupu s ground-truth hodnotami ■ ■ ■ ■ ■



Obrázek D.3: Časový průběh rychlosti vozidla.



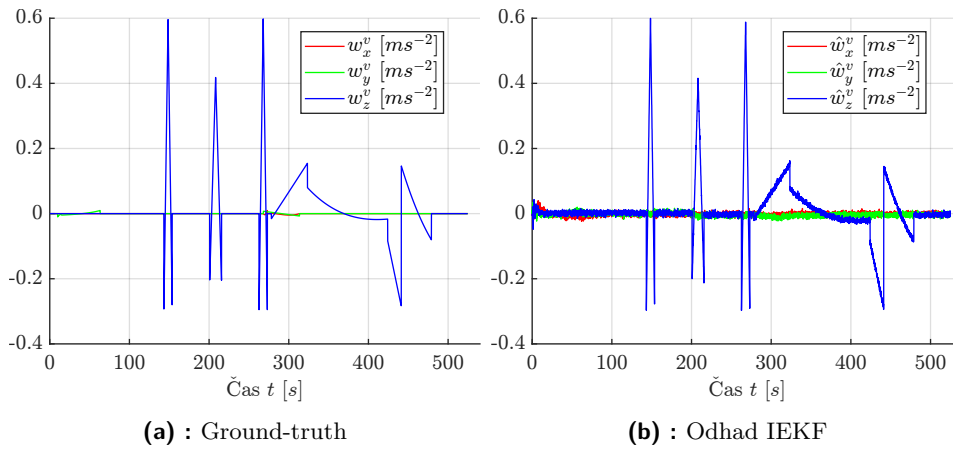
Obrázek D.4: Časový průběh orientace vozidla vůči lokální soustavě.



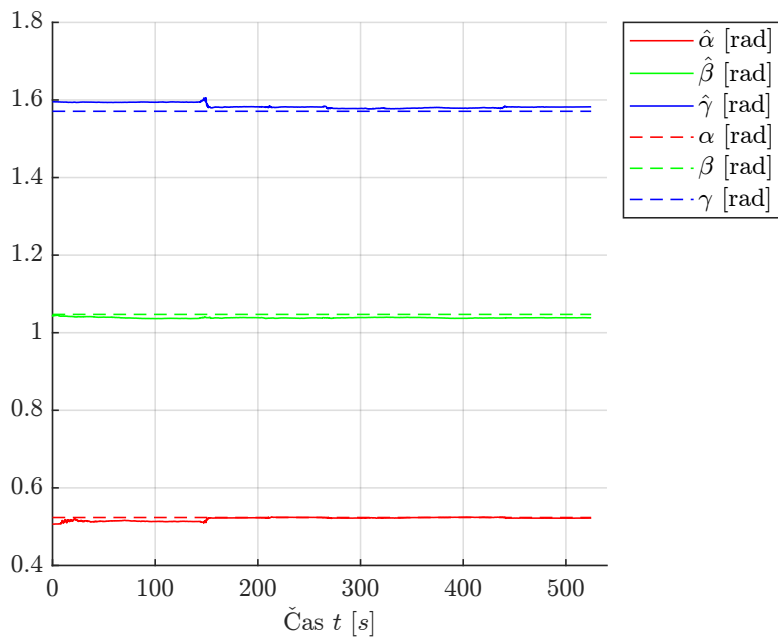
Obrázek D.5: Časový průběh zrychlení vozidla.



D. Porovnání odhadů IEKF se simulovanými měření na vstupu s ground-truth hodnotami



Obrázek D.6: Časový průběh úhlové rychlosti vozidla.



Obrázek D.7: Časový průběh odhadu úhlů vychýlení IMU  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$  a ground-truth hodnot  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .