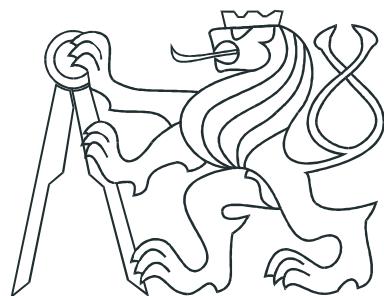


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCA

Tvorba modelů a prediktivní řízení budov

Praha, 2011

Autor: Eva Žáčeková

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne

podpis

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som rada pod'akovala predovšetkým vedúcemu svojej diplomovej práce Ing. Samuelovi Prívarovi za výborne podmienky, ktoré mi poskytol pri písaní tejto práce, za množstvo cenných rád a pripomienok. Ďalej moja vd'aka patrí rodine za podporu počas celého štúdia.

Abstrakt

Pri obrovskom množstve energie, ktoré je vynakladané na vykurovanie budov, je z hľadiska zníženia nákladov dôležité zefektívniť proces vykurovania. Konvenčné metódy riadenia nie sú schopné zohľadniť náhle zmeny počasia, požiadavky na riadenie a pod. Mnoho týchto nedostatkov môže odstrániť použitie prediktívneho regulátora (MPC).

Ten má okrem množstva výhod, medzi ktoré patri možnosť zahrnúť obmedzenia priamo do samotného zákona riadenia či jednoduchá aplikovateľnosť aj na MIMO systémy, aj nevýhody, a to predovšetkým fakt, že k svojmu fungovaniu potrebuje matematický model systému, ktorý čo najpresnejšie popisuje správanie reálneho systému. V tejto práci bude preto zvýšená pozornosť venovaná hľadaniu matematického modelu systému vhodného pre použitie s prediktívnymi regulátorom. Pri tvorbe modelu budovy Českého vysokého učení technického (ČVUT) v Praze použijeme okrem klasických identifikačných metód aj identifikačné metódy minimalizujúce viackrokovú predikčnú chybu, ktoré poskytujú model s dobrými predikčnými vlastnosťami, ktorý je vhodný pre použitie s MPC. Vybraný model bude následne použitý s navrhnutým prediktívnym regulátorom pre riadenie teploty v miestnostiach budovy ČVUT.

Abstract

Due to a huge amount of energy put on the heating in buildings, it is important to make the building heating process more efficient in order to lower the costs. Conventional control methods are not able to take into account fast weather changes, control requirements and others. Many of these drawbacks can be eliminated by making use of predictive controller (MPC).

Besides plenty of advantages like an ability to include given constraints directly into the control law or simple applicability with MIMO systems, it has also some disadvantages, for examples it needs a mathematical model of system describing its behaviour as accurately as possible in order to work properly. In this thesis, increased attention is paid to searching for mathematical model of system suitable for use with predictive controller. For construction of Czech Technical University (CTU) in Prague building model, both classical methods and methods minimizing multistep ahead prediction error providing with a model with good prediction properties are used. The chosen model is then employed with designed predictive controller for temperature control in CTU building rooms.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Eva Žáčeková**

Studijní program:
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Tvorba modelů a prediktivní řízení budov**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s identifikačními metodami vhodnými pro prediktivní řízení a tvorbou modelů pomocí vícekrokové predikce (k-step ahead prediction).
2. Vyberte a implementujte v prostředí Scilab vhodnou identifikační metodu na budovu poskytnutú zadavatelem.
3. Navrhněte a implementujte prediktivní regulátor pro vytápění budovy.

Seznam odborné literatury:

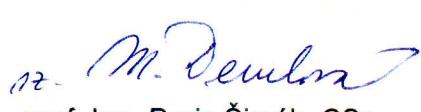
- [1] Yuacai Zhu, Multivariable System Identification for process Control, Oxford, 2001
- [2] Peter van Overschee a kol., Subspace Identification for Linear Systems, Norwell, 1996
- [3] Lennart Ljung, System Identification, New Jersey, 1999
- [4] E. F. Camacho a kol., Model Predictive Control, London, 2004

Vedoucí: Ing. Samuel Prívara

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2011/2012

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry




prof. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 15. 9. 2010

Obsah

Zoznam obrázkov	viii
Zoznam tabuľiek	x
1 Úvod	1
2 Popis riadeného systému	3
3 Identifikačné metódy	7
3.1 Metódy Grey box identifikácie	9
3.1.1 Tvorba štruktúry modelu	10
3.1.2 Odhad parametrov	13
3.2 Subspace identifikačné metódy	14
4 Identifikácia pre prediktívne riadenie	19
4.1 Úvod do MRI	19
4.2 MRI identifikácia	20
4.2.1 MRI účelová funkcia	20
4.2.2 Dvojkrokový algoritmus	23
4.3 Jednokrokový algoritmus	29
4.3.1 Implementácia (popis) algoritmu	30
4.4 MRI identifikácia v kombinácii s PLS	33
4.4.1 Čiastočná lineárna regresia	33
4.4.2 Popis algoritmu	36
5 Prediktívne riadenie	38
5.1 Návrh prediktívneho regulátora	41
5.1.1 Prediktívny regulátor s obmedzením	43

5.1.1.1	Sledovanie konštantnej referencie	45
5.1.1.2	Stabilita a riešiteľnosť	46
5.2	MPC - formulácia problému	49
6	Simulácie na reálnych datach	52
6.1	Identifikácia	52
6.1.1	Subspace identifikačné metódy	53
6.1.2	Grey box modelovanie	54
6.1.3	MRI identifikačné metódy	55
6.1.4	Grey box modelovanie v kombinácii s MRI	57
6.1.5	Kombinácia MRI a PLS	58
6.1.6	Porovnanie identifikovaných modelov	59
6.2	Prediktívny regulátor	62
6.3	Zahrnutie vplyvu slnka	64
6.3.1	Simulácie	66
7	Záver	69
Literatúra		70
A Obsah priloženého CD		I

Zoznam obrázkov

2.1	Pohľad na budovu ČVUT.	3
2.2	Náčrt budovy ČVUT.	4
2.3	Zjednodušená schéma vykurovacieho systému.	4
2.4	Schéma riadeného objektu.	5
3.1	RC diagram pre rovnicu vedenia tepla.	11
3.2	RC diagram pre blok s dvoma vykurovacími okruhmi.	11
4.1	Hodnota optimálneho koeficientu šumového modelu v závislosti na P . . .	26
4.2	Priebehy R_P v závislosti na P	27
4.3	Hodnota optimálneho koeficientu šumového modelu v závislosti na P . . .	28
4.4	Nyquistove charakteristiky pre rôzne P	28
4.5	Priebeh pomeru R_p v závislosti na P	32
4.6	Priebehy P -krokových predikcií výstupov.	32
5.1	Štruktúra procesu riadenia.	39
5.2	Bloková schéma prediktívneho regulátoru.	39
5.3	Posuvný horizont predikcie.	40
5.4	Porovnanie klasickej kriteriálnej funkcie „zone control“	50
6.1	Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (4SID).	54
6.2	Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (4SID).	54
6.3	Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (GB).	55
6.4	Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (GB).	55
6.5	Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI).	56
6.6	Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI).	57
6.7	Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI+GB).	57
6.8	Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI+GB).	58
6.9	Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI+PLS).	58

6.10	Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI+PLS).	59
6.11	Porovnanie viackrokových predikčných chýb identifikovaných modelov.	61
6.12	Porovnanie fitfaktorov identifikovaných modelov.	61
6.13	Porovnanie ekvitermnej regulácie a MPC (juh).	63
6.14	Porovnanie ekvitermnej regulácie a MPC (sever).	63
6.15	Umiestnenie čidla intenzity slnečného žiarenia.	64
6.16	Korelácia medzi $\vartheta_{rs/n}$ a I	65
6.17	Porovnanie rozptylu predikčných chýb identifikovaných modelov.	67
6.18	Porovnanie fitfaktorov identifikovaných modelov.	68
6.19	Porovnanie predikcií identifikovaných modelov.	68

Zoznam tabuliek

2.1	Merané veličiny riadeného systému.	6
3.1	Význam symbolov.	12
6.1	Porovnanie úspor.	64

Kapitola 1

Úvod

Podľa [33] predstavuje energia spotrebovaná v budovách 20% – 40% celkovej spotreby energie, pričom takmer 50% z tejto spotrebovanej energie tvoria náklady na vykurovanie, ventiláciu a klimatizáciu (HVAC - **H**eating **V**entilation and **A**ir**c**onditioning), potom nasledujú náklady na ohrev úžitkovej vody a svetlo. Aj napriek tomu, že v posledných rokoch sa výrazne vylepšuje technický stav prostriedkov HVAC, je v tejto oblasti stále veľký priestor pre ďalší výskum a zlepšenie.

Najbežnejšie používanou stratégiou pri regulácii vykurovacích systémov je tzv. ekvitermná regulácia, kde regulátor na základe údaju o nameranej vonkajšej teplote podľa ekviternej krivky pre príslušnú požadovanú teplotu v referenčnej miestnosti určí teplotu vykurovacej vody (prípadne inej veličiny priamo úmernej množstvu tepelnej energie dodanej do sústavy). Takéto riadenie má však niekoľko nedostatkov, nesprávnym nalaďením ekviternej krivky môže dochádzať k nedodržaniu teplotného komfortu, prípadne k zbytočnému prekúreniu a zvýšenej spotrebe energie.

Ani v prípade správneho nalađenia však nemusí viest' ekvitermná regulácia k požadovanému výsledku, pretože berie do úvahy len aktuálnu vonkajšiu teplotu. Poveterostné podmienky sa môžu v priebehu okamžiku výrazne zmeniť a pri veľkých budovách s časovými konštantami v rádoch hodín môže veľmi jednoducho dochádzať k prekúreniu alebo nedokúreniu.

Tu sa naskytá použitie alternatívneho prístupu, ktorý rieši problém vykurovania budovy ako optimalizačnú úlohu. Ide o prediktívny regulátor (MPC - **M**odel **P**redictive **C**ontrol), ktorý používa matematický model systému k predikcii budúceho správania budovy berúc do úvahy predpoved' počasia (prípadne predpoved' slnečného osvitu či ob-sadenosti budovy). Predikcie výstupov sú následne použité pri hľadaní minima účelovej funkcie, ktorá by mala byť volená tak, aby penalizovala na jednej strane nedostatočný

tepelný komfort a na strane druhej množstvo energie vynaloženej na vykurovanie.

Pre optimálne fungovanie prediktívneho regulátora je dôležitá vhodná voľba účelovej funkcie, ktorá je podmienená dobrou znalosťou riadeného procesu. Oveľa zložitejšou a komplexnejšou úlohou je ale vo väčšine prípadov nájsť model procesu, ktorý dokáže čo najvernejšie predikovať budúce správanie (stavové, prípadne výstupne veličiny) na dobu celého horizontu predikcie. Bežne používané identifikačné metódy [29] poskytujú modely, ktoré sú optimalizované len v zmysle jednokrokovej predikčnej chyby. Predikcie týchto modelov súce odpovedajú skutočnosti na niekoľko málo krokov dopredu, viackrokové predikcie však už nie sú až také presné a ich použitie v kombinácii s MPC viedie na suboptimálne správanie.

Riešením je použiť metódy, ktoré minimalizujú viackrokovú predikčnú chybu [16, 17, 25, 40, 41] a poskytujú modely s uspokojivými predikčnými vlastnosťami aj pri vyšších predikčných horizontoch a stávaju sa tak vhodnými kandidátmi pre nasadenie s prediktívnym regulátorom.

Cieľom našej práce je navrhnúť pre budovu Českého vysokého učení technického v Praze v Dejviciach prediktívny regulátor založený na modeli. Keďže sa však takýto regulátor nezaobídze bez matematického modelu systému, ktorý mu poskytne čo najpresnejšie dlhodobé predikcie budúceho správania, bude väčšia časť našej práce venovaná práve hľadaniu vhodného modelu. V kapitole 2 sa oboznámime s riadeným systémom, uvedieme prehľadný popis princípu použitého vykurovacieho systému a vysvetlíme význam jednotlivých procesných veličín dôležitých pre identifikáciu a následné riadenie.

Kapitola 3 prináša stručný prehľad vybraných identifikačných metód a je diskutovaná možnosť použitia týchto metód pri identifikácii modelu budovy. V tejto kapitole je ďalej odvodená fyzikálna štruktúra vybraného bloku budovy ČVUT.

Rozsiahla samostatná kapitola sa zaoberá identifikačným metodám minimalizujúcim viackrokovú predikčnú chybu, ktoré poskytujú modely vhodné pre MPC. Okrem podrobného popisu vybraných metód viackrokovej identifikácie sú uvedené ilustračné príklady demonštrujúce vlastnosti týchto metód.

Časť 5 venovaná prediktívnemu riadeniu obsahuje okrem teoretického úvodu do problematiky prediktívneho riadenia aj návrh konkrétneho regulátoru pre budovu ČVUT.

Dosiahnuté výsledky sú prezentované v kapitole 6. Táto kapitola obsahuje súbor simulácií pre konkrénty vybraný blok, ktorý zahŕňa porovnanie vybraných identifikačných metód, zhodnotenie úspešnosti navrhnutého MPC a analýzu vplyvu intenzity slnečného žiarenia na kvalitu identifikovaných modelov.

Kapitola 2

Popis riadeného systému

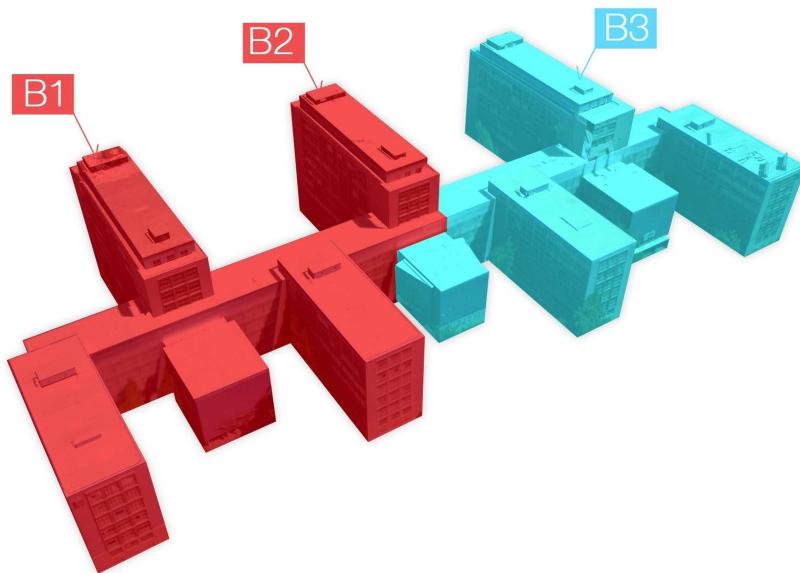
V našej práci sa budeme zaoberať identifikáciou a následným prediktívnym riadením budov. Budova, ktorá bola poskytnutá pre účely tejto práce, je budova Českého vysokého učení technického v Praze. Konkrétnie ide o osiemposchodovú budovu Fakulty strojnej a Fakulty elektrotechnickej¹, ktorá je zobrazená na obr. 2.1.



Obr. 2.1: Pohľad na budovu ČVUT.

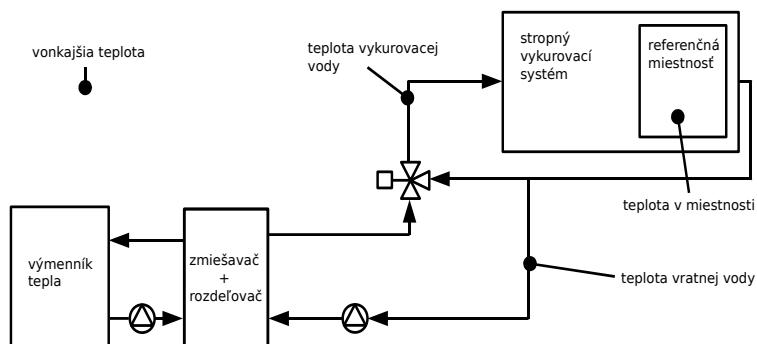
Budova ČVUT pozostáva z viacerých samostatných blokov, z ktorých časť je zateplená (na obr. 2.2 znázornená červenou farbou) a druhá časť nezateplená (zobrazená modrou farbou). Objektom našej práce boli bloky označené B_1 , B_2 , B_3 , ktoré pozostávajú z dvoch nezávislých vykurovacích okruhov.

¹Technická 2, Praha 6



Obr. 2.2: Náčrt budovy ČVUT.

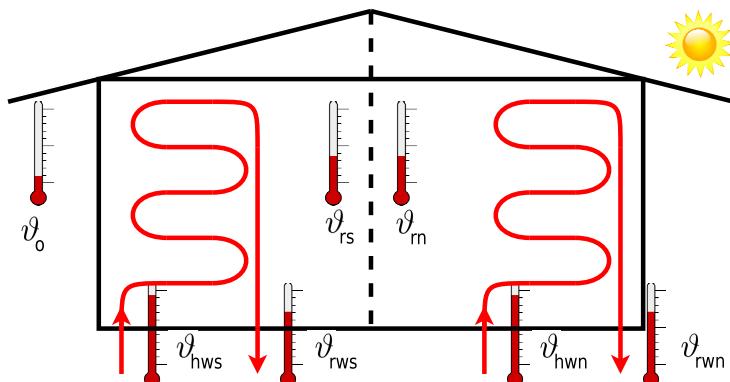
Každý z blokov má totožný princíp stropného vykurovania, tzv. "Crittall". Ide o teplovodný systém, ktorý bol patentovaný v roku 1907 britským profesorom Arthurom H. Bakerom [1], v roku 1909 bol odkúpený firmou "Crittall" a v roku 1927 patentovo vylepšený R. G. Crittallom a J. L. Musgravom [7]. Systém bol populárny už v období prvej svetovej vojny, najväčšieho rozmachu dosiahol po druhej svetovej vojne, najmä vo Veľkej Británii. V bývalom Československu bol tento systém hojne nasadzovaný najmä koncom šesťdesiatych rokoch vo veľkých budovách. V prípade budovy ČVUT ide o meandrovitý systém potrubí, ktorý je zabudovaný v betónovom monolitickom strope. Zjednodušená schéma stropného vykurovacieho systému pre jeden vykurovací okruh je zobrazená na obr. 2.3.



Obr. 2.3: Zjednodušená schéma vykurovacieho systému.

K ohrevu sekundárnej vody privádzanej do rozdeľovača dochádza v parnom výmeníku, kde je sekundárna voda ohrievaná parou privedenou z teplárenskej prípojky na konštantnú hodnotu. Z výmenníka je voda vedená do rozdeľovača, odkiaľ je sústavou teplovodných rúr distribuovaná do jednotlivých vykurovacích okruhov. Pred vstupom do daného okruhu je voda zmiešaná v trojcestnom zmiešavacom ventile, ktorého poloha regulovaná nízkoúrovňovým regulátorom (PID) udáva zmiešavací pomer medzi vodou privedenou z rozdeľovača a vratnou vodou z vykurovacieho okruhu. Referenčné hodnoty pre nízkoúrovňové regulátory sú nastavované regulátorom vyšszej úrovne, ktorým je v komplexe budov ČVUT MPC. Vratná ochladená voda z jednotlivých vykurovacích okruhoch sa vracia do zberača a ďalej do parného výmenníku, kde opäť dochádza k ohriatiu vody a celý cyklus sa opakuje.

Každý z blokov $B1$, $B2$, $B3$, ktorými sa budeme v tejto práci zaoberať, má dva samostatné vykurovacie okruhy (severnú a južnú vetvu). Na každom okruhu je meraná teplota vykurovacej, vratnej vody a teplota v referenčnej miestnosti. Zjednodušená schéma jedného bloku, z ktorej budeme vychádzať pri identifikácii a následnom riadení, je zobrazená na obr. 2.4.



Obr. 2.4: Schéma riadeného objektu.

Význam značenia uvedeného na obr. 2.4 možno nájsť v tabuľke 2.1. Tri z meraných veličín sú vstupné veličiny: ϑ_o , ϑ_{rws} , ϑ_{rwn} . Teploty vratnej vody v jednotlivých vykurovacích okruhoch sú riadiace veličiny (ich hodnota je nastavovaná regulátorom). Vonkajšia teplota predstavuje merateľnú poruchu. Je dôležité poznamenať, že v prípade ϑ_o neide o aktuálnu meranú hodnotu ale o predpoveď na niekoľko hodín dopredu (dané predikčným horizontom MPC), ktorá je poskytovaná agentúrou NOAA (National Oceanic and Atmo-

Tabuľka 2.1: Merané veličiny riadeného systému.

Označenie	Popis
ϑ_{rs}	teplota v referenčnej miestnosti - juh
ϑ_{rn}	teplota v referenčnej miestnosti - sever
ϑ_{rws}	teplota vratnej vody - juh
ϑ_{rwn}	teplota vratnej vody - sever
ϑ_o	vonkajšia teplota (predpoved ²)
ϑ_{hws}	teplota vykurovacej vody - juh
ϑ_{hwn}	teplota vykurovacej vody - sever

spheric Administration)². Tieto predpovede využíva prediktívny regulátor k presnejším predikciám výstupov, ktorými sú teplota vratnej vody a teploty v referenčných miestnostiach.

Ďalej budeme uvažovať systém s nasledujúcim usporiadaním vstupných a výstupných veličín:

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} \vartheta_{rs} & \vartheta_{rws} & \vartheta_{rn} & \vartheta_{rwn} \end{bmatrix}^T, \\ u &= \begin{bmatrix} \vartheta_o & \vartheta_{hws} & \vartheta_{hwn} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Našou úlohou je teda nájsť model systému, ktorý bude čo najvernejšie popisovať vzťahy medzi vstupnými a výstupnými veličinami (2.1) a poskytne čo najpresnejšie predikcie výstupov.

²<http://www.noaa.gov>

Kapitola 3

Identifikačné metódy

Ako už bolo spomenuté v úvode tejto práce, znalosť modelu riadeného systému, ktorý čo najvernejšie popisuje realitu, je nevyhnutná pre optimálne fungovanie prediktívneho riadenia. Preto je potrebné venovať hľadaniu modelu systému rovnako veľkú pozornosť ako návrhu samotného zákona riadenia.

Existuje veľké množstvo rôznych prístupov k identifikácii dynamických systémov, ktorým je venovaný nemalý priestor v odbornej literatúre [29, 42, 48]. Prvou voľbou, ktorú musíme pred samotnou identifikáciou učinit', je výber reprezentácie identifikovaného modelu. V prípade časovo invariantných lineárnych systémov, (budeme pre ne používať označenie LTI - **L**inear **T**ime **I**nvariant), na ktoré sa v tejto práci obmedzíme, je pomerne bežne používaný Input - Output model. Najmä v prípade SISO systémov ponúka hned' niekoľko štruktúr od najjednoduchšieho FIR modelu cez ARX až po zložitejšie štruktúry ako ARMAX či Box Jenkins, ktoré dovoľujú modelovať nezávisle nielen parametre deterministickej časti systému, ale aj časť stochastickú [20].

V prípade identifikácie systémov s veľkým počtom vstupov a výstupov, medzi ktoré budovy určite patria, je použitie takýchto štruktúr značne obmedzené. Oveľa výhodnejšie je v takomto prípade použiť reprezentáciu stavovým popisom, ktorú v šesťdesiatych rokoch minulého storočia formuloval Rudolf Kalman a je doteraz s obľubou používaná v rade praktických aplikácií. Ďalej sa budeme zaoberať len identifikáciou lineárnych časovo invariantných diskrétnych stochastických systémov s nasledujúcim stavovým popisom:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + v(k) \\y(k) &= Cx(k) + Du(k) + e(k)\end{aligned}\tag{3.1}$$

kde $u(k)$ je deterministický vstup modelu. Šum merania $v(k)$ a šum procesu $e(k)$ sú stacionárne náhodné postupnosti s nulovou strednou hodnotou (biely šum), ktoré sú

v rôznych časov nezávislé a pre ktoré platí:

$$\begin{aligned} E \left\{ \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \right\} &= 0, \\ cov \left\{ \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \right\} &= E \left\{ \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Matice $Q \geq 0$ a $R \geq 0$ predstavujú kovarianciu šumu procesu a šumu merania. Matrica S vyjadruje vzájomnú kovarianciu týchto šumov. V ďalšom texte budeme uvažovať vzájomne nekorelované šumy merania a procesu, t.j. $S = 0$.

Z hľadiska využívania apriórnej informácie a experimentálnej znalosti dát možno rozdeliť identifikačné metódy do troch základných skupín:

- **White box**

Vychádza len z apriórnej znalosti popisovaného procesu a všeobecne platných fyzikálnych zákonov. Výsledkom je matematický model, ktorého parametre sú získané analýzou termodynamických, chemických a mechanických vlastností identifikovaného objektu bez použitia experimentálnych dát. Keďže prakticky je nemožné zostrojiť presný model tak zložitého systému, ako je budova, len zo znalosti fyzikálno-chemických vlastností, je použitie tohto prístupu pri identifikácii budov nie príliš vhodnou voľbou a ďalej sa týmto prístupom nebudeme zaoberať.

- **Black box**

Je prístupom predstavujúcim opačný extrém ako White box modelovanie. Pri tvorbe modelu systému sú použité len experimentálne získané dáta bez využitia akékoľvek znalosti o štruktúre či fyzikálnej podstate riadeného systému. Keďže teplota, ktorá je základnou procesnou veličinou termodynamického správania budovy, je pomerne jednodnoducho merateľná, existuje množstvo presných a cenovo dostupných senzorov, a teda je pri identifikácii väčšinou dostupné dostačujúce množstvo nameraných dát. Z toho dôvodu je použitie Black box prístupu jednou z možností ako najst' vhodný model systému. Základnou nevýhodu tejto metódy je fakt, že tento prístup ignoruje akúkoľvek štruktúru procesu a získaný model sice dobre fituje najmä testovacie dáta, je však vo väčšine prípadov nevhodný pre riadenie.

Ako najvhodnejšie sa spomedzi Black box metód javí použitie pomerne nového prístupu - Subspace identifikačných metód, pre ktoré sa v literatúre často používa označenie 4SID (Subspace State-Space IDentification). Tento prístup narozdiel

od bežných Black box metód (odhadujúcich parametre vstupno-výstupných modelov ARX,ARMAX...) poskytuje model v tvare stavového popisu, čím sa stáva vhodným nástrojom aj pre identifikáciu MIMO systémov s veľkým počtom vstupov a výstupov (ako napríklad budovy). Ďalšou z výhod, ktorá robí z 4SID metód vhodného kandidáta pri hľadaní parametrov modelu, ktorý bude následne použitý pre prediktívne riadenie, je fakt, že poskytnutý model je optimálnym viackrovým prediktorom. Okrem obecnej nevýhody Black box modelovania, ktorou je nerešpektovanie fyzikálnej podstaty modelovaného objektu, majú Subspace metódy aj ďalšie nevýhody, medzi ktoré patrí potreba veľkého množstva vstupno - výstupných dát a zložitá rekurzifikácia. Vzhľadom na veľký objem historických nameraných dát, ktoré pri našej práci boli k dispozícii, nás uvedené skutočnosti neobmedzovali pri použití Subspace metód. Podrobnejšie budú metódy Subspace identifikácie popísané v samostatnej podkapitole.

- **Grey box**

Je kombináciou oboch vyššie uvedených prístupov, ktorá využíva znalosť fyzikálnej podstaty riadeného systému pri tvorbe štruktúry modelu a namerané dátu k odhadu konkrétnych hodnôt parametrov procesu. Vzhľadom na spomínané množstvo dostupných dát a na schopnosť zjednodušene popísati tepelnú bilanciu budovy je Grey box modelovanie ďalšou možnosťou pri konštrukcii modelu budovy. S ohľadom na uvedené vlastnosti Grey box modelovacieho prístupu mu v tejto kapitole budeme venovať zvýšenú pozornosť a v samostatnej podkapitole najprv popíšeme postup, akým možno nájsť štruktúru termodynamického modelu budovy a následne zo sekvencie vstupno-výstupných dát určiť aj konkrétné hodnoty parametrov daného modelu.

3.1 Metódy Grey box identifikácie

Úlohou Grey box modelovania je nájsť fyzikálny popis (štruktúru) riadeného systému a následne odhadnúť konkrétné hodnoty parametrov z nameraných vstupno-výstupných dát. V prvej časti tejto podkapitoly najprv popíšeme spôsob, akým možno nájsť fyzikálny popis budovy, a tento spôsob následne demonštrujeme na príklade vybraného bloku budovy ČVUT v Prahe. V druhej časti bude uvedený popis odhadu parametrov zo vstupno-výstupných dát.

3.1.1 Tvorba štruktúry modelu

Základným fyzikálnym zákonom, z ktorého budeme vychádzať pri modelovaní termodynamického správania budovy, je rovnica vedenia tepla [10]:

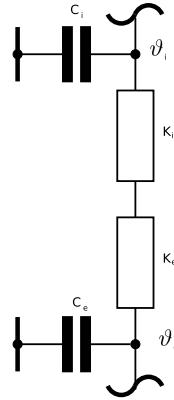
$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= K_{ie}(\vartheta_e - \vartheta_i) \\ \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{dQ}{d\vartheta_i}}_{C_i} \frac{d\vartheta_i}{dt} &= K_{ie}(\vartheta_e - \vartheta_i) \end{aligned} \quad (3.3)$$

kde t predstavuje čas, ϑ_i , ϑ_e sú teploty v dvoch bodech (uzloch), medzi ktorými dochádza k vedeniu tepla, Q je tepelná energia, C_i je tepelná kapacita v bode i . Celkový koeficient prenosu tepla $K_{i,e}$ môže byť spočítaný podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\frac{1}{K_{ie}} = \frac{1}{K_i} + \frac{1}{K_e}, \quad (3.4)$$

kde K_e a K_i sú súčinitele tepelnej vodivosti pre materiály i a e , ktoré závisia predovšetkým na vlastnostiach daného materiálu.

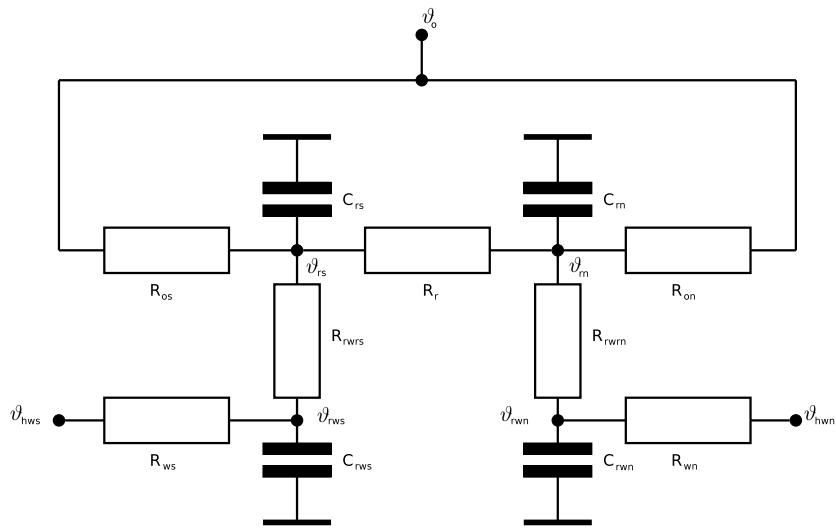
Ako si možno všimnúť, z matematického hľadiska je rovnica (3.3) ekvivalentná Ohmovmu zákonu. Ďalej je zrejmé, že tepelná kapacita C je analógiou k elektrickej kapacite a tiež prevrátená hodnota tepelnej vodivosti K ("tepelný odpor") v termodynamickej sústave plní rovnakú funkciu ako odpor R v elektrickom obvode. Príčinou prenosu tepla Q z jedného bodu sústavy do iného je rozdiel teplôt v týchto dvoch bodech a ten istý princíp platí i pre sústavy elektrických prvkov a prenos elektrického náboja. Na popis termodynamických vlastností môžeme teda nahliadať podobne ako na popis veličín v elektrickom obvode. Pre schématické znázornenie vzťahov medzi prvkami v elektrických sústavách sa vďaka ich prehľadnosti tradične používajú tzv. RC diagramy. Keďže sme ukázali analógie medzi pojмami zavedenými v termodynamických a elektrických sústavách, môžeme modifikovaný RC diagram bez ujmy na vernosti popisu použiť aj na zakreslenie relácií medzi termodynamickými prvkami [18, 19, 39]. Na nasledujúcom obrázku 3.1 uvádzame jednoduchý príklad RC siete, ktorá odpovedá diferenciálnej rovnici vedenia tepla 3.3.



Obr. 3.1: RC diagram pre rovnicu vedenia tepla.

Pomocou vyššie uvedeného postupu sme schopní zstrojiť podobnú RC sieť a k tej prislúchajúcemu sústavu diferenciálnych rovíc, ktorá bude popisovať termodynamické správanie jedného z blokov nami uvažovanej budovy ČVUT s dvoma vykurovacími okruhmi a dvoma rôzne veľkými referenčnými miestnosťami:

$$\begin{aligned}
 -\dot{\vartheta}_{rs} &= \frac{1}{C_{rs}R_{os}} (\vartheta_{rs} - \vartheta_o) + \frac{1}{C_{rs}R_r} (\vartheta_{rs} - \vartheta_{rn}) + \frac{1}{C_{rs}R_{rwrs}} (\vartheta_{rs} - \vartheta_{rwrs}) \\
 -\dot{\vartheta}_{rwrs} &= \frac{1}{C_{rwrs}R_{rwrs}} (\vartheta_{rwrs} - \vartheta_{rs}) + \frac{1}{C_{rwrs}R_{ws}} (\vartheta_{rwrs} - \vartheta_{hws}) \\
 -\dot{\vartheta}_{rn} &= \frac{1}{C_{rn}R_{on}} (\vartheta_{rn} - \vartheta_o) + \frac{1}{C_{rs}R_r} (\vartheta_{rn} - \vartheta_{rs}) + \frac{1}{C_{rs}R_{rwrn}} (\vartheta_{rn} - \vartheta_{rwrn}) \\
 -\dot{\vartheta}_{rwrn} &= \frac{1}{C_{rwrn}R_{rwrn}} (\vartheta_{rwrn} - \vartheta_{rn}) + \frac{1}{C_{rwrn}R_{wn}} (\vartheta_{rwrn} - \vartheta_{hwn})
 \end{aligned} \tag{3.5}$$



Obr. 3.2: RC diagram pre blok s dvoma vykurovacími okruhmi.

Význam jednotlivých symbolov použitých v (3.5) a na obrázku 3.2 je vysvetlený v tabuľke 6.1. Budeme uvažovať vstupy a stavy (odpovedajú priamo meraným výstupom)

Tabuľka 3.1: Význam symbolov.

Označenie	Popis
C_{rs}	tepelená kapacita miestnosti - juh
C_{rn}	tepelená kapacita miestnosti - sever
C_{rws}	tepelená kapacita vratná voda - juh
C_{rwn}	tepelená kapacita vratná voda - sever
R_{os}	tepelný odpor vonkajšej steny - juh
R_{on}	tepelný odpor vonkajšej steny - sever
R_r	tepelný odpor miestnosti juh - miestnosť sever
R_{rwrs}	tepelný odpor miestnosti - vratná voda (juh)
R_{rwrn}	tepelný odpor miestnosti - vratná voda (sever)
R_{ws}	tepelný odpor vykurovacia - vratná voda (juh)
R_{wn}	tepelný odpor vykurovacia - vratná voda (sever)

tak, ako bolo uvedené v kapitole 2:

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} \vartheta_{rs} & \vartheta_{rws} & \vartheta_{rn} & \vartheta_{rwn} \end{bmatrix}^T \\ u &= \begin{bmatrix} \vartheta_o & \vartheta_{hws} & \vartheta_{hwn} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Sústavu diferenciálnych rovníc (3.5) môžeme potom prepísať na nasledujúci tvar, ktorý odpovedá rovnici vývoja stavu v popise lineárneho časovo invariantného spojitého systému:

$$\dot{x}(k) = A_c x(k) + B_c u(k), \quad (3.7)$$

kde

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_{rs} R_{os}} & -\frac{1}{C_{rs} R_{rws}} & -\frac{1}{C_{rs} R_r} & 0 \\ \frac{1}{C_{rws} R_{rws}} & -\frac{1}{C_{rws} R_{rws}} & -\frac{1}{C_{rws} R_{rws}} & 0 \\ \frac{1}{C_{rn} R_r} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_{rn} R_{rn}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_{rwn} R_{rwn}} \end{bmatrix} \\ B_c &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{rs} R_{os}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{rws} R_{rws}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{rs} R_{rn}} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{rwn} R_{rwn}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{rwn} R_{rwn}} & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Z rovnice (3.7) môžeme jednoducho pomocou diskretizácie získať matice A a B v stavovom popise (3.1)

$$\begin{aligned} A &= e^{AT} = I + A_c T_s + \frac{A_c^2 T_s^2}{2} + \dots \approx I + A_c T_s, \\ B &= \int_0^{T_s} e^{A_c \tau} d\tau \approx \int_0^{T_s} I d\tau B_c = T_s B_c, \end{aligned} \quad (3.9)$$

kde T_s predstavuje vzorkovaciu períodu. Matice A a B budú mať nasledujúcu štruktúru:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_4 & a_3 & 0 \\ a_2 & a_5 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & a_6 & a_8 \\ 0 & 0 & a_7 & a_9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

3.1.2 Odhad parametrov

K tomu, aby sme získali kompletný model riadeného systému, potrebujeme ešte odhadnúť parametre zvolenej štruktúry z postupnosti vstupno-výstupných dat. Pokiaľ budeeme uvažovať, že všetky stavy systému sú priamo merateľné a odpovedajú výstupom, môžeme zo vstupno-výstupných dát odhadovať priamo matice A , B stavového popisu.

Pre účely identifikácie je najvhodnejšie rovnicu vývoja stavu zo stavového popisu (3.1) zapísat do rekurzívneho maticového tvaru:

$$X_1^N = AX_0^{N-1} + BU_0^{N-1} + E_0^{N-1} = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0^{N-1} \\ U_0^{N-1} \end{bmatrix} + E_0^{N-1}, \quad (3.11)$$

kde N značí počet vzorkov a

$$\begin{aligned} X_k^{k+N} &= \begin{bmatrix} x(k) & x(k+1) & \dots & x(k+N) \end{bmatrix}, \\ U_k^{k+N} &= \begin{bmatrix} u(k) & u(k+1) & \dots & u(k+N) \end{bmatrix}, \\ E_k^{k+N} &= \begin{bmatrix} e(k) & e(k+1) & \dots & e(k+N) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Maticovú rovnicu (3.25) môžeme prepísať do tvaru:

$$\text{vec}X_1^N = \left(\begin{bmatrix} X_0^{N-1} \\ U_0^{N-1} \end{bmatrix} \otimes I_n \right)^T \text{vec} \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} + \text{vec}E_0^{N-1}, \quad (3.13)$$

kde I_n predstavuje jednotkovú maticu rozmerov $n \times n$, kde n je rád systému, \otimes predstavuje Kroneckerov produkt dvoch matíc, vec je operátor vektorizácie.

V prípade, že na parametre matíc A, B nie sú kladené žiadne obmedzenia, je možné z rovnice (3.13) získať odhady \hat{A}, \hat{B} jednoducho tak, že zavedieme:

$$\begin{aligned}\mathcal{Y} &= \text{vec} X_1^N, \\ \mathcal{X} &= \left(\begin{bmatrix} X_0^{N-1} \\ U_0^{N-1} \end{bmatrix} \otimes I_n \right)^T, \\ \Theta &= [A \ B],\end{aligned}\tag{3.14}$$

a pre $\hat{\Theta}$ dostávame použitím najmenších štvorcov:

$$\hat{\Theta} = \mathcal{Y} \mathcal{X}^T (\mathcal{X} \mathcal{X}^T)^{-1}.\tag{3.15}$$

V prípade, že požadujeme niektoré parametre $\hat{\Theta}$ nulové, je nutné vynechať príslušné riadky regresora \mathcal{X} aj vektora \mathcal{Y} a odhadovať len parametre, ktoré sú nenulové.

3.2 Subspace identifikačné metódy

Subspace identifikačné metódy patria k pomerne novým prístupom k identifikácii dynamických systémov. Ich základy boli položené koncom minulého storočia na Katolíckej univerzite v belgickom Leuvene a pred pár rokmi boli úspešne použité pri identifikácii modelu budovy [5, 11, 35]. V tejto práci sa preto nebudeme týmito metódami zaoberať podrobne, uvedieme len ich základne princípy a v ďalších kapitolách modely získané 4SID metódami porovnáme s modelmi, ktoré boli získane ostatnými uvedenými metódami. Pre hlbšie pochopenie sa môže čitateľ obrátiť napríklad na [8, 22, 43, 44].

Pre účely Subspace identifikácie najprv zavedieme pojmom stavový model v inovačnom tvare, ktorý získame aplikáciou Kalmanovho filtra na systém so stavovým popisom v obvyklom tvare (3.1):

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + K\epsilon(k), \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + \epsilon(k) \quad \text{cov}\{\epsilon(k)\} = R_e\end{aligned}\tag{3.16}$$

kde R_e predstavuje kovarianciu inovovácií $\epsilon(k)$ a matica K predstavuje ustálené Kalmanovo zosilnenie [20]:

$$K = APC^T(CPC^T + R)^{-1}, R_e = CPC^T + R\tag{3.17}$$

ktoré získame z ustáleného riešenia algebraickej Ricatiho rovnice:

$$P = APA^T - K(CPC^T + R)^{-1}K^T + Q. \quad (3.18)$$

Dôvodom, pre ktorý zavádzame stavový popis v inovačnom tvare, je skutočnosť, že model s popisom (3.16) má v stochastickej časti menej stupňov voľnosti ako (3.1) a tie môžu byť potom jednoznačne identifikované zo vstupno-výstupných dát. Tie sú usporiadane pre účely identifikácie do Hankelovych matíc:

$$\begin{bmatrix} U_p \\ \hline U_f \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc} u_0 & u_1 & \cdots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & \cdots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & \cdots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & \cdots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i+h-1} & u_{i+h} & \cdots & u_{i+h+j-2} \end{array} \right], \quad (3.19)$$

i, h, j predstavujú voliteľné parametre - počet blokových riadkov resp. stĺpcov Hankelovej matice. Parameter i určuje rozdelenie dát na minulé („past“) U_p a budúce („future“) U_f . Analogicky sú skonštruované aj matice výstupov Y_p, Y_f a stochastickeho vstupu \dot{E}_p, \dot{E}_f . Priestory budúcich a minulých dát budeme značiť W_p a W_f :

$$W_p = \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix}, \quad W_f = \begin{bmatrix} U_f \\ Y_f \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Stavové premenné sú podobne ako výstupy a vstupy rozdelené na X_f a X_p a usporiadane do nasledujúcich matíc:

$$\begin{aligned} X_p &\triangleq \begin{bmatrix} x_0 & \dots & x_{i-1} & x_i & \dots & x_{j-1} \end{bmatrix} \\ X_f &\triangleq \begin{bmatrix} x_i & \dots & x_{j-1} & x_j & \dots & x_{i+j-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ďalej zavedieme pojem rozšírenej matice pozorovateľnosti Γ_k nasledovne:

$$\Gamma_k \triangleq \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

a obdobne pojem späťnej rozšírenej matice riaditeľnosti Δ_k^d a Δ_k^s deterministického resp. stochastického vstupu:

$$\begin{aligned}\Delta_k^s &\triangleq \begin{bmatrix} A^{k-1}B & A^{k-2}B & \dots & B \end{bmatrix}, \\ \Delta_k^d &\triangleq \begin{bmatrix} A^{k-1}K & A^{k-2}K & \dots & K \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (3.23)$$

kde $k > n$.

Po zavedení Toeplitzovských matíc impulzných odoziev pre vstupy u a \dot{e} , H_k^d a H_k^s :

$$\begin{aligned}H_k^d &\triangleq \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k-2}B & CA^{k-3}B & CA^{k-4}B & \dots & D \end{bmatrix}, \\ H_k^s &\triangleq \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CK & D & 0 & \dots & 0 \\ CAK & CK & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k-2}K & CA^{k-3}K & CA^{k-4}K & \dots & D \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (3.24)$$

môžeme prepísať stavový popis (3.16) do rekurzívnej maticovej formy [44]:

$$\begin{aligned}Y_p &= \Gamma_i X_p + H_i^d U_p + H_i^s \dot{E}_p, \\ Y_f &= \Gamma_h X_f + H_h^d U_f + H_h^s \dot{E}_f, \\ X_p &= A^i X_p + \Delta_i^d U_p + H_i^s \dot{E}_p.\end{aligned}\quad (3.25)$$

Základnou myšlienkovou Subspace identifikačných metód (ako už samotný názov napovedá) je využitie pod priestorov k odhadu matíc stavového popisu A, B, C, D, K . Postačujúcimi podpriestormi k tomuto odhadu sú podpriestor rozšírenej matice pozorovateľnosti Γ_h a podpriestor stavového priestoru budúcich dát X_f . Na získanie týchto podpriestorov je potrebné odhadnúť člen

$$\mathcal{O}_h = \Gamma_h X_f. \quad (3.26)$$

Jednou z možností, ako pomerne jednoducho odhadnúť \mathcal{O}_h z druhej rovnice v (3.16), je použitie šikmej projekcie riadkového priestoru budúcich výstupov Y_f pozdĺž riadkového priestoru budúcich vstupov do riadkového priestoru minulých dát W_p , pre ktorú budeme používať nasledujúce označenie:

$$Y_f /_{U_f} W_p. \quad (3.27)$$

S využitím nasledujúcich troch vlastností šikmej projekcie, ktorých odvodenie možno nájsť v [43]:

$$\begin{aligned} \lim_{i,j \rightarrow \infty} \frac{X_f}{U_f} / W_p &= \hat{X}_f, \\ \lim_{i,j \rightarrow \infty} \frac{E_f}{U_f} / W_p &= 0, \\ \frac{U_f}{U_f} / W_p &= 0, \end{aligned} \quad (3.28)$$

môžeme v prípade dostačujúceho počtu dát písat' :

$$\frac{Y_f}{U_f} / W_p = \Gamma_h \hat{X}_f, \quad (3.29)$$

čím dostávame požadovaný odhad matice \mathcal{O}_h . Požadované podpriestory budúcich stavov a rozšírenej matice pozorovateľnosti získame z \mathcal{O}_h použitím SVD rozkladu:

$$\mathcal{O}_h = U S V^T = \begin{bmatrix} U_s & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_s & 0 \\ 0 & S_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ V_n \end{bmatrix}^T, \quad (3.30)$$

kde pre odhadované Γ_h a \hat{X}_f bude platit' :

$$\Gamma_h = U_s S_s^{1/2}, \quad \hat{X}_f = S_s^{1/2} V_s^T. \quad (3.31)$$

Nutno podotknúť, že SVD rozkladom je získaný nielen odhad požadovaných podpriestorov, ktoré budú ďalej využité k odhadu parametrov stavového modelu, ale aj rád odhadovaného modelu n , ktorý je rovný počtu významných singulárnych čísel matice \mathcal{O}_h , ktoré tvoria diagonálu matice S_s .

Teraz už poznáme postupnosť stavov X_f a k odhadu matíc A, B, C, D je potrebné už len vyriešiť nasledujúcu sústavu rovníc:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_i \\ U_i \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

kde

$$\begin{aligned} \hat{X}_{i+1} &= \begin{bmatrix} \hat{x}_{i+1} & \cdots & \hat{x}_{i+j} \end{bmatrix}, & \hat{X}_i &= \begin{bmatrix} \hat{x}_i & \cdots & \hat{x}_{i+j-1} \end{bmatrix}, \\ Y_i &= \begin{bmatrix} y_i & \cdots & y_{i+j-1} \end{bmatrix}, & U_i &= \begin{bmatrix} u_i & \cdots & u_{i+j-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Riešenie sústavy rovníc (3.32) získame pomerne jednoducho pomocou najmenších štvorcov. Zavedieme podobné označenie ako v predošej podkapitole:

$$\Theta = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X} = \begin{bmatrix} \hat{X}_i, & U_i \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Y} = \begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Pre odhad systémových matíc $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ pomocou LS dostávame

$$\begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \mathcal{Y}\mathcal{X}^T (\mathcal{X}\mathcal{X}^T)^{-1}. \quad (3.35)$$

Pre odhad stochastickej časti modelu so stavovým popisom (3.16) \hat{K} a \hat{R}_e spočítame reziduá Σ :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{j - (m+n)(n+l)} (\mathcal{Y} - \hat{\mathcal{Y}}) (\mathcal{Y} - \hat{\mathcal{Y}})^T, \quad (3.36)$$

kde $\hat{\mathcal{Y}}$:

$$\hat{\mathcal{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \mathcal{X}. \quad (3.37)$$

Pre odhad \hat{R}_e a \hat{K} potom dostávame:

$$\hat{R}_e = \Sigma_{22}, \quad \hat{K} = \Sigma_{11}\Sigma_{22}^{-1}. \quad (3.38)$$

Kapitola 4

Identifikácia pre prediktívne riadenie

Ako už bolo neraz spomenuté, pre správne fungovanie prediktívneho regulátora je veľmi dôležitá dobrá znalosť matematického modelu riadeného systému. Kritérium (účelová funkcia), ktoré bude použité pri identifikácii parametrov modelu, by malo byť volené podľa toho, pre aký typ regulátoru bude tento model následne použitý. Prediktívny regulátor minimalizuje regulačnú odchýlku počas celého predikčného horizontu v závislosti na predikciu výstupov. Najčastejšie je pri návrhu MPC použitá kvadratická účelová funkcia a regulátor potom minimalizuje kvadrát regulačnej odchýlky. Model, ktorý bude použitý pre prediktívne riadenie, by mal byť teda predovšetkým dobrým viackrokovým prediktorom.

Bežne používané identifikačné metódy minimalizujú však len jednokrokovú predikčnú chybu (PEM - Prediction Error Methods, [29]). Preto sa pri tvorbe modelov pre MPC (najmä pre veľké predikčné horizonty) používajú metódy, ktoré minimalizujú viackrokovú predikčnú chybu. Pre tieto metódy sa používa súhrnné označenie **MPC Relevant Identification (MRI)** a budú podrobnejšie popísané v nasledujúcej podkapitole.

4.1 Úvod do MRI

V posledných rokoch bolo publikované pomerne veľké množstvo článkov, ktoré sa zaoberejú hľadaním modelu, ktorý by mohol byť použitý pre prediktívne riadenie.

Prvými prácam v tejto oblasti sú články autorov Shook a Mohtadi publikované na začiatku deväťdesiatych rokov [40, 41]. V týchto článkoch poukazujú na to, že minimalizácia viackrokovej predikčnej chyby je ekvivalentná prefiltrovaniu vstupných a

výstupných dát filtrom, ktorý je závislý na šumovom modeli, a následnej identifikácii minimalizujúcej jednokrokovú predikčnú chybu. Použitie takejto metódy je však podmienené znalosťou skutočného šumového modelu, ktorý býva vo väčšine priemyselných aplikácií neznámy.

V rokoch 2002 až 2004 vychádzajú články [16,17], kde sa autori s neznalosťou šumového modelu vysporiadali rozdelením MRI identifikácie do dvoch krov. V prvom kroku identifikujú model deterministickej časti systému, druhý krok algoritmu predstavuje odhad koeficientov šumového modelu s využitím znalosti o deterministickej časti systému.

Ďalším z možných prístupov k MRI identifikácii je „multimodelový prístup“, kde je vytvorený separátny model pre každé $k \in \{1, 2, 3, \dots, P\}$, P je horizont predikcie. Všetky získané modely sú súčasne použité pre riadenie. Základnou nevýhodou tohto prístupu je veľké množstvo odhadovaných parametrov najmä pre veľké predikčné horizonty a systémy s viacerými vstupmi a výstupmi (MIMO). Keďže rozptyl odhadovaných parametrov sa zvyšuje s rastúcim počtom parametrov, touto metódou sa nebudeme ďalej zaoberať. Jej podrobnejší popis je možné nájsť v [38].

4.2 MRI identifikácia

4.2.1 MRI účelová funkcia

Je známe, že prediktívny regulátor minimalizuje odchýlku skutočného výstupu systému od požadovanej referenčnej hodnoty počas celého predikčného horizontu. Vo väčšine prípadov je použité kritérium kvadratické.

Definujme nasledujúcu účelovú funkciu J_{MPC} , ktorá penalizuje kvadrát odchýlky od referencie:

$$J_{MPC} = \frac{1}{(N - P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y_{ref}(k + i) - y(k + i))^2. \quad (4.1)$$

Ak pre výstup použijeme $y(k + i|k) = \hat{y}(k + i|k) + e(k + i|k)$, môžeme kritérium (4.1) napísť v tvare

$$J_{MPC} = \frac{1}{(N - P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y_{ref}(k + i) - \hat{y}(k + i|k) - (y(k + i) - \hat{y}(k + i|k)))^2. \quad (4.2)$$

Ďalším rozpisovaním môžeme vyjadriť kritérium J_{MPC} v tvare súčtu troch výrazov:

$$\begin{aligned} J_{MPC} = & \frac{1}{(N-P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y_{ref}(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 + \\ & \frac{1}{(N-P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 - \\ & \frac{2}{(N-P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y_{ref}(k+i) - \hat{y}(k+i|k)) \times (y(k+i) - \hat{y}(k+i|k)) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Klasické MPC minimalizuje len prvý člen rovnice (4.3) a to môže viesť na suboptimálne riešenie. Aby sme dospeli k optimálnemu riešeniu, je potrebné minimalizovať aj dva zostávajúce členy. Tretí člen predstavuje krízovú koreláciu medzi chybou identifikácie a chybou riadenia a jeho minimalizáciou sa zaoberá napríklad [15] a v tejto práci mu nebude ďalej venovaná pozornosť.

Mimimalizácia druhého členu je zabezpečená použitím MRI identifikačných algoritmov. Zavedieme si pre druhý člen rovnice (4.3) nasledujúce označenie:

$$J_N^P = \frac{1}{(N-P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (y(k+i) - \hat{y}(k+i|k))^2 = \frac{1}{(N-P)P} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (\epsilon_i^p(k))^2. \quad (4.4)$$

Na označenie chyby predikcie na i krokov v čase k , $\epsilon_i^p(k)$, budeme ďalej používať značenie $\epsilon_{k,i}^p$. V ďalšom teste sa budeme zaoberať už len minimalizáciou vyššie uvedenej účelovej funkcie.

Dodajme, že pre i -krokovú predikciu výstupu budeme používať označenie $\hat{y}(k+i|k)$, aby bola zachovaná súvislosť medzi viackrokovou predikčnou chybou a účelovou funkciou MPC 4.1.

Uvažujme skutočný model systému v tvare:

$$y(k) = G_p(q)u(k) + G_L(q)e(k). \quad (4.5)$$

$G_p(q)$ predstavuje prenos deterministickej časti systému a $G_L(q)$ je tvarovací filter šumu. Predpokladá sa, že $e(k)$ je normálne rozdelený biely šum s nulovou strednou hodnotou a rozptylom σ_e^2 . V týchto výrazoch q označuje operátor posunu $y(k+i) = qy(k)$. $\hat{G}_p(q, \theta)$ a $\hat{G}_L(q, \theta)$ predstavujú identifikované modely, θ je neznámy odhadovaný parameter.

Po zavedení tohto označenia môžeme pre optimálny viackrokový prediktor $\hat{y}(k+i|k)$ písat [29]:

$$\hat{y}(k+i|k) = \hat{W}_i \hat{G}_p(q)u(k+i) + (1 - \hat{W}_i) y(k+i). \quad (4.6)$$

Pre jednoduchosť budeme ďalej namiesto $\hat{G}_p(q)$ písat iba \hat{G}_p . Pre \hat{W}_i zo vzťahu (4.6) platí

$$\begin{aligned}\hat{W}_i &= \hat{F}_i \hat{G}_L^{-1}, \\ \hat{F}_i &= \sum_{i=0}^{i-1} \hat{g}_i q^{-1}, \quad \hat{F}_1 = \hat{g}_0 = 1,\end{aligned}\tag{4.7}$$

kde koeficienty \hat{g}_i sú koeficienty impulznej odozvy odhadovaného tvarovacieho filtru šumu. Výrazom $\hat{y}(k+i|k)$ rozumieme predikované výstupy v čase $k+i$ z dát, ktoré sú dostupné v čase k .

S použitím vzťahu pre optimálny prediktor (4.6) môžeme vyjadriť chybu predikcie $\epsilon_{i,k}^p$ (4.4) nasledujúcim vzťahom:

$$\begin{aligned}\epsilon_{i,k}^p &= G_p(q)u(k+i) + G_L(q)e(k+i) - \hat{W}_i \hat{G}_p(q)u(k+i) \\ &\quad - (1 - \hat{W}_i) (\hat{W}_i \hat{G}_p(q)u(k+i) + G_L e(k+j)).\end{aligned}\tag{4.8}$$

Po ďaších úpravách dostaneme pre $\epsilon_{i,k}^p$:

$$\epsilon_{i,k}^p = \hat{W}_i (G_p - \hat{G}_p) u(k+i) + \hat{W}_i G_L e(k+i).\tag{4.9}$$

Za predpokladu nekorelovanosti vstupov a šumu dostávame pre podmienenú strednú hodnotu μ výraz:

$$E(\epsilon_{i,k}^p | u) = \hat{W}_i (G_p - \hat{G}_p) u(k+i) = \mu_i(k).\tag{4.10}$$

Chyba predikcie je normálne rozdelená s určitou strednou hodnotou μ a rozptylom σ^2 . Stredná hodnota chyby $\epsilon_{i,k}^p$ je závislá jednak na kvalite odhadu deterministickej časti systémov a aj na vlastnostiach šumu.

Pre rozptyl chyby predikcie σ_i^2 môžeme napísat

$$\sigma_i^2 = \left\| \hat{W}_i G_L \right\|_2^2 \sigma_e^2.\tag{4.11}$$

Ako je vidno, rozptyl σ_i^2 chyby predikcie je závislý len vlastnostiach šumu. S využitím (4.11) a (4.10) môžeme pre MRI účelovú funkciu použiť vzťah:

$$J_N^P = \frac{1}{P} \left(\sum_{i=1}^P \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^P \mu_i^2 \right)\tag{4.12}$$

V prípade znalosti šumového modelu ($G_L = \hat{G}_L$) sa problém minimalizácie viackrokovnej predikčnej chyby $\epsilon_{i,k}^p$ redukuje len na minimalizáciu druhého členu (4.12). Prvý člen (4.12), ktorý predstavuje rozptyl chyby predikcie σ , je v tomto prípade známy a nemá

zmysel ho minimalizovať. Jeho hodnotu môžeme určiť nasledovne: pre \hat{W}_i použijeme vzťah (4.7), dosadíme do rovnice (4.11) a dostávame

$$\sum_{i=1}^P \sigma_i^2 = [P + (P-1)g_1^2 + \cdots + g_{P-1}^2] \sigma_e^2. \quad (4.13)$$

Jednou z možností minimalizácie (4.12) je využiť ekvivalenciu prefiltrácie vstupných a výstupných dát a minimalizácie viackrokovej predikčnej chyby, podobne ako je uvedené v [41] a [40]. Pokial' však nepoznáme vlastnosti šumového modelu, čo je v praktických aplikáciach veľmi častý jav, je nutné myslieť aj na minimalizáciu rozptylu chyby predikcie σ_i^2 . Ako bolo spomenuté v úvode tejto kapitoly, tento problém riešia autori v článkoch [16, 17]. Podrobnejší popis algoritmu, ktorý je označovaný ako dvojkrokový, bude uvedený v nasledujúcej podkapitole.

4.2.2 Dvojkrokový algoritmus

Minimalizáciu MRI účelovej funkcie je možné rozdeliť do dvoch nezávislých krokov:

1. **Zafixovanie šumového modelu** - zafixujeme šumový model (napr. $\hat{G}_L = 1$), pre daný šumový model získame model deterministickej časti systému G_p .
2. **Odhad modelu šumu** - s použitím modelu procesu, ktorý sme získali v prvom kroku algoritmu, odhadneme koeficienty tvarovacieho filtru šumu \hat{G}_L .

Zafixovanie šumového modelu

V prvom kroku dvojkrokového algoritmu zafixujeme šumový model a hľadáme model procesu \hat{G}_p tak, aby bol minimalizovaný druhý člen kritéria (4.12) pre zvolený šumový model. Riešime teda nasledujúcu optimalizačnú úlohu

$$\hat{G}_p = \underset{G_p}{\operatorname{argmin}} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P \mu_i^2 \quad (4.14)$$

Ako najjednoduchšia voľba sa ukazuje zvoliť ako fixný šumový model $\hat{G}_L = 1$. Je jednoduché ukázať, že za predpokladu $\hat{G}_L = 1$ je MRI identifikácia ekvivalentná klasickej identifikácii minimalizujúcej jednokrokovú predikčnú chybu.

Ak si zvolíme $\hat{G}_L = 1$, potom pre koeficienty ipmulznej odozvy a filter \hat{W}_i platí

$$\begin{aligned} \hat{g}_0 &= 1, & \hat{g}_i &= 0, i = \{1, \dots, P\}, \\ \hat{F}_i &= 1, \\ \hat{W}_i &= 1, \end{aligned} \quad (4.15)$$

Po dosadení za $\hat{W}_i = 1$ vidíme, že minimalizácia (4.9) pre ľubovoľné P je ekvivaletná minimalizácii jednokrokovej predikčnej chyby ($P = 1$).

Kým model procesu, ktorý vyhovuje minimalizácii jednokrokovej predikčnej chyby, je možné získať celkom jednoducho použitím lineárnej regresie, pri hľadaní minima sumy kvadrátov viackrokových predikčných chýb (4.9) pre $P > 1$ musia byť použité algoritmy nelineárnej optimalizácie [49], čo je výpočtovo omnoho náročnejšie.

Odhad modelu šumu

Odhadnutý model procesu \hat{G}_p , ktorý sme získali v prvom kroku algoritmu, bude d'alej použitý pre odhadovanie koeficientov tvarovacieho filtru šumu G_L .

Budeme uvažovať model šumu:

$$\hat{G}_L = \frac{C(q)}{D(q)} = \frac{1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_m q^{-m}}{1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_n q^{-n}}, \quad (4.16)$$

kde m udáva rád čitateľa modelu šumu a n rád menovateľa. Pripomeňme, že koeficienty impulznej odozvy šumového modelu \hat{g}_i sú funkciou koeficientov c_i a d_i a možno ich získať dlhým delením polynómov C/D .

Pre viackrokovú predikčnú chybu $\epsilon_{k,i}(\theta_i)$ môžeme s použitím (4.16) napísat

$$\begin{aligned} \epsilon_{k,i}(\theta_i) &= y(k+i) - \hat{y}(k+i|\theta_i) \\ \epsilon_{k,i}(\theta_i) &= \frac{D}{C} \left[F_i y(k+i) - F_i \hat{G}_p u(k+i) \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

kde θ_i predstavuje vektor neznámych odhadovaných parametrov:

$$\theta_i = \begin{bmatrix} c_1 & \dots & c_m & 1 & d_1 & \dots & d_n \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Objasníme ešte význam dolného indexu i pri odhadovanom parametri θ : ako už bolo spomenuté, koeficienty impulznej odozvy sú závislé na koeficientoch prenosu c_i a d_i

$$\hat{F}_i = f(c_1 \cdots c_i, d_1 \cdots d_i). \quad (4.19)$$

Potom θ_i predstavuje vektor odhadovaných parametrov, pre ktoré platí (4.19). Ďalej si zavedieme nasledujúce označenie:

$$u_f(k) = \hat{G}_p u(k), \quad (4.20)$$

$$v_{k,i}(\theta_i) = \hat{F}_i y(k+i) - \hat{F}_i \hat{G}_p u(k+i). \quad (4.21)$$

Potom môžeme $v_{k,i}(\theta_i)$ rozpísat do tvaru:

$$\begin{aligned} v_{k,i}(\theta_i) &= y(k+i) + \hat{g}_1 y(k+i-1) + \cdots + \hat{g}_{i-1} y(k+1) \\ &\quad - u_f(k+i) - \hat{g}_1 u_f(k+i-1) - \cdots - \hat{g}_{i-1} u_f(k+1). \end{aligned} \quad (4.22)$$

S použitím (4.22) môžeme viackrokovú predikčnú chybu $\epsilon_{k,i}(\theta_i)$ vyjadriť ako

$$\epsilon_{k,i}(\theta_i) = \theta_i \begin{bmatrix} v_{k,i}(\theta_i) & v_{k-1,i}(\theta_i) & \cdots & v_{k-n,i}(\theta_i) & \epsilon_{k-1,i}(\theta_i) & \cdots & \epsilon_{k-m,i}(\theta_i) \end{bmatrix}^T. \quad (4.23)$$

Teraz už môžeme druhý krok algoritmu formulovať ako optimalizačnú úlohu

$$\arg \min_{\theta} \sum_{k=1}^{N-P} \sum_{i=1}^P (\epsilon_{k,i})^2 \quad (4.24)$$

pričom pre $\forall i \in \{1, \dots, P\}$ musí byť splnená obmedzujúca podmienka (4.19).

Ide o klasický problém nelineárnej optimalizácie, ktorý je možné riešiť použitím ne-lineárnych najmenších štvorcov. Na riešenie tohto problému je možné použiť napríklad solver *lsqnonlin*, ktorý je súčasťou Optimalizačného toolboxu v Matlabe [6].

Príklad 4.1 (MRI dvojkroková identifikácia): Uvažujme model procesu ktorý je daný skutočným modelom procesu G_p

$$G_p = \frac{0.0077z^2 + 0.0212z + 0.0036}{z^3 - 1.9031z^2 + 1.1514z - 0.2158} \quad (4.25)$$

a modelom šumu G_{L1} , G_{L2}

$$G_{L1} = \frac{1}{z + 0.8}, \quad G_{L2} = \frac{1}{(z - 0.8)^2}, \quad (4.26)$$

ktorý je budený pseudonáhodným binárny signálom s amplitúdou ± 3 o dĺžke 500 vzorkov a zaťažený gaussovským bielym šumom s nulovou strednou hodnotou a rozptylom $\sigma_e^2 = 0.3$. V prvom prípade G_{L1} predpokladajme, že poznáme skutočnú štruktúru šumového modelu

$$\hat{G}_{L1} = \frac{1}{z + d} \quad (4.27)$$

a v prípade šumového modelu G_{L2} predpokladáme, že nepoznáme štruktúru šumového modelu

$$\hat{G}_{L2} = \frac{1}{z + d_b} \quad (4.28)$$

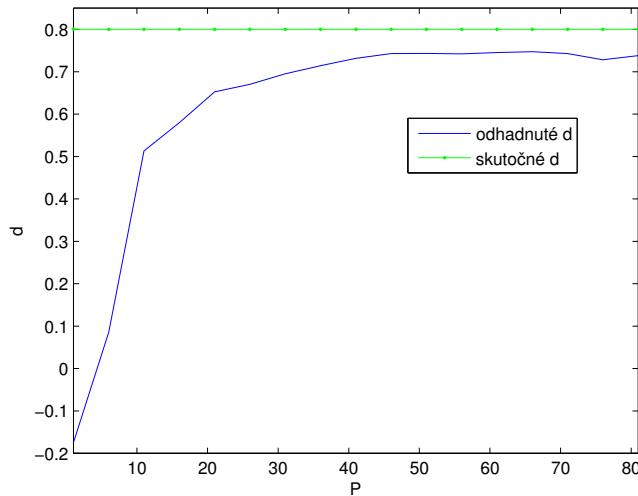
Riešenie: a, G_{L1} (známa štruktúra šumového modelu)

Na odhad koeficientu šumového modelu bol použitý dvojkrokový algoritmus. V prvom

kroku bol zafixovaný šumový model na $\hat{G}_L = 1$ a boli odhadnuté koeficienty deterministickej časti. Tie boli v druhom kroku použité k odhadu neznámeho koeficientu d tvarovacieho filtrovania šumu \hat{G}_L . Na riešenie optimalizačného problému bol použitý solver *lsqnonlin*.

Na obr. 5.1 je vykreslená optimálna hodnota pôlu šumového modelu d v závislosti na predikčnom horizonte $P \in \{1, 5, 10, \dots, 80\}$. Ukazuje sa, že so zvyšujúcim sa predikčným horizontom rastie aj kvalita odhadu a pri správne zvolenej štruktúre šumového modelu je dvojkrokový algoritmus schopný odhadnúť šumový model o mnoho presnejšie ako klasické jednokrokové identifikačné metódy. Na druhej strane pre veľké predikčné horizonty P sa odhadovaný parameter ustáli na určitej hodnote a ďalej sa mení len málo a vplyv zvyšovania predikčného horizontu na kvalitu odhadu je minimálny.

To si možno vysvetliť nasledovne: pri pohľade na vzťahy (4.22), (4.23) vidíme že rozdiel medzi minimalizáciou účelovej funkcie (4.24) pre rôzne P je daný koeficientami impulznej odzvy tvarovacieho filtra šumu G_L . Keďže tvarovací filter šumu má impulznú odozvu konečnej dĺžky, koeficienty g_i sú od určitého i (v našom prípade pre tvarovací filter G_{L1} (4.28) cca 30) zanedbateľne malé a minimalizácia viackrokovej predikčnej chyby je pre $P > 30$ nezávislá na ďalšom zvyšovaní P .

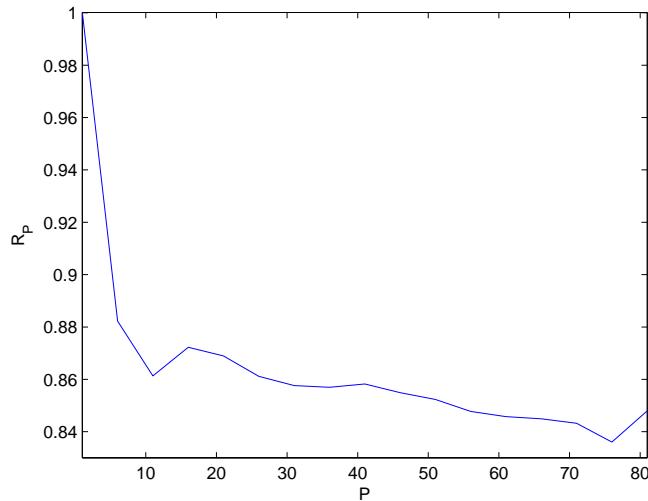


Obr. 4.1: Hodnota optimálneho koeficientu šumového modelu v závislosti na P .

Ako merítko kvality odhadu sme použili pomer hodnôt účelových funkcií:

$$R_P = \frac{\sum_{k=1}^{N-80} \sum_{i=1}^{80} (\epsilon_{k,i}(\hat{\theta}_P))^2}{\sum_{k=1}^{N-80} \sum_{i=1}^{80} (\epsilon_{k,i}(\hat{\theta}_1))^2}. \quad (4.29)$$

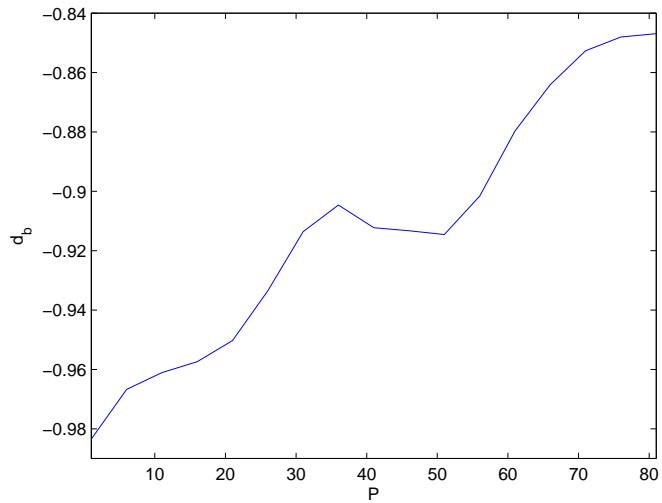
kde $\hat{\theta}_P$, $P \in 1, 2, \dots, 80$ predstavuje odhad neznámych parametrov získaný minimálizáciou P -krokovej predikčnej chyby. Na obr. 4.2, kde je zobrazený priebeh R_P v závislosti na zvyšujúcom sa predikčnom horizonte, je možné pozorovať markantný nárast kvality odhadu d so zvyšovaním P až po určitý predikčný horizont, kde sa R_P ustáli na určitej hodnote a jeho zmeny sú zanedbateľné.



Obr. 4.2: Priebehy R_P v závislosti na P .

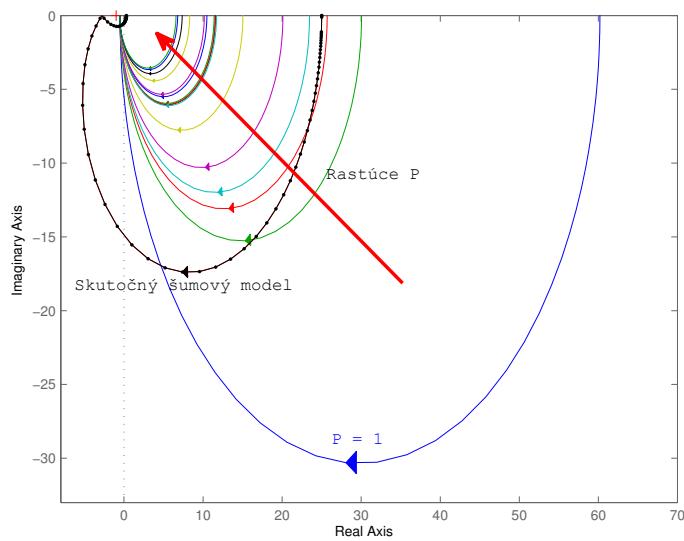
b, G_{L2} (neznáma štruktúra šumového modelu)

V druhom prípade zložitejšieho šumového modelu G_{L2} sme podobne ako v prvom prípade odhadli koeficienty modelu procesu pre $\hat{G}_{L2} = 1$ a následne v druhom kroku odhadli koeficient d_b . To, ako sa mení hodnota odhadnutého parametru d_b so zvyšujúcim sa predikčným horizontom P , je možné vidieť na obr. 4.3. Ako merítko kvality odhadu bola tentokrát použitá Nyquistova frekvenčná charakteristika [13] odhadnutého šumového filtra \hat{G}_{L2} .



Obr. 4.3: Hodnota optimálneho koeficientu šumového modelu v závislosti na P .

Na frekvenčných charakteristikách odhadnutých šumových modelov obr. 4.4 je vidno, že najbližšie ku skutočnému šumovému modelu majú modely získane pre predikčné horizonty okolo 10, d'aloším zvyšovaním predikčného horizontu P sa kvalita odhadu nijak nezlepšuje, naopak klesá.



Obr. 4.4: Nyquistove charakteristiky pre rôzne P .

4.3 Jednokrokový algoritmus

Iný prístup k MRI identifikácií prezentujú v článku [25] autori Lauri a Martínez a bude mu venovaná táto podkapitola.

Pre výstup obecného MIMO systému môžeme použiť vzťah:

$$y(k) = Z(k)\Theta + E(k), \quad (4.30)$$

kde

- $y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) & \cdots & y_{no}(k) \end{bmatrix}^T$,
- $Z(k) = \begin{bmatrix} u(k-n_k) & \cdots & u(k-n_b) & y(k-1) & y(k-n_a) \end{bmatrix}^T$.

Matica $Z(k)$ je regresor, n_o značí počet výstupov, n_b udáva počet oneskorených výstupov v regresore (lagged outputs), n_a počet oneskorených vstupov (lagged inputs) v regresore, n_k udáva oneskorenie prvého vstupu v regresore za aktuálnym výstupom ($n_k = 0$ znamená priamu väzbu vstup-výstup) a Θ je vektor odhadovaných parametrov systému

$$\Theta = \begin{bmatrix} b_{n_k} & \cdots & b_{n_b} & a_1 & \cdots & a_{n_a} \end{bmatrix}^T. \quad (4.31)$$

Po zavedení tejto konvencie môžeme pre viackrokový prediktor $\hat{y}(k+i|k)$ napísat

$$\hat{y}(k+i|k) = Z(k+i)\hat{\Theta}^T, \quad i \in 1, 2, \dots, P, \quad (4.32)$$

kde

$$Z(k+i) = \begin{bmatrix} u(k+i-n_k) & \cdots & u(k+i-n_b) & y(k+i-1) & y(k+i-n_a) \end{bmatrix}^T. \quad (4.33)$$

Treba si uvedomiť, že každý výstup $y(a)$ v regresnom vektore (4.33), kde $a > k$, nie je dátom, ktoré by bolo dostupné v aktuálnom čase k , ale ide o predikciu výstupu $\hat{y}(a|k)$. Aby sme získali predikciu $\hat{y}(k+i|k)$, použijeme i -krát vzťah (4.32), túto rekurzívnu procedúru odštartujeme z aktuálneho výstupu $y(k)$.

Ako sme už spomenuli v úvode podkapitoly 4.3, úlohou MRI identifikácie je nájsť neznáme parametre identifikovaného systému tak, aby bol minimalizovaný druhý člen rovnosti (4.3), ktorý predstavuje sumu kvadrátov viackrokových predikčných chýb $\epsilon_{k,i} = \epsilon(k+i|k)$:

$$\epsilon_{k,i} = y(k+i) - \hat{y}(k+i). \quad (4.34)$$

Účelovú funkciu, ktorú budeme značiť podobne ako v [25] J_{LRPI} (Long Range Predictive Identification) a predstavuje spomínaný druhý člen (4.3), môžeme napísť v nasledujúcom tvare:

$$J_{LRPI} = \sum_{i=1}^P \sum_{k=1}^{N-i} (\epsilon(k+i|k))^2. \quad (4.35)$$

Kým pre $P = 1$ ide o minimalizáciu klasickej jednokrokovej predikčnej chyby, pre $P > 1$ kvôli spomínanej rekurzii (4.32),(4.33) problém minimalizácie J_{LRPI} opäť predstavuje problém nelineárnej optimalizácie a nemožno použiť lineárnu regresiu.

4.3.1 Implementácia (popis) algoritmu

Kritérium 4.35 môžeme napísť aj v maticovej forme

$$J_{LRPI} = \sum_{i=1}^P \sum_{k=1}^{N-i} (E_a)^2, \quad (4.36)$$

kde

$$E_a = \begin{bmatrix} E_{a_1} \\ \vdots \\ E_{a_P} \end{bmatrix}, \quad E_{a_i} = \begin{bmatrix} \epsilon(1+i|1) \\ \vdots \\ \epsilon((N-i)+i|N-i) \end{bmatrix}, \quad i \in \{1, 2, \dots, P\}. \quad (4.37)$$

Matica E_{a_i} predstavuje maticu i -krokových predikčných chýb v každom dikrétnom čase $k \in \{1, 2, \dots, N-i\}$. Ide o vysokú maticu, ktorá má počet stĺpcov rovný počtu výstupov systému n_o . Počet riadkov je daný dĺžkou identifikačných dát. Keďže ide o i -krokové predikčné chyby, pre každé i existuje práve $N-i$ predikčných chýb. Pre E_{a_i} platí:

$$E_{a_i} = Y_{a_i} - Z_{a_i} \Theta, \quad (4.38)$$

kde Y_{a_i} a Z_{a_i} sú matice výstupov resp. regresorov, ktoré boli vytvorené podobným spôsobom ako matice predikčných chýb:

$$Y_{a_i} = \begin{bmatrix} Y_{1+i} \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}, \quad Z_{a_i} = \begin{bmatrix} X(1+i) \\ \vdots \\ Z((N-i)+i) \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Rovnako, ako sú usporiadane matice vo veľkej matici E_a , usporiadame aj matice regresorov a výstupov. Pre predikčnú chybu E_a teda dostaneme:

$$E_a = Y_a - Z_a \Theta \quad (4.40)$$

a formulujeme optimalizačnú úlohu:

$$\arg \min_{\Theta} (Y_a - Z_a(\Theta)\Theta)^2. \quad (4.41)$$

Takto formulovaný optimalizačný problém je opäť možné riešiť použitím solveru pre nelineárne najmenšie štvorce *lsqnonlin*. Na riešenie tejto špecifickej úlohy je však vhodnejší solver *lsqcurvefit* hľadajúci koeficienty x , ktoré riešia problém:

$$\arg \min_x \|F(x, x_{data}) - y_{data}\|_2^2. \quad (4.42)$$

Pri pohľade na (4.41) vidíme, že ide o optimalizačnú úlohu (4.42), kde neznámy parameter x je Θ , výstupy Y_a predstavujú y_{data} a F je v našom prípade súčin $X_a(\Theta)\Theta$.

Pomocou popísaného algoritmu (s použitím solveru *lsqcurvefit*) sme identifikovali parametre MIMO systému a výsledku sú uvedené v nasledujúcom príklade.

Príklad 4.2 (MRI identifikácia MIMO systému): Uvažujme model systému destičného stĺpca [47], ktorý je popísaný maticou prenosu G_p pre vzorkovaciu períodu $T_s = 60$ s:

$$G_p = \begin{bmatrix} \frac{0.06z^{-1}+0.63z^{-2}+0.072z^{-3}}{1-0.93z^{-1}-0.013z^{-2}-0.0023z^{-3}} & \frac{0.033z^{-1}+0.087z^{-2}-0.58z^{-3}}{1-1.57z^{-1}+0.72z^{-2}-0.13z^{-3}} \\ \frac{0.2z^{-1}-0.63z^{-2}+0.52z^{-3}}{1-2.18z^{-1}+1.58z^{-2}-0.39z^{-3}} & \frac{0.051z^{-1}+0.12z^{-2}-0.85z^{-3}}{1-1.55z^{-1}+0.71*z^{-2}-0.13z^{-3}} \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

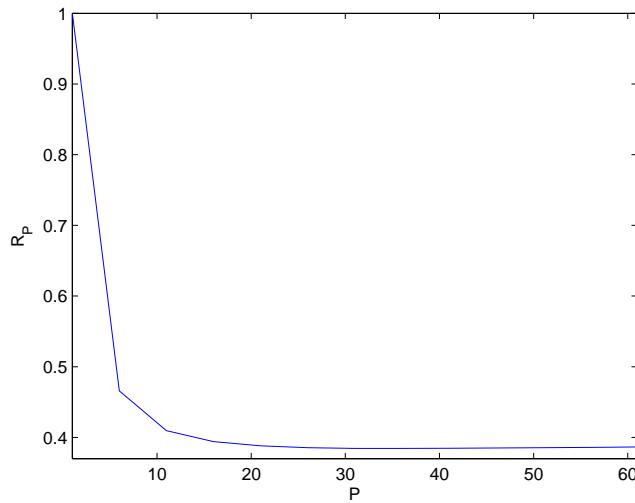
Vstupmi systému sú prietoky refluxu (spätný tok) a varáku. Výstupy predstavujú zloženia produktov vystupujúcich z horných a dolných otvorov kolóny. Pre účely identifikácie sme budili systém pseudonáhodným binárny signálom s amplitúdou ± 2 a bol zaťažený gaussovským bielym šumom s nulovou strednou hodnotou a rozptylom $\sigma_e^2 = 0.4$. Neznáme parametre systému sme identifikovali z testovacích dát o dĺžke $N = 500$ a validovali na 400 vzorkoch. Použitý bol tvarovací filter šumu G_L

$$G_L = \begin{bmatrix} \frac{0.1-0.3z^{-1}}{1-1.29z^{-1}+0.84z^{-2}} & \frac{0.37-0.11z^{-1}}{1-0.28z^{-1}+0.72z^{-2}} \\ \frac{0.3-0.95z^{-1}}{1-0.65z^{-1}+0.84z^{-2}} & \frac{0.52-0.14z^{-1}}{1-0.34z^{-1}+0.83z^{-2}} \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Riešenie: Ked'že model získaný MRI identifikáciou je používaný ďalej ako model pre MPC, bude nás zaujímať, ako dobre dokáže predikovať výstupy na P krokov. Ako jedno z kritérii, ktoré použijeme na hodnotenie kvality odhadu, bude preto (podobne ako v prípade dvojkrokového algoritmu) použitá hodnota účelovej funkcie 4.35.

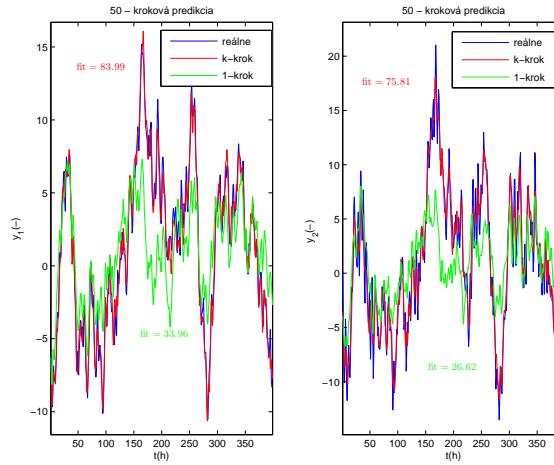
Vykreslovaný je opäť pomer hodnoty účelovej funkcie pre parametre získané i -krokovou identifikáciou ($i \in \{1, 2, \dots, P\}$) ku hodnote účelovej funkcie pre parametre získané jednokrokovou identifikáciou. Tento pomer budeme označovať R_P . Priebeh na obr. 4.5 naznačuje, že podobne ako v prípade dvojkrokového algoritmu kvalita odhadu rastie

so zvyšujúcim sa predikčným horizontom až do určitého horizontu, kedy sa ustáli na určitej hodnote a d'alej sa nemení.



Obr. 4.5: Priebeh pomeru R_p v závislosti na P .

Ďalej porovnáme 50-krokové predikcie výstupu s reálnymi výstupmi systému pre jednokrokovú a P -krokovú identifikáciu. Aj toto porovnanie (obr. 4.6) potvrdzuje, že model získaný klasickými metódami nie je ani zd'aleka takým dobrým viackrokovým prediktorem ako model získaný minimalizáciou (4.35).



Obr. 4.6: Priebehy P -krokových predikcií výstupov.

4.4 MRI identifikácia v kombinácii s PLS

Na predchadzajúcich riadkoch boli popísané metódy MRI identifikácie, ktoré boli následne s úspechom otestovné na jednoduchých príkladoch. Data použité na identifikáciu boli však zaťažené nekorelovaným bielym šumom, čo v prípade identifikácie reálnych riadených systémov nebýva častým javom, pretože málokedy je k dispozícii dostaok tak kvalitných dát. Je takmer pravidlom, že data ktoré sú pri identifikácii dostupné, sú zlé podmienené vďaka prítomnosti kolinearity a šumu, čo výrazne zhoršuje správanie bežne používaných metód založených na klasických najmenších štvorcoch (OLS - **Ordinary Least Squares**), ba niekedy môže viest' aj k nemožnosti použitia týchto metód. Tento problém môže vyriešiť použitie čiastočnej lineárnej regresie (PLS - **Partial Least Squares**), ktorá je už niekoľko rokov s obľubou používana v ekonometrii, chemometrii a biometrii [4, 12, 27, 45].

Použitie algoritmu PLS v identifikácii modelu riadeného systému by sice riešilo problém s nekvalitnými identifikačnými datami, ale tento model by nebol ekvivalentný minimizácií viackrokovej predikčnej chyby a nebol by optimálny pre následné MPC riadenie. Metódu, ktorá kombinuje oba tieto prístupy - čiastočnú lineárnu regresiu a MRI identifikáciu - uviedli autori v článku [25]. V tejto časti najprv uvedieme stručný popis metódy PLS a následne ju použijeme v spojení s MRI identifikáciou.

4.4.1 Čiastočná lineárna regresia

Budeme uvažovať lineárny regresný model:

$$Y = Z\Theta, \quad (4.45)$$

$Y(N \times n_o)$, $Z(N \times m)$, $\Theta(n_o \times m)$, kde $m = n_a + n_b$ je počet parametrov v regresnom vektore, N udáva počet vzorkov, n_o je počet závislých premenných (počet výstupov). Metóda najmenších štvorcov vedie na nasledujúce riešenie

$$\hat{\Theta} = (Z^T Z)^{-1} Z^T Y. \quad (4.46)$$

V ideálnom prípade sú riadky v matici Z lineárne nezávislé. V prípade, že tomu tak nie je, matica $(Z^T Z)^{-1}$ je singulárna a tým pádom jej inverzia neexistuje a riešením tohto problému môže byť práve spomínaná metóda čiastočnej lienárnej regresie.

Metóda PLS využíva metódu **Principial Component Analysis (PCA)** v spojení s viacnásobnou lineárной regresiou. Metóda PCA je podrobnejšie popísana napríklad v [21, 44]. Tu uvedieme iba jej stručný popis.

PCA

Na základe PCA metódy môžeme maticu $Z(N \times m)$ rozložiť na nasledujúcu sumu tak, aby bolo zachované čo najväčšie množstvo informácie obsiahnuté v Z :

$$Z = t_1 p_1^T + t_2 p_2^T + \dots + t_p p_p^T + E_p = T_p P_p^T + E_p, \quad (4.47)$$

kde t_h , $h \in \{1, 2, \dots, p\}$ sú stĺpcové vektory dĺžky N , ktoré sú navzájom kolmé a nazývajú sa skóre (score vectors), a p_h , $h \in \{1, 2, \dots, p\}$ sú stĺpcové vektory dĺžky m a nazývajú sa záťažové vektory (loadings vectors). V matici $E_p(N \times m)$ je uložený šum a redundantná informácia.

V jednoduchosti môžeme povedať, že metóda PCA sa snaží preskúmať štruktúru dát s dimensiou m a redukovať ich dimenziu na nižšiu dimenziu p tým, že je otočená množina dát a zobrazená do priestoru s nižšou dimenziou pozdĺž smerov, v ktorých je obsiahnuté najväčšie množstvo informácie (smery s najväčším rozptylom). Záťažové vektory p_h reprezentujú kosíny uhlov, ktoré odpovedajú smerom s najväčším množstvom informácie, skóre t_h zase predstavujú projekcie jednotlivých dát pozdĺž vybraných principiálnych smerov. Pri hľadaní vektorov t_h a p_h sa používa iteratívny algoritmus parciálnych najmenších štvorcov, tzv. **Non-linear Iterative Partial Least Squares** (ďalej len NIPALS) [14].

Jednou z možností, ako za pomoci PCA a NILAPS algoritmu odhadovať neznáme parametre regresného modelu (4.45), je použitie **Principial Component Regression** (PCR) [21], kde je pre predikciu Y zo Z použité:

$$Y = T_p C, \quad (4.48)$$

kde $C(p \times n_o)$ môžeme získať pomocou OLS:

$$\hat{C} = (T^T T)^{-1} T^T Y. \quad (4.49)$$

Ked'že stĺpce matice T boli vyberané tak, aby boli na seba kolmé, matica $T^T T$ je diagonálna matica, ktorej inverzia určite existuje.

Dodajme, že pre Y môžeme použiť vzťah (4.49) namiesto $Y = T_p P_p^T C$, lebo stĺpce matice T sú lineárnu kombináciou stĺpcov v Z a naším cieľom bolo nájsť lineárnu kombináciu stĺpcov regresného vektoru Z pre predikciu Y . Pre odhadovaný parameter $\hat{\Theta}$ z rovnice (4.45) potom platí

$$\hat{\Theta} = P_p \hat{C}. \quad (4.50)$$

Táto metóda má však tú nevýhodu, že neberie do úvahy reláciu medzi Z a Y , čo môže mať za následok fakt, že komponenty budú vybrané tak, že z dát bude odstránená práve užitočná informácia namiesto šumu.

Metóda PLS, ktorá bude popísaná na najbližších riadkoch, tento problém rieši, vyberá komponenty tak, aby rovnako dobre popisovali Z aj Y .

PLS Podobne ako v prípade regresnej matice Z , aj maticu výstupov Y môžeme napísat ako nasledujúcu sumu:

$$Z = r_1 q_1^T + r_2 q_2^T + \dots + r_p q_p^T + F_p = R_p Q_p^T + F_p, \quad (4.51)$$

kde skóre t_h , $h \in \{1, 2, \dots, p\}$ sú stĺpcové ortogonálne vektory dĺžky N a záťažové vektory p_h , $h \in \{1, 2, \dots, p\}$ sú stĺpcové vektory dĺžky n_o . V matici $F_p(N \times n_o)$ je uložený šum a redundantná informácia. Na zabezpečenie korelácie medzi Z a Y je použitá väzba medzi score vectors r_h a t_h . My sa obmedzíme na najjednoduchšiu možnú lineárnu väzbu:

$$r_h = b_h t_h. \quad (4.52)$$

Za pomoci rovníc (4.51), (4.47), (4.52) môžeme pre predikciu \hat{Y} napísat

$$\hat{Y} = T \hat{B} Q^T, \quad (4.53)$$

kde $\hat{B}(p \times p)$ je diagonálna matica, ktorá má na diagonálach koeficienty b_h , $h \in \{1, 2, \dots, p\}$.

Na následný PLS odhad regresnej matice Θ existuje viacero algoritmov. Prvý z nich je v literatúre často označovaný aj ako PLS1 algoritmus a ide o pomerne jednoduchý neiteratívny algoritmus, ktorý však v prípade $n_o > 1$ odhaduje parametre regresného vektora Θ zvlášť pre každý výstup, čo je nie vždy žiadúce.

Pokiaľ chceme odhadovať naraz regresné parametre pre všetky výstupy, naskytá sa použitie zložitejšieho iterativného ale komplexnejšieho algoritmu, ktorý je založený na NIPALS algoritme (jeho podrobnejší popis je uvedený napríklad v [46]).

V prípade použitia tohto algoritmu môže byť pre predikciu \hat{Y} z X použitý nasledujúci vzťah

$$\hat{Y} = Z W (P^T W)^{-1} \hat{B} Q^T = Z \hat{\Theta}. \quad (4.54)$$

Matica $W(m \times p)$ je ortonormálna matica, stĺpce matice w_j sú jednotkové vektory, ktoré sú na seba kolmé. Tieto vektory sú vyberané tak, aby vektor w_j popisoval smer v priestore Z , ktorý vykazuje najväčšiu kovariancu medzi Z a príslušným stĺpcom matice výstupov Y . To znamená, že veľká zmena v hodnote Z spôsobí veľkú zmenu v príslušnej hodnote Y . Tento algoritmus je súčasťou komplexnejšej ako algoritmus označovaný ako PLS1, ale je iteratívny a pomerne výpočtovo náročny. Tieto problémy rieši algoritmus označovaný ako SIMPLS uvedený v [9]. Algoritmus SIMPLS nehľadá záťažové vektory q_j iteratívne ako

predchadzajúci algoritmus, ale využíva to, že q_1 predstavuje dominantný vlastný vektor matice $(X^T Y)^T (X^T Y)$, ktorý možno nájsť pomerne jednoducho prostredníctvom SVD rozkladu, čo značne zjednoduší a zrýchli celý algoritmus. Pre predikciu Y z X možno podobne ako v predošлом prípade použiť vzťah (4.54).

4.4.2 Popis algoritmu

Postup popísaný v predchadzajúcim texte sa dá výhodne použiť aj pri minimalizácii účelovej funkcie (4.36). Ako už bolo viackrát spomenuté, minimalizácia je úlohou ne-lineárnej viacrozmernej optimalizácie, ktorej metódy sú podrobne popísané v množstve kvalitnej literatúry [3, 32]. Tieto metódy sú založené na iteratívnom hľadaní optimálneho parametra Θ , pre ktorý v každom kroku algoritmu platí

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + p_k \alpha_k, \quad (4.55)$$

kde p_k predstavuje smer hľadania vo viacerozmernom priestore s dimensiou rovnou počtu odhadovaných parametrov v regresnej matici Θ a α_k predstavuje dĺžku kroku. Na určenie parametrov p_k a α_k sa používajú rôzne prístupy. V našom prípade využijeme pri hľadaní optimalného smeru p_k nasledujúci postup, ktorý využíva PLS a je popísaný v [25].

Smer p_k je hľadaný tak, aby funkcia J_{LRPI} dosahovala svojho minima v bode $\Theta_k + p_k$, čo dosiahneme prostredníctvom nasledujúcej podmienky:

$$\frac{\partial J_{LRPI}}{\partial (\Theta_k + p_k)} = 0. \quad (4.56)$$

Derivovaním dostávame:

$$\frac{\partial J_{LRPI}}{\partial (\Theta_k + p_k)} = -2Z_{a|k}^T Y_a + 2Z_{a|k}^T Z_{a|k}(\Theta_k + p_k). \quad (4.57)$$

Deriváciu (5.8) položíme rovnú nule a pre p_k dostaneme

$$p_k = (Z_{a|k}^T Z_{a|k})^{-1} Z_{a|k}^T Y_a - \Theta_k, \quad (4.58)$$

čo odpovedá výrazu pre (4.49) posunutému o θ_k . Práve v tomto kroku môže nastať problém s invertovaním matice $Z_{a|k}^T Z_{a|k}$, ktorý však môžeme jednoducho vyriešiť práve za pomoci PLS. Namiesto klasického LS odhadu pre p_k použijeme čiastočnú lineárnu regresiu. Potom pre p_k dostávame:

$$p_k = W(P^T W)^{-1} \hat{B} Q^T - \Theta_k, \quad (4.59)$$

kde W, P, Q, \hat{B} , získame aplikovaním PLS na $Z_{a|k}$ a Y_a . Ostáva nájsť už len optimálnu dĺžku kroku α_k tak, aby platilo

$$\alpha_k = \min_{\alpha} J_{LRPI}(\theta_k + \alpha p_k). \quad (4.60)$$

Ako najjednoduchší spôsob minimalizácie (4.60) sa javí aproximácia $J_{LRPI}(\theta_k + \alpha p_k)$ kvadratickou funkciou

$$J_{LRPI}(\theta_k + \alpha p_k) \approx a + b\alpha + c\alpha^2. \quad (4.61)$$

Aproximácia polynomom druhého stupňa je volená kvôli faktu, že hodnoty a, b, c a tým aj potrebnú approximáciu sme schopní určiť len zo znalosti $J_{LRPI}(\theta_k + \alpha p_k)$ v troch bodoch. Pre minimum kvadratickej funkcie (4.62) existuje analytický vzťah:

$$\alpha_k = -\frac{b}{2c}. \quad (4.62)$$

Dosadením α_k a p_k (4.55) do rovnice dostávame novú hodnotu Θ_{k+1} a algoritmus pokračuje ďalšou iteráciou za predpokladu:

$$J_{LRPI}(\Theta_k) - J_{LRPI}(\Theta_{k+1}) > tol, \quad (4.63)$$

kde $tol > 0$ je voliteľný parameter. Ak podmienka (4.63) nie je splnená, algoritmus skončil a hodnota Θ_{k+1} je hľadaným optimálnym parametrom.

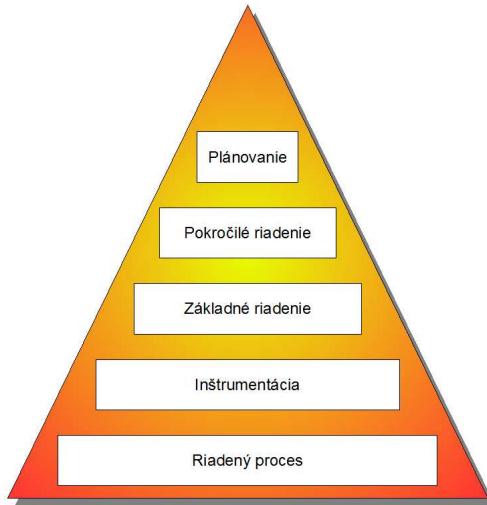
Kapitola 5

Prediktívne riadenie

Prediktívne riadenie je už niekoľko rokov s obľubou používané pri riadení rôznych priemyselných procesov. Ide o jednu z najčastejsie používaných pokročilých metód riadenia, ktorá nachádza uplatnenie pri riadení v najrozličnejších oblastiach priemyslu.

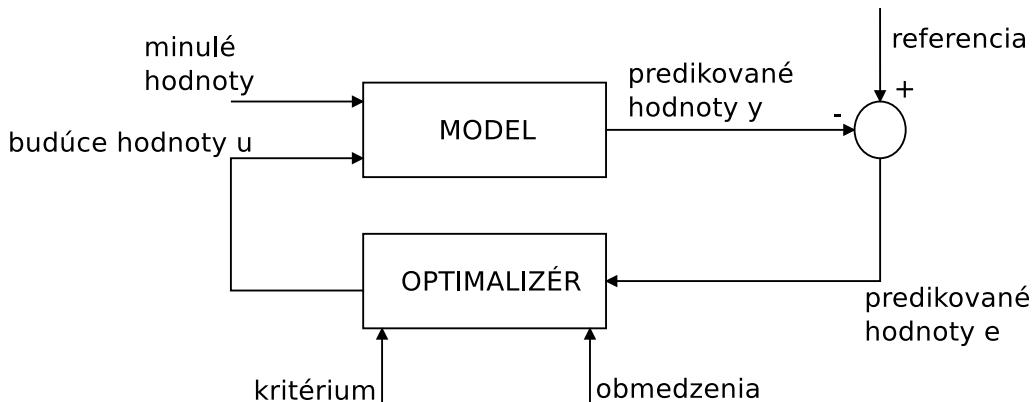
Na obr. 5.1 je zobrazená štruktúra procesu riadenia. Najnižšou vrstvou je vrstva inštrumentácie, ktorá zahŕňa senzory a aktuátory a tvorí rozhranie medzi samotným technologickým procesom a regulátorom. Jadro riadiaceho systému je tvorené vrstvou základného riadenia. Táto vrstva za využitia základných monitorovacích a vizualizačných nástrojov zaistuje základnú funkčnosť a bezpečnosť a zároveň poskytuje podporu vrstve pokročilého riadenia. Hlavným cieľom vrstvy pokročilého riadenia je zabezpečiť optimálne správanie riadeného procesu pri dodržaní zadaných podmienok a obmedzení.

Ked'že prediktívny regulátor dokáže zabezpečiť optimálne správanie riadenej sústavy, čo je zabezpečené vhodnou voľbou účelovej funkcie, ale aj dodržanie obmedzujúcich podmienok, je vhodným kandidátom na nasadenie vo vrstve pokročilého riadenia. Najvyššia plánovacia vrstva definuje požiadavky pre riadenie ako napríklad obmedzenia, optimálne podmienky a pod.



Obr. 5.1: Štruktúra procesu riadenia.

Prediktívne riadenie je často aplikované na mnohorozmerné systémy či systémy s dopravným oneskorením. Naroď od iných metód počíta MPC regulátor akčný zásah nielen pre nasledujúcu vzorkovaciu períodu, ale na základe predikcie budúceho správania systému nájde celú optimálnu postupnosť na dobu horizontu predikcie P . Optimálna postupnosť akčných zásahov je určená na základe riešenia optimalizačnej úlohy [3, 49] na konečnom horizonte.



Obr. 5.2: Bloková schéma prediktívneho regulátora.

Základný princíp prediktívneho regulátora je na obr. 5.2. Na základe modelu procesu sa vypočítajú predpokladané budúce hodnoty jednotlivých veličín, spočítané predikované trajektórie stavov (výstupov) sa použijú na riešenie optimalizačnej úlohy a stanoví sa

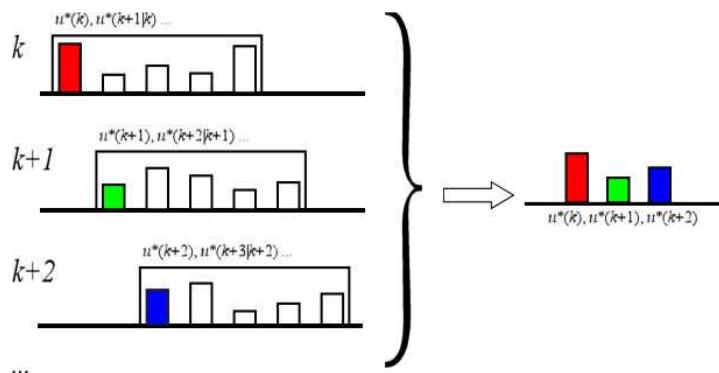
optimálna postupnosť budúcich akčných zásahov na dobu horizontu predikcie. Táto postupnosť je vypočítaná tak, aby boli splnené všetky zadané obmedzenia na riadiace či riadené veličiny procesu.

Pokial' by sme aplikovali celú vypočítanú postupnosť akčných zásahov na celom končnom horizonte predikcie, následne spočítali novú postupnosť a aplikovali, riadili by sme systém po prvom kroku v otvorenej slučke. Takýto postup však nie je príliš výhodný, keďže ide o riadenie v otvorenej slučke, nie je možné reagovať na poruchy, ktoré na reálne systémy často pôsobia. Ďalšou výraznou nevýhodou tohto prístupu je značná nerobustnosť.

Riešením tohto problému je použitie tzv. klzavého horizontu predikcie (receding horizon) [24]. V každom kroku sa spočíta optimálna riadiaca postupnosť na dobu horizontu predikcie P , ale aplikovaný je len prvý akčný zásah. Po zmeraní nového stavu sa celý postup opakuje. Týmto je do riadenia zavedená spätná väzba. Princíp posuvného horizontu predikcie vysvetľuje obr. 5.3. Dodajme ešte, že aplikácia posuvného horizontu je vlastne aproximáciou optimalizačnej úlohy na konečnom horizonte úlohou s nekonečným horizontom.

Jednou z nevýhod klasického prediktívneho regulátora je fakt, že celá optimalizačná úloha je riešená on-line, pre každý akčný zásah. Veľká výpočtová náročnosť často zabraňuje použitiu prediktívnych algoritmov riadenia v programovateľných automatoch alebo pri riadení rýchlejších systémov s malou periódou vzorkovania.

Riešením môže byť použitie explicitného prediktívneho regulátoru, kde sa daný problém vyrieší naraz pre všetky prípustné počiatočné podmienky pomocou parametrického programovania [49]. Výsledný zákon riadenia je vo forme tabuľky. Touto metódou sa však nebudeme bližšie zaoberať, jej podrobný popis je uvedený napríklad v [2, 34].



Obr. 5.3: Posuvný horizont predikcie.

5.1 Návrh prediktívneho regulátora

Pri riešení úlohy prediktívnej regulácie je dôležitá dobrá znalosť matematického modelu systému. Na základe modelu sme schopní predikovať budúce stavy systému a nájsť optimálnu postupnosť akčných zásahov vyriešením optimalizačného problému tak, aby boli splnené zadané obmedzenia. Budeme sa zaoberať návrhom prediktívneho regulátora pre lineárny dynamický časovo invariantný systém popísaný nasledujúcimi diferenčnými stavovými rovnicami:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k), \end{aligned} \quad (5.1)$$

kde $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, $y(k) \in \mathbb{R}^p$. Úlohou prediktívnej regulácie je nájsť optimálnu riadiacu postupnosť minimalizujúcu vhodne zvolené kritérium na konečnom horizonte predikcie P . Voľba samotného kritéria závisí od konkrétnej úlohy. Volíme ho tak, aby sme mohli penalizovať nežiaduce správanie ako napr. veľký akčný zásah, odchýlku od požadovanej hodnoty alebo ustáleného stavu.

Častou voľbou je kvadratické kritérium, ktoré má názornú fyzikálnu interpretáciu - množstvo energie a existuje pomerne veľké množstvo algoritmov pre riešenie úloh kvadratickej optimalizácie. Najčastejšie používanými sú zobecnená Cholesky faktORIZÁCIA a LDU (Biermanova) faktORIZÁCIA. Podrobnejší popis vybraných metód je uvedený napríklad v [32, 49]. Pre náš prípad budeme voliť kvadratické kritérium tak, aby bola penalizovaná odchýlka od ustáleného stavu a veľký akčný zásah:

$$J_P(x(k), u(k)) = \sum_{i=0}^{P-1} x(k+i|k)^T q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T r u(k+i|k). \quad (5.2)$$

Matice $q = q^T \geq 0$ a $r = r^T > 0$ sú váhové matice, ktoré sú spolu s horizontom predikcie P hlavnými ladiacimi parametrami pri návrhu MPC. Úlohou prediktívnej regulácie je nájsť minimum kvadratickej formy 5.2 vzhľadom na premennú u

$$u^* = \arg \min_u J_P(x(k), u(k)). \quad (5.3)$$

Obecne platí, že so zvyšovaním horizontu predikcie sa zvyšuje kvalita regulácie, ale zároveň aj výpočtová zložitosť. Je dôležité zvoliť horizont predikcie tak, aby bol počítač schopný spočítať aktuálny akčný zásah za dobu menšiu ako je vzorkovacia períoda. Výraz $x(k+i|k)$ predstavuje predikovanú hodnotu stavu v čase $k+i$ na základe dát v čase k . Ďalej budeme pre zjednodušenie používať značenie $x(k+i|k) = x_i$.

Predikované hodnoty stavov na horizonte predikcie P vyjadríme ako

$$\begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T & \dots & x_{P-1}^T \end{bmatrix}^T = A_p x_o + B_p \begin{bmatrix} u_0^T & u_1^T & \dots & u_{P-1}^T \end{bmatrix}^T. \quad (5.4)$$

Matice A_p a B_p

$$A_p = \begin{bmatrix} A & & & \\ A^2 & & & \\ \vdots & & & \\ A^{P-1} & & & \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} B & & & \\ AB & B & & \\ \vdots & & \ddots & \\ A^{P-2}B & B & & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Označme

$$X = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T & \dots & x_{P-1}^T \end{bmatrix}^T, \quad U = \begin{bmatrix} u_0^T & u_1^T & \dots & u_{P-1}^T \end{bmatrix}^T.$$

Kritérium 5.2 môžeme potom písť v maticovej forme:

$$J_P = (A_p x_o + B_p U)^T Q (A_p x_o + B_p U) + U^T R U. \quad (5.6)$$

Váhové matice $Q = [I_{P-1} \otimes q]$ a $R = [I_{P-1} \otimes r]$, kde \otimes značí Kroneckerov produkt matíc a I_P predstavuje jednotkovú maticu príslušnej dimenzie. Po roznásobení a úpravách dostávame

$$J_P = U^T (B_p^T Q B_p + R) U + x_0^T A_p^T Q B_p U + U^T B_p^T Q A_p x_0. \quad (5.7)$$

Súčasťou kritéria 5.7 by mal byť aj absolútny člen, ktorý však pri minimalizácii kritéria nemusíme uvažovať.

V prípade, že neuvažujeme žiadne obmedzenia, môžeme úlohu minimalizácie 5.7 riešiť analyticky. Jednou z možností je zderivovať výraz podľa U a optimálnu postupnosť akčných zásahov $U = [u_0^{*T} \ u_1^{*T} \ \dots \ u_{P-1}^{*T}]^T$ hľadať podľa

$$\frac{\partial J_P}{\partial U} = 0, \quad \text{pre } U = U^*. \quad (5.8)$$

Druhý možný spôsob, ktorým sa budeme zaoberať podrobnejšie, spočíva v úprave na úplný štvorec.

Zavedieme si označenie

$$H = (B_p^T Q B_p + R), \quad f = x_0^T A_p^T Q B_p. \quad (5.9)$$

Výraz 5.7 upravíme do nasledujúceho tvaru:

$$J_P = (U^T - U^*) H (U - U^*) - U^{*T} H U^*. \quad (5.10)$$

Aby bolo 5.7 rovné 5.10, musí platiť

$$-U^{*T}HU = fU, \quad -U^THU^* = U^Tf^T. \quad (5.11)$$

Ďalej môžeme písat

$$-U^{*T}H = f, \quad -HU^* = f^T. \quad (5.12)$$

Matica H je pozitívne semidefinitná symetrická matica, $H = H^T$, $H \geq 0$. Po transponovaní prvej rovnice a sčítaní oboch rovníc 5.12 dostávame

$$-HU^* = f^T. \quad (5.13)$$

Potom pre optimálnu postupnosť akčných zásahov U^* minimalizujúcu kvadratickú formu 5.7 platí

$$U^* = -(B_p^T Q B_p + R)^{-1} B_p^T Q A_p x_0. \quad (5.14)$$

5.1.1 Prediktívny regulátor s obmedzením

Takmer každá riadená sústava obsahuje nejaké obmedzenie, či už ide o fyzické obmedzenia senzorov a akčných členov, alebo o rôzne technologické a ekonomicke obmedzenia riadených veličín. Jednou z hlavných výhod MPC regulátora je možnosť zahrnutia týchto obmedzení.

Optimalizačnú úlohu už nemôžeme riešiť analyticky ako v prípade bez obmedzení, ale viedie na kvadratické programovanie. Úlohou kvadratického programovania je nájsť také z , ktoré minimalizuje funkciu:

$$J(z) = \frac{1}{2} z^T H z + f^T z \quad (5.15)$$

tak, aby boli splnené zadané obmedzenia, ktoré sú vyjadrené lineárnymi maticovými nerovnosťami:

$$A_{inq}z \leq b_{inq}, \quad A_{eq}z = b_{eq}. \quad (5.16)$$

Na minimalizáciu kritéria 5.7 sa môžeme pozerať ako na kvadratický program, ktorého optimalizačnou premennou je vektor budúcich akčných zásahov U :

$$\min_U U^T H U + f^T U, \quad A_{inq}U \leq b_{inq}, \quad A_{eq}U = b_{eq}. \quad (5.17)$$

Pomocou kvadratického programu 5.17 nájdeme optimálnu postupnosť akčných zásahov na horizonte predikcie P tak, aby boli splnené obmedzujúce podmienky. Na riešenie úloh

kvadratického programovania existuje množstvo solverov, napríklad v programovom prostredí Scilab¹ je implementovaná funkcia *qpsolve*, ktorá má nasledujúci zápis

$$[U] = \text{qpsolve}(H, f, A_{inq}, b_{inq}, m_e), \quad (5.18)$$

kde m_e udáva index prvku vektora b , od ktorého budú obmedzujúce podmienky určené v tvare rovnosti. Ako už bolo spomenuté, mnohokrát je potrebné obmedzovať nielen akčný zásah, ktorý je optimalizačnou premennou samotného kvadratického programu, ale i riadené veličiny (stavy) či samotné výstupy. Vyjadrieme si predikované hodnoty stavov z 5.4 a obmedzujúce podmienky pre stavové premenné budú v tvare nasledujúcich maticových nerovností (rovností)

$$A_{inq}B_pU \leq b_{inq} - A_{inq}A_px_0, \quad A_{eq}B_pU = b_{eq} - A_{eq}A_px_0. \quad (5.19)$$

Ďalším z častých obmedzení je obmedzenie na zmenu riadiacej veličiny veličiny $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$

$$A_{inq}\Delta U \leq b_{inq}, \quad A_{eq}\Delta U = b_{eq}. \quad (5.20)$$

Pre zmenu akčnej veličiny $\Delta u(k)$ platí

$$\Delta U = D_iU - \begin{bmatrix} u_0^T & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (5.21)$$

Tvar matice D_i závisí na počte vstupov systému, pre systém s jedným vstupom platí

$$D = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ -1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

Pomocou vzťahu 5.22 sme schopní prepísať obmedzenia 5.20 do požadovaného tvaru, kde vystupuje len optimalizačná premenná U .

Obmedzenia, ktoré sme doposiaľ spomínali, sú takzvané tvrdé obmedzenia, nemôžu byť za žiadnych okolností prekročené. Zavádzanie tvrdých omezení je vhodné pokial' ide o limity samotného procesu (fyzické obmedzenia senzorov a aktuátorov).

Niekedy je však vhodné takéto obmedzenia nejakým spôsobom zmäkčiť, a to tak, že na určitý čas povolíme prekročenie daného limitu za cenu určitej penalizácie.

Deje sa tak zavedením novej premennej ϵ :

$$AU \leq b + \epsilon \quad (5.23)$$

¹<http://www.scilab.org/>

Do kvadratického kritéria pridáme člen $\epsilon^T E \epsilon$, ktorým budeme penalizovať prípadné prekročenie daného obmedzenia. Váhová matica E je symetrická pozitívne definitná matica príslušných rozmerov, volená spravidla o niekoľko rádov vyššia ako váhy na stavy a akčné zásahy.

Takéto obmedzenia sa používajú väčšinou na obmedzenia výstupov alebo stavov pokiaľ chceme penalizovať určité nežiaduce správanie alebo zníženie kvality procesu. Mäkké obmedzenia sú dôležité aj z hľadiska riesiteľnosti optimalizačnej úlohy, o ktorej sa zmienime neskôr.

Ďalej je možné pridávať rozličné obmedzenia, zmeniť kritérium (5.7) pridávaním váh. Často je to obmedzenie na zmenu výstupu alebo stavu $\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$, prípadne sa v kritériu neváži samotný akčný zásah, ale jeho zmena a vtedy má regulátor integračný charakter.

Treba však brať do úvahy fakt, že optimalizácia prebieha spravidla on-line a pridaním každého ďalšieho obmedzenia či váhy sa značne zvýší vypočtová zložitosť. Preto nie je vhodné pridávať žiadne zbytočné obmedzenia. Nemá napríklad zmysel vážiť alebo obmedzovať počiatočný stav x_0 .

5.1.1.1 Sledovanie konštantnej referencie

Doteraz sme sa zaoberali úlohou ako nájsť optimálnu postupnosť akčných zásahov, ktorá prevedie systém z ľubovoľného počiatočného stavu x_0 do počiatku súradnicovej sústavy. V praxi však často požadujeme, aby systém sledoval zadanú referenčnú trajektóriu. Aby sme mohli úlohu návrhu prediktívneho regulátoru modifikovať pre sledovanie po častiach konštantnej referencie $y_{ref}(k)$, musíme predikovať jej hodnoty na dobu horizontu predikcie N . Prvou možnosťou je, že poznáme referenčnú trajektóriu na celom horizonte predikcie, čo bude aj náš prípad (programové riadenie) [20]. Ked' hodnota referencie nie je známa, môžeme ju modelovať ako náhodnú prechádzku:

$$y_{ref}(k+1) = y_{ref}(k) + w(k), \quad (5.24)$$

kde $w(k)$ je biely šum a strednú hodnotu \hat{y}_{ref} odhadujeme ako konštantu $\hat{y}_{ref}(k+1) = \hat{y}_{ref}(k)$. Opäť budeme uvažovať model systému popísaný stavovými rovnicami (5.1). Definujeme si kvadratické kritérium tak, aby bola penalizovaná odchýlka od referenčného signálu $e(k) = y(k) - y_{ref}(k)$:

$$J_N = \sum_{i=0}^{N-1} e_i^T \tilde{q} e_i + u_i^T \tilde{r} u_i, \quad (5.25)$$

matice $\tilde{q} = \tilde{q}^T \geq 0$ a $\tilde{r} = \tilde{r}^T > 0$ sú váhové matice. Predikované hodnoty výstupov $Y = [y_0^T \ y_1^T \ \dots \ y_{N-1}^T]^T$ na horizonte predikcie N vyjadríme ako:

$$Y = \tilde{A}_p x_o + \tilde{B}_p [u_0^T \ u_1^T \ \dots \ u_{N-1}^T]^T, \quad (5.26)$$

kde matice \tilde{A}_p a \tilde{B}_p sú v tvare:

$$\tilde{A}_p = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{P-1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_p = \begin{bmatrix} D \\ CB & D \\ \vdots & \ddots \\ CA^{P-2}B & & CB & D \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Analogicky ako v prípade riadenia do počiatku napíšeme kritérium v maticovej forme:

$$J_P = (\tilde{A}_p x_0 + \tilde{B}_p U - Y_{ref})^T \tilde{Q} (\tilde{A}_p x_0 + \tilde{B}_p U) - Y_{ref}) + U^T \tilde{R} U, \quad (5.28)$$

kde Y_{ref} je vektor predikovaných hodnôt referenčnej trajektórie na dobu horizontu predikcie.

Po roznásobení a úpravách 5.28 môžeme optimálnu postupnosť riadiacich veličín, ktorá zaistí sledovanie referenčného signálu Y_{ref} , hľadať pomocou kvadratického programu

$$\min_U \frac{1}{2} U^T \tilde{H} U + \tilde{f}^T U, \quad A_{inq} U \leq b_{inq}, \quad A_{eq} U = b_{eq}. \quad (5.29)$$

Pre váhove matice \tilde{f} a \tilde{H} v tomto prípade platí

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \tilde{B}_p^T \tilde{Q} \tilde{B}_p + \tilde{R}, \\ \tilde{f} &= (\tilde{A}_p x_0 - Y_{ref})^T \tilde{Q} \tilde{B}_p. \end{aligned} \quad (5.30)$$

5.1.1.2 Stabilita a riešiteľnosť

Riadenie metódou klzavého horizontu ešte nezaručuje stabilitu, dokonca sa môže stať, že pre niektoré počiatočné podmienky nebude mať optimalizačná úloha vôbec riešenie. V deväťdesiatych rokoch minulého storocia boli publikované prvé články [26, 37], ktoré sa zaoberali garanciou stability pri použití klzavého horizontu. Stabilitu možno zaručiť:

- pridaním váhy na stav na konci horizontu predikcie x_P (terminal weight),
- pridaním obmedzenia na stav na konci horizontu predikcie x_P (terminal constraint set).

Tieto metódy sú podrobnejšie vrátane dôkazov popísane napríklad v [31]. Ako bolo spomenuté, s rastúcim horizontom predikcie P rastie aj kvalita regulácie. Definujme si kvadratické kritérium na nekonečnom horizonte:

$$J_P(x(k), u(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} [x(k+i|k)^T q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T r u(k+i|k)] + \psi_P^\infty. \quad (5.31)$$

Kritérium sme rozdelili na dve časti. Prvá časť predstavuje optimalizáciu na konečnom horizonte predikcie a budeme ju opäť riešiť pomocou kvadratického programovania tak, aby boli splnené všetky požadované obmedzenia. Druhá časť ψ_P^∞ predstavuje optimálizáciu na nekonečnom horizonte a platí:

$$\begin{aligned} \psi_P^\infty &= x_P^T P x_P, \\ u_i &= -K x_i \text{ pre } i \geq P, \end{aligned} \quad (5.32)$$

kde P je ustáleným riešením diferenčnej Riccatiho rovnice (ARE)

$$P = A^T P A - A^T P B (R_r + B^T P B)^{-1} B^T P A + Q_r, \quad (5.33)$$

a K je príslušné ustálené zosilnenie (Kalmanovo zosilnenie)

$$K = (R_r + B^T P B)^{-1} B^T P A. \quad (5.34)$$

Predtým, než stručne popíšeme niektoré z možností dosiahnutia zaručenej stability pre kľúčavý horizont predikcie, uvedieme definície pozitívne invariantnej prípustnej množiny Ω a množiny riešiteľnosti \mathcal{X}_f .

Definícia 5.1 (množina riešiteľnosti): \mathcal{X}_f je taká množina všetkých stavov $x_i \in \mathbb{R}^n$, pre ktoré je daný kvadratický program riešiteľný, to znamená, že existuje taká optimálna postupnosť akčných zásahov, ktorá spĺňa všetky zadané obmedzenia. ►

Definícia 5.2 (pozitívne invariantná prípustná množina): Ω pre dané riadenie $u_i = h(x_i)$ je oblasť stavového priestoru, pre ktorú platí:

- $x_i \in \Omega \Rightarrow x_{i+j} \in \Omega$ pre $\forall j > 0$,
- $x_i \in \Omega \Rightarrow x_{min} \leq x_i \leq x_{max}$ pre $\forall i \geq 0$. ▶

Definícia 5.2 hovorí, že pokiaľ sa stav dostane do množiny Ω a bude zachovaný daný zákon riadenia $u_i = h(x_i)$, už v tejto množine zostane a zároveň budú zachované všetky obmedzujúce podmienky. Jedným z možných spôsobov ako zabezpečiť stabilitu je voľba

vhodnej váhy koncového stavu x_P . Budeme uvažovať kritérium 5.31. Na konečnom horizonte N máme zaručenú optimalitu a splnenie obmedzujúcich podmienok, pokiaľ budeme koncový stav x_P vážiť váhovou maticou P , ktorá je ustáleným riešením diferenčnej Riccatiho rovnice, máme zaručenú stabilitu. Pokiaľ však nijakým spôsobom neobmedzíme stav x_P a bude platiť:

$$x_P \in \Re^n, \quad (5.35)$$

tento spôsob vedie na suboptimálne riešenie, lebo pre $i \geq P$ nemáme zaručené splnenie obmedzujúcich podmienok. Ak však pre všetky počiatočné stavy v každom kroku optimalizácie platí

$$x_0 \in \mathcal{X}_f, \quad (5.36)$$

tak pre dostatočne veľký horizont predikcie bude zaručená nielen stabilita ale aj splnenie všetkých obmedzení. Nájsť takúto dĺžku je však pomerne zložité a zaoberejú sa tým napríklad autori článku [2]. Jednoduchší spôsob pre nájdenie optimálne riešenia je pridanie obmedzenia na koncový stav.

Jednou z možností ako obmedziť koncový stav je striktné obmedzenie $x_P = 0$ (terminal equality constraints). Táto možnosť je súčasťou najjednoduchšia, značne tým však zúžime množinu riešiteľnosti, preto ju vo väčšine prípadov nie je vhodné použiť. Oveľa vhodnejšie je voliť menej striktné obmedzenie na koncový stav, a to $x_P \in \Omega_M$, kde Ω_M je maximálna pozitívne invariantná množina pre $u = h(x_i) = -Kx_i$. Z druhého bodu definicie pozitívne invariantnej množiny 5.2 je jasné, že pre takto volené obmedzenie na stav na konci horizontu predikcie budú splnené všetky obmedzenia aj pre $i \geq N$.

Pre systémy, ktoré sú stabilné v otvorenej slučke, sa naskytá ďalšia možnosť ako zabezpečiť stabilitu. Opäť budeme uvažovať kritérium 5.31, ψ_N^∞ však tentokrát zvolíme ako

$$\begin{aligned} \psi_N^\infty &= x_N^T P_{lyap} x_N, \\ u_i &= 0 \text{ pre } i \geq N. \end{aligned} \quad (5.37)$$

P_{lyap} získame riešením Lyapunovej rovnice

$$A^T P_{lyap} A - P_{lyap} + Q_r = 0. \quad (5.38)$$

Kedže pre riadenie $h = 0$ platí, že $\Omega_M = \Re^n$ bez toho, aby sme museli pridávať zvláštne obmedzenia na koncový stav, máme zabezpečenú stabilitu aj splnenie obmedzení pre $i \geq N$.

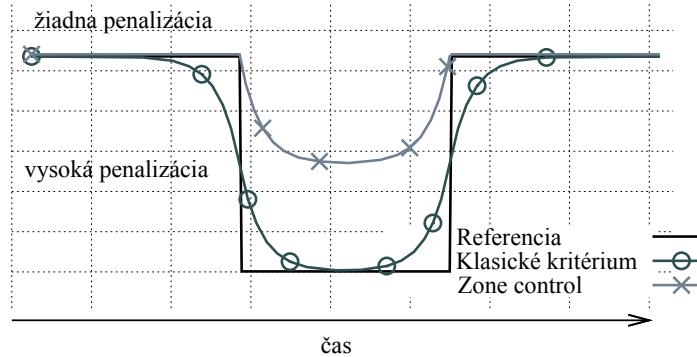
5.2 MPC - formulácia problému

Pri návrhu prediktívneho regulátora, ktorý riadi teplotu v referenčných miestnostiach na jednotlivých blokoch budovy ČVUT, sme vychádzali jednak z teoretických poznatkov popísaných v tejto kapitole, ale predovšetkým z popisu samotného riadeného systému, ktorý bol uvedený v kapitole 2. Našou úlohou je navrhnuť taký prediktívny regulátor, ktorý bude v prvom rade udržiavať teplotný komfort v referenčných miestnostiach a zároveň bude minimalizovať množstvo energie, ktoré bude vynaložené na vykurovanie. Kladené sú nasledujúce konkrétnie požiadavky:

- teplota v referenčných miestnostiach väčšia ako 22°C vtedy, keď je budova obsadená (pracovné dni od 8 : 00 do 18 : 00),
- teplota v referenčných miestnostiach väčšia ako 19°C mimo obdobia, keď je budova obsadená (vıkendy, sviatky, v noci),
- minimalizácia vynaloženej energie (v prípade vykurovacieho systému popísaného v 2 predstavuje vynaloženú energiu rozdiel $\vartheta_{hw} - \vartheta_{rw}$),
- obmedzenie na teplotu topnej vody: $20^{\circ}\text{C} \leq \vartheta_{hw} \leq 55^{\circ}\text{C}$ (dané maximálnou a minimálnou teplotou vody, ktorá je dodávana výmenníkom),
- obmedzenie na rýchlosť zmeny teploty topnej vody: $\Delta\vartheta_{hw} \leq \pm 1^{\circ}\text{C}/\text{min.}$

Na to aby, sme mohli dosiahnuť požadovaného výsledku a naplnili vyššie uvedené požiadavky, je nutné nájsť správny tvar účelovej funkcie vrátane obmedzení a správneho nastavenia váhových matíc.

Klasický tvar kritéria 5.25, kde je váženy rozdiel $y_{ref} - y$, je v takomto prípade neľahký, keďže cieľom nie je riadiť na presne stanovenú referenčnú hodnotu, ale udržať teplotu v požadovaných medziach (set range riadenie). Váženie odchýlky od referenčnej hodnoty (rovnako vážené je nedokúrenie aj prekúrenie) vedie na situáciu, ktorá je zobrazená na obrázku 5.4 krúžkovaným priebehom. Oveľa žiaducejší je priebeh, ktorý je vyobrazený na obrázku s krížikmi, keď budova počas doby, keď nie je obsadená (požaduje sa nižšia teplota v referenčnej miestnosti), len veľmi pozvoľna vychláda a nenastáva problém s nedokúrením na začiatku obsadenostných intervalov.



Obr. 5.4: Porovnanie klasickej kriteriálnej funkcie „zone control“.

Najjednoduchší spôsob, ako takéto správanie dosiahnuť, je zaviesť premenlivé váženie odchýlky od referenčnej hodnoty - vyššia váha v dobe, keď je budova obsadená, nižšia váha v období mimo doby, keď je budova obsadená. Takto súčasťne uspokojuivo obmedzíme nedokúrenie a zbytočne veľkú energiu vynaloženú na udržanie teplotného komfortu na začiatku nového obsadenostného intervalu v prípade, že skok v referencii je len jednorázový. Ak však požadujeme viacnásobnú zmumu referencie a tým aj väčšej matici, takýto prístup zlyháva [36]. Ďalšia ponukaná možnosť, ako zabezpečiť udržanie vnútornej teploty v požadovaných medziach, je zaviesť tvrdé obmedzenia, a to tak, aby tieto obmedzenia zdola obmedzovali teplotu v miestnosti hodnotou, ktorá je daná referenčnou hodnotou v závislosti na dennej dobe (19°C resp. 22°C). Tento prístup však môže viesť na neriešiteľnosť daného problému. Možným riešením je zjednodušenie týchto obmedzení, použitie tzv. „zone control“ (niekedy sa taktiež používa pojedunnel MPC) [30]. Ide o prístup, keď je penalizované to, že trajektória optimalizovanej veličiny opustí požadovanú oblasť. V našom prípade je žiaduce penalizovať pokles teploty v referenčnej miestnosti pod 22°C resp. 19°C . Tento prístup možno použiť aj pri minimalizácii vstupnej energie, keď bude penalizovaný akýkoľvek kladný rozdiel $\vartheta_{hw} - \vartheta_{rw}$. Na základe vyššie uvedených požiadavok a následných úvah budeme formulovať nasledujúce kritérium:

$$J = \min_{a(k), b(k), u(k)} \sum_{k=0}^{P-1} \|Q_1 a(k)\|_2^2 + \|Q_2 b(k)\|_2^2 \quad (5.39)$$

s ohľadom na:

$$\begin{aligned} y_{ref}(k) - y_1(k) - a(k) &\leq 0 \quad a \geq 0, \\ y_2(k) - b(k) &\leq 0 \quad b \geq 0, \\ u_{min} &\leq u(k) \leq u_{max}, \\ |u(k) - u(k-1)| &\leq \Delta u_{max}, \end{aligned} \quad (5.40)$$

kde $y_1(k)$ predstavuje riadené veličiny (teploty v referenčných miestnostiach $\vartheta_{rs}, \vartheta_{rn}$), $y_2(k)$ sú rozdielové pomocné výstupy, ktoré predstavujú váženy rozdiel $\vartheta_{hw} - \vartheta_{rw}$, Q_1 a Q_2 sú váhové matice príslušných rozmerov. Δu_{max} , u_{max} , u_{min} sú obmedzenia, ktoré odpovedajú požiadavkám uvedeným vyšie.

Dvojica $a(k)$, $b(k)$ sú tzv. "slack variables" [23], ktoré sú nenulové iba za predpokladu, že je porušené zadané obmedzenie (v prípade $a(k)$ keď klesne teplota v miestnosti pod požadovanú, v prípade $b(k)$ ak je rozdiel $\vartheta_{hw} - \vartheta_{rw}$ kladný).

Pre výstupy $y_1(k)$ a $y_2(k)$ platí:

$$\begin{aligned} y_1(k) &= A^{k-1}x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} CA(k-1-i)(Bu(i)) + Du(k), \\ y_2(k) &= A^{k-1}x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} C_2 A(k-1-i)(Bu(i)) + D_2 u(k). \end{aligned} \quad (5.41)$$

Takéto kritérium možno prepísať do formy úlohy kvadratického programovania 5.15 a následne na riešenie tejto úlohy použiť jeden z množstva dostupných solverov pre úlohy kvadratického programovania.

Volba váhových matíc Q_1 a Q_2 sa počas používania ukázala ako klúčová pre požadované optimálne správanie MPC. Výber váhových matíc bol učinený individuálne pre každý blok, keďže pre každý blok je pre udržanie teplotného konfortu potrebné iné množstvo dodanej energie. Hodnoty matíc Q_1 a Q_2 boli ladené experimentálne na základe online vykresľovania oboch členov kriteriálnej funkcie 5.39. Pri vyberaní konkrétnych hodnôt váhových matíc bolo dbané na to, aby bol zachovaný „rozumný“ pomer medzi členmi kriteriálnej funkcie. Poslednou voľbou, ktorú bolo nutné pri nasadení MPC učiniť, bol výber predikčného horizontu, ktorý bol napokon zvolený na $P = 160$, čo pri vzorovacej perióde 18 minút predstavuje 2 dni.

Kapitola 6

Simulácie na reálnych dátach

V tejto kapitole uvedieme sadu simulácií, na ktorých ukážeme úspešnosť jednotlivých identifikačných metód popísaných v predchadzajúcom texte. Identifikačné metódy boli testované na reálnych dátach z budovy ČVUT v Prahe. Zhodnotenie výsledkov a simulácií v tejto práci uvádzame len pre blok *B1*, podobne však boli identifikované aj ostatné bloky budovy Fakulty elektrotechnickej a Fakulty strojnej a vytvorené modely sú používané pre MPC, ktorého úspešnosť a porovnanie s konvenčnými metódami riadenia (ekvitermná regulácia) bude diskutované v druhej časti tejto kapitoly.

6.1 Identifikácia

Pri identifikácii bola dostupná databáza historických dát, ktorá obsahovala údaje o teplote v miestnosti, teplete vykurovacej vody, teplete vratnej vody a archívne predpovede vonkajšej teploty. Keďže data v databáze boli uložené v nevhodnom formáte, pred tým, než boli data použité pri identifikácii, museli byť upravené sadou predspracovacích skriptov, ktoré boli implementované v programovom prostredí Scilab¹. Dáta boli následne prevzorkované na vzorkovaciu periódu $T_s = 18$ min. Vzorkovacia periódna bola vybratá s rešpektovaním dynamiky budovy. Keďže zvolené výstupy (2.1) majú každý rozlične rýchlosť dynamiku, voľba 18 minútovej vzorkovacej periódy predstavuje kompromis medzi vzorkovaním pomalého výstupy teploty v miestnosti a relatívne rýchlej teploty vratnej vody [48]. Na identifikáciu a testovanie všetkých uvedených identifikačných metód sme použili rovnaký úsek dát z januára 2011 a všetky získané modely sme testovali na va-

¹<http://www.scilab.org/>

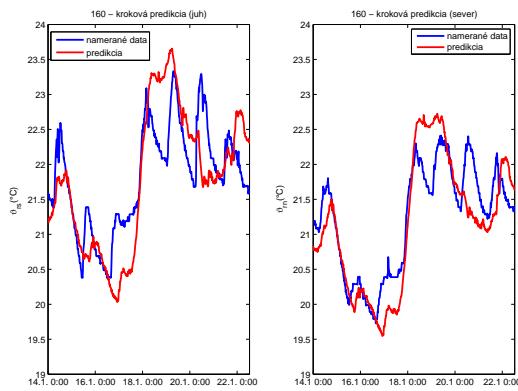
lidačných dátach z februára 2011. Teraz uvedieme zoznam testovaných identifikačných metód, vrátane značenia, ktoré pre ne budeme v ďalšom texte používať:

- **4SID**- Subspace identifikačné metódy, ktorých stručný princíp sme uviedli v 3.2,
- **GB** - identifikácia založená na Grey box modelovaní popísaná v podkapitole 3.1,
- **MRI** - identifikačná metóda založená na minimalizácii viackrokovej predikčnej chyby, použitý bol algoritmus 4.3,
- **MRI+GB**- identifikačná metóda založená na minimalizácii viackrokovej predikčnej chyby, ktorá rešpektuje fyzikálnu štruktúru identifikovaného systému,
- **MRI+PLS** - kombinácia čiastočnej lineárnej regresie a MRI identifikácie podľa popisu uvedeného v 4.4.

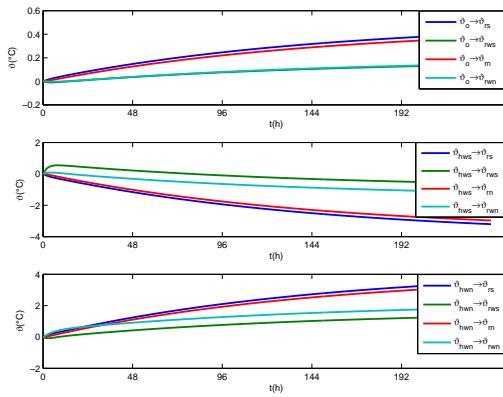
Dodajme ešte, že hľadáme model, ktorý bude použitý pre prediktívny regulátor, preto nás bude zaujímať predovšetkým to, ako dobre dokáže tento model predikovať teploty v referenčných miestnostiach počas dvojdňového predikčného horizontu. Preto nebudeme pri simuláciach vykreslovať (ako je zvykom) simulované výstupy modelov, ale k -krokové predikcie teplôt v referenčných miestnostiach, konkrétnie predikcie na dva dni dopredu, čo odpovedá 160 krokovému predikčnému horizontu. Pre porovnanie kvality modelov získaných jednotlivými metódami nebudú použité len predikčné vlastnosti jednotlivých modelov, ale aj skutočnosť, či je daný model vhodný pre riadenie, čo možno otestovať odozvami týchto modelov na niektoré typické vstupné signály.

6.1.1 Subspace identifikačné metódy

Pri tvorbe modelov za použitia 4SID sme použili implementáciu, ktorá je súčasťou Identification toolbox pre Matlab [28]. Na základe analýzy singulárnych čísel matice, ktorá vznikla projekciou priestoru budúcich výstupov pozdĺž priestoru budúcich vstupov do riadkového priestoru minulých dát, bol odhadnutý rád systému stanovený na 4. Na obrázku 6.1 vidíme predikcie teploty v referenčných miestnostiach na dve hodiny a dva dni. Kým na pár hodín dokáže model získaný Subspace identifikačnými metódami predikovať teplotu v miestnosti veľmi presne, na dva dni sú už predikcie tohto modelu omnoho nepresnejšie.



Obr. 6.1: Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (4SID).

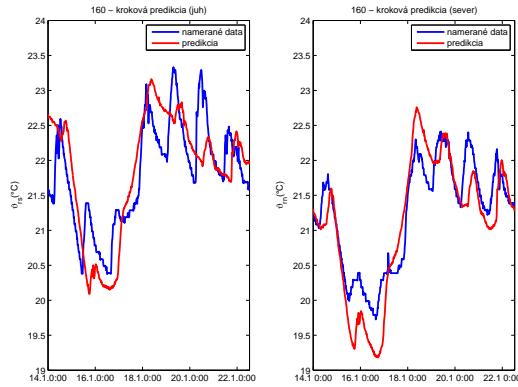


Obr. 6.2: Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (4SID).

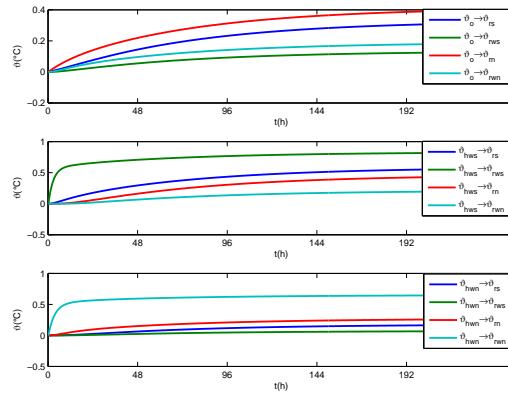
6.1.2 Grey box modelovanie

Ďalší z identifikačných prístupov, ktorý sme použili pri identifikácii, bol postup, ktorý sme podrobne popísali v podkapitole 3.1. Na odhad parametrov matíc stavového popisu A , B s požadovanou štruktúrou 3.10 sme použili skript pre Grey box identifikáciu, ktorý sme implementovali v programovom prostredí Scilab².

²<http://www.scilab.org/>



Obr. 6.3: Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (GB).



Obr. 6.4: Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (GB).

Model získaný Grey box identifikáciou vykazuje podobne ako model získaný Subspace identifikáciami dobré predikčné správanie na pár hodín dopredu, na dva dni dopredu však už nedokáže odhadnúť teplotu v miestnosti presne. Narozdiel od modelu získaného 4SID metódami má však jednu výhodu. Vďaka tomu, že zohľadňuje štruktúru, skokové odozvy 6.4 si zachovávajú fyzikálny zmysel.

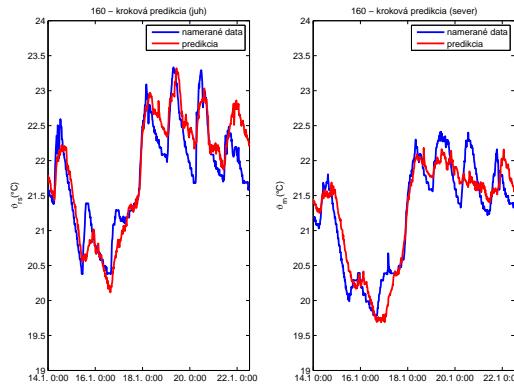
6.1.3 MRI identifikačné metódy

Z dvojice uvedených metód minimalizujúcich viackrokovú predikčnú chybu sme si vybrali metódu, ktorú sme označili ako jednokrokový algoritmus a bola prezentovaná D. Laurím a M. Martínezom v [25]. Testovanie dvojkrokového algoritmu na príklade 4.1 ukázalo, že

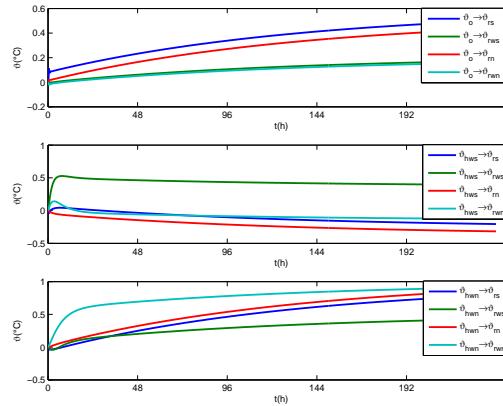
kvalita získaného odhadu je značne podmienená znalosťou štruktúry modelu šumu, ktorú v prípade reálneho systému nemáme k dispozícii. Algoritmus je ďalej veľmi citlivý na vybudenosť. Keďže dátu, ktoré sme mali k dispozícii, pochádzaju z uzavretej slučky, boli začažené značnou koreláciou (aktuálny vstup - minulé výstupy), čo znemožnilo použitie tejto metódy, a preto bol použitý len algoritmus popísany v 4.3. K implementácii boli použité solvery na riešenie úloh nelineárnej optimalizácie, ktoré sú súčasťou Optimization toolbox pre Matlab [6]. Pri identifikácii boli zvolené parametre štruktúry modelu $n_a = 1$, $n_b = 1$, $n_k = 1$. V prípade, že stavové premenné odpovedajú priamo meraným výstupom (čo je aj náš prípad), je jednoduché nájsť súvislosť medzi štruktúrou Θ (4.41) získanú MRI identifikáciou a maticami stavového popisu A, B

$$\Theta = \begin{bmatrix} B^T \\ A^T \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

Dĺžka predikčného horizontu bola zvolená $P = 100$, hoci predikčný horizont MPC, pre ktorý sa model použije, je $P = 160$. Ako sme však už ukázali v kapitole o MRI identifikačných metódach, kvalita viackrokových predikcií rastie zo zvyšujúcim horizontom len do určitej hodnoty. Pre vyšší horizont ako $P = 100$ sa kvalita identifikovaného modelu už nijak nezvyšuje, iba zbytočne rastie výpočtová náročnosť.



Obr. 6.5: Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI).

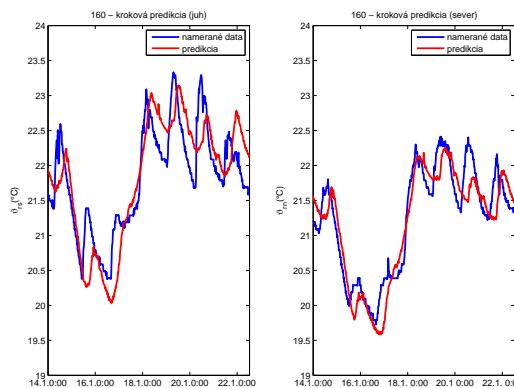


Obr. 6.6: Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI).

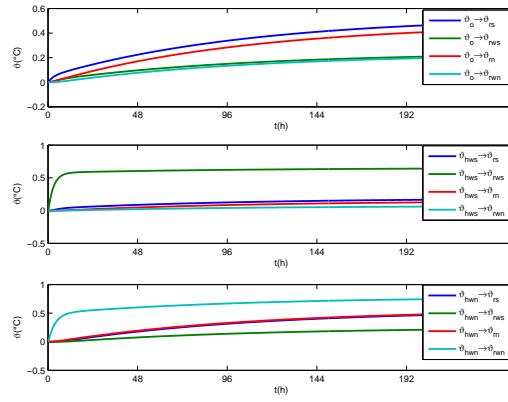
6.1.4 Grey box modelovanie v kombinácii s MRI

Táto metóda taktiež používá k odhadu matíc stavového popisu MRI identifikačný algoritmus, ale narozenie od predošej metódy dodržuje fyzikálnu podstatu systému a identifikuje matice v žiadanej štruktúre 3.10, na čo je použitý solver na riešenie nelineárnych optimalizačných úloh s obmedzením.

Parametre sme volili podobne ako v prípade klasickej MRI identifikácie: $n_a = 1$, $n_b = 1$, $n_k = 1$, $P = 100$.



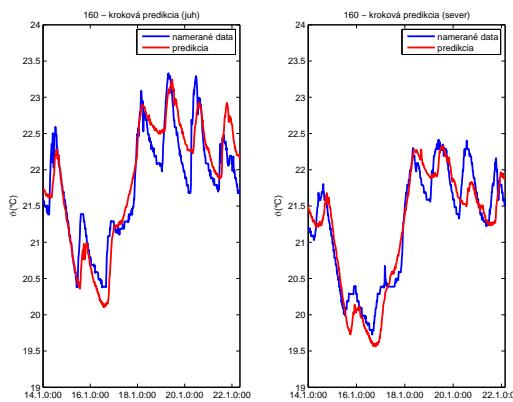
Obr. 6.7: Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI+GB).



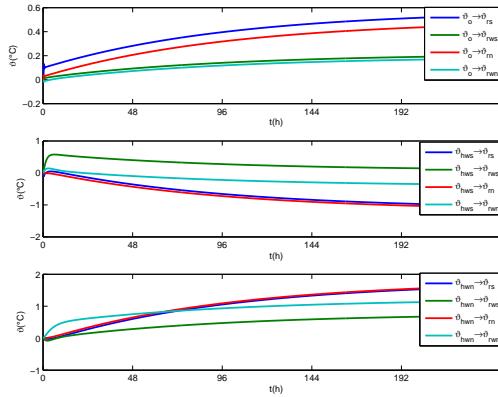
Obr. 6.8: Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI+GB).

6.1.5 Kombinácia MRI a PLS

Posledná uvedená identifikačná metóda využíva kombináciu MRI a PLS tak, ako bola popísaná v [25]. Algoritmus bol implementovaný v programe Matlab a pri identifikácii boli opäť zvolené parametre $n_a = 1$, $n_b = 1$, $n_k = 1$, $P = 100$. Tento algoritmus vyžaduje okrem týchto parametrov aj počet komponent, ktoré sú použité pri identifikácii. V našom prípade bol počet parametrov zvolený na 6 zo 7 na základe analýzy vzájomnej závislosti výstupov a regresora.



Obr. 6.9: Predikcie teplôt v referenčných miestnostiach (MRI+PLS).



Obr. 6.10: Odozvy na jednotkový skok na vstupoch (MRI+PLS).

6.1.6 Porovnanie identifikovaných modelov

V tejto časti uvedieme porovnanie predikčného správania modelov získaných uvažovanými identifikačnými metódami. Pre porovnanie týchto modelov sme použili rozptyl viackrových predikčných chýb $var_{s/n}(i)$ a nasledujúci fit faktor:

$$fit_{s/n}(i) = \left(1 - \frac{\|\vartheta_{rs/n}(k+i) - \hat{\vartheta}_{rs/n}(k+i|k)\|_2}{\|\vartheta_{rs/n}(k+i) - E(\vartheta_{rs/n}(k+i))\|_2} \right) 100\%, \quad (6.2)$$

kde $i \in \{1, 2, \dots, 160\}$ a $\vartheta_{rs/n}$ predstavuje teplotu v južnej/severnej referenčnej miestnosti. Na nasledujúcich obrázkoch 6.12, 6.11 možno vidieť vykreslené rozptyly viackrových predikčných chýb a fit faktory získaných modelov v závislosti na meniacom sa počte predikčných krokov. V prípade predikcie teploty na pár krokov vidíme, že všetky získané modely najmä v prípade severnej miestnosti predikujú približne rovnako presne. Pre vyššie predikčné horizonty však viditeľne lepšie správanie vykazujú modely získané metódami, ktoré minimalizujú viackrovú predikčnú chybu. Najlepšie výsledky vykazuje kombinácia MRI+PLS, ktorá vďaka postupu, ktorý sme popísali v časti 4.4, dokáže pri identifikácii využívať len dátu, ktoré v sebe nesú relevantnú informáciu, potlačiť vplyv šumu a tým poskytnúť model s uspokojovými predikčnými vlastnosťami. Len o niečo ne-presnejšie predikcie (v prípade severnej miestnosti dokonca niekedy aj o niečo presnejšie) poskytuje model získaný klasickou MRI identifikáciou.

Oba tieto modely však majú jeden zásadny nedostatok, ktorý možno pozorovať na obrázkoch 6.5 a 6.10, kde sú vykreslené odozvy na jednotkový skok týchto modelov.

Zarážajúce sú najmä odozvy na vstup vykurovacej vody v južnej vetve. Oba modely totiž predpovedajú, že zmena vykurovacej vody na vstupe z 0 na 1°C spôsobí pokles teploty nielen vratnej vody ale aj teploty v oboch miestnostiach. Takáto situácia samozrejme neodpovedá skutočnosti tak, ako bola popísana v kapitole 2, čo je spôsobené predovšetkým tým, že oba modely sú získané prístupom založeným na Black box modelovaní a nerešpektujú teda fyzikálnu podstatu systému. Použitie takého modelu v kombinácii s MPC by mohlo viest' na nepríjemné situácie, ako napríklad snaha zvýšiť teplotu v miestnosti znížením teploty vykurovacej vody a podobne.

Model získaný minimalizáciou viackrokovej predikčnej chyby, ktorý rešpektuje štruktúru riadeného procesu (MRI+GB), predpovedá súčasť nepresnejšie ako predošlé dva uvedené modely, ale pri pohľade na jeho skokové odozvy 6.8 vidíme, že odpovedá približne tomu, čo by sme očakávali na základe popisu riadeného systému uvedeného v kapitole 2. Schopnosť predikcie zostavajúcich dvoch modelov (4SID, GB) je značne horšia ako u metód minimalizujúcich viackrokovú chybu, čo možno vidieť aj na 6.1 a 6.3. Model získaný 4SID nanajvýš dáva odozvy 6.2, ktoré nie v súlade s dynamikou budovy.

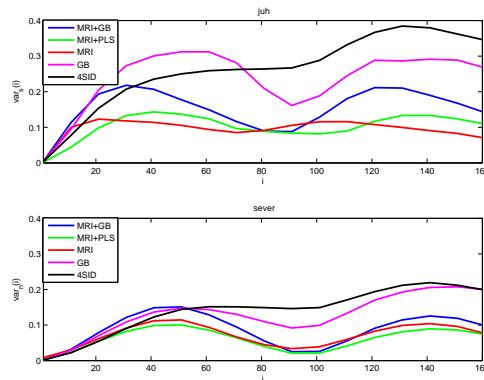
Na základe simulácií a úvah, ktoré sme uviedli vyššie, sa ako najvhodnejší pre následné použitie v kombinácii s MPC javí model získaný metódou, ktorú sme označili MRI+GB. Poskytuje uspokojivé predikcie aj na väčšie horizonty a podľa skokových odoziev odporúča dynamike riadenej budovy. Modely získané touto metódou boli použité aj pri identifikácii ostatných blokov a následne boli rovnako ako na nami uvažovanom bloku $B1$ použité pre MPC, ktoré plní v budove ČVUT v Dejviciach úlohu regulátora na vyššej úrovni riadenia.

Všetky uvažované metódy, ktoré nebrali do úvahy štruktúru riadeného systému, sa javili pri súčasnom počte meraných vstupov a výstupov ako nepoužiteľné pre následné použitie s MPC. Za hlavnú príčinu takého správania môžeme považovať fakt, že na budovu pôsobia okrem vstupov, ktoré uvažujeme v našom modeli, aj iné nemerateľné vstupy. Veľký vplyv na teplotu (predovšetkým v južne orientovaných miestnostiach) má slnečné žiarenie, čo je badateľné aj z faktu, že predikcie teploty v severne orientovaných miestnostiach sú výrazne presnejšie.

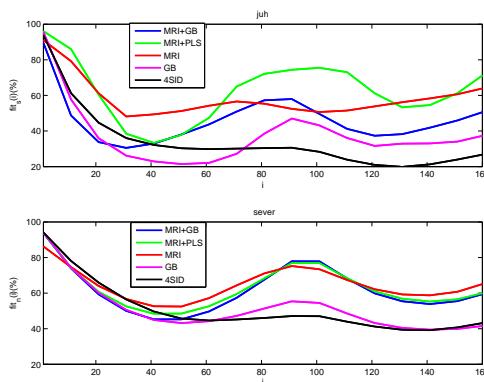
Nezahrnutým vplyvom intenzity slnečného žiarenia si možno veľmi jednoducho vysvetliť aj nezmyselný priebeh skokových odoziev 6.2, 6.10, 6.6 u Black box modelov, podľa ktorých by následkom zvýšenia teploty vykurovacej vody v južnom vykurovacom okruhu mal byť pokles teplôt v jednotlivých miestnostiach. Názornejšie sa tento paradox dá popísať tak, že pokles teploty vykurovacej vody spôsobí nárast teploty v miestnostiach. Skutočnosť je však iná. Dáta, ktoré boli použité pri identifikácii, sú značne korelo-

vané, čo je výsledok spätej väzby od regulátora. Z toho dôvodu je teplota vykurovacej vody nepriamo úmerne závislá na intenzite slnečného žiarenia (spätnoväzbový regulátor na zvýšenie intenzity reaguje znížením teploty vykurovacej vody). Pokles teploty vykurovacej vody v skutočnosti len odráža zvýšenie intenzity slnečného žiarenia, čo samozrejme spôsobí zvýšenie vnútornnej teploty.

Ďalším vstupom, ktorý nemožno len tak zanedbať, je množstvo ľudí, ktoré sa v danú dobu v budove (miestnosti) nachádza (tzv. occupancy). V prípade rozšírenia modelu o tieto vstupy môžeme očakávať, že aj modely získané metódami založenými na Black box modelovaní sa stanú vhodnými pre nasadenie s MPC. Podrobnejšie budeme vplyv slnečného osvetu na správanie budovy ČVUT a možnosti ďalšieho vylepšenia modelu diskutovať v nasledujúcej podkapitole.



Obr. 6.11: Porovnanie viackrokových predikčných chýb identifikovaných modelov.



Obr. 6.12: Porovnanie fitfaktorov identifikovaných modelov.

6.2 Prediktívny regulátor

Prediktívny regulátor, ktorého návrh sme popísali podrobne v 5.2, je používaný pri riadení teploty v referenčných miestnostiach na všetkých blokoch budovy Fakulty elektrotechnickej a Fakulty strojnej. V tejto kapitole uvedieme porovnie spomínaného prediktívneho regulátora a klasickej ekvitermej regulácie, ktorá bola používaná na nami uvažovanej budove ČVUT pred nasadením prediktívnej regulácie.

K tomu, aby sme mohli porovnať oba spôsoby regulácie aj napriek tomu, že oba regulátory pracovali za rôznych podmienok (predovšetkým iné poveternostné podmienky), zavedieme pojmy *ECM*(Energy Consumption) a *HDD*(Heating Degree Day) nasledovne

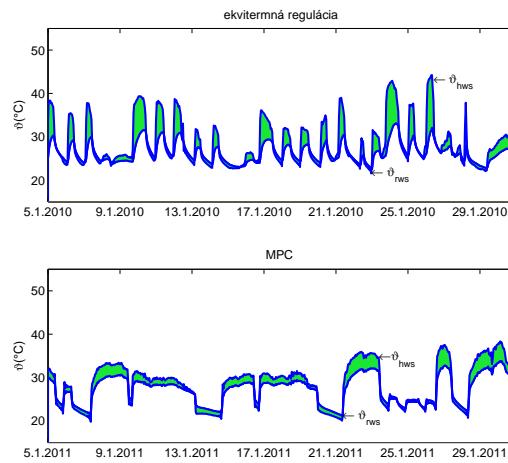
$$HDD = \sum_{i=T_{start}}^{T_{end}} y_{ref}(i) - \vartheta_o(i) \quad (6.3)$$

a

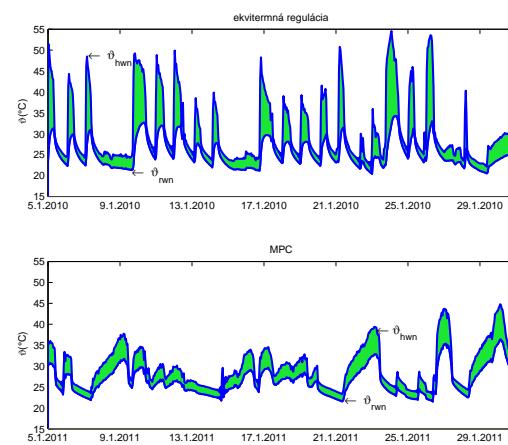
$$E_{CM} = \sum_{i=T_{start}}^{T_{end}} (\vartheta_{hws}(i) - \vartheta_{rw}(i)) + (\vartheta_{hwn}(i) - \vartheta_{rwn}(i)), \quad (6.4)$$

kde T_{start} predstavuje čas začiatku experimentu a T_{end} jeho koniec. Pre porovnanie kvality pri rôznych poveternostných podmienkach použijeme pomer $\frac{E_{CM}}{HDD}$ vyjadrujúci energiu spotrebovanú na vykurovanie severnej aj južnej vetvy 6.4 vztiahnutú na rozdiel medzi požadovanou referenčnou teplotou a vonkajšou teplotou 6.3.

Najprv sme porovnali reguláciu ekvitermou, ktorá bola nasadená na bloku B_1 na začiatku roku 2010, s prediktívnym regulátorom zo začiatku roku 2011. Na obrázkoch 6.13,6.14 vidíme vykreslené integrály rozdielu $\vartheta_{hw} - \vartheta_{rw}$, ktoré predstavujú energiu spotrebovanú na vykurovanie pre ekvitermnú reguláciu aj MPC. Už zo samotných obrázkov je badateľné, že integrál daného rozdielu má určite menšiu plochu v prípade prediktívneho regulátora ako v prípade klasickej ekvitermej regulácie, čo potvrdzuje fakt, že MPC možno v prípade znalosti matematického modelu a vhodne zvolenej účelovej funkcie s výhodou použiť pri riadení veľkých budov a ušetriť tak značné množstvo energie.



Obr. 6.13: Porovnanie ekvitermnej regulácie a MPC (juh).



Obr. 6.14: Porovnanie ekvitermnej regulácie a MPC (sever).

Ked'že však pri porovnanávani použitých stratégii neboli rovnaké poveternostné podmienky, na potvrdenie úspor, ktoré boli dosiahnuté pomocou MPC, uvádzame aj tabuľku 6.1, ktorá taktiež potvrdzuje energetickú výhodnosť MPC a jeho relatívne úspory oproti konvenčnému ekvitermnému riadeniu dokonca až o 27%.

Tabuľka 6.1: Porovnanie úspor.

	E_{CM}/HDD	počet dní	relatívne úspory
MPC	0.6012	59	27.1%
EKVITERMA	0.8244	84	

6.3 Zahrnutie vplyvu slnka

Ani jeden z modelov, ktorý sme doteraz uvažovali, nemal v sebe zahrnutý vplyv slnečného žiarenia, ktoré má však určite nezanedbateľný vplyv na správanie budovy, a to najmä v prípade južne orientovaných miestnosti, čo potvrdili aj simulácie v sekcií 6.1, kde bolo badateľné, že všetky získané modely predikovali jednoznačne presnejšie teplotu v južne orientovanej miestnosti.

Na to, aby sme však mohli zahrnúť do modelu pre MPC vplyv slnečného žiarenia, by sme potrebovali jeho dostatočne presné predpovede na dobu horizontu predikcie. Ked'že však takéto predpovede neboli dostupné, uvádzame v našej práci len analýzu vplyvu slnečného žiarenia.

Ako vstup sme pre tieto analýzy použili merania slnečného osvitu namerané fotobunkou Siemens QLS60, ktorá bola umiestnená na južnej strane budovy 6.15.



Obr. 6.15: Umiestnenie čidla intenzity slnečného žiarenia.

Zahrnutím vplyvu slnečného žiarenia do modelu sa pôvodný vektor vstupov rozšíril

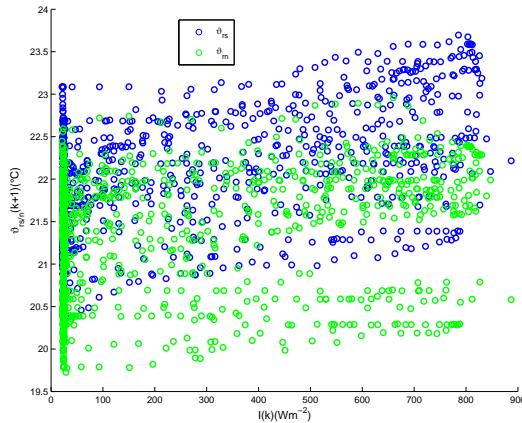
na:

$$u = [\vartheta_o \quad \vartheta_{hws} \quad \vartheta_{hwn} \quad I]^T. \quad (6.5)$$

kde $I(\text{Wm}^{-2})$ predstavuje intenzitu slnečného žiarenia. Štruktúra systémových matíc A , B sa z pôvodne štruktúry (3.10) rozšírila na:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_4 & a_3 & 0 \\ a_2 & a_5 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & a_6 & a_8 \\ 0 & 0 & a_7 & a_9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_5 \\ 0 & b_3 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & 0 & b_6 \\ 0 & 0 & b_4 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

Pri samotnej identifikácii vplyvu slnečného žiarenia sme sa museli vysporiadať s jedným zásadným problémom, ktorý bol spomenutý aj vyššie. Dáta, ktoré boli dostupné pri identifikácii, pochádzali buď z obdobia mimo vykurovaciu sezónu, ked' sa netopilo, a k identifikácii boli nepoužiteľné kvôli nedostatočnej vybudenosťi. Druhou skupinou boli dáta, ktoré boli zozbierané počas vykurovacej sezóny. V tomto období však je teplota v miestnosti riadená spätnoväzbovým regulátorom, ktorý úspešne potláča vplyv poruchových veličín, medzi ktoré patrí intenzita slnečného žiarenia a vonkajšia teplota, a znemožňuje správne identifikovať vplyv týchto vstupov na správanie budovy. To potvrzuje aj obrázok korelácie medzi teplotou v miestnosti a intenzitou slnečného žiarenia 6.16.



Obr. 6.16: Korelácia medzi $\vartheta_{rs/n}$ a I .

Na riešenie tohto problému sme použili alternatívny spôsob identifikácie pozostavajúci z dvoch krokov.

1. Identifikácia z nekorelovaných dát

V prvom kroku algoritmu sme použili k identifikácii data, ktoré boli zozbierané

mimo vykurovaciu sezónu, t.j. v období, kedy sa netopilo a vplyv intenzity slnečného žiarenia na teplotu v miestnosti neboli potláčaný regulátorom. Keďže teplota vykurovacej vody je v tomto období konštantná, možno identifikovať systém v nasledujúcom tvare

$$x(k+1) = Ax(k) + \begin{bmatrix} b_1 & b_5 \\ 0 & 0 \\ b_2 & b_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d(k) + aff, \quad (6.7)$$

kde $d = [\vartheta_o \ I]^T$. Aby sme mohli teraz identifikovať maticu A a koeficienty b_1, b_2, b_5, b_6 , potrebujeme sa zbaviť členu aff predstavujúceho vplyv vykurovacej vody, ktorá je po celý čas konštantá. Vďaka linearite 6.8 toho možno dosiahnuť identifikáciou z rozdielových dát x_r a u_r :

$$\begin{aligned} x_r &= x_a - x_b, \\ u_r &= d_a - d_b, \end{aligned} \quad (6.8)$$

kde x_a, d_a a x_b, d_b predstavujú súvislé úseky dát namerané mimo vykurovacej sezóny.

2. Identifikácia s obmedzením

V druhom kroku sme uskutočnili klasickú identifikáciu matíc so štruktúrou (6.6) z dát, ktoré boli získané behom vykurovacej sezóny. Aby však bola zabezpečená presná identifikácia parametrov, ktoré odpovedajú vplyvu poruchových veličín (intenzity slnečného žiarenia a vonkajšej teploty), parametre b_1, b_2, b_5, b_6 získané v prvom kroku identifikácie poslúžili ako obmedzenia v druhom kroku, tieto parametre boli hľadané len na intervale, ktorý odpovedal $\pm 5\%$ od hodnoty príslušného parametru získanej v prvom kroku.

Takýmto spôsobom je možné identifikovať aj vplyv poruchových veličín, ktoré nie je možné správne identifikovať z dát ktoré sú zaťažené koreláciou vďaka prítomnosti regulátoru, čo ukážeme aj na simuláciach uvedených v nasledujúcej časti.

6.3.1 Simulácie

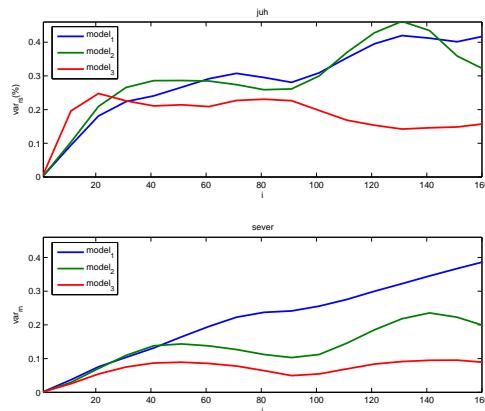
V nasledujúcej časti na simuláciach ukážeme, ako výrazne môže zahrnutie vplyvu intenzity slnečného žiarenia vylepšiť predikčné správanie identifikovaného modelu, a zároveň ukážeme, aký význam má v tomto prípade dvojkroková identifikačná procedúra, ktorú

sme popísali v 6.3. Budeme porovnávať tri rôzne modely: $model_1$ predstavuje model, ktorý zahŕňa aj vplyv intenzity slnečného žiarenia, ktorý bol identifikovaný klasicky v jednom kroku z dát zozbieraných počas vykurovacej sezóny, $model_2$ nezahŕňa vplyv intenzity slnečného žiarenia, $model_3$ bol získaný identifikačnou procedúrou popísanou v 6.3.

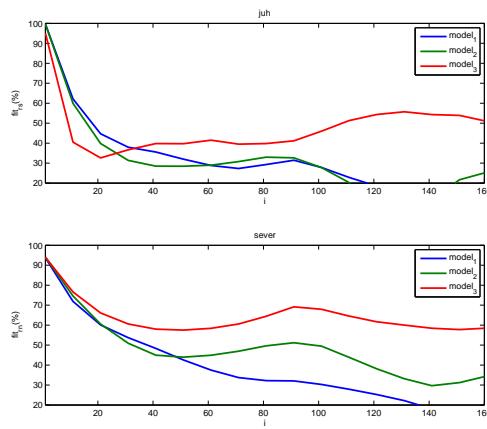
Ako identifikačné dátá sme v tom prípade použili dátá zo začiatku decembra 2010, pričom sme ich vyberali tak, aby v období, z ktorého pochádzaju, bolo čo najviac slnečných dní. Ako validačné dátá sme použili dátá z januára 2011, rovnako sme volili obdobie, kedy bolo relatívne slnečno. Pri identifikácii sme použili metódu, ktorú sme označili v úvode tejto kapitoly ako MRI+GB, a parametre sme volili podobne ako pri identifikácii predošlých modelov: $P = 100$, $n_a = 1$, $n_b = 1$, $n_k = 1$.

$model_1$ v sebe síce zahŕňa vplyv slnka, ale kvôli tomu, že bol identifikovaný z dát počas vykurovacej sezóny, nebolo možné identifikovať vplyv slnka presne, a na validačných dátach úplne stráca predikčnú schopnosť na viac ako pár hodín dopredu. Jeho predikcie sú najmä na severnej strane oveľa nepresnejšie ako u $model_2$, ktorý vôbec nezahŕňa vplyv slnka.

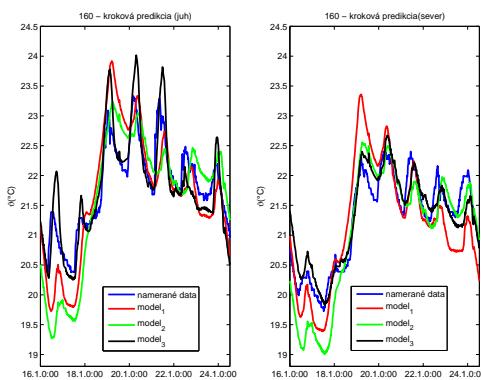
Naopak $model_3$, ktorý bol získaný dvojkrokovou identifikačnou procedúrou, predikuje jednoznačne najpresnejšie. Ako jediný dokáže predpovedať výrazne zvýšenie teploty okolo obeda, kedy teplota v mienosti značne stúpne, a rovnako i výrazný pokles teploty počas noci. Zaujímavá je situácia, ktorú je vidieť na obrázku 6.19, kde predikcie v období od 16.1. do 18.1. sú pre $model_1$ a $model_3$ výrazne vychýlené, no $model_2$ predikuje veľmi presne, čo je spôsobené tým, že práve tieto dva dni boli za dané obdobie zdľalek najslnečnejšie.



Obr. 6.17: Porovnanie rozptylu predikčných chýb identifikovaných modelov.



Obr. 6.18: Porovnanie fitfaktorov identifikovaných modelov.



Obr. 6.19: Porovnanie predikcií identifikovaných modelov.

Kapitola 7

Záver

V rámci tejto práce bola spracovaná štúdia identifikačných metód vhodných pre prediktívne riadenie. Veľká pozornosť bola venovaná identifikačným netódam, ktoré sú založené na minimalizácii viackrokovej predikčnej chyby a poskytujú model, ktorý je priamo určený pre použitie s MPC. Naša štúdia potvrdila ďaleko lepšie predikčné vlastnosti týchto modelov aj pri testovaní na vzorových príkladoch, ale predovšetkým, čo je hlavné, modely získané MRI identifikačnými metódami potvrdili svoj potenciál aj pri identifikácii modelu konkrétnych blokov budovy ČVUT v Praze. Teplotu v miestnosti dokázali predikovať omnoho presnejšie ako doteraz používané modely získané metódami Subspace identifikácie a Grey box modelovacím prístupom.

Hlavne vďaka týmto vlastnostiam boli MRI identifikačné metódy vybraté z množstva dostupných identifikačných metód a prostredníctvom nich boli vytvorené modely všetkých blokov budovy ČVUT v Dejviciach, ktoré využíva prediktívny regulátor riadiaci teplotu v jednotlivých miestnostiach pre predikcie.

V ďalšej časti našej práce bol vykonaný návrh prediktívneho regulátora tak, aby zabezpečil nielen teplotný komfort vo vybraných miestnostiach, ale aby čo najviac znížil náklady na vykurovanie. Podľa porovnania, ktoré sme uviedli v časti 6.2, prediktívny regulátor vykazoval oproti klasickej ekvitermej regulácii relatívne úspory okolo 27%.

Aj napriek značnému zníženiu nákladov na vykurovanie, ktoré MPC prinieslo, je v tejto oblasti ešte veľký priestor na vylepšovanie, predovšetkým v oblasti identifikácie. Značné vylepšenie vlastností identifikovaných modelov môže priniesť zahrnutie vplyvu intenzity slnečného žiarenia. Ako bolo ukázané na simuláciach v 6.3, modely rozšírené o vplyv intenzity slnečného žiarenia dokážu hlavne počas slnečných dní presnejšie predikovať teplotu v miestnostiach. Použitie takéhoto modelu v kombinácii s MPC by mohlo zabrániť miernemu pretápaniu najmä počas obeda, keď je intenzita slnečného žiarenia najvyššia,

a znížiť tým náklady na vykurovanie.

Priestor pre ďalší výskum predstavujú aj samotné MRI identifikačné metódy. Právom, s ktorým sme sa potýkali aj pri našej práci, bol nedostatok dobre vybudených dát. Tento jav je bežný pri identifikácii takmer všetkých priemyselných systémov, keďže pracujú v uzavretej slučke vďaka prítomnosti regulátora. Zohľadenie tohto faktu pri identifikácii založenej na minimalizácii viackrokovej predikčnej chyby by mohlo značne zvýšiť použiteľnosť týchto metód pri identifikácii pre prediktívne riadenie.

Literatúra

- [1] T.N. Adlam. *Radiant heating*. The Industrial Press, 1949.
- [2] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E.N. Pistikopoulos. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems*. 1. *Automatica*, 38(1):3–20, 2002.
- [3] S.P. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex optimization*. Cambridge Univ Pr, 2004.
- [4] W.W. Chin. The partial least squares approach to structural equation modeling. *1998), S*, pages 295–336, 1998.
- [5] J. Cigler and S. Prívara. Subspace identification and model predictive control for buildings. In *The 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision – ICARCV2010*, pages 750–755.
- [6] T. Coleman, M.A. Branch, and A. Grace. Optimization Toolbox For Use with MATLAB User’s Guide Version 2. 1999.
- [7] Richard Godfrey Crittall and Joseph Leslie Musgrave. Heating and cooling of buildings. GB Patent No. 210880, April 1927.
- [8] K. De Cock and B. De Moor. Subspace identification methods. *Contribution to section*, 5:933–979, 2003.
- [9] S. de Jong. SIMPLS: an alternative approach to partial least squares regression. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 18(3):251–263, 1993.
- [10] E.R.G. Eckert. *Introduction to the Transfer of Heat and Mass*. McGraw-Hill, 1950.
- [11] Lukáš Ferkl and Jan Široký. Ceiling radiant cooling: Comparison of ARMAX and subspace identification modelling methods. *Building and Environment*, 45(1, Sp. Iss. SI):205–212, 2010.

- [12] C. Fornell and F.L. Bookstein. Two structural equation models: LISREL and PLS applied to consumer exit-voice theory. *Journal of Marketing research*, 19(4):440–452, 1982.
- [13] J.D. Franklin, G. Powell. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall, 2009.
- [14] P. Geladi and B.R. Kowalski. Partial least-squares regression: a tutorial. *Analytica Chimica Acta*, 185:1–17, 1986.
- [15] M. Gevers. A decade of progress in iterative process control design: from theory to practice. *Journal of process control*, 12(4):519–531, 2002.
- [16] R.B. Gopaluni, R.S. Patwardhan, and S.L. Shah. Bias distribution in MPC relevant identification. In *Proceedings of IFAC world congress, Barcelona*, pages 2196–2201. Citeseer, 2002.
- [17] R.B. Gopaluni, R.S. Patwardhan, and S.L. Shah. MPC relevant identification–tuning the noise model. *Journal of Process Control*, 14(6):699–714, 2004.
- [18] M. Gwerder, B. Lehmann, J. Todtli, V. Dorer, and F. Renggli. Control of thermally-activated building systems (TABS). *Applied energy*, 85(7):565–581, 2008.
- [19] D. Gyalistras and M. Gwerder. Use of weather and occupancy forecasts for optimal building climate control (opticontrol): Two years progress report. Technical report, Terrestrial Systems Ecology ETH Zurich, Switzerland and Building Technologies Division, Siemens Switzerland Ltd., Zug, Switzerland, 2010.
- [20] V. Havlena and J. Štecha. *Moderní teorie řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000.
- [21] I. Jolliffe. Principal component analysis. 2002.
- [22] T. Katayama. *Subspace Methods for System Identification*. Springer, 2005.
- [23] E.C. Kerrigan and J.M. Maciejowski. Soft constraints and exact penalty functions in model predictive control. In *Control 2000 Conference, Cambridge*, 2000.
- [24] W.H. Kwon, S. Han, and S. Han. *Receding horizon control: model predictive control for state models*. Springer Verlag, 2005.
- [25] D. Laurí, M. Martínez, J.V. Salcedo, and J. Sanchis. PLS-based model predictive control relevant identification: PLS-PH algorithm. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 100(2):118–126, 2010.

- [26] J.W. Lee, W. HYUN KWON, and J. Choi. On stability of constrained receding horizon control with finite terminal weighting matrix. *Automatica*, 34(12):1607–1612, 1998.
- [27] F. Lindgren, P. Geladi, and S. Wold. The kernel algorithm for PLS. *Journal of Chemometrics*, 7(1):45–59, 1993.
- [28] L. Ljung. System identification toolbox. *The MathWorks Inc*, 1999.
- [29] Lennart Ljung. *System Identification: Theory for user*. Prentice-Hall, 1999.
- [30] J.M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints*. Prentice-Hall, 2002.
- [31] D.Q. Mayne, J.B. Rawlings, C.V. Rao, and PO Scokaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *AUTOMATICA-OXFORD-*, 36:789–814, 2000.
- [32] J. Nocedal and S.J. Wright. *Numerical optimization*. Springer verlag, 1999.
- [33] L. Perez-Lombard, J. Ortiz, and C. Pout. A review on buildings energy consumption information. *Energy and Buildings*, 40(3):394–398, 2008.
- [34] E.N. Pistikopoulos. *Multi-parametric model-based control: theory and applications*. Vch Verlagsgesellschaft Mbh, 2007.
- [35] S. Prívara, J. Cigler, Z. Váňa, L. Ferkl, and M. Šebek. Subspace identification of poorly excited industrial systems. In *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 4405–4410, 2010.
- [36] S. Prívara, J. Široký, L. Ferkl, and J. Cigler. Model predictive control of a building heating system: The first experience. *Energy and Buildings*, 2010.
- [37] J. Rawlings and K. Muske. Stability of constrained receding horizon. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 38, 1993.
- [38] J.A. Rossiter and B. Kouvaritakis. Modelling and implicit modelling for predictive control. *International Journal of Control*, 74(11):1085–1095, 2001.
- [39] D. Schmidt. Modelling of hybrid building components with r-c networks in macro elements.

- [40] D.S. Shook, C. Mohtadi, and S.L. Shah. A control-relevant identification strategy for GPC. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37(7):975–980, 2002.
- [41] D.S. Shook, C. Mohtadi, and S.L. Shah. Identification for long-range predictive control. In *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, volume 138, pages 75–84. IET, 2002.
- [42] T. Söderström and P. Stoica. System identification. 1989.
- [43] Pavel Trnka. *Subspace Identification Methods*. PhD thesis, Czech Technical University in Prague, 2007.
- [44] Peter Van Overschee and Bart De Moor. *Subspace Identification for Linear Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [45] S. Wold, M. Sjostrom, and L. Eriksson. PLS-regression: a basic tool of chemometrics. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*, 58(2):109–130, 2001.
- [46] S. Wold, J. Trygg, A. Berglund, and H. Antti. Some recent developments in PLS modeling. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 58(2):131–150, 2001.
- [47] R.K. Wood and M.W. Berry. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 28(9):1707–1717, 1973.
- [48] Y. Zhu. *Multivariable system identification for process control*. Elsevier, 2001.
- [49] J. Štecha. *Optimální rozhodování a řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999.

Príloha A

Obsah priloženého CD

Súčasťou tejto práce je aj CD, ktoré obsahuje okrem elektronickej verzie tejto práce aj naimplementované zdrojové kódy. CD má nasledujúcu štruktúru:

- **DP** obsahuje diplomova_praca.pdf,
- **Scilab** obsahuje zdrojové kódy naimplementované v programovom prostredí Scilab,
- **Matlab** obsahuje zdrojové kódy naimplementované v programovom prostredí Matlab.