

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY



## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Optimální nastavení PID regulátoru

Praha, 2009

Autor: Tomáš Jindra

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

podpis

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval především svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Petru Huškovi, Ph.D., za cenné rady a ochotu při psaní bakalářské práce. Velký dík patří také mé rodině a přátelům za celoživotní podporu nejen při studiu.

# Abstrakt

Cílem mé bakalářské práce je vytvořit soubor procedur pro optimální nastavení PID regulátoru. Procedury jsou vytvořeny v programu Matlab, a to tak, aby pokud možno co nejlépe zohledňovaly fázovou bezpečnost, amplitudovou bezpečnost, šířku přenášeného pásma a velikost ustálené odchylky. Pomocí těchto procedur jsou navrženy regulátory a ty jsou porovnány s regulátory spočtenými pomocí frekvenčních metod návrhu na systémech s různou dynamikou.

## **Abstract**

The goal of the bachelor thesis was to develop the set of procedures that deal with an optimal PID controller design. All the procedures have been developed in Mathworks Matlab environment and taken into account following user input parameters: phase margin, gain margin, bandwidth and steady-state error. The theoretical part of the thesis covers control systems theory essentials and the design algorithm description. The practical part describes comparison of the controllers that were designed by developed procedures and by classic frequency analysis methods.

vložit originální zadání!!!!!!!!!!!!

# Obsah

Seznam obrázků	viii
Seznam tabulek	ix
<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2 PID regulátor</b>	<b>3</b>
2.1 Zpětnovazební zapojení . . . . .	3
2.2 PID regulátor . . . . .	4
2.2.1 Popis jednotlivých složek PID regulátoru . . . . .	5
<b>3 Návrh PID regulátoru</b>	<b>9</b>
3.1 Požadavky na řízení . . . . .	9
3.1.1 Amplitudová bezpečnost . . . . .	10
3.1.2 Fázová bezpečnost . . . . .	11
3.1.3 Šířka pásma . . . . .	12
3.1.4 Přechodová frekvence . . . . .	12
3.1.5 Ustálená odchylka . . . . .	13
3.2 Frekvenční metoda návrhu PID regulátoru . . . . .	13
<b>4 Metoda optimalizace konstant</b>	<b>16</b>
4.1 Penalizace amplitudové bezpečnosti $J_{GM}$ . . . . .	18
4.2 Penalizace fázové bezpečnosti $J_{PM}$ . . . . .	20
4.3 Penalizace přechodové frekvence $J_{\omega_c}$ . . . . .	21
4.4 Penalizace ustálené odchylky $J_e$ . . . . .	22
4.5 Funkce použité pro minimalizaci . . . . .	23

4.5.1	fmincon	23
4.5.2	fminimax	23
4.6	Grafické uživatelské rozhraní	24
<b>5</b>	<b>Porovnání navržených PID regulátorů</b>	<b>26</b>
5.1	Systém 1. a 2. řádu	26
5.2	Systém 3. řádu	27
5.3	Systém 4. řádu	29
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>33</b>
	<b>Literatura</b>	<b>34</b>
<b>A</b>	<b>Obsah přiloženého CD</b>	<b>I</b>



# Seznam obrázků

1.1	Wattův odstředivý regulátor . . . . .	1
2.1	Schéma zpětnovazebního zapojení . . . . .	3
2.2	Schéma PID regulátoru . . . . .	5
2.3	Ukázka vlivu proporcionální složky . . . . .	6
2.4	Ukázka vlivu integrační složky . . . . .	7
2.5	Ukázka vlivu derivační složky . . . . .	8
3.1	Dynamické parametry regulátoru . . . . .	10
3.2	Zobrazení GM a PM na Bodeho charakteristice . . . . .	11
3.3	Nyquistova křivka . . . . .	12
4.1	Průběh výpočtu MOK . . . . .	17
4.2	Žádaný a chybný průběh funkce $J_{GM}$ . . . . .	19
4.3	Ukázka grafického uživatelského rozhraní . . . . .	24
5.1	Bodeho charakteristika pro systém 1. řádu . . . . .	27
5.2	Frekvenční charakteristika pro systém 3. řádu . . . . .	28
5.3	Porovnání navržených regulátorů pro systém 3. řádu . . . . .	29
5.4	Porovnání navržených regulátorů pro systém 4. řádu (odezva na skok) . . . . .	31
5.5	Porovnání navržených regulátorů pro systém 4. řádu (odezva na rampu) . . . . .	32
A.1	Obsah příloženého CD . . . . .	I

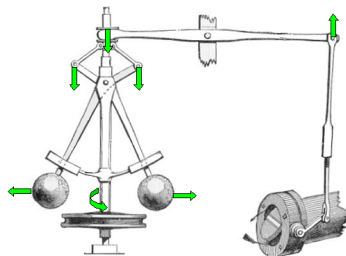
# Seznam tabulek

5.1	Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 3. řádu . . . . .	29
5.2	Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 4. řádu (odezva na skok) . . . . .	30
5.3	Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 4. řádu (odezva na rampu) . . . . .	32

# Kapitola 1

## Úvod

Regulace je proces známý na Zemi již od jejího samotného počátku. Na většinu těchto procesů ovšem nahlížíme jako na samozřejmost a toho, že existují si většinou všimneme až ve chvíli, kdy nefungují správně. Abychom mohli regulovat, potřebujeme znát důsledky akčního zásahu provedeného v systému. K tomu nám slouží zpětná vazba. Hezkým příkladem zpětnovazebního řízení je Wattův odstředivý regulátor, jenž je názornou ukázkou mechanické záporné zpětné vazby, která dovoluje působením poměrně malých sil regulovat velmi výkonný stroj (obr. 1.1).



Obrázek 1.1: Wattův odstředivý regulátor

Historie zpětnovazebního řízení sahá až do starověku, ovšem řízení založené na matematickém popisu soustavy pomocí diferenciálních rovnic a zkoumání stability je poměrně mladé. Prvním, kdo systematicky studoval stabilitu zpětnovazebního řízení, byl J. C. Maxwell (1868). S nástupem zpětnovazebních zesilovačů bylo potřeba najít způsob jak získat informace o systémech vyšších řádů, a tak v roce 1932 H. Nyquist popisuje jak určit sta-

bilitu z frekvenční charakteristiky systému. Na jeho práci navázal H. W. Bode a rozšířil využití frekvenční analýzy systému, která se používá dodnes a je základem i mé bakalářské práce.

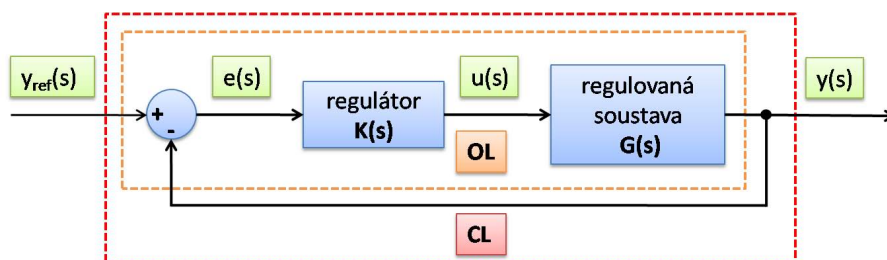
Cílem práce je vytvořit soubor procedur pro návrh PID regulátoru metodou optimalizace konstant (dále MOK). Pomocí těchto procedur navrhnout PID regulátory na systémech s různou dynamikou a porovnat je s regulátory navrženými pomocí frekvenčních metod. Členění mé bakalářské práce je následující. Ve druhé kapitole uvedu obecný popis PID regulátoru a zpětnovazebního zapojení, ze kterého jsem v této bakalářské práci vycházel. Ve 3. kapitole přejdu k návrhu regulátoru, tzn. určím požadavky na řízení, jak tyto požadavky splníme a na konec kapitoly popíši frekvenční metodu návrhu. V kapitole 4 podrobně popíši metodu optimalizace konstant a také grafické prostředí, které jsem vytvořil pro lepší orientaci uživatele při návrhu regulátoru. V páté kapitole navrhnou a porovnáme regulátory pro několik přenosů různých řádů. V poslední, 6. kapitole uvedu výsledky a zhodnocení své bakalářské práce.

# Kapitola 2

## PID regulátor

### 2.1 Zpětnovazební zapojení

Nežli popíšu samotný PID regulátor, uvedu zpětnovazební zapojení regulátoru a soustavy, které budu ve své bakalářské práci uvažovat.



Obrázek 2.1: Schéma zpětnovazebního zapojení

- $y_{ref}(s)$  ... referenční signál (požadovaná hodnota)
- $e(s) = y_{ref}(s) - y(s)$  ... rozdíl mezi žádanou a vypočtenou hodnotou (regulační odchylka)
- $u(s)$  ... akční zásah
- $y(s)$  ... výstup soustavy

Obecný přenos soustavy můžeme napsat ve tvaru (2.1).

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2.1)$$

Obecný přenos PID regulátoru má tvar (2.2).

$$K(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.2)$$

Přenos otevřené smyčky OL (=Open Loop) je  $L(s)$  (2.3)

$$L(s) = K(s)G(s) \quad (2.3)$$

a uzavřené smyčky CL (=Closed Loop) je  $T(s)$  (2.4).

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (2.4)$$

Přenos  $T(s)$  je také nazýván doplňková citlivost (complementary sensitivity) a spolu se vzorcem pro citlivost  $S$  (Sensitivity)

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$$

platí vztah (2.5).

$$S(s) + T(s) = 1 \quad (2.5)$$

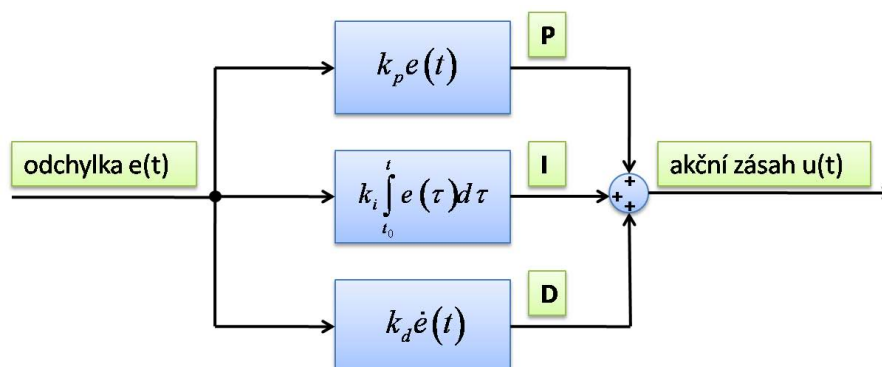
a víme, že pokud je  $S(s)$  malé, potom je řízení přesné.

## 2.2 PID regulátor

PID regulátor je zpětnovazební regulátor rozšířený především v průmyslových řídicích systémech. Účelem regulátoru je minimalizovat regulační odchylku  $e(t)$  mezi měřenou  $y(t)$  a žádanou veličinou  $y_{ref}(t)$ . Základní zapojení regulátoru s regulovanou soustavou je zobrazeno na obr. 2.1. PID regulátor se skládá ze tří složek:

- proporcionální složka P
- integrační složka I

- derivační složka D



Obrázek 2.2: Schéma PID regulátoru

Vstupem do regulátoru je odchylka  $e(t)$  jenž je rozdílem mezi žádanou veličinou  $y_{ref}(t)$  a výstupní veličinou  $y(t)$ :

$$e(t) = y_{ref}(t) - y(t)$$

Výstupem regulátoru je akční zásah  $u(t)$ :

$$u(t) = k_p e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt}$$

- $k_p$  ... konstanta zesílení [-]  
 $T_i$  ... integrační časová konstanta [s]  
 $T_d$  ... derivační časová konstanta [s]

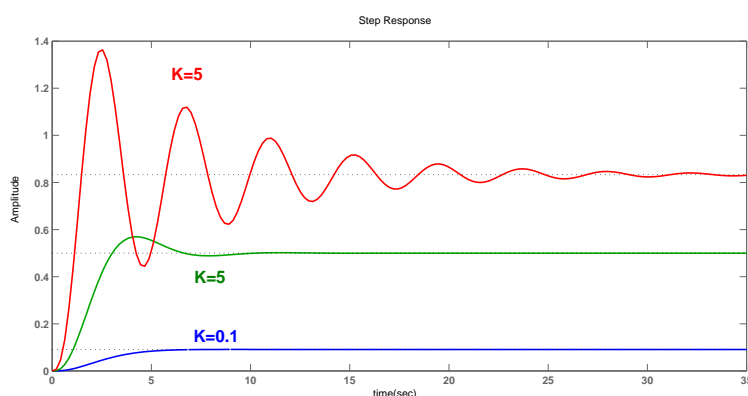
### 2.2.1 Popis jednotlivých složek PID regulátoru

#### Vliv proporcionální složky

Proporcionální složka je vlastně pouze zesílení. Při proporcionálním řízení je akční zásah regulátoru úměrný regulační odchylce podle vztahu:

$$u(t) = K e(t),$$

kde  $K$  je zesílení a  $e(t)$  rozdíl žádané a vypočtené hodnoty. Při použití regulátoru pouze s proporcionalní složkou je zřejmé, že se ustálená odchylka nebude nikdy rovnat nule, neboť regulovaná veličina reaguje na akční zásah konstantní velikosti ustálením se na nové hodnotě. Při zvyšování zesílení se sice budeme přibližovat žádané hodnotě, ovšem při velkém zesílení může dojít ke ztrátě stability systému. Na obr. 2.3 je graficky zobrazen vliv P složky.



Obrázek 2.3: Ukázka vlivu proporcionalní složky

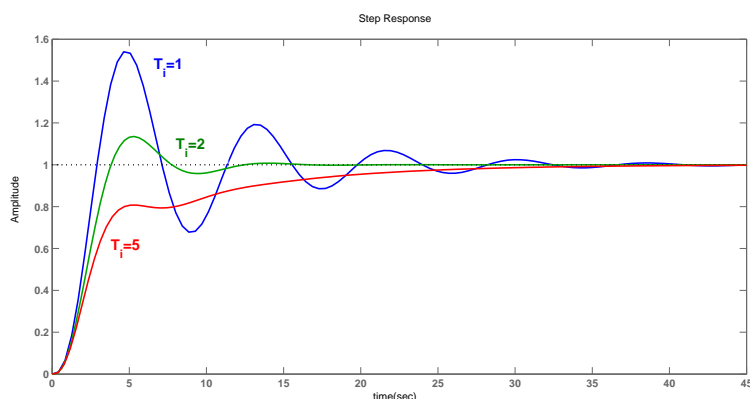
### Vliv integrační složky

K odstranění trvalé regulační odchylky se do systému přidává integrační složka (pokud již sama soustava nemá integrační charakter). Při integračním chování je akční zásah úměrný době, po kterou existuje regulační odchylka. Z obrázku je patrné, že se zvyšováním podílu integrační složky (zmenšováním  $T_i$ ) kmitavost regulačního obvodu obecně roste. Do určité míry jej můžeme regulovat přidáním derivační složky. Vliv I složky je popsán rovnicí:

$$u(t) = u_0 + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Názorně je vliv integrační složky ukázán na obr. 2.4.





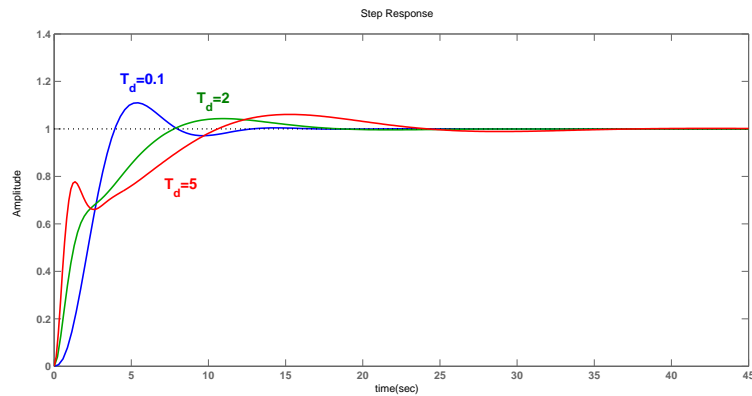
Obrázek 2.4: Ukázka vlivu integrační složky

### Vliv derivační složky

Jak už bylo zmíněno, derivační složka se většinou využívá k tlumení zákmitů regulačního procesu, neboť dokáže v předstihu kompenzovat změny regulované veličiny. Jakmile dojde ke změně žádané nebo skutečné hodnoty (například v důsledku poruchy) hodnoty regulované veličiny, začne se regulovaná veličina blížit své žádané hodnotě, derivační složka začne působit proti změně akčního zásahu (tedy od žádané hodnoty). Derivační složka posouvá fázi akčního zásahu vpřed, a tím může stabilizovat zpětnovazební obvod. Obecně můžeme tedy říci, že s použitím derivační složky lze použít větší hodnoty zesílení a integrační časové konstanty regulátoru. D složka je vyjádřena rovnicí:

$$u(t) = T_d \frac{de(t)}{dt} .$$

Názorně je vliv derivační složky ukázán na obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Ukázka vlivu derivační složky

Ideální derivační složka má ale pro vysoké frekvence příliš velké zesílení, proto ji často ještě filtrujeme a místo  $K(s) = T_d s$  používáme:

$$K(s) = \frac{T_d s}{1 + sT_d},$$

kde pro malé  $\omega$  platí  $K(s) \simeq T_d s$  a pro velké  $\omega$  platí  $K(s) = KN, N \in [3, 20]$

# Kapitola 3

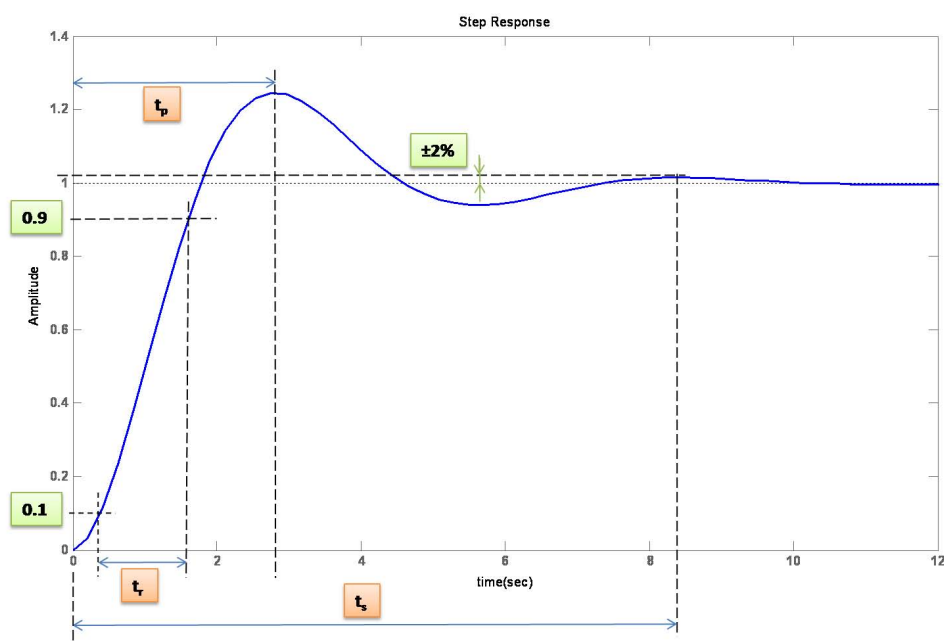
## Návrh PID regulátoru

### 3.1 Požadavky na řízení

Z hlediska řízení nás zajímají především tyto vlastnosti :

- doba regulace
- ustálená odchylka
- velikost překmitu

Doba regulace, neboli doba ustálení  $t_s$  (=set time), nám říká, za jak dlouho se systém ustálí. Obvykle se za ustálený stav považuje, když je ustálená odchylka menší než 2% žádané hodnoty. S dobou regulace přímo souvisí pojem doba náběhu  $t_r$  (=rise time), která je počítaná jako doba trvání přeběhu přechodové charakteristiky z 10% na 90% ustálené hodnoty. Dalším požadavkem je překmit OS (=overshoot), který nám udává maximální překmit žádané hodnoty v procentech. Okamžik prvního maxima je  $t_p$  (=peak time). Všechny zmíněné hodnoty jsou názorně ukázány na obr. 3.1.



Obrázek 3.1: Dynamické parametry regulátoru

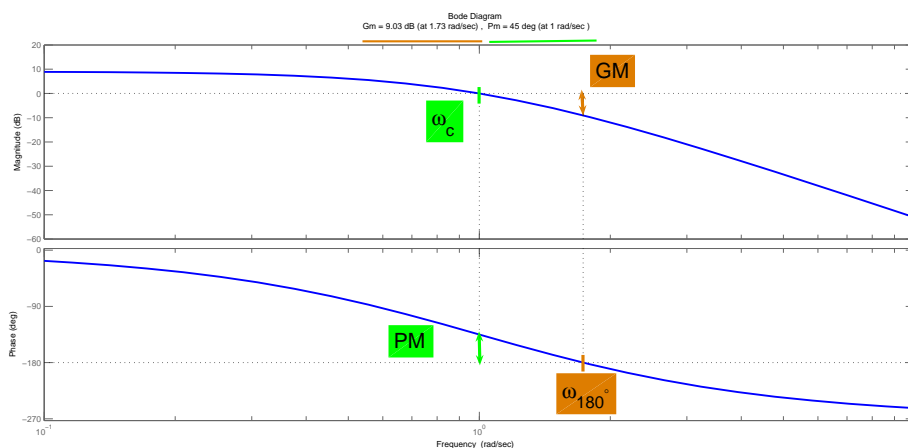
Při návrhu regulátoru bohužel v praxi nelze jednoduše navrhnout regulátor, který přímo splňuje výše zmíněné vlastnosti. Mnohdy se těmto vlastnostem přibližujeme intuitivně pomocí různých metod návrhu a známých pojmů, které jsme schopni nastavit a spočítat. V případě návrhu pomocí frekvenčních metod a metody optimalizace konstant se jedná o pojmy amplitudové a fázové bezpečnosti, přechodové frekvence a regulační odchylky.

### 3.1.1 Amplitudová bezpečnost

Amplitudová bezpečnost GM (=Gain Margin) udává rezervu v zesílení, tedy jak ještě můžeme daný systém zesílit (v otevřené smyčce), než se zpětnovazební systém ocitne na mezi stability. Jednou z možností, jak GM určit, je z Bodeho charakteristiky, jak ukazuje obr. 3.2. GM odečítáme na frekvenci  $\omega_{180^\circ}$ , pro kterou platí  $\angle L(\omega_{180^\circ}) = -180^\circ$ . Početně lze amplitudovou bezpečnost spočítat podle vzorce

$$GM = \frac{1}{|L(j\omega_{180^\circ})|}. \quad (3.1)$$

GM lze zobrazit i pomocí Nyquistovy křivky (obr. 3.3), která zobrazuje frekvenční charakteristiku v komplexních souřadnicích. Amplitudová bezpečnost nemá přímý vliv na tvar přechodové charakteristiky systému. V ideálním případě je  $GM \rightarrow \infty$ .



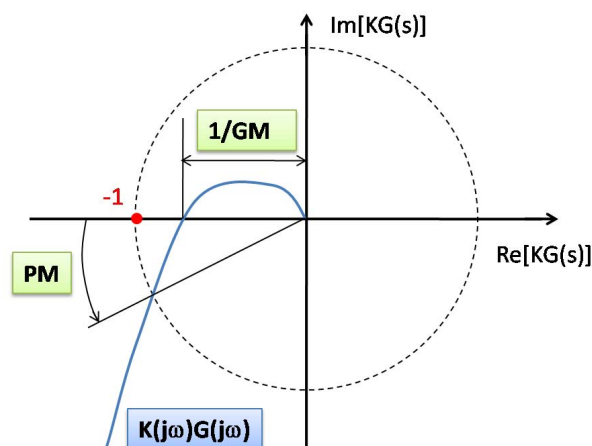
Obrázek 3.2: Zobrazení GM a PM na Bodeho charakteristice

### 3.1.2 Fázová bezpečnost

Fázová bezpečnost PM (=Phase Margin) udává bezpečnost ve fázi, tedy o jak velkou fázi (zpoždění) můžeme vstupní signál na frekvenci  $\omega_c$  zpozdít, než se fáze obrátí na  $-180^\circ$  a zpětnovazební systém se ocitne na mezi stability. Tato vlastnost je dobře vidět z Nyquistovy křivky obr. 3.3. Zobrazení PM v Bodeho charakteristice je vidět na obr. 3.2. PM je možné spočítat dle vzorce:

$$PM = 180^\circ + \angle L(j\omega_c), \quad (3.2)$$

kde pro  $\omega_c$  platí  $|L(j\omega_c)| = 1 = 0dB$ . Jestliže máme malé PM, tak klesá stabilita systému, ovšem pokud zvolíme velké PM, podstatně prodloužíme dobu náběhu, a tím i rychlost regulace. Obvykle se doporučuje nastavovat fázovou bezpečnost mezi  $45^\circ$  a  $90^\circ$ .



Obrázek 3.3: Nyquistova křivka

### 3.1.3 Šířka pásma

Šířka pásma (bandwidth)  $\omega_{BW}$  sice nepatří mezi parametry, jejichž hodnotu se budu snažit přímo optimalizovat, ale souvisí s pojmem přechodové frekvence, a proto ji zde uvádím. Šířka pásma je frekvence, na které klesne zesílení systému o 3dB. Šířka pásma rozhoduje o rychlosti odezvy, neboť platí, že čím větší šířka pásma, tím je rychlejší odezva systému. Ovšem také platí, že s rostoucí šířkou pásma projdou snáze vysoké frekvence a stoupá citlivost na šum.

### 3.1.4 Přechodová frekvence

Přechodová frekvence  $\omega_c$  (crossover frequency) je frekvence, pro kterou platí  $|L(j\omega_c)| = 1 = 0dB$ , tedy je na ní zesílení otevřené smyčky rovno 1. Na této frekvenci odečítáme fázovou bezpečnost. Přechodová frekvence je pro nás také důležitá z toho důvodu, protože můžeme přibližně napsat  $\omega_c \leq \omega_{BW} \leq 2\omega_c$ . Jak jsem ukázal v kapitole 3.1.3, je výhodnější, pokud frekvence  $\omega_{BW}$  (a tedy  $\omega_c$ ) bude vyšší, neboť se nám zrychluje doba regulace.

### 3.1.5 Ustálená odchylka

Ustálená odchylka je rozdíl mezi vstupem a výstupem systému pro  $t \rightarrow \infty$  při předepsaném testovacím referenčním signálu. Obvyklými testovacími signály jsou skok, rampa a parabola.

Ze schématu obr. 2.1 lze odvodit rovnici pro odchylku  $e(s)$  (3.3).

$$\begin{aligned} e(s) &= y_{ref}(s) - y(s) \\ e(s) &= y_{ref}(s) - e(s)L(s) \\ e(s)(1 + L(s)) &= y_{ref}(s) \implies e(s) = \frac{y_{ref}(s)}{1 + L(s)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Pro ustálenou hodnotu odchylky platí:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{y_{ref}(s)}{1 + L(s)} \quad (3.4)$$

Pro konkrétní případ odezvy na skok, tedy dostáváme:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s}}{1 + L(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} L(s)}$$

Ustálená odezva na skok je tedy nulová, když  $\lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \infty$ , tj. když přenos soustavy  $L(s)$  má alespoň jeden pól v nule ( $n \geq 1$ ):

$$L(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)\dots}{s^n(s + p_1)(s + p_2)\dots}$$

(soustava umí sama skok vygenerovat). Pro nulovou ustálenou odchylku na rampu by soustavy musely mít minimálně dva póly v nule ( $n \geq 2$ ) a u odezvy na parabolu minimálně tři póly ( $n \geq 3$ ).

## 3.2 Frekvenční metoda návrhu PID regulátoru

Při návrhu regulátoru pomocí frekvenčních metod upravujeme frekvenční charakteristiku otevřené smyčky regulačního obvodu, tak abychom docílili požadovaných vlastností zpětnovazebního zapojení. Přenos PID regulátoru je (2.2). Tento přenos je možné dále

rozvinout do požadovaného tvaru s frekvencemi  $\omega_d$  a  $\omega_i$  (3.5), kde  $\omega_d$  a  $\omega_i$  jsou zlomové frekvence<sup>1</sup> PID regulátoru. Zároveň je možné si vyjádřit vztah mezi zlomovými frekvencemi a jednotlivými složkami PID regulátoru ( $k_p, k_i$  a  $k_d$ ) (3.6).

$$K(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d (s + \omega_d)(s + \omega_i)}{s} = \quad (3.5)$$

$$= \frac{k_d}{s} [s^2 + s(\omega_i + \omega_d) + \omega_i \omega_d] = k_d (\omega_i + \omega_d) + \frac{k_d \omega_i \omega_d}{s} + k_d$$

$$\Rightarrow \omega_i + \omega_d = \frac{k_p}{k_d}; \omega_i \omega_d = \frac{k_i}{k_d}; \left( T_i = \frac{1}{\omega_i}; T_d = \frac{1}{\omega_d} \right) \quad (3.6)$$

Zlomová frekvence  $\omega_d$  je nejčastěji volena tak, aby se shodovala se zatím neznámou frekvencí  $\omega_{PM}$ , na které bude odečtena fázová bezpečnost výsledného přenosu otevřené smyčky  $L(s)$ . Frekvence  $\omega_i$  je volena tak, aby se integrační korekce na frekvenci  $\omega_d$  projevila co nejméně, typicky  $\omega_i = 0.1\omega_d$ . Na frekvenci  $\omega_d$  by zvýšil PID regulátor fázi soustavy o  $45^\circ$ , ale vlivem integrační složky bude toto navýšení sníženo o  $\Delta\varphi_i$ :

$$\Delta\varphi_i = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\omega_i}{\omega_d} = \frac{180}{\pi} \frac{0.1\omega_d}{\omega_d} = \frac{18}{\pi} = 5.7^\circ$$

Pro  $\arg(L(j\omega_d))$  platí:

$$\arg(L(j\omega_d)) = \arg(P(j\omega_d)) + \arg(C(j\omega_d)) = \arg(P(j\omega_d)) + 45^\circ - \Delta\varphi_i \quad (3.7)$$

Spojením vzorce (3.2) a (3.7) a vyjádřením příslušného fázového úhlu frekvenční charakteristiky regulované soustavy dostáváme rovnici (3.8).

$$\arg(P(j\omega_d)) = PM - 180^\circ - 45^\circ + 5.7^\circ \quad (3.8)$$

Na frekvenci  $\omega_d$ , na které se měří PM, musí být zesílení systému přenosu otevřené smyčky rovno 1 ( $|L(j\omega_d)| = 1$ ). Z této rovnice je vyjádřen parametr  $k_d$ , jak je ukázáno v rovnici (3.9).

---

<sup>1</sup>frekvence, na které se mění úhel frekvenční charakteristiky



$$\begin{aligned}
|L(j\omega)| &= |C(j\omega)||P(j\omega)| = \left| \frac{k_d}{j\omega_d} (j\omega_d + \omega_d)(j\omega_d + \omega_i) \right| |P(j\omega)| = \\
&= \left| \frac{k_d}{j\omega_d} (j\omega_d + \omega_d)(j\omega_d + 0.1\omega_d) \right| |P(j\omega)| = \\
&= \left| \frac{k_d}{j\omega} (-0.9\omega^2 + j1.1\omega^2) \right| |P(j\omega)| = \\
&= \left| \frac{-0.9k_d\omega_d}{j} + 1.1k_d\omega_d \right| |P(j\omega)| = \\
&= \sqrt{(2.02)k_d\omega_d} |P(j\omega)| = 1 \implies k_d = \frac{1}{\omega_d\sqrt{(2.02)} |P(j\omega)|}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Zbývající parametry  $k_p$  a  $k_i$  jsou získané z rovnice (3.6) dosazením za  $k_d$  (3.10).

$$\implies k_p = k_d(\omega_i + \omega_d); \quad k_i = k_d\omega_i\omega_d \tag{3.10}$$

Názorný postup ukázaného výpočtu je uveden v kapitole 5.2.

# Kapitola 4

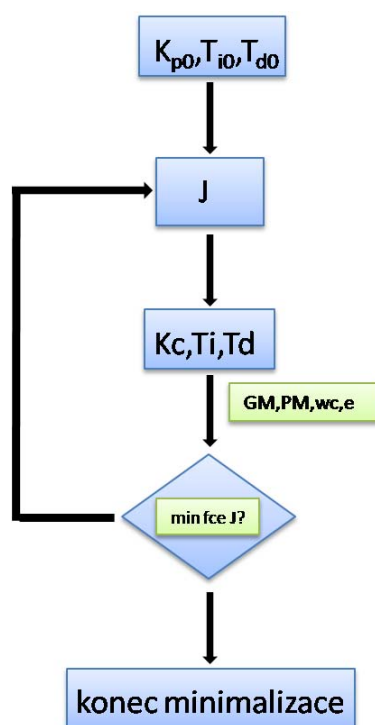
## Metoda optimalizace konstant

Principem této metody je, že uživatel zadá požadované hodnoty amplitudové bezpečnosti, fázové bezpečnosti, přechodové frekvence a ustálené odchylky. Tato metoda se bude snažit navrhnout takový regulátor, aby se hodnoty  $(GM, PM, \omega_c, e)$  získané z přenosu otevřené smyčky nově navrženého regulátoru a soustavy co nejvíce přibližovaly zadaným hodnotám  $(GM_z, PM_z, \omega_{c(z)}, e_z)$ . Hlavní výhodou metody MOK oproti návrhu pomocí frekvenčních metod 3.2 (konkrétně na danou fázovou bezpečnost) je, že optimalizujeme přenos pro všechny 4 hodnoty a nikoli pouze pro jednu.

Jak už z názvu vyplývá, metoda optimalizuje konstanty PID regulátoru  $k_c, T_i, T_d$ . Optimalizace parametrů se provádí tak, že se snažíme najít minimum funkce  $J$  (4.1).

$$J = \sum_{i=1}^4 w_i (\phi_i(K_c, T_i, T_d) - 1)^2 \quad (4.1)$$

MOK je iterativní metoda a vychází z počátečních podmínek regulátoru. V každé iteraci jsou za pomoci minimalizace funkce  $J$  vypočteny nové hodnoty  $(GM, PM, \omega_c, e)$ , které jsou následně porovnány s požadovanými  $(GM_z, PM_z, \omega_{c(z)}, e_z)$ . V případě, že jsou hodnoty vyhovující (bylo nalezeno minimum funkce  $J$ ), cyklus se ukončí, v opačném případě proběhne další iterace. Celý průběh výpočtu popisuje následující schéma.



Obrázek 4.1: Průběh výpočtu MOK

Protože se obecně snažíme funkci  $J$  minimalizovat tak, aby se vypočtené hodnoty  $GM, PM, \omega_c, e$  přibližovaly co nejvíce hodnotám  $GM_z, PM_z, \omega_{c(z)}, e_z$ , musíme odchylky těchto hodnot porovnávat. O porovnání se starají funkce  $\phi_i((K_c, T_i, T_d) - 1)^2$ . Pro lepší porozumění je označíme následovně:

$$\begin{aligned}
 \phi_1((K_c, T_i, T_d) - 1)^2 &= J_{GM} \\
 \phi_2((K_c, T_i, T_d) - 1)^2 &= J_{PM} \\
 \phi_3((K_c, T_i, T_d) - 1)^2 &= J_{\omega_c} \\
 \phi_4((K_c, T_i, T_d) - 1)^2 &= J_e
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Aby měla minimalizace smysl, musejí se hodnoty porovnávat tak, aby nám vracely "žádané" hodnoty. Proto v následujících 4 podkapitolách vzorce vysvětlím. Výchozím podkladem pro mě byly vzorce ve článku (LIU, G. P.; DALEY, S., 2001, strana 1189), většinu

z nich jsem ale musel poupravit tak, aby splňovaly moje požadavky.

Parametr  $w_i$  udává váhu jednotlivých funkcí. V mém návrhu bude  $w_i = 1$ . Pokud bude uživatel chtít, bude moci parametr  $w_i$  pozměnit a upřednostnit při návrhu konkrétní parametr.

## 4.1 Penalizace amplitudové bezpečnosti $J_{GM}$

Aby v ideálním případě platilo  $J_{GM} = 0$ , musí se  $\phi_1(K_c, T_i, T_d) = 1$ . Pro výpočet  $\phi_1(K_c, T_i, T_d)$  je ve článku (LIU, G. P.; DALEY, S., 2001, strana 1189), ze kterého jsem vycházel, uveden vzorec:

$$\phi_1(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{|K(j\omega)G(j\omega)|}{GM_{zadane}}, \angle K(j\omega)G(j\omega) = -180^\circ \right\} \quad (4.3)$$

Na chování funkce  $J_{GM}$  mám následující požadavky:

1. Pokud je tedy vypočtená amplitudová bezpečnost menší než požadovaná a platí:

$$1 > |K(j\omega)G(j\omega)| > \frac{1}{GM_{zadane}}$$

chci, aby  $J_{GM} > 0$  a stoupala strmě.

2. A naopak, jestliže je vypočtená amplitudová bezpečnost větší než požadovaná a platí:

$$1 > |K(j\omega)G(j\omega)| < \frac{1}{GM_{zadane}}$$

chci, aby  $J_{GM} > 0$  a stoupala pozvolna.

3. V ideálním případě kdy platí, že se nám zadaná a vypočtená amplitudová bezpečnost rovnají:

$$|K(j\omega)G(j\omega)| = \frac{1}{GM_{zadane}}$$

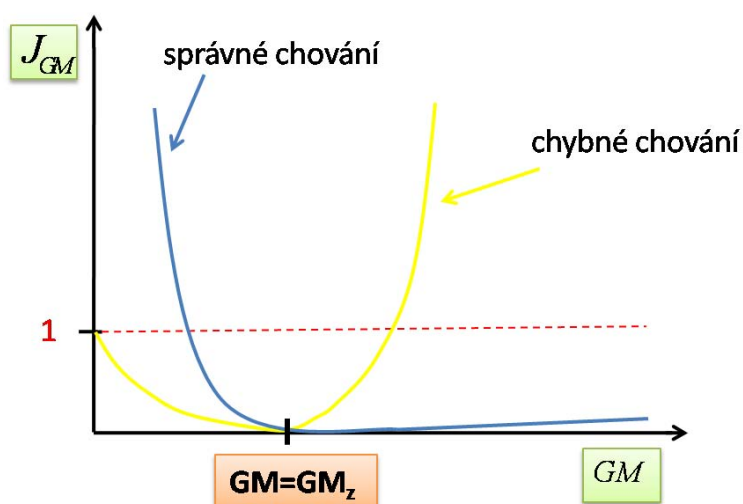
chci, aby  $J_{GM} = 0$ .

4. V případě nestability soustavy, tj.

$$|K(j\omega)G(j\omega)| = 1$$

chci, aby se hodnota  $J_{GM} \rightarrow \infty$ .

Tedy aby se mi chovala, jak ukazuje modrý průběh na obr. 4.2. Pokud ovšem použiji rovnici (4.3), tak bude mít funkce  $J_{GM}$  žlutý průběh v obr. 4.2, což mi nevyhovuje.



Obrázek 4.2: Žádaný a chybný průběh funkce  $J_{GM}$

Proto jsem rovnici pro  $\phi_1(K_c, T_i, T_d)$  poupravil do tvaru:

$$\phi_1(K_c, T_i, T_d) = \{|K(j\omega)G(j\omega)|GM_z, \angle K(j\omega)G(j\omega) = -180^\circ\}$$

který můžu pomocí vzorce pro amplitudovou bezpečnost (3.1) přepsat do výsledného tvaru:

$$\phi_1(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{GM_z}{GM}, \angle K(j\omega)G(j\omega) = -180^\circ \right\} \quad (4.4)$$

## 4.2 Penalizace fázové bezpečnosti $J_{PM}$

Opět platí, že v ideálním případě  $J_{PM} = 0$ , takže se musí  $\phi_2(K_c, T_i, T_d) = 1$ . Pro výpočet  $\phi_2(K_c, T_i, T_d)$  je ve článku (LIU, G. P.; DALEY, S., 2001, strana 1189), ze kterého jsem vycházel, uveden vzorec :

$$\phi_2(K_c, T_i, T_d) = \left\{ 2 - \frac{180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega)}{PM_{zadane}}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\} \quad (4.5)$$

Na chování funkce  $J_{PM}$  mám následující požadavky:

1. Pokud je vypočtená fázová bezpečnost menší než požadovaná a platí:

$$0 < 180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega) < PM_z$$

chci, aby  $J_{PM} > 0$  a stoupala strmě.

2. A naopak, jestliže je vypočtená amplitudová bezpečnost větší než požadovaná a platí:

$$180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega) > PM_z$$

chci, aby  $J_{PM} > 0$  a stoupala pozvolna.

3. V ideálním případě kdy platí, že se nám zadaná a vypočtená amplitudová bezpečnost rovnají:

$$180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega) = PM_z$$

chci, aby  $J_{PM} = 0$ .

4. V případě nestability soustavy, tj.

$$180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega) = 0$$

chci, aby se hodnota  $J_{PM} \rightarrow \infty$ .

Rovnici (4.5) pro  $\phi_2(K_c, T_i, T_d)$  jsem upravil do tvaru:

$$\phi_2(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{PM_{zadane}}{180^\circ + \angle K(j\omega)G(j\omega)}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\}$$

který můžu pomocí vzorce pro fázovou bezpečnost (3.2) přepsat do výsledného tvaru (4.6):

$$\phi_2(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{PM_z}{PM}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\} \quad (4.6)$$

### 4.3 Penalizace přechodové frekvence $J_{\omega_c}$

I zde platí, že v ideálním případě se  $J_{\omega_c} = 0$  a tedy  $\phi_3(K_c, T_i, T_d) = 0$ . Vzorec pro  $\phi_3(K_c, T_i, T_d)$  je:

$$\phi_3(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{\omega}{2\pi f_z}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\} \quad (4.7)$$

Na funkci  $J_{\omega_c}$  mám následující požadavky:

1.

$$2\pi f_z < \omega_{c(z)}$$

chci, aby  $J_{\omega_c} > 0$  a stoupala strmě.

2.

$$2\pi f_z > \omega_{c(z)}$$

chci, aby  $J_{\omega_c} > 0$  a stoupala pozvolna.

3. V ideálním případě, kdy platí:

$$2\pi f_d < \omega_{c(z)}$$

chci, aby  $J_{\omega_c} = 0$ .

Abych měl splněny tyto podmínky, musím funkci oproti článku poupravit do tvaru:

$$\phi_3(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{2\pi f_z}{\omega}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\}$$

Protože  $2\pi f_c = \omega_c$  výsledná funkce má tvar:

$$\phi_3(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{\omega_c(z)}{\omega_c}, |K(j\omega)G(j\omega)| = 1 \right\}$$

#### 4.4 Penalizace ustálené odchytky $J_e$

$$\phi_4(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{1}{e_{zadane}|1 + K(j\omega)G(j\omega)|}, \omega = 0 \right\} \quad (4.8)$$

V případě optimalizace ustálené odchytky jsem si rozdělil řešení na dvě části. Pokud zadáme na začátku výpočtu takové omezení, aby integrační složka nemohla vyjít rovna 0, je zřejmé, že systém bude mít vždy (v případě, že je stabilní) nulovou ustálenou odchytku na jednotkový skok. Proto jsem se rozhodl funkci  $\phi_4$  položit rovnou 1, aby neměla vliv na výpočet. Tím docílím toho, že se budou minimalizovat pouze 3 parametry oproti 4, čímž docílím jejich lepších vlastností.

Pokud ovšem bude chtít uživatel zanést do výpočtu i odchytku, potom nebudu používat výpočet pro ustálenou odchytku na jednotkový skok, ale ustálenou odchytku na rampu dle vzorce (4.9).

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$e_{ramp}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + K(s)G(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sK(s)G(s)} =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)k_p + G(s)\frac{k_p}{T_i} + G(s)k_p T_d s^2} = \frac{1}{\frac{b_0 k_p}{a_0 T_i}} = \frac{a_0 T_i}{b_0 k_p} \quad (4.9)$$

Výsledný tvar  $\phi_4(K_c, T_i, T_d)$  tedy bude:

$$\phi_4(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{1}{e_{zadane}|j\omega + j\omega K(j\omega)G(j\omega)|}, \omega = 0 \right\}$$



což lze podle vzorce pro odchylku přepsat do zjednodušeného tvaru (4.10).

$$\phi_4(K_c, T_i, T_d) = \left\{ \frac{e}{e_z}, \omega = 0 \right\} \quad (4.10)$$

## 4.5 Funkce použité pro minimalizaci

### 4.5.1 fmincon

Funkce fmincon je funkce optimalizačního toolboxu Matlabu, jejíž funkční předpis je:

$$\min_x f(x) \quad (4.11)$$

Funkce fmincon se pokouší nalézt omezené minimum skalární funkce několika proměnných začínajících v počátečních podmínkách  $x_0$  definovaných uživatelem. Pomocí fmincon budu hledat minimum funkce  $J$  (4.1). V mém případě jsou proměnnými  $k_c$ ,  $T_i$  a  $T_d$ , jak ukazuje obecný přenos regulátoru:

$$K(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Počáteční stav  $x_0$  bude vektor, pro který platí  $x_0 = [k_{p0}, T_{i0}, T_{d0}]$ . Počáteční podmínky hrají v hledání minima důležitou roli. Abych se počátečními hodnotami přiblížil co nejvíce minimu funkce  $J$ , rozhodl jsem se, že jako počáteční hodnoty budu zadávat hodnoty získané z regulátoru navrženého pomocí frekvenčních metod.

### 4.5.2 fminimax

Funkce fminimax je funkce optimalizačního toolboxu Matlabu, jejíž funkční předpis je:

$$\min_x \max_{F_i} \{F_i(x)\} \quad (4.12)$$

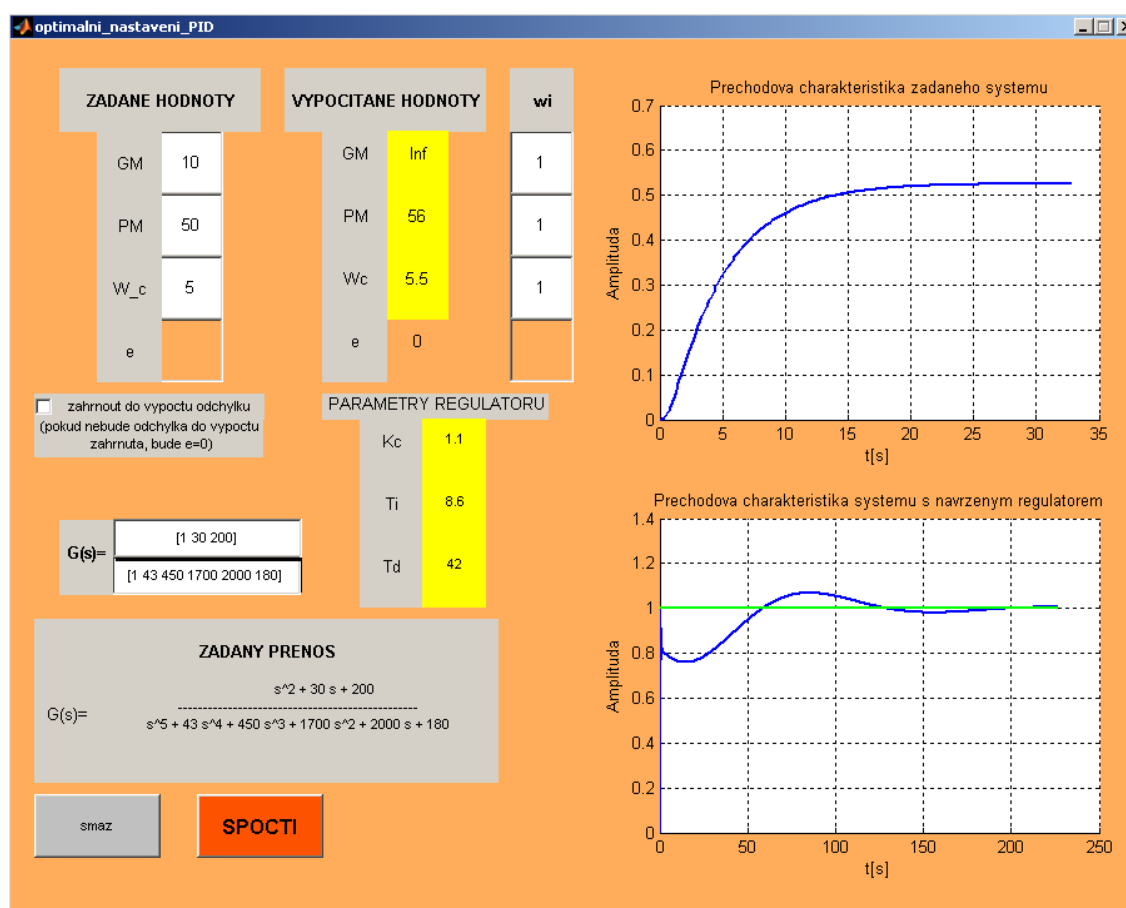
Jak je vidět z funkčního předpisu funkce fminimax (4.12), minimalizace probíhá tak, že se minimalizuje maximální hodnota. Nepoužil jsem tedy funkci  $J$  jako celek, ale každou z funkcí  $J_{GM}$ ,  $J_{PM}$ ,  $J_{\omega_c}$ ,  $J_e$  zvlášť. Výsledný tvar funkce  $J_{minimax}$  je tedy (4.13). Rovnice pro  $\phi_1$  až  $\phi_4$  a postup výpočtu zůstanou stejné jako v případě pro fmincon.

$$J = \min_{K_c, T_i, T_d} \max_{i=1,2,3,4} \{(\phi_i(K_c, T_i, T_d) - 1)^2\} \quad (4.13)$$

V uvedených příkladech na konci kapitoly jsem k minimalizaci používal vždy funkci `fmincon`, neboť ve velké většině případů mi vracela lepší výsledky než funkce `fminimax`.

## 4.6 Grafické uživatelské rozhraní

Abych zjednodušil použití metody optimalizace konstant, rozhodl jsem se vytvořit pomocí nástroje GUI v Maltabu grafické uživatelské prostředí. Je to výhodné v tom, že uživatel, který není zblhlý pracovat s příkazovou řádkou matlabu, pouze zadá požadované parametry a systém již vše sám spočte bez znalosti jakýchkoliv příkazů.



Obrázek 4.3: Ukázka grafického uživatelského rozhraní

Uživatel zadá přenos  $G(s)$  ve tvaru vektoru, kde zadává koeficienty jednotlivých mocnin.

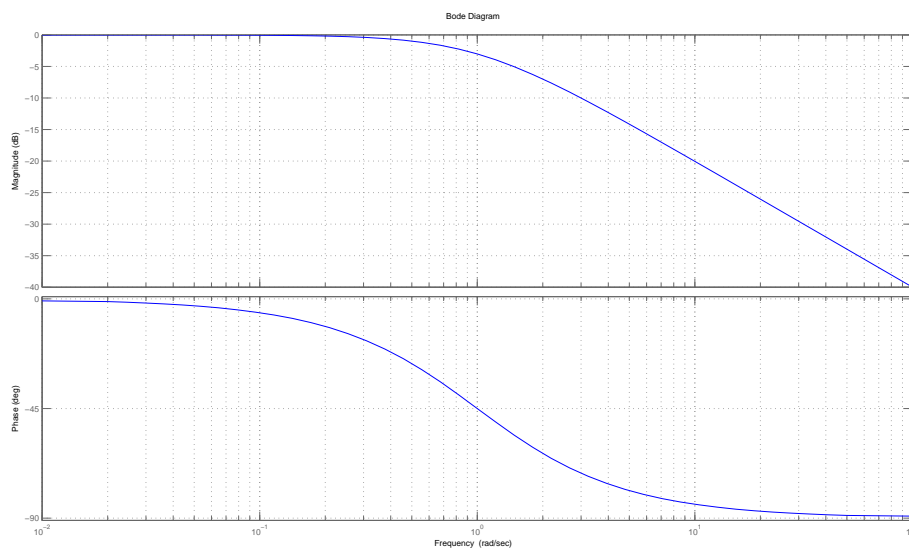
Zadaný přenos se pro kontrolu zobrazí pod zadaným přenosem, jak je ukázáno na obr. 4.3 pod zadaným přenosem. Dále uživatel zadá požadované hodnoty  $(GM_z, PM_z, \omega_{c(z)}, e_z)$ . V případě, že uživatel nebude počítat s odchylkou, bude se počítat odezva systému na jednotkový skok a odchylka bude nulová. Pokud uživatel zapojí do výpočtu i odchylku, potom se bude počítat odezva na rampu a odchylka se bude optimalizovat na hodnotu, jakou zadal uživatel. Dále je potřeba zadat váhové koeficienty. Doporučuji při prvním počítání zadat  $w_i = 1$  pro všechny hodnoty. Po minimalizaci a spočtení hodnot potom doupravovat vypočtené hodnoty a chování systému pomocí jednotlivých vah.

# Kapitola 5

## Porovnání navržených PID regulátorů

### 5.1 Systém 1. a 2. řádu

Jak je vidět z Bodeho charakteristiky pro systém 1. řádu na obr. 5.1, návrh pomocí frekvenčních metod nebo MOK zde nemá moc smysl. Amplitudová bezpečnost je vždy nekonečná, protože fáze systému nikdy nepřekročí  $-180^\circ$  a fázová bezpečnost nikdy není menší než  $90^\circ$ , z čehož vyplývá, že systém je v uzavřené smyčce vždy stabilní. Obdobná je situace i pro systém 2. řádu.



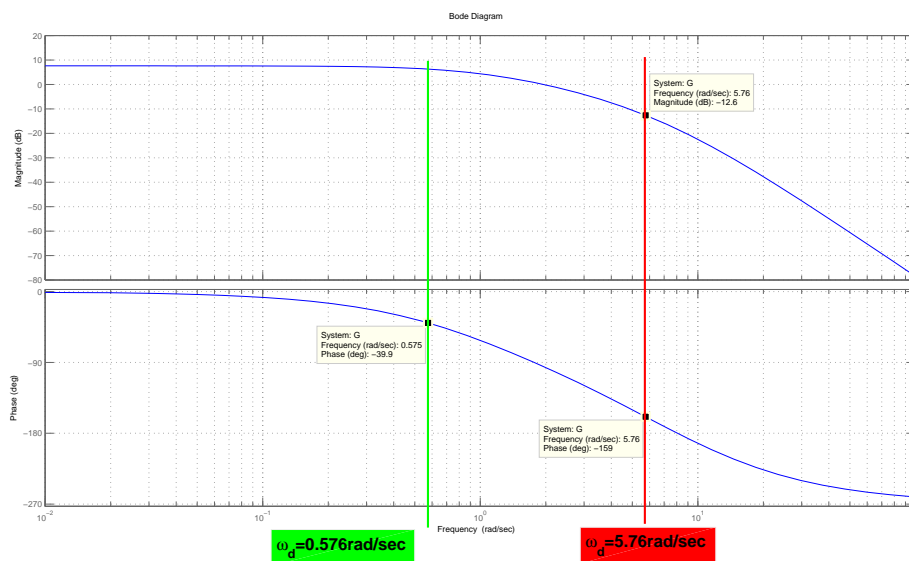
Obrázek 5.1: Bodeho charakteristika pro systém 1. řádu

## 5.2 Systém 3. řádu

U systémů 3. řádu již můžeme z Bodeho charakteristiky určit jak amplitudovou, tak i fázovou bezpečnost, tudíž zde můžeme aplikovat frekvenční metody návrhu. Přenos zadaného systému je (5.1).

$$G(s) = \frac{120}{s^3 + 19s^2 + 653s + 45} \quad (5.1)$$

Při frekvenční metodě návrhu jsem se rozhodl pro fázovou bezpečnost  $PM = 60^\circ$ . Podle vzorce (3.8) se  $\arg(P(j\omega)) = -159.3^\circ$ . Z frekvenční charakteristiky zadaného systému odečteme  $\omega_c$  a  $P[dB]$ , jak je ukázáno na obr. 5.2.



Obrázek 5.2: Frekvenční charakteristika pro systém 3. řádu

Frekvence  $\omega_d$  po odečtení z bodeho charakteristiky na obr. 5.2 je tedy  $5.76 \text{ rad/sec}$  a  $\omega_i = 0.1\omega_d = 0.576 \text{ rad/sec}$ . Získané hodnoty jsem dosadil do vzorce pro výpočet konstant PID regulátoru (3.10) a spočítal regulátor, jehož přenos je (5.2).

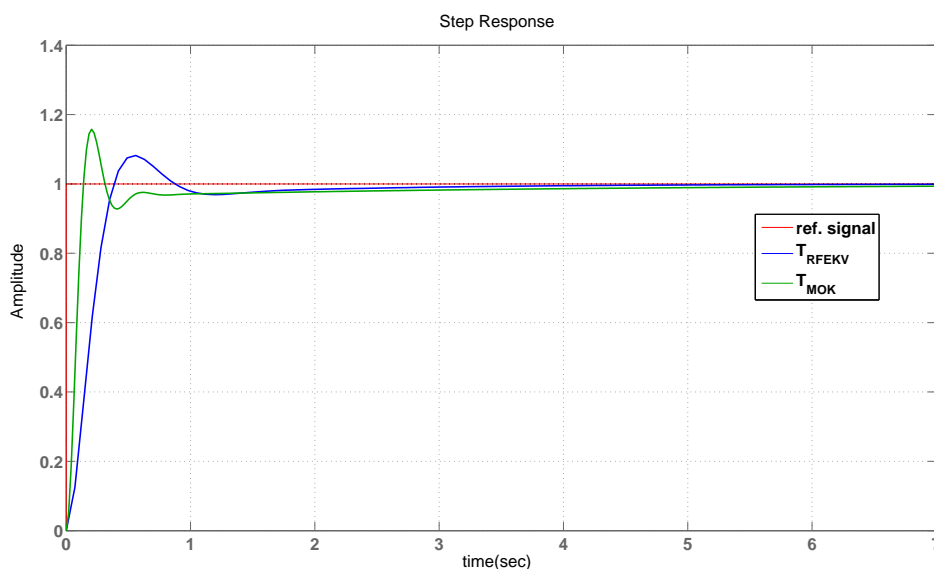
$$K_{frekv}(s) = 3.3564 + \frac{1.611}{s} + 0.5779s \quad (5.2)$$

Při návrhu metodou MOK jsem jako požadované hodnoty pro optimalizaci zvolil  $GM = 20 \text{ dB}$ ,  $PM = 560^\circ$ ,  $\omega_c = 14 \text{ rad/s}$ . Počáteční podmínky regulátoru jsem zvolil podobné jako parametry regulátoru, jež mi vyšly pomocí frekvenčních metod. Tedy  $K_c = 3.5$ ,  $T_i = 1.5$ ,  $T_d = 0.5$ . Metoda fmincon mi tyto parametry optimalizovala na hodnoty:  $K_c = 7.831$ ,  $T_i = 4.1822$ ,  $T_d = 0.3063$ . Přenos regulátoru má tedy tvar (5.3).

$$K_{MOK}(s) = 7.831 + \frac{1.7447}{s} + 2.2348s \quad (5.3)$$

Tabulka 5.1: Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 3. řádu

	$L(s)_{frekv}$		$L(s)_{MOK}$	
	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty
GM	x	60	20	inf
PM	60	59.9	50	50
$\omega_c$	x	5.27	14	14
e	x	0	0	0



Obrázek 5.3: Porovnání navržených regulátorů pro systém 3. řádu

### 5.3 Systém 4. řádu

V tomto případě jsem zvolil fázovou bezpečnost  $PM = 80^\circ$ . Přenos zadaného systému je (5.4).

$$G(s) = \frac{200s^2 + 100s + 32}{s^4 + 34s^3 + 50s^2 + 78s + 20} \quad (5.4)$$

Dle postupu v kapitole 3.2 jsem získal regulátor s přenosem (5.5).

$$K_{frekv}(s) = 8.0515 + \frac{29.205}{s} + 0.1834s \quad (5.5)$$

Při návrhu metodou MOK jsem opět zvolil počáteční podmínky obdobné spočítaným parametrům regulátoru navrženého frekvenčními metodami ( $K_c = 8, T_i = 0.2, T_d = 0.02$ ). Jako požadované hodnoty pro optimalizaci jsem zvolil  $GM = 20dB, PM = 60^\circ, \omega_c = 60rad/s$ . Frekvenci  $\omega_c$  jsem úmyslně zvýšil, abych docílil rychlejšího ustálení. Po optimalizaci jsem dostal hodnoty:  $K_c = 17.6158, T_i = 0.2269, T_d = 0.0111$ . Přenos regulátor má tedy tvar (5.6).

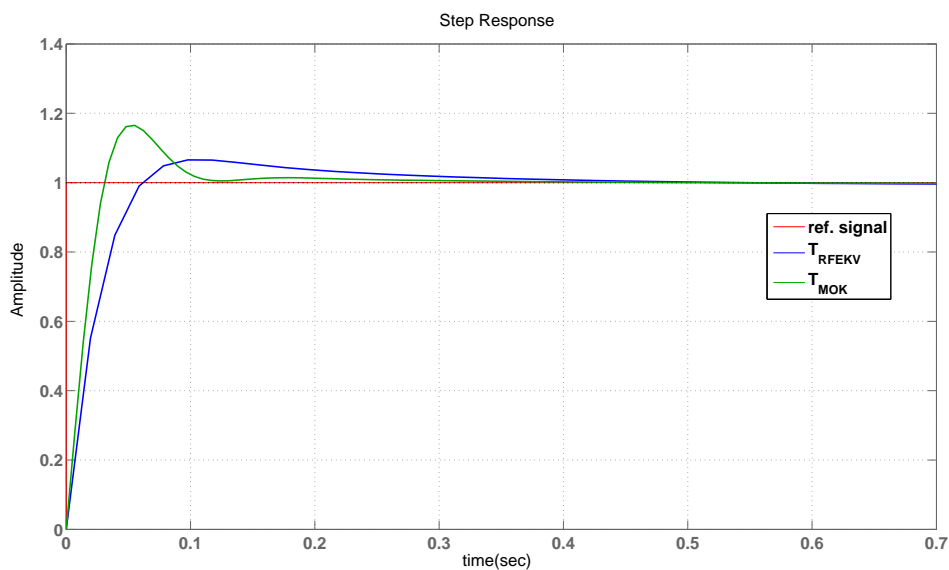
$$K_{MOK}(s) = 17.6158 + \frac{74.0155}{s} + 0.1862s \quad (5.6)$$

Vypočtené hodnoty jsou zobrazeny v tabulka 5.2 a přechodové charakteristiky obou navržených přenosů jsou na obr. 5.4.

Tabulka 5.2: Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 4. řádu (odezva na skok)

	$L(s)_{frekv}$		$L(s)_{MOK}$	
	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty
GM	x	inf	20	inf
PM	80	79.6	60	60
$\omega_c$	x	40.2	60	60
e	x	0	0	0





Obrázek 5.4: Porovnání navržených regulátorů pro systém 4. řádu (odezva na skok)

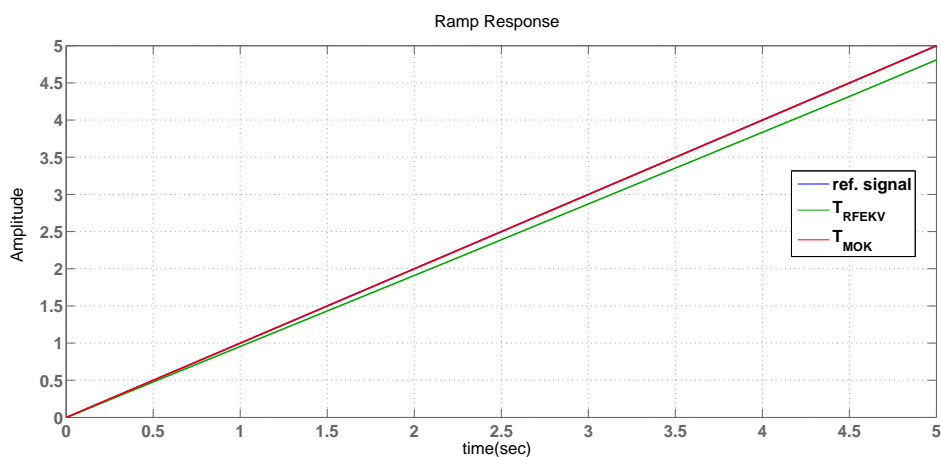
Nyní zahrnu do výpočtu i optimalizaci odchylky, tzn. že budu pracovat s odezvou na rampu a nikoli na jednotkový skok. Při návrhu pomocí frekvenčních metod je postup totožný, tudíž použijeme navržený přenos jako v předchozím případě.

Při výpočtu MOK jsem použil počáteční podmínky:  $K_c = 8$ ,  $T_i = 0.2$ ,  $T_d = 0.02$  a jako požadované hodnoty jsem zvolil:  $GM = 50dB$ ,  $PM = 60^\circ$ ,  $\omega_c = 30rad/s$  a  $e = 0.2$ . Po optimalizaci jsem získal hodnoty regulátoru:  $K_c = 6.5132$ ,  $T_i = 2.0836$ ,  $T_d = 0.0069$  a tedy přenos:

$$K_{MOK}(s) = 6.5132 + \frac{3.1157}{s} + 0.0448s$$

Tabulka 5.3: Tabulka hodnot spočítaných pro regulátor pro systém 4. řádu  
(odezva na rampu)

	$L(s)_{frekv}$		$L(s)_{MOK}$	
	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty	zadané hodnoty	vypočtené hodnoty
GM	x	inf	50	inf
PM	80	79.6	60	60
$\omega_c$	x	40.2	30	30
e	x	0.022	0.2	0.19



Obrázek 5.5: Porovnání navržených regulátorů pro systém 4. řádu (odezva na rampu)

# Kapitola 6

## Závěr

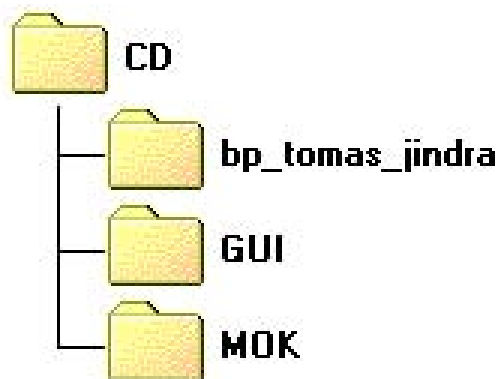
Na začátku práce jsem měl poněkud mylnou představu, že zadám požadované hodnoty amplitudové a fázové bezpečnosti, přechodové frekvence a ustálené odchylky a spočtu regulátor splňující všechny tyto parametry. S postupným pronikáním do problému jsem zjistil, že to bude poněkud složitější, protože metoda optimalizace konstant řešená pomocí minimalizačních funkcí je velice citlivá na počáteční podmínky, ale i na zadané požadované hodnoty. Aby uživatel mohl efektivně využívat MOK, je proto nutná určitá znalost chování soustavy. Proto jsem si nejprve spočetl regulátor pomocí frekvenčních metod a poté pomocí MOK optimalizoval na požadované hodnoty. Z porovnaných přenosů různých řádů v kapitole 5 se nedá obecně říci, že by metoda optimalizace konstant byla lepší než frekvenční metoda návrhu, ale je vhodná pro doladění systému na požadované hodnoty. Proto si myslím, že je zde ještě prostor pro rozšíření metody, aby byla komplexnější. Ve své bakalářské práci jsem částečně využil vzorce pro penalizaci uvedené ve článku (LIU, G. P.; DALEY, S., 2001, strana 1189), které jsem ale musel poupravit, neboť nesplňovaly moje požadavky na průběh minimalizace. Právě úpravu těchto vzorců při tvorbě procedur pro návrh metodou MOK vidím jako největší přínos do bakalářské práce. K minimalizaci jsem použil funkci `fmincon`, pomocí níž jsem docílil lepšího výsledku, nežli s funkcí `fminimax`. Ve své práci se mi podařilo splnit zadání a rozšířit jej o grafické uživatelské rozhraní.

# Literatura

- LIU, G. P. a DALEY, S. (2001), *Optimal-tunning PID control for industrial systems*, Control Engineering Practice 9.
- LIU, G. P. a DALEY, S. (1999), *Optimal-tunning PID controller design in the frequency domain with application to a rotary hydraulic system*, Control Engineering Practice 7.
- FRANKLIN, GENE F., POWELL, DAVID J. a EMAMI-NAEINI, ABBAS (1999), *Feedback Control of Dynamic Systems*, 5th ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, ISBN 0-13-149930-0.
- ŠEBEK, MICHAEL (2008), *Slajdy k předmětu Systémy a řízení*.
- ONDERKA, PATRIK (2006), *Návrh regulátorů pro předepsanou fázovou bezpečnost*.
- AUTOMA (2003), *Co znamená PID*,  
[http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id\\_document=28768](http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=28768).
- WIKIPEDIE, OTEVŘENÁ ENCYKLOPEDIE, *Wattův odstředivý regulátor*,  
[http://cs.wikipedia.org/wiki/Wattuv\\_odstredivy\\_regulator](http://cs.wikipedia.org/wiki/Wattuv_odstredivy_regulator).

# Příloha A

## Obsah přiloženého CD



Obrázek A.1: Obsah přiloženého CD

<b>bp_tomas_jindra</b>	...	bakalářská práce ve formátu pdf
<b>GUI</b>	...	zdrojové soubory pro grafické uživatelské rozhraní
<b>MOK</b>	...	zdrojové soubory pro MOK