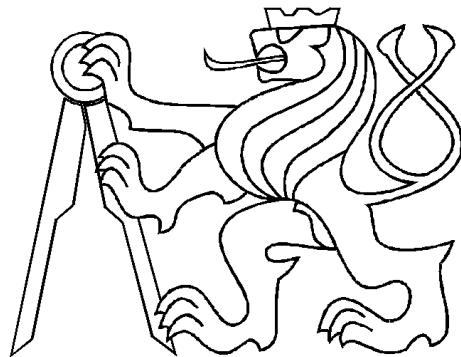


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
GUI pro návrh PID regulátorů



Katedra řídící techniky

Praha, 2008

Autor: Karel Jonáš

Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2006/2007

Zadání bakalářské práce

Student: Karel Jonáš

Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: GUI pro návrh PID regulátorů

Zásady pro výpracování:

1. V prostředí Matlab vytvořte GUI pro jednoduchý návrh PID regulátorů pro lineární systémy. Navržené regulátory by mely splňovat základní uživatelské požadavky, především fázovou a amplitudovou bezpečnost a požadovanou maximální odchylku na jednotkový skok, příp. rampu žádané hodnoty.
2. Výsledkem by mělo být grafické znázornění množiny hodnot parametrů regulátoru, které tyto požadavky splňují.
3. Součástí GUI bude i zobrazení přechodových a frekvenčních charakteristik regulačních smyček pro konkrétně zvolené hodnoty parametrů regulátoru.

Seznam odborné literatury:

G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naemi, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice-Hall, 2002

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Datum zadání bakalářské práce: zimní semestr 2006/07

Termín odevzdání bakalářské práce: 15. 8. 2007



Prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



Prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.
děkan

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne podpis

Poděkování

Chtěl bych poděkovat především vedoucímu této bakalářské práce panu Ing. Petru Huškovi, Ph.D., bez jehož cenných rad, odborných připomínek, znalostí a zkušeností by tato práce nikdy nemohla vzniknout.

Dále bych chtěl poděkovat všem, kteří mě při psaní a realizaci této práce ať už přímo či nepřímo podporovali.

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce - GUI pro návrh PID regulátorů bylo vytvořit v MATLABu jednoduché GUI (Grafické uživatelské rozhraní) pro návrh a nastavení PID (Proporcionálně-Integračně-Derivačních) regulátorů.

Metoda návrhu je použitelná pro jakýkoliv lineární systém, u kterého známe model regulované soustavy - jeho přenos. Je založena na frekvenčních metodách návrhu, které využívají tvarování Nyquistovy charakteristiky pro otevřenou smyčku podle uživatelem zadané fázové nebo amplitudové bezpečnosti. Navržené regulátory by měly splňovat všechny předepsané uživatelské požadavky, především amplitudovou nebo fázovou bezpečnost a požadovanou maximální ustálenou odchylku na jednotkový skok nebo rampu žádané hodnoty.

Výsledkem návrhu regulátoru je grafické znázornění roviny s hodnotami parametrů regulátoru, které tyto požadavky splňují. Součástí GUI je také zobrazení přechodových a frekvenčních charakteristik pro konkrétně zvolené hodnoty parametrů regulátoru.

Abstract

The purpose of this bachelor thesis - GUI for PID controllers design was to create in MATLAB a simple GUI (Graphical User Interface) for PID (Proportional–Integral–Derivative) controllers design and tuning.

The design method is usable for any linear system, where we know a plant model - its transfer function. It's based on a frequency design methods, which use the shaping of the open-loop transfer function in the Nyquist diagram according to the phase or gain margin entered by user. The designed PID controllers should satisfy all the specific user requirements, especially the specified phase or gain margin and the desired maximum steady error to a unit step or ramp of a desired setpoint.

The result of the controller design is a graphical visualization of a plane with parameters values of the controller, which satisfy all these requirements. A part of the GUI is also a display of step and frequency responses for the concrete selected parameters values of the controller.

Obsah

1 Úvod	1
1.1 Cíl bakalářské práce	2
1.2 Osnova bakalářské práce	2
2 Úvod do problematiky	3
2.1 Princip zpětnovazebního řízení	3
2.2 Základní vlastnosti a charakteristiky při použití PID regulátorů	4
2.2.1 P regulátor	4
2.2.2 PI regulátor	5
2.2.3 PD regulátor	7
2.2.4 PD regulátor s filtrem	9
2.2.5 PID regulátor	10
2.3 Volba navrhovaných typů regulátorů	11
2.4 Přesnost a kvalita regulace	12
2.4.1 Přesnost regulace v ustáleném stavu	13
2.4.2 Kvantitativní ukazatele kvality regulace	17
3 Princip návrhové metody	20
3.1 Základní pojmy při užití frekvenčních metod návrhu	20
3.1.1 Frekvenční přenos systému a frekvenční charakteristika systému	20
3.1.2 Definice amplitudové a fázové bezpečnosti GM a PM	21
3.2 Popis zvolené metody návrhu	25
3.2.1 „Klasické“ frekvenční metody syntézy	25
3.2.2 Modifikovaná frekvenční metoda návrhu využívající tzv. metody „Loop Shaping“	28
3.3 Návrh PI regulátoru v GUI aplikaci	29
3.3.1 Návrh podle požadované fázové bezpečnosti PM	29
3.3.2 Návrh podle požadované amplitudové bezpečnosti GM	35
3.4 Návrh PD regulátoru v GUI aplikaci	37
3.4.1 Volba filtru k PD regulátoru	37
3.4.2 Návrh podle požadované fázové bezpečnosti PM	38
3.4.3 Návrh podle požadované amplitudové bezpečnosti GM	40

4 Uživatelský popis vytvořené GUI aplikace	44
4.1 GUIDE - nástroj pro interaktivní tvorbu grafického rozhraní v MATLABu	44
4.1.1 Systém Handle Graphics	45
4.2 Struktura navržené GUI aplikace	46
4.3 Praktický příklad návrhu PI regulátoru pomocí navržené GUI aplikace . .	53
4.4 Praktický příklad návrhu PD regulátoru s filtrem pomocí navržené GUI aplikace	55
5 Závěr	58
Literatura	60
A Obsah přiloženého CD	61

Kapitola 1

Úvod

Je až s podivem, že algoritmus řízení PID se jako univerzální regulátor hromadně používá v průmyslu téměř beze změny již více než 70 let. Nejprve používal pneumatický, potom elektrický analogový princip a nakonec je v tisícových sériích vyráběn v podobě kompaktních číslicových regulátorů a nebo zabudováván do programového vybavení programovatelných logických automatů (viz. obrázek 1.1) a distribuovaných řídicích systémů. Jeho rozšíření je zdrcující. Své dominantní místo si našel i v nových oborech, jako jsou moderní pohony, robotika a mechatronika.



Obrázek 1.1: PLC firmy Allen-Bradley se zabudovaným „PID regulátorem“

V době vzniku PID regulátoru bylo pro jeho realizovatelnost jistě důležité, že jeho algoritmus je velmi jednoduchý. Regulátor PID dnes představuje standardní a osvědčené řešení pro převážnou většinu průmyslových regulací, což potvrzuje i následující citace:

„*PID regulátory postačují k řešení mnoha regulačních problémů, zvláště když je dynamika regulovaného procesu laskavá a požadavky na výkon umírněné.*“
(K. J. ASTRÖM AND T. HÄGGLUND, Advanced PIS Control, 2006).

Z teorie řízení bohužel vyplývá, že samotný algoritmus PID není „samospasitelný“. Obecně lze říci, že PID regulátor je vhodný pro převážnou většinu procesů s vyjímkou procesů s dominantním časovým zpožděním a nehodí se také pro příliš kmitavé procesy. Více bude o oblastech použití jednotlivých typů PID regulátorů pojednáno v kapitole 2.

1.1 Cíl bakalářské práce

Tato bakalářská práce si klade jasný cíl a to vytvořit jednoduché grafické rozhraní pro návrh PID regulátorů pro lidi z praxe, kteří nemají detailní teoretické znalosti v tomto oboru. Užití této aplikace značně ulehčí návrh PID regulátou, který tak může být proveden ve velmi krátkém čase bez znalosti přílišných podrobností ohledně způsobu metody návrhu.

1.2 Osnova bakalářské práce

V úvodu této bakalářské práce v kapitole 2 jsou nejprve stručně připomenuty základní pojmy a poznatky týkající se zpětnovazebního řízení, základních vlastností a charakteristik PID regulátorů, které jsou nutné k pochopení dalších souvislostí při samotném návrhu jednotlivých typů PID regulátorů. Poté je v kapitole 3 popsána vlastní metoda návrhu a to jednak podle požadované fázové bezpečnosti PM a jednak podle požadované amplitudové bezpečnosti GM pro jednotlivé typy navrhovaných PID regulačních systémů. V kapitole 4 je potom představena vlastní realizace grafického rozhraní navrženého pomocí nástroje zvaného GUIDE¹, který je součástí systému MATLAB.

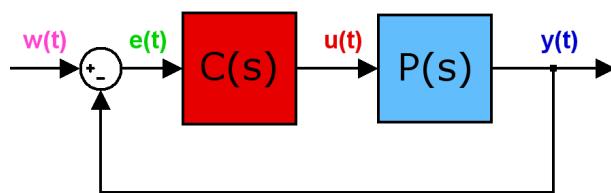
¹Graphical User Interface Development Environment

Kapitola 2

Úvod do problematiky

2.1 Princip zpětnovazebního řízení

Na úvod jen stručně připomeňme základní princip známého zpětnovazebního řízení. Činnost zpětnovazební regulační smyčky (obrázek 2.1) je založena na neustálém porovnávání vstupu $w(t)$, který vyjadřuje požadované chování, s výstupem $y(t)$, který podává informaci o skutečném chování prostřednictvím zpětné vazby. Na vstupu regulátoru s přenosem $C(s)$ vzniká regulační odchylka $e(t) = w(t) - y(t)$, která je zesílena, vhodně funkčně upravena a jako řídicí (akční) veličina $u(t)$ vstupuje do regulované soustavy s přenosem $P(s)$, kde mění výstup - regulovanou veličinu $y(t)$ tak, aby regulační odchylka $e(t)$ byla co nejmenší. Řídicí (akční) veličina $u(t)$ tak vlivem záporné zpětné vazby vyrovnává skutečnou hodnotu regulované veličiny $y(t)$ úměrně změnám žádané hodnoty regulované veličiny $w(t)$.



Obrázek 2.1: Zpětnovazební regulační smyčka

Ještě dodejme, že obrázek 2.1 je rovněž součástí vytvořené GUI aplikace (viz. kapitola 4), kde má podobu interaktivního obrázku, pomocí kterého lze zvolit požadovaný typ regulátoru s přenosem $C(s)$ nebo definovat přenos regulované soustavy $P(s)$.

2.2 Základní vlastnosti a charakteristiky při použití PID regulátorů

Jelikož hlavním cílem této práce je návrh PID regulátorů, pojďme se nyní podívat na základní praktické vlastnosti a charakteristiky těchto nejběžnějších regulátorů a zaměřme se především na vlastnosti, které popisují chování jednotlivých typů PID regulátorů ve frekvenční oblasti. A to z toho důvodu, že vlastní metoda návrhu (podrobně popsána v kapitole 3) je založena právě na „frekvenčních metodách návrhu“.

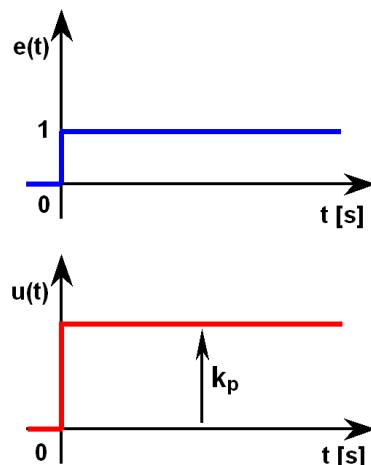
2.2.1 P regulátor

Přenos P regulátoru je dán pouze velikostí zesílení k_p :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \quad (2.1)$$

Akční veličina $u(t)$ je tedy přímo úměrná regulační odchylce $e(t)$:

$$u(t) = k_p \cdot e(t) \quad (2.2)$$



Obrázek 2.2: Odezva P regulátoru na jednotkový skok $e(t)$

Jedná se tedy o pouhý zesilovač, jehož dynamické vlastnosti se nijak výrazně neodrážejí v dynamice regulačního obvodu. Použití samotného proporcionalního regulátoru se soustavami, u nichž regulovaná veličina reaguje na akční zásah konstantní velikosti ustálením se na nové hodnotě, vede ke vzniku trvalé regulační odchylky. Zvětšováním zesílení k_p lze trvalou regulační odchylku zmenšit. Vzniká však nebezpečí, že dojde k nestabilitě regulačního obvodu. K odstranění trvalé regulační odchylky se do činnosti regulátorů přidává integrační složka chování (pokud sama regulovaná soustava nemá integrační charakter).

2.2.2 PI regulátor

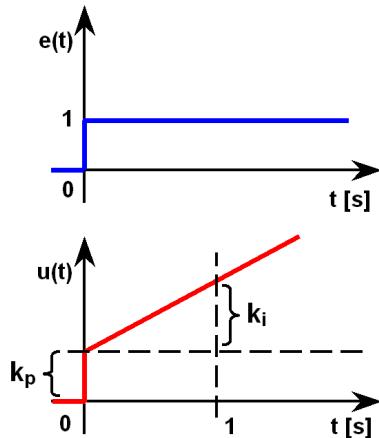
Přenos PI regulátoru vznikne přidáním integrační složky k přenosu P regulátoru 2.1 a lze ho vyjádřit hned několika způsoby:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \underbrace{\frac{k_p}{s}}_P + \underbrace{\frac{k_i}{s}}_I = \frac{k_p s + k_i}{s} = \frac{k_i(T_i s + 1)}{s} = \frac{k_p(s + \omega_i)}{s}, \quad (2.3)$$

kde T_i je tzv. *integrační časová konstanta* a je dána poměrem: $T_i = \frac{k_p}{k_i}$ a ω_i je tzv. *zlomová frekvence* a vypočítá se jako převrácená hodnota integrační časové konstanty: $\omega_i = \frac{1}{T_i} = \frac{k_i}{k_p}$.

Akční veličina $u(t)$ tedy závisí na průběhu regulační odchylky $e(t)$ takto:

$$u(t) = \underbrace{k_p e(t)}_P + \underbrace{k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau}_I \quad (2.4)$$



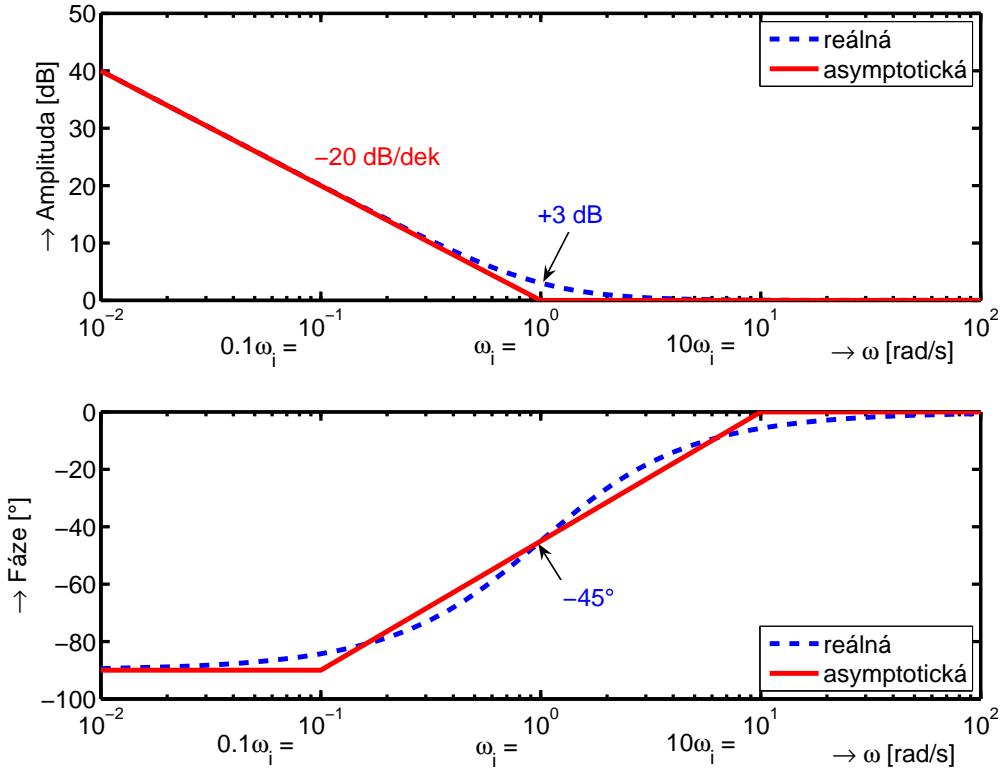
Obrázek 2.3: Odezva PI regulátoru na jednotkový skok $e(t)$

Hlavní výhoda: PI regulátor odstraňuje v uzavřeném regulačním obvodu s regulovanou soustavou trvalou regulační odchylku a to díky integrálu, který „si pamatuje součet všech minulých hodnot regulační odchylky“ (příspěvek I členu se mění, dokud není regulační odchylka nulová $\Rightarrow u(t) = \text{konst.} \Leftrightarrow e(t) = 0$).

Na počátku regulačního pochodu převládá vliv P složky, s narůstajícím časem přebírá vliv I složka. Zvětšováním podílu integrační složky kmitavost regulačního pochodu obecně roste. Do jisté míry ji lze zmírnit přidáním derivační složky (viz. kapitola 2.2.3).

Nyní se podívejme na amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku PI regulátoru vykreslenou v logaritmických souřadnicích, což je charakteristika, která je pro pozdější

pochopení principu metody návrhu PI regulátoru (kapitola 3.3) nesmírně důležitá. Její asymptotický průběh lze nejlépe určit z předposledního ekvivalentu přenosu 2.3.



Obrázek 2.4: Bodeho charakteristika PI regulátoru pro $k_p, k_i = 1$ ($\omega_i = 1 \text{ rad/s}$)

Z obrázku 2.4 je vidět, že fázový posun začíná na hodnotě -90° a s rostoucí úhlovou frekvencí ω se blíží k hodnotě 0° . Při úhlové frekvenci $\omega = \omega_i$ dosahuje fáze přesně -45° .

PI regulátor tedy vždy snižuje fázi (zvyšuje zpoždění signálu), čímž se prodlužuje i doba regulace. Derivační složka naproti tomu umožňuje dosáhnout předstihu fáze (viz. dále PD regulátor 2.2.3).

Asymptotická amplitudová frekvenční charakteristika má pro úhlové frekvence $\omega < \omega_i$ sklon -20 dB/dek . Při úhlové frekvenci $\omega = \omega_i$ dosahuje reálná amplitudová frekvenční charakteristika hodnoty přibližně $+3 \text{ dB}$. Poznamenejme ještě, že nekonečné zesílení při úhlové frekvenci ω redukuje již zmíněnou ustálenou regulační odchylku.

2.2.3 PD regulátor

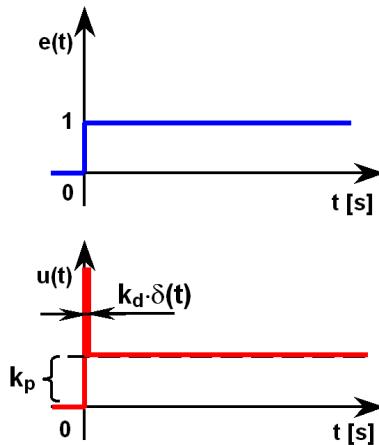
Přenos PD regulátoru vznikne analogicky přidáním derivační složky k přenosu P regulátoru 2.1 a lze ho opět vyjádřit hned několika způsoby:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \underbrace{k_p}_{P} + \underbrace{k_d s}_{D} = k_p(1 + T_d s) = k_d(s + \omega_d), \quad (2.5)$$

kde T_d je tzv. *derivační časová konstanta* a je dána poměrem: $T_d = \frac{k_d}{k_p}$ a ω_d je tzv. *zlomová frekvence* a vypočítá se jako převrácená hodnota derivační časové konstanty: $\omega_d = \frac{1}{T_d} = \frac{k_p}{k_d}$.

Akční veličina $u(t)$ tedy závisí na průběhu regulační odchylky $e(t)$ takto:

$$u(t) = \underbrace{k_p e(t)}_{P} + \underbrace{k_d \frac{de(t)}{dt}}_{D} \quad (2.6)$$



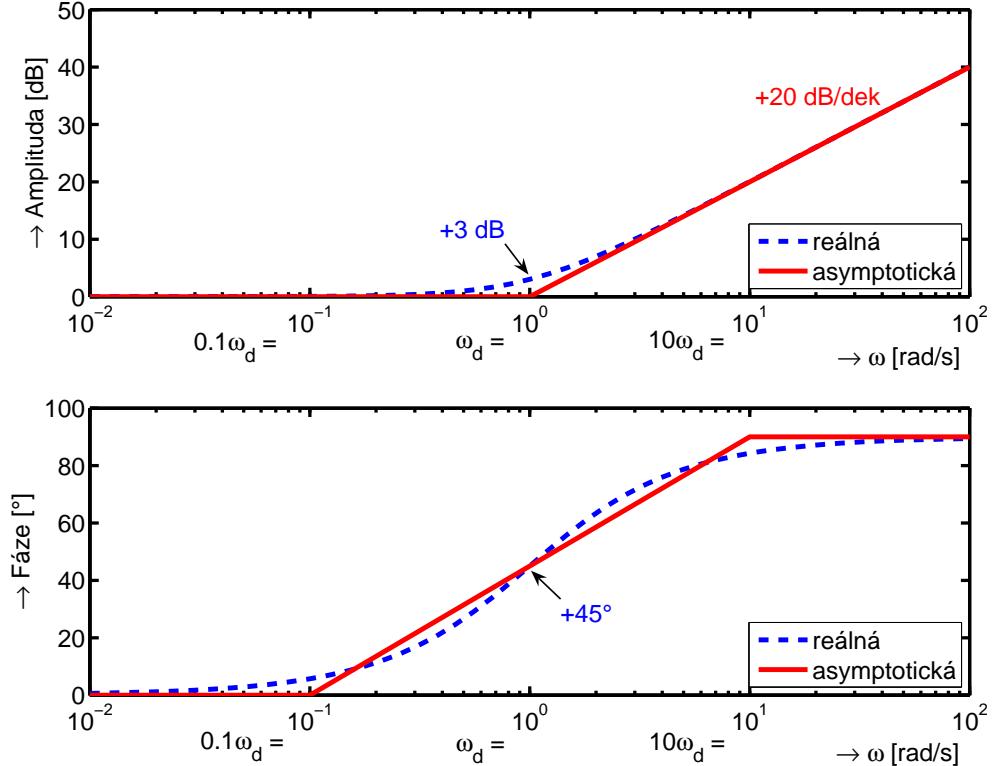
Obrázek 2.5: Odezva PD regulátoru na jednotkový skok $e(t)$

Nevýhoda PD regulátoru: V uzavřeném regulačním obvodu s regulovanou soustavou opět pracuje s určitou trvalou regulační odchylkou.

Hlavní výhoda: Zlepšuje stabilitní vlastnosti regulačního obvodu ve srovnání s použitím čistě P regulátoru. Je tedy možné pracovat s vyšším zesílením regulátoru k_p a tedy menší trvalou regulační odchylkou.

Na počátku regulačního pochodu převládá vliv D složky, s narůstajícím časem přebírá vliv P složka. D složka zesiluje reakci regulačního obvodu na rychlosť změny regulační odchylky $e(t)$. Derivační chování může v předstihu kompenzovat změny regulované veličiny $y(t)$, čehož se využívá pro tlumení základních regulačních pochodů.

Opět se podívejme na amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku vykreslenou v logaritmických souřadnicích. Její asymptotický průběh lze nejlépe určit z předposledního ekvivalentu přenosu 2.5.



Obrázek 2.6: Bodeho charakteristika PD regulátoru pro $k_p, k_d = 1$ ($\omega_d = 1 \text{ rad/s}$)

Z obrázku 2.6 je vidět, že fázový posun, na rozdíl od PI regulátoru, začíná na hodnotě 0° a s rostoucí úhlovou frekvencí ω se blíží k hodnotě 90° . Při úhlové frekvenci $\omega = \omega_d$ dosahuje fáze přesně 45° .

PD regulátor tedy vždy posouvá fázi akčního zásahu vpřed a tím stabilizuje regulační smyčku.

Asymptotická amplitudová frekvenční charakteristika má pro úhlové frekvence $\omega > \omega_d$ sklon $+20\text{dB/dek}$. Při úhlové frekvenci $\omega = \omega_d$ dosahuje reálná amplitudová frekvenční charakteristika hodnoty opět přibližně $+3 \text{ dB}$.

Další nevýhody PD regulátoru:

- amplituda pro velké frekvence stále roste \Rightarrow PD regulátor zesiluje šumy! ²
- jako spojitý přenos nemůže být PD regulátor realizován analogovými prvky ³
- Diracův impulz (funkce $\delta(t)$) jakožto derivace jednotkového skoku je v praxi obtížně realizovatelná ⁴

Z těchto důvodů je téměř vždy nutné k PD regulátoru přidat nějaký kompenzační filtr.

2.2.4 PD regulátor s filtrem

Typ filtru, který k PD regulátoru přidáme, by se dal jednoduše nazvat jako „zpožd'ovač 1. řádu“ a výsledný přenos PD regulátoru s tímto filtrem potom vypadá následovně:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_p + k_d s}{1 + T_f s} = \frac{k_p (1 + T_d s)}{1 + T_f s} = \frac{k_d (s + \omega_d)}{1 + \frac{s}{\omega_f}}, \quad (2.7)$$

kde T_f je časová konstanta filtru a ω_f je zlomová frekvence filtru a vypočítá se jako převrácená hodnota časové konstanty filtru: $\omega_f = \frac{1}{T_f}$.

Hlavní výhoda: Filtr zmírňuje zesílení na vysokých frekvencích (což je nedostatkem samotného PD regulátoru) tím, že přidá druhý bod zlomu (ω_f) dostatečně daleko za bodem zlomu vlastního PD regulátoru (ω_d).

Pro zvolené hodnoty parametrů k_p , $k_d = 1$ ($\omega_d = 1$) a $T_f = 0.1$ ($\omega_f = 10$) je výsledný přenos PD regulátoru s filtrem dán vztahem:

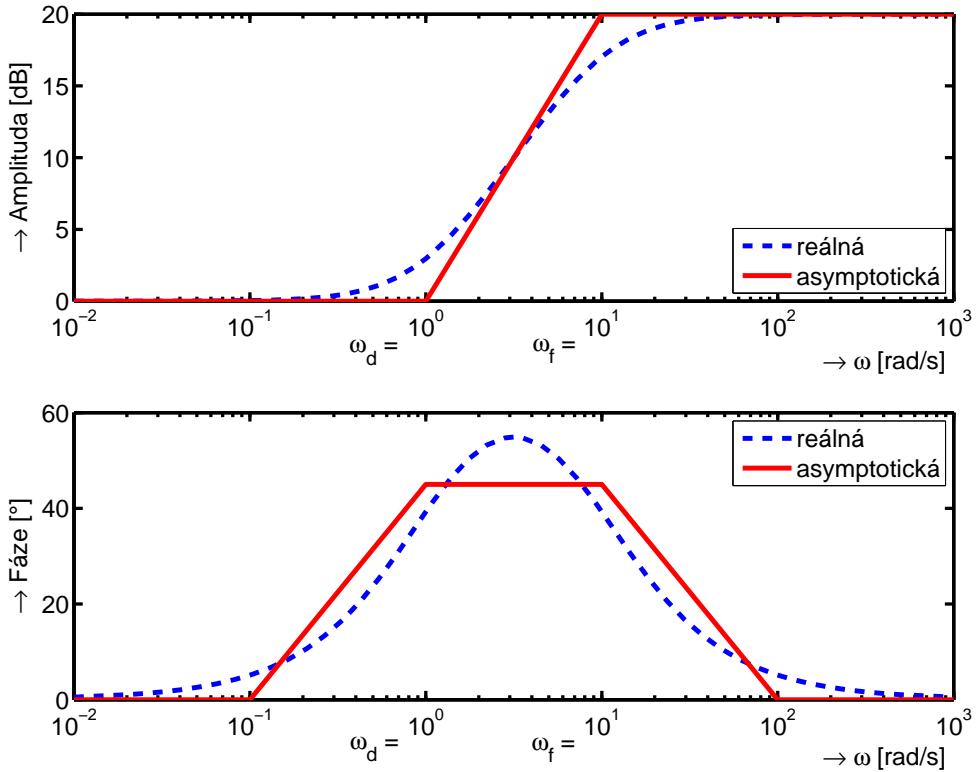
$$C(s) = \frac{1 + s}{1 + 0.1s} \quad (2.8)$$

Výsledná Bodeho charakteristika PD regulátoru s filtrem vznikne součtem původní charakteristiky PD regulátoru (viz. obrázek 2.6) a Bodeho charakteristiky samotného filtru.

²Při běžném použití regulátorů nepotřebujeme příliš zesilovat frekvence vyšší než je určitá hodnota a vystavovat tak regulátor problémům se zahlcováním vysokofrekvenčními šumy.

³Fyzikální systém nemůže ∞ zesilovat ∞ frekvence.

⁴Dokonce ani v MATLABu se nedá jednoduše pomocí příkazu `step` vykreslit průběh akční veličiny samotného PD regulátoru - **Error: Not supported for non-proper models.**



Obrázek 2.7: Bodeho charakteristika PD regulátoru s filtrem: $C(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}$

Ve vykreslené Bodeho charakteristice na obrázku 2.7 je zřetelně vidět vliv filtru. Do frekvence $\omega_d = 1 \text{ rad/s}$ je frekvenční charakteristika prakticky stejná jako u PD regulátoru bez filtrace (obrázek 2.6), vyšší frekvence jsou však oproti regulátoru bez filtrace výrazně zatlumeny, což bylo hlavním smyslem použití filtru.

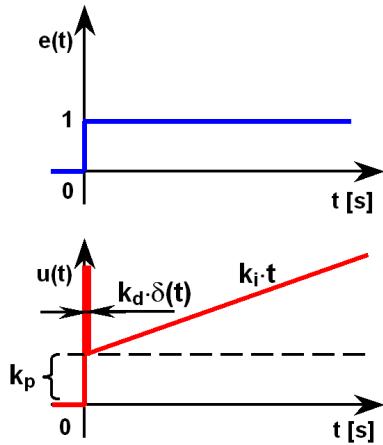
2.2.5 PID regulátor

Přenos PID regulátoru je dán součtem všech tří již zmíněných složek a dá se opět zapsat několika možnými způsoby:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \underbrace{k_p}_{P} + \underbrace{\frac{k_i}{s}}_{I} + \underbrace{k_d s}_{D} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = \frac{k_d (s + \omega_d) (s + \omega_i)}{s} \quad (2.9)$$

Akční veličina $u(t)$ potom závisí na průběhu regulační odchylky $e(t)$ takto:

$$u(t) = \underbrace{k_p e(t)}_{P} + \underbrace{k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau}_{I} + \underbrace{k_d \frac{de(t)}{dt}}_{D} \quad (2.10)$$



Obrázek 2.8: Odezva PID regulátoru na jednotkový skok $e(t)$

Přechodová charakteristika PID regulátoru na obrázku 2.8 je potom součtem skoku o amplitudě k_p , Diracova impulsu $\delta(t)$ o ploše k_d a rampy se sklonem k_i .

Při vhodném nastavení konstant k_p , k_i a k_d je PID regulátor schopen využít „všechno dobré“ z předchozích typů a poskytnout tak velice dobrou kvalitu regulace, kde je doba náběhu a doba ustálení přechodové charakteristiky velice krátká a kde dochází k pouze velmi malému překývnutí ustálené hodnoty regulované veličiny. V uzavřeném regulačním obvodu odstraňuje vlivem I složky trvalou regulační odchylku a vlivem D složky zlepšuje stabilitní vlastnosti regulačního obvodu.

Nevýhodou je vždy o něco složitější návrh.

2.3 Volba navrhovaných typů regulátorů

Kvalitu regulace můžeme ovlivnit v podstatě dvojím způsobem:

- volbou typu regulátoru
- nastavením jeho konstant

Řešení otázek syntézy regulačního obvodu (tj. volba typu regulátoru a optimální nastavení jeho konstant pro danou regulační úlohu) je v praxi vždy úkolem zkušených odborníků. Volba typu regulátoru se provádí především podle požadavků technologického procesu. Pro konkrétní případ jednoduchého regulačního obvodu vybíráme spojitý regulátor zhruba podle následujících zásad:

- **P regulátor** volíme pro méně náročné aplikace, kdy nevadí trvalá regulační odchylka a preferujeme jednoduché a levné řešení.
- **PI regulátor** patří k nejběžněji používaným regulátorům a volíme jej pro středně náročné aplikace, u kterých vyžadujeme, aby pracovaly bez trvalé regulační odchylky.

- **PD regulátor** se příliš často nepoužívá; co do trvalé regulační odchylky se chová stejně jako regulátor P, složka D však zesiluje jeho reakci na rychlosť změny regulační odchylky, takže se uplatní při nepříliš náročné regulaci rychlých dějů.
- **PID regulátor** je vhodný pro náročné aplikace, pracuje bez trvalé regulační odchylky a je schopen dobře regulovat i rychlé děje.

V nedávné době vstupovala do rozhodování o volbě typu regulátoru jeho cena v mnohem větší míře než dnes, protože regulátory byly vyráběny buď jako mechanické přístroje (v kvalitě spadající do oblasti přesné mechaniky), nebo jako analogové elektronické obvody s vysokou přesností, linearitou a stabilitou. V současné době je naprostá většina komerčně vyráběných regulátorů realizována na bázi mikroprocesorů. Regulátory jsou předprogramovány jako univerzální PID a uživatel sám nastavením jeho parametrů volí požadované vlastnosti regulátoru. Pak namísto ceny vystupuje do popředí při volbě typu regulátoru skutečnost, že seřizování regulačního obvodu je tím složitější a choulostivější, čím více parametrů musíme nastavovat.

Nastavování parametrů (tj. zesílení a časových konstant) regulátoru je úloha poměrně složitá. Vyžaduje vždy znalost dynamického chování soustavy, neboť dynamické chování regulátoru se musí vlastnostem soustavy přizpůsobit tak, aby regulační pochod byl stabilní a vykazoval takové chování, které technologický proces vyžaduje. Situace se zjednoduší tím, že v řadě mikropočítacích regulátorů je v současné době již standardně zabudována funkce *samočinného nastavování konstant* (tzv. „*autotuning*“). Regulátor v takovém případě vysílá do systému definované signály (akční zásahy) a sleduje odezvu na ně. Na základě vyhodnocených výsledků jsou pak samočinně upravovány parametry regulátoru.

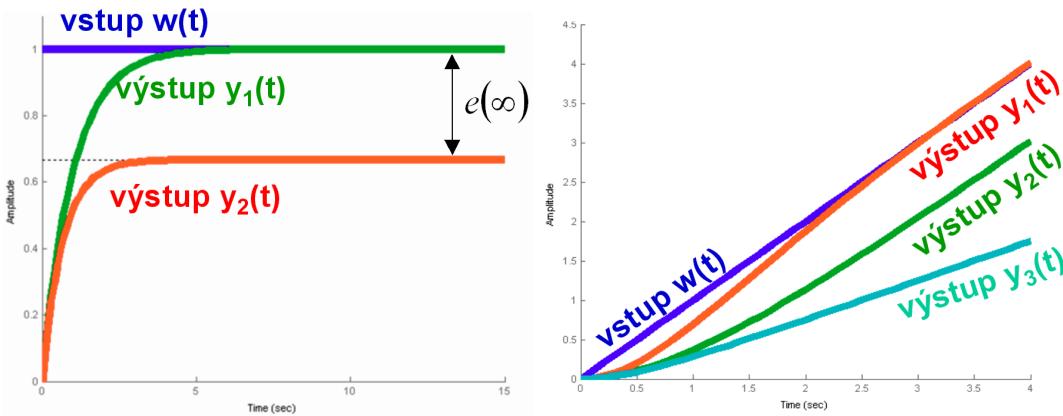
Pro účely této práce byly provedeny „pouze“ návrhy **PI regulátorů** a **PD regulátorů s filtrem**, tzn. že vytvořená GUI aplikace popsaná v kapitole 4 neumožňuje navrhnout úplný PID regulátor. Důvody zamítnutí návrhu PID regulátoru jsou zcela zřejmé a jsou uvedeny v Závěru (kapitola 5).

2.4 Přesnost a kvalita regulace

Cílem a smyslem regulace je navrhnout takový regulační obvod, který by zajistil, aby regulovaná veličina $y(t)$ věrně sledovala změny žádané hodnoty $w(t)$. Abychom mohli posoudit, jak se zvoleným řešením k tomuto cíli blížíme, je nezbytné definovat jisté exaktní **kvantitativní ukazatele**. Těmito ukazateli jsou **přesnost regulace v ustáleném stavu** (kap. 2.4.1) a **kvantitativní ukazatele kvality regulace** (kap. 2.4.2).

2.4.1 Přesnost regulace v ustáleném stavu

Přesnost regulace je dána regulační odchylkou v ustáleném stavu při daném typizovaném průběhu žádané hodnoty $w(t)$. Ustálená odchylka je rozdíl mezi žádanou hodnotou $w(t)$ a skutečnou regulovanou veličinou $y(t)$ pro $t \rightarrow \infty$ při předepsaném průběhu žádané hodnoty $w(t)$. V této kapitole se zaměříme především na odvození ustálených regulačních odchylek na *jednotkový skok* a *rampu* žádané hodnoty $w(t)$ pro PI a PD regulátor s filtrem, což je mimo jiné také jeden z požadavků kladených na navrhované typy regulátorů použitých ve vytvořené GUI aplikaci (kapitola 4).



Obrázek 2.9: a) Ustálená odchylka pro vstup $w(t)$ ve tvaru *jednotkového skoku*, b) Ustálená odchylka pro vstup $w(t)$ ve tvaru *rampy*

Pro obrázek 2.9a platí:

- výstup $y_1(t)$ má *nulovou ustálenou odchylku* tedy po odeznění přechodových jevů vstup $w(t)$ přesně sleduje
- výstup $y_2(t)$ má nenulovou, ale *konečnou ustálenou odchylku* tedy vstup sleduje, ale s konstantní chybou

Pro obrázek 2.9b platí:

- výstup $y_1(t)$ má *nulovou ustálenou odchylku*
- výstup $y_2(t)$ má nenulovou, ale *konečnou ustálenou odchylku*
- výstup $y_3(t)$ má *nekonečnou ustálenou odchylku* tedy vstup vůbec nesleduje

Přesnost regulace je dána typem regulačního obvodu a považujeme-li regulovanou soustavu za neměnný systém, je požadovaná přesnost dosažena pouze volbou vhodného typu regulátoru (viz. předchozí kapitola 2.3).

O přesnosti regulace v ustáleném stavu, tedy po odeznění přechodových dějů, má smysl uvažovat pouze u **stabilních regulačních obvodů**, neboť chování nestabilních regulačních obvodů či regulačních obvodů na mezi stability nekonverguje k ustálenému stavu.

V regulačním obvodu je žádoucí, aby se regulovaná veličina $y(t)$ při změně žádané hodnoty $w(t)$ přizpůsobila tak, aby v ustáleném stavu platilo $y(\infty) = w(\infty)$ a tedy aby regulační odchylka vyvolaná změnou žádané hodnoty $w(t)$ byla v ustáleném stavu nulová, tj. $e(\infty) = 0$.

Přistupme tedy nyní k vlastní analýze ustáleného stavu regulačního obvodu s regulátory navrhovanými GUI aplikací (PD regulátor s filtrem a PI regulátor) pro již avizované průběhy žádané hodnoty $w(t)$ ve tvaru *jednotkového skoku* a ve tvaru *rampy*:

Ustálená regulační odchylka při použití PD regulátoru s filtrem:

Mějme regulovanou soustavu s přenosem:

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{a_n s^n + \dots + a_0} , \text{ pro } a_0 \neq 0 \quad (2.11)$$

a PD regulátor s filtrem s přenosem 2.7.

Přenos otevřené smyčky má potom tvar:

$$L(s) = C(s) \cdot P(s) = \frac{(k_p + k_d s)(b_m s^m + \dots + b_0)}{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0)} \quad (2.12)$$

a neobsahuje tedy žádné nulové póly ($a_0 \neq 0$) a je tudíž **přenosem bez astatismu**⁵

Při zjišťování velikosti ustálené regulační odchylky vyvolané změnou žádané hodnoty $w(t)$ vycházíme z přenosu žádané hodnoty na regulační odchylku, který se také nazývá *odchylkovým přenosem řízení* nebo také tzv. *citlivostí*:

$$S(s) = \frac{E(s)}{W(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{1}{1 + C(s) \cdot P(s)} \quad (2.13)$$

Po dosazení 2.12 potom dostáváme:

$$S(s) = \frac{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0)}{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p + k_d s)(b_m s^m + \dots + b_0)} \quad (2.14)$$

K určení velikosti ustálené regulační odchylky $e(\infty)$ využijeme jednu z vlastností Laplaceovy transformace a sice *Větu o konečné hodnotě*:

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \quad (2.15)$$

⁵V anglosaské literatuře se jedná o **regulační obvod typu 0**.

- Je-li průběh žádané hodnoty ve tvaru **jednotkového skoku**, tedy $w(t) = 1(t)$, platí pro ustálenou hodnotu regulační odchylky:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W(s) \cdot S(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot S(s) = \lim_{s \rightarrow 0} S(s) \quad (2.16)$$

Po dosazení 2.14 tedy:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0)}{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p + k_d s)(b_m s^m + \dots + b_0)} = \frac{a_0}{\underline{a_0 + k_p \cdot b_0}} \quad (2.17)$$

Na **jednotkový skok** žádané hodnoty $w(t)$ tedy regulační obvod vykazuje **trvalou regulační odchylku v ustáleném stavu**, která se s rostoucí hodnotou zesílení regulátoru k_p snižuje. Pokud tedy vyjádříme parametr k_p ze vztahu 2.17, dostáváme minimální mezní hodnotu zesílení regulátoru k_p , která zajistí, že trvalá regulační odchylka nepřekročí požadovanou *maximální ustálenou regulační odchylku na jednotkový skok* $w(t)$:

$$k_p = \frac{\frac{a_0}{e(\infty)} - a_0}{b_0} = \frac{\frac{a_0(1-e(\infty))}{e(\infty)}}{b_0} = \frac{a_0(1-e(\infty))}{\underline{b_0 \cdot e(\infty)}} \quad (2.18)$$

Což přesně odpovídá tomu, co bylo použito i ve vytvořené GUI aplikaci podrobněji popsáné v kapitole 4.

```
% VYPOCET HODNOTY PARAMETRU REGULATORU (kp), PRO KTEROU SPLNUJE
% UZAVRENA REG. SMYCKA POZADOVANOU MAX. USTALENOU REG. ODCHYLKU
kp_value_restriction = (handles.den_Ps(end)*(1-divergence_max))/
(handles.num_Ps(end)*divergence_max);
```

Obrázek 2.10: Ukázka zdrojového kódu GUI aplikace

- Je-li průběh žádané hodnoty ve tvaru **rampy**, tedy $w(t) = t$, platí pro ustálenou hodnotu regulační odchylky:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W(s) \cdot S(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot S(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \cdot S(s) \quad (2.19)$$

Po dosazení 2.14 tedy:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \cdot \frac{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0)}{(1 + T_f s)(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p + k_d s)(b_m s^m + \dots + b_0)} = \underline{\underline{\infty}} \quad (2.20)$$

a **odchylka e(t) pro t → ∞ tedy roste nadě všechny meze**.

Z uvedeného vyplývá, že při návrhu PD regulátoru s filtrem má smysl uvažovat pouze o ustálené odchylce na jednotkový skok žádané hodnoty.⁶

Ustálená regulační odchylka při použití PI regulátoru:

Mějme opět regulovanou soustavu s přenosem 2.11, ale tentokrát PI regulátor s přenosem 2.3.

Přenos otevřené smyčky má potom tvar:

$$L(s) = C(s) \cdot P(s) = \frac{(k_p s + k_i)(b_m s^m + \dots + b_0)}{s(a_n s^n + \dots + a_0)} \quad (2.21)$$

V tomto případě se tedy jedná o otevřený obvod s **astatismem 1. rádu**⁷

Obdobně jako u PD regulátoru s filtrem dosadíme přenos otevřené smyčky 2.21 do odchylkového přenosu řízení (citlivostní funkce) a dostáváme:

$$S(s) = \frac{E(s)}{W(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{s(a_n s^n + \dots + a_0)}{s(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p s + k_i)(b_m s^m + \dots + b_0)} \quad (2.22)$$

Analogicky:

- Je-li průběh žádané hodnoty ve tvaru **jednotkového skoku**, tedy $w(t) = 1(t)$, platí pro ustálenou hodnotu regulační odchylky po dosazení 2.22 do 2.16:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(a_n s^n + \dots + a_0)}{s(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p s + k_i)(b_m s^m + \dots + b_0)} = \underline{\underline{0}} \quad (2.23)$$

Na **jednotkový skok** žádané hodnoty $w(t)$ tedy regulační obvod vykazuje **nulovou regulační odchylku v ustáleném stavu**.

- Je-li průběh žádané hodnoty ve tvaru **rampy**, tedy $w(t) = t$, platí pro ustálenou hodnotu regulační odchylky po dosazení 2.22 do 2.19:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \frac{s(a_n s^n + \dots + a_0)}{s(a_n s^n + \dots + a_0) + (k_p s + k_i)(b_m s^m + \dots + b_0)} = \frac{a_0}{\underline{\underline{k_i \cdot b_0}}} \quad (2.24)$$

⁶Pro **astatickou regulovanou soustavu** (kde $a_0 = 0$ v přenosu 2.11) je situace samozřejmě jiná, ale obecně je lepší koncipovat návrh takto.

⁷V anglosaské literatuře označovaný jako **regulační obvod typu 1**.

Na **rampu** žádané hodnoty $w(t)$ tedy regulační obvod vykazuje **trvalou regulační odchylku v ustáleném stavu**, která se s rostoucí integrační konstantou regulátoru k_i snižuje. Opět tedy podobně jako u PD regulátoru s filtem vyjádříme parametr k_i ze vztahu 2.24 a dostáváme minimální mezní hodnotu parametru k_i , která zajistí, že trvalá regulační odchylka nepřekročí požadovanou *maximální ustálenou regulační odchylku na rampu* $w(t)$:

$$k_i = \frac{a_0}{\underline{\underline{b_0 \cdot e(\infty)}}} \quad (2.25)$$

Což bylo opět použito ve vytvořené GUI aplikaci.

```
% VYPOCET HODNOTY PARAMETRU REGULATORU (ki), PRO KTEROU SPLNUJE
% UZAVRENA REG. SMYCKA POZADOVANOU MAX. USTALENOU REG. ODCHYLKU
ki_value_restriction = (handles.den_Ps(end)) /
                         (handles.num_Ps(end) * divergence_max);
```

Obrázek 2.11: Ukázka zdrojového kódu GUI aplikace

Při návrhu PI regulátoru má tedy smysl uvažovat pouze o ustálené odchylce na rampu žádané hodnoty, protože ustálená odchylka na jednotkový skok žádané hodnoty je vždy nulová bez ohledu na hodnoty parametrů PI regulátoru.

2.4.2 Kvantitativní ukazatele kvality regulace

a) **Ukazatele kvality regulace vyplývající z přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu:**

V praxi nejčastěji zjišťujeme ukazatele kvality regulace z **průběhu přechodové charakteristiky regulované veličiny $y(t)$** (obrázek 2.12). Z ní obvykle zjišťujeme následující parametry:

- *Dobu náběhu T_r* : rozdíl okamžiků, kdy regulovaná veličina dosahuje právě 10% a 90% ustálené hodnoty regulované veličiny.
- *Dobu ustálení T_s* : doba, za kterou klesne rozdíl mezi regulovanou veličinou $y(t)$ a její ustálenou hodnotou $y(\infty)$ pod 5%.
- a častým požadavkem zákazníka je také tzv. *maximální překmit OS* (overshoot).

Poznamenejme však, že pro tyto ukazatele existují pouze určité empirické nebo přibližné vzorce, které lze použít jen ve velmi málo omezených případech pro určité typy regulovaných soustav.

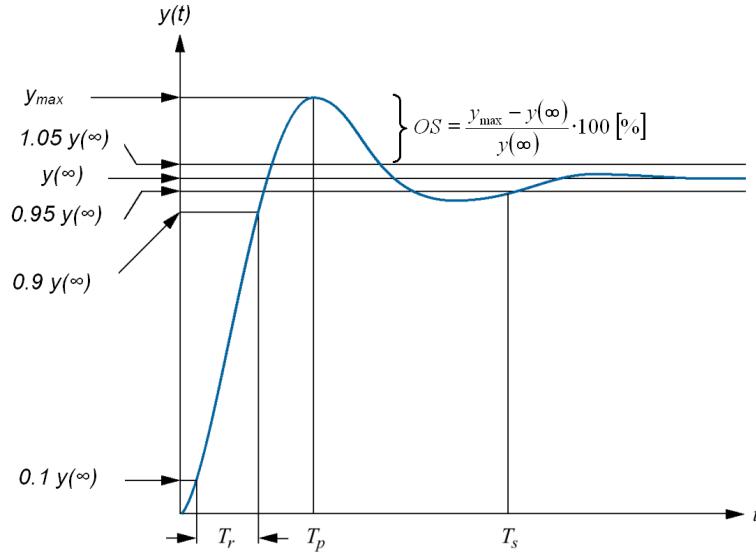
Při návrhu zvolených typů regulátorů se tedy zaměřujeme především na splnění požadované *fázové* nebo *amplitudové bezpečnosti*. U podtlumených systémů 2. rádu lze navíc

dokázat přímou souvislost mezi *maximálním překmitem OS* a požadovanou *fázovou bezpečností PM*, protože pro relativní tlumení takového systému platí:

$$\zeta = \frac{-\ln(OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(OS/100)}}$$

ale zároveň také platí přibližný vztah:

$$\zeta \approx \frac{PM}{100}$$



Obrázek 2.12: Ukazatele kvality regulace vyplývající z **přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu**

b) Ukazatele kvality regulace vyplývající z frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu:

Pro hodnocení kvality regulace můžeme na **frekvenční charakteristice uzavřené smyčky** (obrázek 2.13) definovat následující míry:

- **Rezonanční převýšení** $A_r =$ maximální hodnota zesílení.

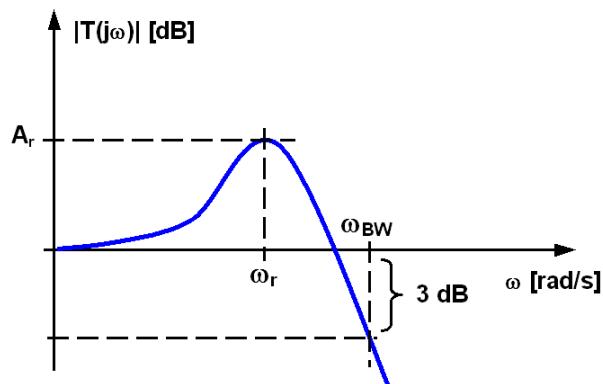
Rezonanční převýšení $A_r(\omega_r)$ frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu je hodnotou související s *maximálním překmitem OS* regulované veličiny $y(t)$ přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu (viz. obrázek 2.12). Velké rezonanční převýšení znamená velký překmit na přechodové charakteristice.

Většina řídicích systémů se v praxi s rezonančním převýšením (1 až 3 dB) navrhuje, protože různé nelinéarity typu necitlivost, které nejsou lineárním modelem popsány, totiž překmity zpravidla utlumí. Pokud by se vyžadovalo rezonanční převýšení nulové, tedy bez překmitu, byla by ve skutečnosti odezva zpětnovazebního řídicího systému zbytečně pomalá.

- **Šířka přenášeného pásma** ω_{BW} = frekvence, na níž poklesne zesílení o 3 dB oproti zesílení na nízkých frekvencích.

Šířka propustného pásma je rozhodující pro rychlosti odezvy. Větší šířka pásma znamená kratší dobu náběhu T_r přechodové charakteristiky, protože vyšší frekvence snáze projdou na výstup, ale současně také větší citlivost na vysokofrekvenční šum a variaci parametrů. Naopak menší šířka pásma znamená pomalejší odezvu, ale obvykle také robustnější systém.

Ještě dodejme, že například PD regulátor s amplitudovou frekvenční charakteristikou na obrázku 2.6 zesiluje amplitudu pro frekvence $\omega > \omega_d$, čímž se zvětšuje i šířka propustného pásma ω_{BW} a tím i rychlosť odezvy systému na vstupní signál.



Obrázek 2.13: Ukazatele kvality regulace vyplývající z **frekvenční charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu**

Kapitola 3

Princip návrhové metody

3.1 Základní pojmy při užití frekvenčních metod návrhu

Než přistoupíme k vlastnímu principu návrhové metody pro zvolené typy PID regulátorů připomeňme si nejprve některé základní pojmy týkající se frekvenčních metod návrhu.

3.1.1 Frekvenční přenos systému a frekvenční charakteristika systému

Frekvenční přenos $F(j\omega)$ je definován jako podíl Fourierova obrazu výstupní veličiny ku Fourierově obrazu vstupní veličiny systému za nulových počátečních podmínek. Frekvenční přenos $F(j\omega)$ získáme formálně jako hodnotu přenosu systému v Laplaceové transformaci v $s = j\omega$:

$$F(j\omega) = F(s)|_{s=j\omega} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + \dots + b_0}{a_n(j\omega)^n + \dots + a_0} \quad (3.1)$$

Frekvenční charakteristika je graficky vyjádřená závislost frekvenčního přenosu, tedy amplitudy a fáze ustálené vynucené výstupní veličiny systému v závislosti na frekvenci harmonického vstupu (pro konkrétní frekvenci ω dostáváme po dosazení do vztahu 3.1 konkrétní bod v komplexní rovině).

Je-li frekvenční charakteristika znázorněna v komplexní rovině, nazýváme ji obvykle *Nyquistovou charakteristikou*, je-li vyobrazena v logaritmických souřadnicích, nazýváme ji *Bodeho charakteristikou*.

Výhodou frekvenčních charakteristik je, že je umíme nejen pro daný systém vypočítat a nakreslit, ale umíme je na reálném systému rovněž snadno odměřit. K měření nám postačí funkční generátor (generující sinusový signál o různých frekvencích) a dvoukanálový osciloskop (na něm odečítáme fázový posun vstupního a výstupního signálu a jejich zesílení).

Typické průběhy frekvenčních charakteristik *statických systémů* 1. až 4. řádu odpovídající přenosu typu:

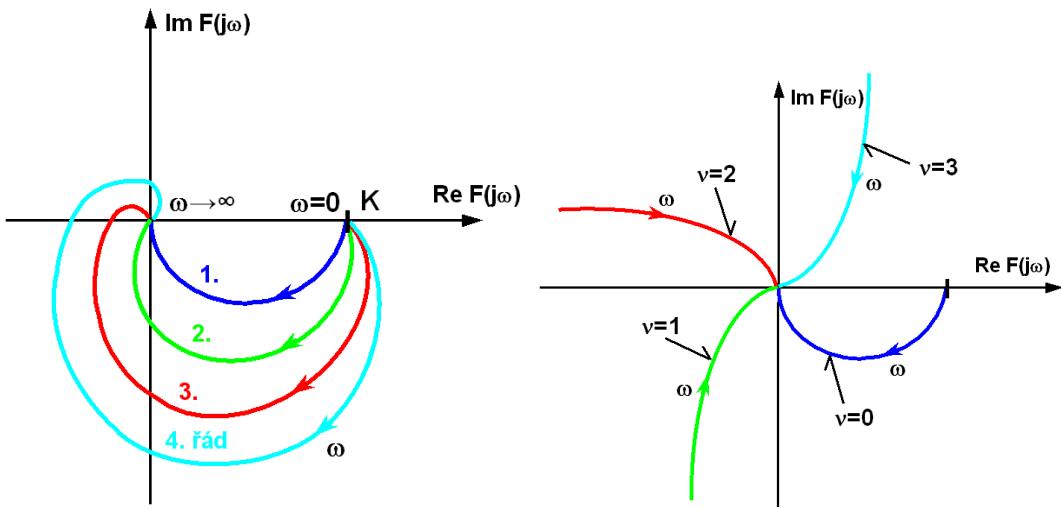
$$F_{stat.}(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} \quad (3.2)$$

tj. přenosu bez nul a s reálnými póly, jsou uvedeny na obrázku 3.1a.

A pro porovnání typické průběhy frekvenčních charakteristik *astatických systémů* s řádem astatismu ν odpovídající přenosu typu:

$$F_{astat.}(s) = \frac{K}{s^\nu(Ts + 1)} \quad (3.3)$$

jsou uvedeny na obrázku 3.1b.

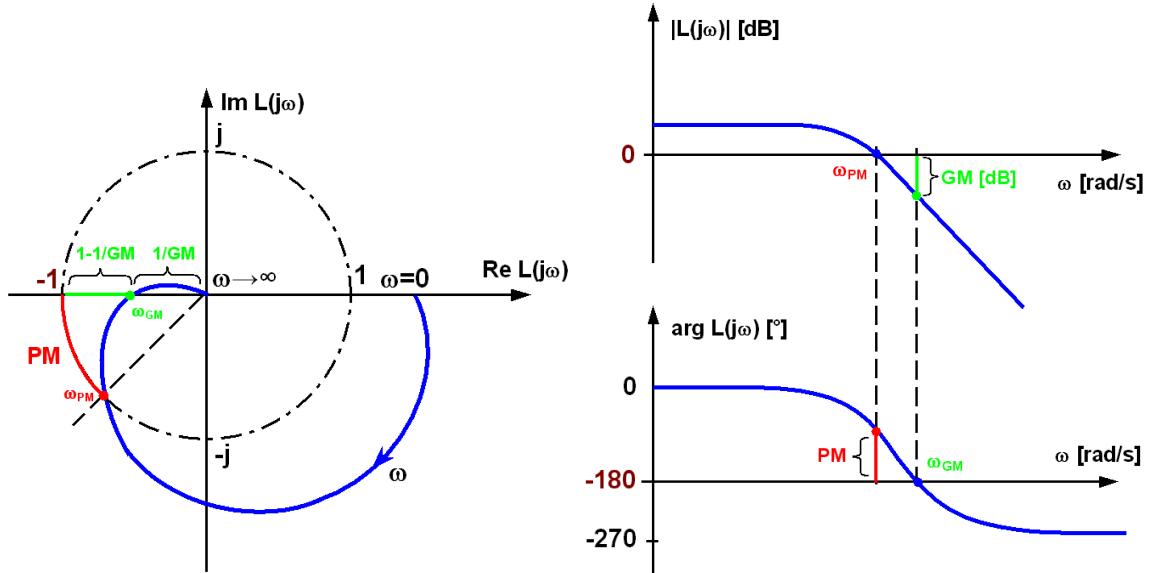


Obrázek 3.1: a) Frekvenční charakteristiky *statických systémů* 1. až 4. řádu, b) Frekvenční charakteristiky *astatických systémů* s řádem astatismu ν

Z obrázku 3.1a je patrné, že *statický systém* je tolikáteho řádu, kolika kvadrantů prochází jeho frekvenční charakteristika v komplexní rovině. U *astatických systémů* (obrázek 3.1b) je zase vidět, že každý řád astatismu přidává frekvenční charakteristice fázi -90° .

3.1.2 Definice amplitudové a fázové bezpečnosti GM a PM

Amplitudová bezpečnost (gain margin, GM) a *fázová bezpečnost (phase margin, PM)* jsou tzv. *mírami stability*, které udávají, jak daleko je systém od případné nestability. Odečítají se z frekvenční charakteristiky *otevřeného regulačního obvodu L(jω)* (v komplexních, obr. 3.2a nebo logaritmických souřadnicích, obr. 3.2b). Vzdálenost frekvenční charakteristiky *otevřeného regulačního obvodu L(jω)* od kritického bodu $(-1, j0)$ udává bezpečnost ve stabilitě *uzavřeného regulačního obvodu*.



Obrázek 3.2: Amplitudová a fázová bezpečnost uzavřeného regulačního obvodu určená z frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu a) v komplexních souřadnicích, b) v logaritmických souřadnicích

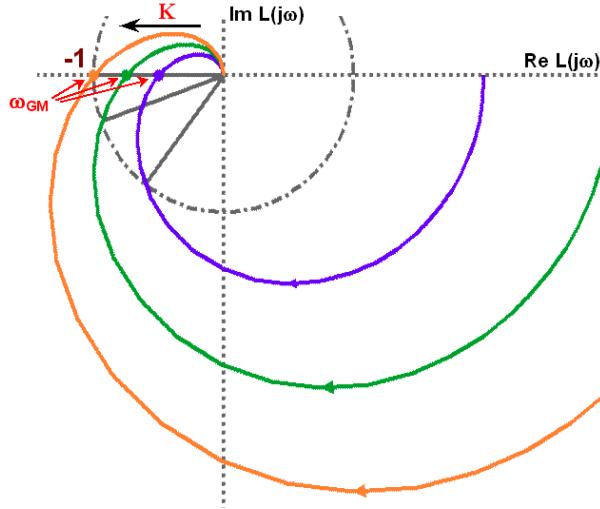
- **Amplitudová bezpečnost (gain margin, GM):** Frekvenční charakteristika otevřeného regulačního obvodu $L(j\omega)$ na obrázku 3.2a protíná zápornou reálnou osu ve vzdálenosti $1/GM$ od počátku. Číslo GM je tzv. **amplitudová bezpečnost** a říká, kolikrát se ještě může zvětšit zesílení v otevřené smyčce, než se uzavřený regulační obvod dostane na **mez stability**.

Pokud systém $L(s)$ přenáší signály na jisté frekvenci ω_{GM} s fázovým posunutím -180° , dostane se tak výstup do protifáze se vstupem (bude mít záporné znaménko). Zápornou zpětnou vazbou pak tento signál přivedeme zpět na vstup $L(s)$, kde se však v tomto případě sečte se signálem původním. Pokud má zpětnou vazbu vrácený signál nižší amplitudu než signál budící, zůstane výstup omezený a zpětnovazební obvod **stabilní**. Nastane-li opačný případ, tj. bude zesílen, zpětnovazební systém bude **nestabilní**. Je-li zesílení pro frekvenci ω_{GM} jednotkové, jsme na **hranici stability**.

- **Fázová bezpečnost (phase margin, PM):** Fázová bezpečnost je dána úhlem PM frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu $L(j\omega)$ při kmitočtu ω_{PM} , při kterém se amplituda frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu rovná jedné ($|L(j\omega_{PM})| = 1$). A říká, o jak velký úhel si můžeme dovolit zpozdit fázi v otevřené smyčce $L(j\omega)$ na frekvenci ω_{PM} , než se tato fáze dostane na -180° a zpětnovazební systém se tak ocitne na **hranici stability**.

Co se stane, když zvětšujeme zesílení otevřené smyčky $L(j\omega)$?

Na obrázku 3.3 vidíme, že s rostoucím zesílením otevřené smyčky K roste *amplituda* frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu, ale *fáze* zůstává stejná. Při určitém zesílení K protne frekvenční charakteristika $L(j\omega)$ kritický bod $(-1, j0)$ a uzavřený regulační obvod je právě na **mez stability**.



Obrázek 3.3: Vliv změny zesílení otevřené smyčky $L(j\omega)$ na amplitudovou bezpečnost GM

Faktor ***Gain Margin*** definujeme jako:

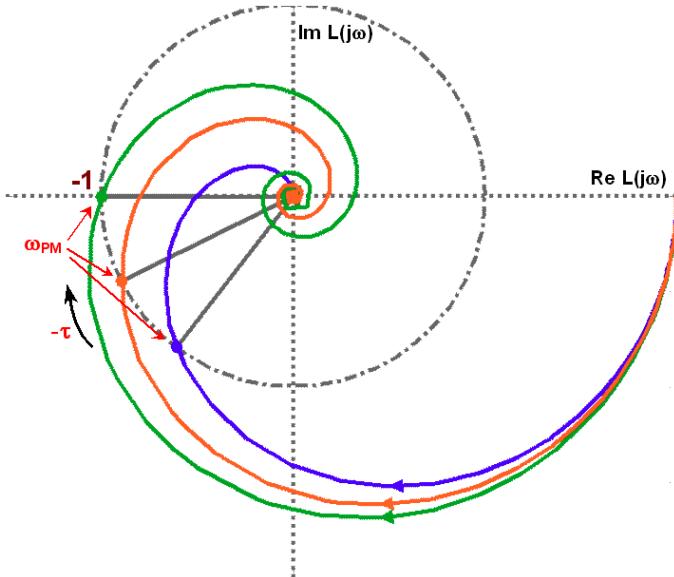
$$GM = \frac{1}{|L(j\omega_{GM})|}, \quad GM [dB] = 20 \log (GM), \quad (3.4)$$

kde pro frekvenci ω_{GM} platí: $\arg L(j\omega_{GM}) = -180^\circ$.

Násobíme-li tedy zesílení otevřené smyčky faktorem GM, dostane se uzavřený regulační obvod právě na **mez stability**. Hodnota amplitudové bezpečnosti GM je typicky volena pro zajištění určité bezpečnosti ve stabilitě jako: $GM > 2$ (≈ 6 dB).

Co se stane, když zmenšujeme fázi v otevřené smyčce $L(j\omega)$?

Na obrázku 3.4 vidíme, že pokud zmenšíme fázi v otevřené smyčce (např. přidáním dopravního zpoždění τ), dochází k postupnému zvětšování fázového zpoždění mezi vstupem a výstupem při zachování *amplitudy* frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu. Při určitém fázovém zpoždění τ protne frekvenční charakteristika $L(j\omega)$ kritický bod $(-1, j0)$ a uzavřený regulační obvod se opět dostává na **mez stability**.



Obrázek 3.4: Vliv změny fáze v otevřené smyčce $L(j\omega)$ na fázovou bezpečnost PM

Faktor ***Phase Margin*** definujeme jako:

$$PM = 180^\circ + \arg L(j\omega_{PM}), \quad (3.5)$$

kde pro frekvenci ω_{PM} platí: $|L(j\omega_{PM})| = 1$ ($\approx 0 \text{ dB}$).

Zvětšíme-li tedy negativní fázi (zpoždění) otevřené smyčky o hodnotu PM, dostane se uzavřený regulační obvod právě na **mez stability**. Hodnota fázové bezpečnosti PM je typicky volena pro zajištění určité bezpečnosti ve stabilitě jako: $PM > 30^\circ$. V praxi se model nebo získaná frekvenční charakteristika řízené soustavy nikdy nebude přesně shodovat s realitou, a proto při návrhu řízení na modelu zvolíme dostatečnou fázovou bezpečnost PM, abychom si byli jisti, že i při aplikaci na reálném, ne zcela totožném systému, bude zajištěna stabilita uzavřené smyčky.

Přestože ***amplitudová*** a ***fázová bezpečnost GM*** a ***PM*** jsou velice dobrými mírami stability uzavřeného regulačního obvodu, současná změna ***zesílení*** i ***fáze*** může být problém! Je proto lepší použít vzdálenost frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu od kritického bodu $(-1, j0)$, tedy moderní přístup s tzv. *normou* H_∞ . V této práci si však vystačíme s klasickými pojmy GM a PM.

Ještě dodejme, že o ***amplitudové*** a ***fázové bezpečnosti GM*** a ***PM*** má smysl hovořit pouze v případě, kdy je řízená soustava **stabilní**, což nebylo opomenuto ani ve vlastní GUI aplikaci (viz. zdrojový kód 3.5). Vidíme zde, že jsou nejprve pomocí příkazu **roots** vypočítány póly regulované soustavy $P(s)$, které jsou dále testovány, zda nemají kladnou reálnou část, čímž by byl přenos $P(s)$ nestabilní. Počet nestabilních pólů je spočítán a

výsledek je zobrazen do varovného Message boxu.

```
% vytvoreni vektoru se zadanimi koeficienty polynomu jmenovatele prenosu reg. soustavy P(s)
den_Ps = str2num(text_den_koef);

% vypocet polu systemu P(s)
poles_Ps = roots(den_Ps);
poles_Ps = reshape(poles_Ps,1,length(poles_Ps));

% ! NALEZENI POCTU POLU, KTERE MAJI Kladnou Realnu CAST => POSET NESTABILNICH POLU
if length(find(real(poles_Ps) > 0)) > 0
    pocet_nestab = length(find(real(poles_Ps) > 0));
    beep;
    message = ['V zadane p̄enosu reg. soustavy P(s) bylo zjištěno určité množství nestabilních pólů (' ...
        num2str(pocet_nestab) '). S takovým systémem nelze dále počítat!'];
    msgbox(message,'Stability problem','error');
    test_result = 'STABILITY PROBLEM';
end
```

Obrázek 3.5: Ukázka zdrojového kódu GUI aplikace

3.2 Popis zvolené metody návrhu

Nyní se již zaměřme na hlavní část této bakalářské práce a sice vlastní metodu návrhu zvolených typů PID regulátorů. Navzdory skutečnosti, že se PID regulátory v hojně míře využívají v průmyslu již více než 70 let a za tuto dobu se nahromadilo velké množství nejrůznějších metod návrhu, nelze říci, že by existovala nějaká standardní a všeobecně přijatá metoda pro jejich návrh. V našem případě byla vybrána metoda návrhu vycházející z „*klasických“ frekvenčních metod návrhu* (popsaných např. v literatuře [1] nebo [6]), která ovšem využívá metody tzv. *tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky* $L(j\omega)$ ⁸ podle uživatelem zadané amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM.

3.2.1 „Klasické“ frekvenční metody syntézy

Při frekvenčních metodách návrhu upravujeme frekvenční charakteristiku ***otevřené smyčky*** $L(j\omega)$ tak, aby výsledná frekvenční charakteristika ***uzavřené smyčky*** $T(j\omega)$ měla požadovaný průběh. Tedy aby např. splňovala dané ukazatele kvality regulace vyznačené na obrázku 2.13. Nejčastějším požadavkem kladeným na uzavřený regulační obvod však nejspíš ve většině případů zůstává požadavek na splnění předepsané amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM. Mezi $L(j\omega)$ a $T(j\omega)$ existuje jednoznačný vztah:

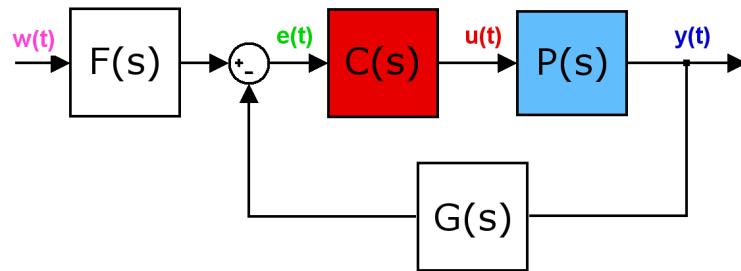
$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \quad (3.6)$$

⁸V anglosaské literatuře známé pod pojmem „**Loop Shaping**“.

Frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(j\omega)$ můžeme obecně upravovat následujícími způsoby:

- změnou zesílení přenosu otevřené smyčky $L(s)$ (pouze zesílením regulátoru)
- zařazením seriového korekčního členu $C(s)$ - regulátoru (viz. základní blokové schéma zpětnovazebního regulačního obvodu - obrázek 2.1)
- zpětnovazebním členem $G(s)$ nebo kombinací korekčních členů $F(s)$, $G(s)$, $C(s)$ (viz. blokové schéma regulačního obvodu s kombinovaným regulátorem - obrázek 3.6)

Korekčními členy bývají nejčastěji standardní lineární regulátory typu PID.



Obrázek 3.6: Blokové schéma regulačního obvodu s kombinovaným regulátorem

Nejčastějším způsobem, jak upravovat frekvenční charakteristiku otevřené smyčky $L(j\omega)$, bývá ve většině případů druhý popsáný způsob, tedy zařazení regulátoru $C(s)$ před řízenou soustavou $P(s)$.

Zásadním krokem v postupu při návrhu PI nebo PD regulátoru pomocí těchto „klassických“ frekvenčních metod potom zpravidla bývá *volba zlomové frekvence* navrhovaného typu regulátoru (tedy volba ω_i nebo ω_d), která se volí tak, aby byla shodná se zatím neznámou frekvencí ω_{GM} nebo ω_{PM} , na níž se bude odečítat požadovaná amplitudová nebo fázová bezpečnost GM/PM, platí tedy:

$$\omega_{i/d} = \omega_{GM/PM} \quad (3.7)$$

Důvod takového volby je zcela zřejmý a logický. Je to především z toho důvodu, že následný výpočet parametrů navrhovaného typu regulátoru (PI/PD) podle požadované amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM je pak poměrně jednoduchý. A to díky tomu, že na těchto zlomových frekvencích známe poměrně přesně chování příslušného typu navrhovaného regulátoru (viz. frekvenční charakteristiky PI a PD regulátoru - obrázky 2.4 a 2.6).

Fázová bezpečnost PM je potom např. pro navrhovaný PD regulátor dána vztahem:

$$PM = 180^\circ + \arg L(j\omega_{PM}) = 180^\circ + \arg L(j\omega_d) = 180^\circ + \arg C(j\omega_d) + \arg P(j\omega_d) = \\ = 180^\circ + 45^\circ + \underline{\arg P(j\omega_d)},$$

protože na frekvenci ω_d zvyšuje PD regulátor fázi o 45° .

Návrh PD regulátoru dále pokračuje tím, že se ve frekvenční fázové charakteristice regulované soustavy $P(j\omega)$ nalezne příslušná frekvence ω_d v místě, kde fáze nabývá hodnoty:

$$\arg P(j\omega_d) = PM - 180^\circ - 45^\circ = PM - 225^\circ$$

Tím je určen jeden parametr přenosu PD regulátoru (viz. přenos 2.5). Druhý parametr určíme z podmínky, že pokud je ω_{PM} frekvence, na které se odečítá fázová bezpečnost PM, musí na ní *zesílení otevřené smyčky* $L(j\omega)$ být jednotkové ($\omega_{PM} \equiv \omega_d$):

$$|L(j\omega_d)| = |C(j\omega_d)| \cdot |P(j\omega_d)| = |k_d \cdot (j\omega_d + \omega_d)| \cdot |P(j\omega_d)| = \\ = |k_d| \cdot |j\omega_d + \omega_d| \cdot |P(j\omega_d)| = \underline{k_d \omega_d \sqrt{2}} \cdot |P(j\omega_d)| \stackrel{!}{=} 1$$

Po úpravě a dosazení amplitudy frekvenční charakteristiky regulované soustavy $P(j\omega)$ pro frekvenci ω_d potom dostáváme:

$$k_d = \frac{1}{\omega_d \sqrt{2} \cdot |P(j\omega_d)|}$$

Obdobným způsobem se provádí i návrh podle požadované amplitudové bezpečnosti GM.

Tento způsob metody návrhu je sice velice jednoduchý na výpočet parametrů navrhovaného typu PID regulátoru, ale má jednu obrovskou nevýhodu:

- Podmíněná volba frekvence ω_{PM} resp. ω_{GM} podle zlomové frekvence daného typu regulátoru (viz. vztah 3.7) je dosti omezující. Dostaneme při ní pouze jednu kombinaci parametrů regulátorů, což může být ve většině případů poměrně neuspokojivé řešení z hlediska kvality regulace (viz. kapitola 2.4).
- Jistým východiskem tedy je využití rozmanitějších možností navrhovaného typu regulátoru, tím že využijeme celého rozsahu fázové frekvenční charakteristiky navrhovaného typu regulátoru.

3.2.2 Modifikovaná frekvenční metoda návrhu využívající tzv. metody „Loop Shaping“

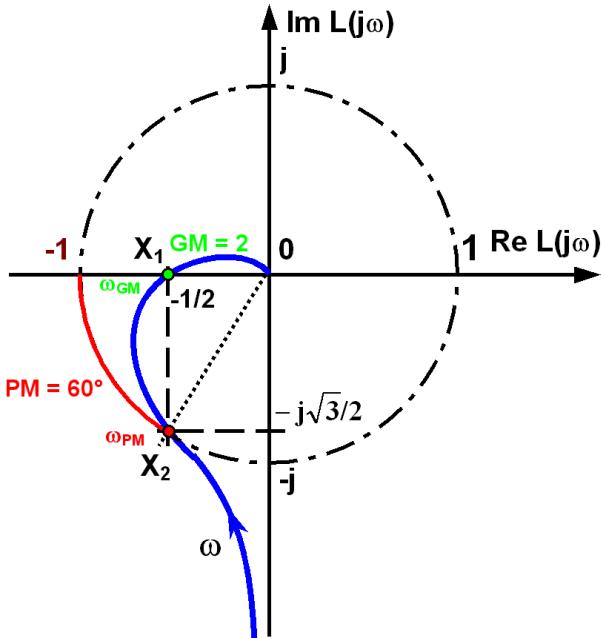
Při této metodě opět uvažujeme základní zpětnovazební regulační smyčku (obr. 2.1) s PI(D) regulátorem $C(s)$ a řízenou soustavou se stabilním přenosem $P(s)$.

Hlavním cílem návrhu je podobně jako u předchozí metody dosažení požadovaných vlastností ***uzavřené smyčky***, tentokrát však tzv. „*tvarováním (kompenzací) frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$* “:

$$L(j\omega) = C(j\omega) \cdot P(j\omega) \quad (3.8)$$

Například požadavek na amplitudovou bezpečnost $GM = 2$ a fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$ je ekvivalentní s požadavkem, aby body $X_1 = -1/2$ a $X_2 = -1/2(1 + j\sqrt{3})$ ležely přímo na křivce $L(j\omega)$ (viz. obrázek 3.7):

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(X_1) &= -\frac{1}{GM} = -1/2, \quad \operatorname{Im}(X_1) = 0 \\ \operatorname{Re}(X_2) &= -\cos(PM) = -1/2, \quad \operatorname{Im}(X_2) = -\sin(PM) = -\sqrt{3}/2 \end{aligned}$$



Obrázek 3.7: Tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$

Zvolené body X_1 a X_2 tedy vymezují žádaný tvar Nyquistovy křivky otevřené smyčky $L(j\omega)$ a nepřímo tak přes vztah 3.8 generují návrhové požadavky na regulátor $C(s)$.

Zásadním rozdílem oproti „klasickým“ frekvenčním metodám návrhu je zde však to, že frekvence $\omega_{GM/PM}$ zde nejsou určeny žádnou omezujející podmínkou (vztah 3.7). Je zde tedy

využit celý frekvenční rozsah navrhovaného typu regulátoru $C(j\omega)$, čímž se nám nabízí celá škála možných řešení, ze kterých lze dále vybrat to, které nám nejvíce využívá z hlediska kvality regulace.

3.3 Návrh PI regulátoru v GUI aplikaci

3.3.1 Návrh podle požadované fázové bezpečnosti PM

Uvažujme nyní případ, kdy je zadán pouze jediný „tvarující“ bod X v rovině Nyquistovy křivky. A to sice ten, který je definován požadovanou fázovou bezpečností PM:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(X) &= -\cos(PM) = a \\ \operatorname{Im}(X) &= -\sin(PM) = b \\ \rightarrow X &= a + jb \end{aligned}$$

Naším cílem je nalézt *všechny kombinace parametrů* $k_p > 0$ a $k_i > 0$ PI regulátoru s přenosem:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}, \quad (3.9)$$

které zajistí, že bod X leží přímo na křivce $L(j\omega)$. Za tímto účelem je tedy nutné vyřešit následující rovnici:

$$L(j\omega) = C(j\omega) \cdot P(j\omega) \stackrel{!}{=} a + jb, \quad (3.10)$$

což je ekvivalentní s řešením soustavy rovnic:

$$\operatorname{Re}(L(j\omega)) \stackrel{!}{=} a \quad (3.11)$$

$$\operatorname{Im}(L(j\omega)) \stackrel{!}{=} b \quad (3.12)$$

Jelikož známe model regulované soustavy $P(s)$, můžeme dále zavést následující značení:

$$P(j\omega) = \frac{r(\omega) + j \cdot s(\omega)}{t(\omega) + j \cdot u(\omega)}, \text{ kde} \quad (3.13)$$

$$r(\omega) = \operatorname{Re_citale}(P(j\omega))$$

$$s(\omega) = \operatorname{Im_citale}(P(j\omega))$$

$$t(\omega) = \operatorname{Re_jmenovatele}(P(j\omega))$$

$$u(\omega) = \operatorname{Im_jmenovatele}(P(j\omega))$$

Můžeme tedy *frekvenční přenos otevřené smyčky* $L(j\omega)$ vyjádřit jako součin:

$$L(j\omega) = C(j\omega) \cdot P(j\omega) = \frac{k_p j\omega + k_i}{j\omega} \cdot \frac{r(\omega) + j \cdot s(\omega)}{t(\omega) + j \cdot u(\omega)} \quad (3.14)$$

Nyní tedy zbývá vyjádřit reálnou a imaginární část tohoto frekvenčního přenosu s neznámými parametry k_p a k_i a položit je do rovnosti s „tvarujícím“ bodem X. Po rozsnášení a rozšíření číslem komplexně sdruženým dostáváme:

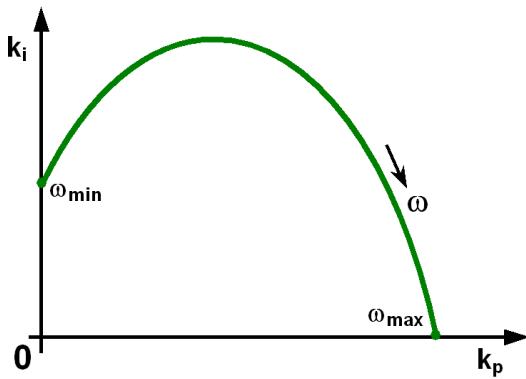
$$\begin{aligned}
 L(j\omega) &= \frac{k_i \cdot r(\omega) - k_p \omega \cdot s(\omega) + j \cdot k_i \cdot s(\omega) + j \cdot k_p \omega \cdot r(\omega)}{-\omega \cdot u(\omega) + j\omega \cdot t(\omega)} \cdot \frac{-\omega \cdot u(\omega) - j\omega \cdot t(\omega)}{-\omega \cdot u(\omega) - j\omega \cdot t(\omega)} = \\
 &= \frac{-k_i \omega \cdot r(\omega) \cdot u(\omega) + k_i \omega \cdot s(\omega) \cdot t(\omega) + k_p \omega^2 \cdot s(\omega) \cdot u(\omega) + k_p \omega^2 \cdot r(\omega) \cdot t(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} + \\
 &\quad + j \frac{-k_i \omega \cdot r(\omega) \cdot t(\omega) - k_i \omega \cdot s(\omega) \cdot u(\omega) + k_p \omega^2 \cdot s(\omega) \cdot t(\omega) - k_p \omega^2 \cdot r(\omega) \cdot u(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} = \\
 &= \operatorname{Re}(L(j\omega)) + j\operatorname{Im}(L(j\omega))
 \end{aligned}$$

Dostáváme tedy soustavu 2 rovnic podle 3.11 a 3.12 o 2 neznámých k_p a k_i :

$$k_i \frac{-\omega \cdot r(\omega) \cdot u(\omega) + \omega \cdot s(\omega) \cdot t(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} + k_p \frac{\omega^2 \cdot s(\omega) \cdot u(\omega) + \omega^2 \cdot r(\omega) \cdot t(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} \stackrel{!}{=} a \quad (3.15)$$

$$k_i \frac{-\omega \cdot r(\omega) \cdot t(\omega) - \omega \cdot s(\omega) \cdot u(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} + k_p \frac{\omega^2 \cdot s(\omega) \cdot t(\omega) - \omega^2 \cdot r(\omega) \cdot u(\omega)}{\omega^2 \cdot u^2(\omega) + \omega^2 \cdot t^2(\omega)} \stackrel{!}{=} b \quad (3.16)$$

Obdržené vztahy 3.15 a 3.16 definují **parametrickou křivku s parametrem ω v rovině (k_p, k_i)** parametrů PI regulátoru, která může mít tvar podobný jako na obrázku 3.8.



Obrázek 3.8: Příklad parametrické křivky s parametrem ω v rovině (k_p, k_i) parametrů PI regulátoru

Poněvadž připouštíme pouze kladné hodnoty parametrů k_p a k_i , je nutné nejprve určit vhodný rozsah frekvencí $\omega = \omega_{PM}$, pro který se bude příslušná soustava rovnic 3.15 a 3.16 vyčíslovat. Tzn. určit interval $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$ a ten lineárně vyplnit dostatečným množstvím hodnot⁹.

⁹V navržené GUI aplikaci byla použita hodnota 100 → `rozsah_wPM = linspace(wmin, wmax, 100);`

Pro určení zmíněných mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ vycházíme především z předpokladu, že známe model regulované soustavy $P(s)$ (resp. jeho frekvenční přenos $P(j\omega)$ viz. vztah 3.13), máme zadanou požadovanou fázovou bezpečnost PM a dále také víme, jaké maximální a minimální fázové zpoždění je schopen PI regulátor frekvenční charakteristiky regulované soustavy $P(s)$ přidat (viz. frekvenční charakteristika PI regulátoru 2.4).

Vyjdeme tedy z definice 3.5 fázové bezpečnosti PM:

$$\begin{aligned} PM &= 180^\circ + \arg L(j\omega_{PM}) = 180^\circ + \arg C(j\omega_{PM}) + \arg P(j\omega_{PM}) \\ \Rightarrow \arg P(j\omega_{PM}) &= PM - 180^\circ - \arg C(j\omega_{PM}) \end{aligned}$$

- **Výpočet minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky:**

Z frekvenční charakteristiky PI regulátoru 2.4 víme, že pro velmi malé frekvence ω PI regulátor přidává max. fázové zpoždění **-90°** ($\arg C(j\omega_{PM}) = -90^\circ$). Odtud tedy vyplývá požadavek na *maximální hodnotu fáze* frekvenčního přenosu regulované soustavy $P(j\omega)$, pro kterou PI regulátor ještě zaručí požadovanou fázovou bezpečnost PM:

$$\varphi_{\max} = \arg P(j\omega_{PM}) = PM - 180^\circ + \mathbf{90^\circ} \quad (3.17)$$

Musí tedy platit že:

$$\tan(\varphi_{\max}) \stackrel{!}{=} \frac{\text{Im}(P(j\omega))}{\text{Re}(P(j\omega))}, \quad (3.18)$$

kde $\text{Re}(P(j\omega))$ a $\text{Im}(P(j\omega))$ jsou v podstatě polynomy¹⁰ s neznámou proměnnou ω . Stačí tedy vyřešit polynomiální rovnici¹¹ stupně stejného jako je větší ze stupňů polynomů $\text{Re}(P(j\omega))$ a $\text{Im}(P(j\omega))$:

$$\text{Im}(P(j\omega)) - \text{Re}(P(j\omega)) \cdot \tan(\varphi_{\max}) = 0 \quad (3.19)$$

Řešením tedy dostáváme množinu kořenů, které jsou adepty na hledanou minimální frekvenci ω_{\min} parametrické křivky. Je nutné však vybrat pouze jediný a to ten, který splňuje všechny následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Jelikož uvažujeme fázovou bezpečnost PM pouze v intervalu $(0, 90)^\circ$, podle 3.17 musí být φ_{\max} z intervalu $(-90, 0)^\circ$, tudíž po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který leží ve IV. kvadrantu komplexní roviny.

Implementace výše popsaného způsobu výpočtu minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky je uvedena na obrázku 3.9.

¹⁰Přesněji podíly polynomů se stejným polynomem ve jmenovateli, který lze při dělení zkrátit.

¹¹V MATLABu např. pomocí příkazu `roots`.

```

% !Urceni NEJVETSI mozne FAZE prenosu reg. soustavy P tak, aby byl splnen pozadavek
% na zvolenou fazovou bezpecnost PM (pri vetsich hodnotach by byla PM prekrocena!
% i s prictenim prispevku od PI regulatoru: -90°)
arg_P_max = -180 + PM + 90; % <-- !MAXIMALNI FAZOVOY PRISPEVEK OD PI REGULATORU (-90°)
                           %      pri malych kmitoctech

% Prepoct stupnu na radiany
arg_P_max = (arg_P_max/180)*pi;

% !Vypocet MINIMALNIHO KMITOCTU, pri ktere lze jeste splnit pozadavek na zvolenou fazovou
% bezpecnost PM
wmin_koreny = roots([Im_citatele_P2 - Re_citatele_P2*tan(arg_P_max)]);

% Urceni spravneho korene - nejvyse jeden je spravny (musi byt realny a kladny + bod ve
% frekvencni charakteristice MUSI LEZET VE 4. KVADRANTU!)
for k = 1 : length(wmin_koreny)
    if isreal(wmin_koreny(k)) & (wmin_koreny(k) > 0)
        Re_P = polyval(Re_citatele_P2, wmin_koreny(k))/polyval(jmenovatel_P2, wmin_koreny(k));
        Im_P = polyval(Im_citatele_P2, wmin_koreny(k))/polyval(jmenovatel_P2, wmin_koreny(k));
        if (Re_P >= 0) & (Im_P <= 0)
            wmin = wmin_koreny(k);
        end
    end
end

```

Obrázek 3.9: Ukázka zdrojového kódu GUI aplikace

- **Výpočet maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky:**

V tomto případě využijeme frekvenční charakteristiku PI regulátoru 2.4 v oblasti vysokých frekvencí, kde se fázové zpoždění PI regulátoru blíží k 0° ($\arg C(j\omega_{PM}) = 0^\circ$). *Minimální hodnota fáze* frekvenčního přenosu regulované soustavy $P(j\omega)$ je tedy dána v tomto případě pouze požadovanou fázovou bezpečností PM:

$$\varphi_{\min} = \arg P(j\omega_{PM}) = PM - 180^\circ - 0^\circ \quad (3.20)$$

Pro nalezení maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky je nutné vyřešit stejnou polynomální rovnici 3.19 jako v předchozím případě, pouze s tím rozdílem, že za argument funkce tangens dosazujeme úhel φ_{\min} . Pro správný kořen musejí být opět splněny následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Opět uvažujeme fázovou bezpečnost PM pouze v intervalu $(0, 90)^\circ$, podle 3.20 tedy musí být φ_{\min} z intervalu $(-180, -90)^\circ$, tudíž po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který leží ve III. kvadrantu komplexní roviny.

Zdrojový kód výpočtu maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky je tedy až na drobné změny téměř shodný s tím na obrázku 3.9 a nebudu ho tedy uvádět.

- **Vyhodnocení možných výsledků při výpočtu minimální a maximální frekvence ω_{\min} a ω_{\max} parametrické křivky:**

Je zřejmé, že ne pro všechny typy regulovaných soustav $P(s)$ bude existovat minimální a maximální frekvence ω_{\min} a ω_{\max} . To je dáno tím, že frekvenční charakteristiky $P(j\omega)$ zobrazené v komplexní rovině nemusejí vůbec protínat příslušné požadované kvadranty (IV. pro ω_{\min} a III. pro ω_{\max}) v komplexní rovině.

Obecně však platí, že pokud existuje alespoň jedna z mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$, lze druhou hodnotu vhodně doplnit a návrh regulátoru provést. Pokud ale nebyla určena ani jedna z mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$, nelze návrh PI regulátoru pro tuto regulovanou soustavu $P(s)$ vůbec provést!

Ve skutečnosti tedy mohou nastat tyto **4 případy**:

- Neexistuje ω_{\min} ani $\omega_{\max} \Rightarrow$ pro tuto regulovanou soustavu $P(s)$ nelze návrh PI regulátoru provést. Jako návratovou hodnotu vracíme datový typ **Not-a-Number**: $\omega_{\min} = NaN$, $\omega_{\max} = NaN$.
- Existuje ω_{\min} ale neexistuje $\omega_{\max} \Rightarrow$ znamená to, že návrh PI regulátoru může být proveden i pro frekvence $\omega \rightarrow \infty$. Pro náš účel postačí volba: $\omega_{\max} = 3 \cdot \omega_{\min}$.
- Existuje ω_{\max} ale neexistuje $\omega_{\min} \Rightarrow$ jedná se o *astatickou soustavu s řádem astaticismu rovným jedné* a návrh PI regulátoru může být proveden i pro frekvence $\omega \rightarrow 0$. Nulovou frekvenci však nelze přímo volit, ale lze si pomoci např. minimální frekvencí, která se objeví v MATLABem vykreslené Bodeho frekvenční charakteristice pro příslušnou regulovanou soustavu $P(s)$.
- Existují ω_{\min} i $\omega_{\max} \Rightarrow$ použijí se tyto hodnoty.

Příklady všech těchto možných případů, které mohou nastat, jsou znázorněny na obrázku 3.10.

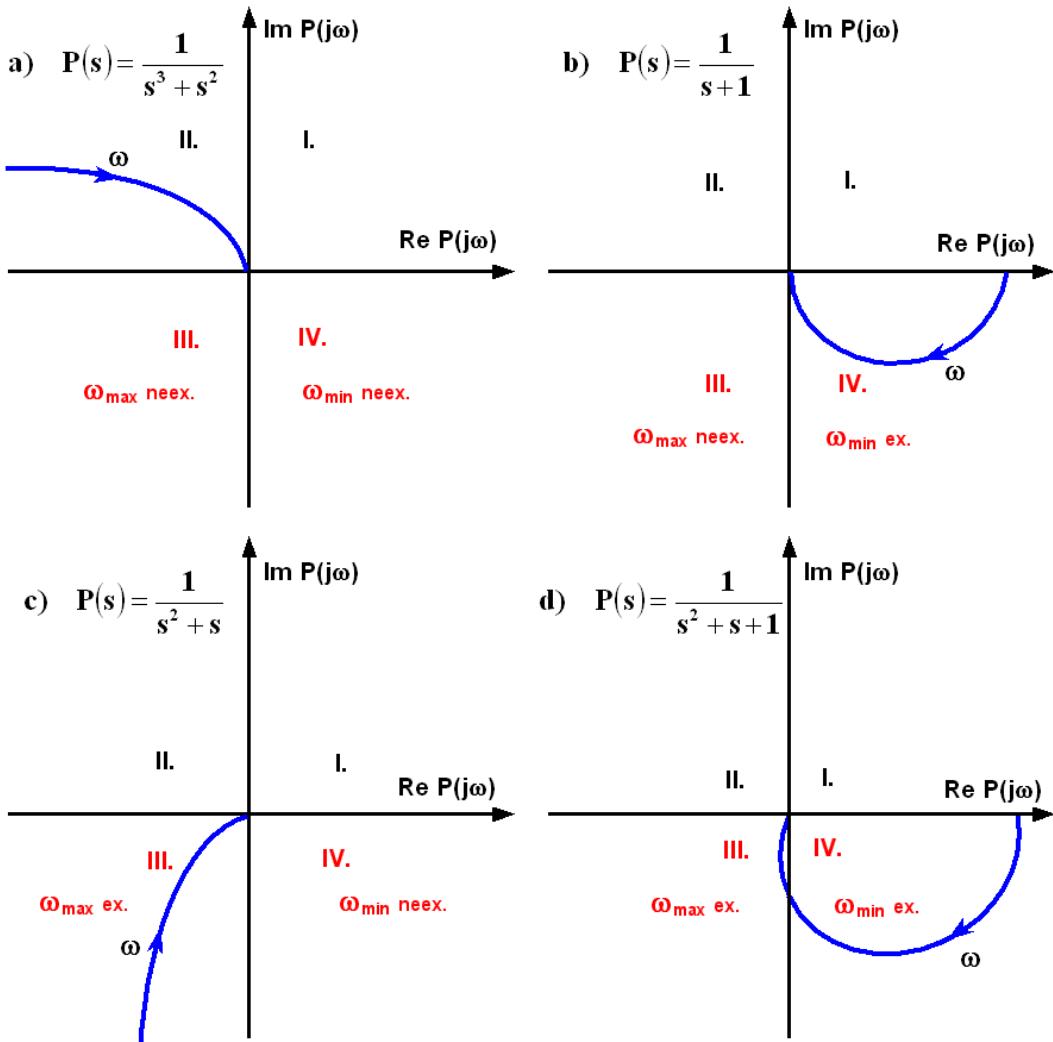
Pokud se nyní vrátíme k řešení soustavy rovnic 3.15 a 3.16, může již za frekvenci ω dosazovat konkrétní hodnoty z určeného intervalu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$ a soustavu rovnic 3.15 a 3.16 tak přepsat do tvaru:

$$k_i \cdot A(\omega) + k_p \cdot B(\omega) \stackrel{!}{=} a \quad (3.21)$$

$$k_i \cdot C(\omega) + k_p \cdot D(\omega) \stackrel{!}{=} b \quad (3.22)$$

Tu pak můžeme dále přepsat do maticového tvaru:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A(\omega) & B(\omega) \\ C(\omega) & D(\omega) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} k_i \\ k_p \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}} \quad (3.23)$$



Obrázek 3.10: 4 případy možných výsledků minimálních a maximálních frekvencí ω_{\min} a ω_{\max} parametrické křivky v závislosti na přenosu regulované soustavy $P(s)$

a nechat ji vyřešit maticovými operacemi v MATLABu výpočtem:

$$\mathbf{v} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{c} \quad (3.24)$$

Sloupcový vektor \mathbf{v} potom obsahuje vypočtené hodnoty parametrů k_i a k_p . Postupným dosazováním příslušných frekvencí ω z intervalu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$ do soustavy rovnic 3.21 a 3.22 a jejím maticovým řešením potom získáme všechny možné kombinace parametrů $k_p > 0$ a $k_i > 0$ PI regulátoru pro požadovanou fázovou bezpečnost PM, které vykreslí parametrickou křivku s parametrem ω v rovině (k_p, k_i) parametrů PI regulátoru podobné např. té na obrázku 3.8.

Zdrojový kód této části návrhu PI regulátoru je na obrázku 3.11.

```

% ***VYPOCET HODNOT PARAMETRU PI REGULATORU PRO POZADOVANOU FAZOVOU BEZPECNOST PM RESENIM SOUSTAVY ROVMIC***
%
% ki*(Re_citatele_L_s_ki2/jmenovatel_L) + kp*(Re_citatele_L_s_kp2/jmenovatel_L) = a ~ ki*A + kp*B = a
% ki*(Im_citatele_L_s_ki2/jmenovatel_L) + kp*(Im_citatele_L_s_kp2/jmenovatel_L) = b ~ ki*C + kp*D = b

ki = [];
kp = [];

% RESENI DANE SOUSTAVY ROVMIC DOSAZOVANIM FREKVENCI w = WPM Z INTERVALU <wmin, wmax>, PRO KTERE
% LZE NAVRH PI REGULATORU PROVEST TAK, ABY VYSLO kp A ki Kladne!
for wPM = rozsah_wPM
    A = polyval(Re_citatele_L_s_ki2, wPM)/polyval(jmenovatel_L, wPM);
    B = polyval(Re_citatele_L_s_kp2, wPM)/polyval(jmenovatel_L, wPM);

    C = polyval(Im_citatele_L_s_ki2, wPM)/polyval(jmenovatel_L, wPM);
    D = polyval(Im_citatele_L_s_kp2, wPM)/polyval(jmenovatel_L, wPM);

    M = [A B; C D];
    c = [a; b];
                % v = [ki; kp]
    v = M^-1*c;           % M*v = c => v = M^-1*c

    ki = [ki v(1)];
    kp = [kp v(2)];
end

```

Obrázek 3.11: Ukázka zdrojového kódu GUI aplikace

Co se týče vlastní realizace návrhu PI regulátoru v MATLABu, tak pro určování *realních* a *imaginárních složek* vstupního polynomu s proměnnou s (např. čitatele nebo jmenovatele přenosu reg. soustavy $P(s)$) byla implementována vlastní funkce `ReImPolynom.m`. Pro roznásobování polynomů s proměnnou ω ve frekvenčním přenosu $L(j\omega)$ byla použita funkce `conv`. Pro určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ byla implementována vlastní funkce `Rozsah_wPM_PI.m` a pro dosazování konkrétních hodnot frekvencí $\omega = \omega_{PM}$ z intervalu $\langle\omega_{\min}, \omega_{\max}\rangle$ do příslušných polynomů s proměnnou ω byla použita funkce `polyval`.

Zdrojový kód, který zahrnuje celý výše zmíněný postup návrhu PI regulátoru podle požadované fázové bezpečnosti PM je obsahem funkce `Navrh_PI_pro_PM.m`.

3.3.2 Návrh podle požadované amplitudové bezpečnosti GM

Návrh PI regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti GM je v principu úplně stejný jako předchozí návrh. Hlavní rozdíl spočívá především v tom, že jako „tvarující“ bod X v rovině Nyquistovy křivky $L(j\omega)$ je zde vybrán ten, který odpovídá požadované amplitudové bezpečnosti GM:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(X) &= -\frac{1}{GM} = a \\ \operatorname{Im}(X) &= 0 = b \\ \rightarrow X &= a + jb \end{aligned}$$

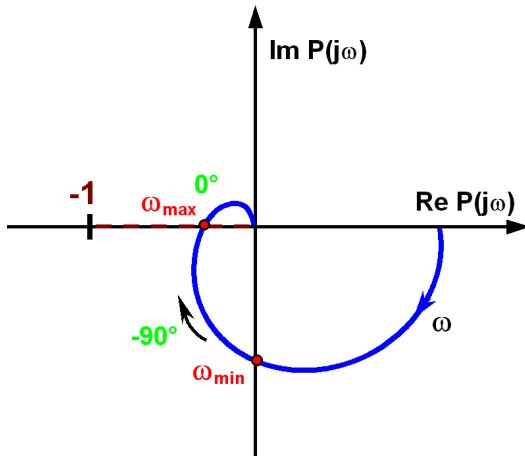
Amplitudová bezpečnost GM se pohybuje v intervalu $(1, \infty)$, tudíž „tvarující“ bod X leží na úsečce, která vytyčuje poloměr jednotkové kružnice ve směru záporné reálné osy komplexní roviny.

K nalezení všech kombinací parametrů $k_p > 0$ a $k_i > 0$ PI regulátoru s přenosem 3.9 je nutné opět řešit soustavu rovnic 3.21 a 3.22, do které se opět postupně dosazují konkrétní hodnoty frekvencí ω z intervalu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$. Způsob určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ je zde však poněkud odlišný.

Opět vycházíme z předpokladu, že známe model regulované soustavy $P(s)$ (resp. jeho frekvenční přenos $P(j\omega)$ viz. vztah 3.13) a víme, jaké maximální a minimální fázové zpoždění je schopen PI regulátor frekvenční charakteristice regulované soustavy $P(s)$ přidat. Tentokrát však výpočet hledaných mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ provádíme zcela nezávisle na požadované amplitudové bezpečnosti GM. Stačí si totiž uvědomit, že fázový příspěvek PI regulátoru se pohybuje v intervalu $(-90^\circ, 0^\circ)$ a toho využít.

- Výpočet minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky:

PI regulátor je tedy při velmi malých frekvencích ω schopen maximálně fázově posunout bod frekvenční charakteristiky $P(j\omega)$, který leží na záporné imaginární ose komplexní roviny tak, aby se fázovým posuvem ještě dostal na zápornou reálnou osu komplexní roviny, kde definujeme požadovanou amplitudovou bezpečnost GM (fázový posun -90°). To naznačuje i následující obrázek 3.12.



Obrázek 3.12: Princip nalezení mezních frekvencí ω_{\min} a ω_{\max} parametrické křivky při návrhu PI regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti GM

Nalezením takového bodu tedy získáme hledanou mezní frekvenci ω_{\min} a pro frekvenci $\omega = \omega_{\min}$ musí tedy platit:

$$\operatorname{Re}(P(j\omega)) = 0 \quad (3.25)$$

Polynomiální rovnice 3.25 s neznámou proměnnou ω může mít obecně zase několik řešení, a proto je nutné vybrat to, které splňuje následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný

- b) Po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který má zápornou imaginární část.

- **Výpočet maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky:**

Pro nalezení mezní frekvence ω_{\max} využijeme fázovou frekvenční charakteristiku PI regulátoru v oblasti vysokých frekvencí, kde se fázové zpoždění PI regulátoru blíží 0° . Vezmeme tedy takový bod frekvenční charakteristiky $P(j\omega)$, který leží přímo na záporné reálné ose komplexní roviny (viz. obrázek 3.12) a pro frekvenci $\omega = \omega_{\max}$ tedy musí platit:

$$\text{Im}(P(j\omega)) = 0 \quad (3.26)$$

Kořen polynomiální rovnice 3.26 s neznámou proměnnou ω musí obdobně splňovat následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který má zápornou reálnou část.

Klasifikace možných výsledků návrhu PI regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti GM v závislosti na existenci mezních frekvencí ω_{\min} a ω_{\max} je stejná jako u předchozího návrhu PI regulátoru podle požadované fázové bezpečnosti PM (viz. 4 možné případy).

Pro určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ na tomto principu byla v MATLABu implementována funkce `Rozsah_wGM_PI.m` a celý návrh PI regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti GM je obsahem funkce `Navrh_PI_pro_GM.m`.

3.4 Návrh PD regulátoru v GUI aplikaci

3.4.1 Volba filtru k PD regulátoru

Typ filtru, který byl pro návrh PD regulátoru použit je přesně ten popsáný v kapitole 2.2.4, kde jsou uvedeny i jeho hlavní výhody použití oproti samotnému PD regulátoru. Přenos samotného filtru („zpožďovače 1. řádu“) vypadá následovně:

$$F(s) = \frac{1}{1 + T_f s} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_f}} \quad (3.27)$$

Aby návrh PD regulátoru s tímto filtrem nebyl příliš komplikovaný, byl vybrán takový typ filtru (resp. jeho parametry), které příliš neovlivní návrh samotného PD regulátoru podle požadované amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM a přesto byly zachovány

výhody použití tohoto filtru. Jeho *zlomová frekvence* ω_f tedy byla zvolena jako desetinásobek frekvence ω_{PM} nebo ω_{GM} , která odpovídá bodu požadované amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM:

$$\omega_f = 10 \cdot \omega_{PM/GM} \quad (3.28)$$

Potom totiž zároveň také platí, že:

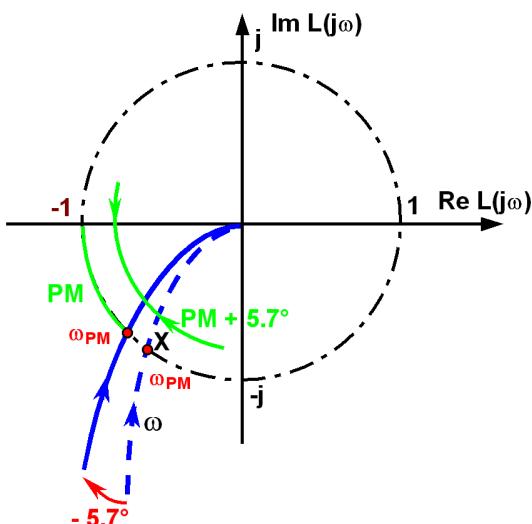
$$\omega_{PM/GM} = \frac{\omega_f}{10} \quad (3.29)$$

Z amplitudové frekvenční charakteristiky přenosu 3.27 vyplývá, že amplituda se na desetině zlomové frekvence ω_f blíží k 0 dB. Z asymptotické fázové frekvenční charakteristiky přenosu 3.27 by se sice mohlo zdát, že fáze dosahuje také na desetině zlomové frekvence ω_f hodnoty 0° , ve skutečnosti je zde však určité malé fázové zpoždění: $-5,7^\circ$, se kterým je dobré kvůli přesnosti návrhu počítat.

3.4.2 Návrh podle požadované fázové bezpečnosti PM

Postup návrhu PD regulátoru s filtrem podle požadované fázové bezpečnosti PM je velice podobný způsobu návrhu PI regulátoru podle PM (kapitola 3.3.1). Opět máme zadaný „tvarující“ bod X, který odpovídá požadované fázové bezpečnosti PM.

Tentokrát je však nutné počítat i s vlivem filtru PD regulátoru, tedy jeho fázovým příspěvkem $-5,7^\circ$, o který se změní fáze frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$ na frekvenci ω_{PM} , když přidáme k navrženému PD regulátoru výše popsaný typ filtru. Je tedy nutné nejprve přičíst fázi $+5.7^\circ$, abychom se po přidání filtru dostali zpátky na požadovanou fázovou bezpečnost PM, jak je naznačeno na obrázku 3.13.



Obrázek 3.13: Vliv filtru PD regulátoru na tvarovaní frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$ při návrhu podle požadované fázové bezpečnosti PM

Souřadnice „tvarujícího“ bodu X tedy vypadají následovně:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(X) &= -\cos(PM + 5.7^\circ) = a \\ \operatorname{Im}(X) &= -\sin(PM + 5.7^\circ) = b \\ \rightarrow X &= a + jb\end{aligned}$$

Hlavní rozdíl je dále v tom, že nyní počítáme s frekvenčním přenosem PD regulátoru, tedy:

$$C(j\omega) = k_p + k_d j\omega \quad (3.30)$$

a hledáme tedy všechny *všechny kombinace parametrů* $k_p > 0$ a $k_d > 0$, které zajistí požadovanou fázovou bezpečnost PM. Musí tedy opět platit:

$$L(j\omega) = C(j\omega) \cdot P(j\omega) \stackrel{!}{=} a + jb \quad (3.31)$$

Ekvivaletními úpravami jako u PI regulátoru lze dostat následující soustavu rovnic:

$$k_p \cdot A(\omega) + k_d \cdot B(\omega) \stackrel{!}{=} a \quad (3.32)$$

$$k_p \cdot C(\omega) + k_d \cdot D(\omega) \stackrel{!}{=} b \quad (3.33)$$

Je však nutné opět dosazovat vhodné frekvence $\omega = \omega_{PM}$ z předem určeného intervalu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$. Postup určování mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ je analogický jako při návrhu PI regulátoru podle požadované fázové bezpečnosti PM. Tentokrát však vycházíme z frekvenční charakteristiky PD regulátoru (bez filtru) - obrázek 2.6.

- **Výpočet minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky:**

Z frekvenční charakteristiky PD regulátoru víme, že pro velmi malé frekvence se fázové zpoždění blíží 0° (při vyšších frekvencích dokonce PD regulátor posouvá fázi vpřed). *Máximální hodnota fáze* frekvenčního přenosu regulované soustavy $P(j\omega)$ je tedy dána pouze požadovanou fázovou bezpečností PM:

$$\varphi_{\max} = \arg P(j\omega_{PM}) = PM - 180^\circ - 0^\circ \quad (3.34)$$

Pro nalezení minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky je nutné opět řešit polynomickou rovnici:

$$\operatorname{Im}(P(j\omega)) - \operatorname{Re}(P(j\omega)) \cdot \tan(\varphi_{\max}) = 0 \quad (3.35)$$

a opět je nutné vybrat pouze jediný vyhovující kořen, pro který jsou splněny následující podmínky:

- Je to kořen reálný a kladný

- b) Jelikož uvažujeme fázovou bezpečnost PM pouze v intervalu $(0, 90)^\circ$, podle 3.34 tedy musí být φ_{\max} z intervalu $(-180, -90)^\circ$, tudíž po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který leží ve III. kvadrantu komplexní roviny.

- **Výpočet maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky:**

Analogicky pro nalezení mezní frekvence ω_{\max} využijeme fázovou frekvenční charakteristiku PD regulátoru v oblasti vysokých frekvencí, kde PD regulátor přidává max. fázi $+90^\circ$ ($\arg C(j\omega_{PM}) = +90^\circ$). *Minimální hodnota fáze* frekvenčního přenosu regulované soustavy $P(j\omega)$, pro kterou PD regulátor ještě zaručí požadovanou fázovou bezpečnost PM, je potom dána vztahem:

$$\varphi_{\min} = \arg P(j\omega_{PM}) = PM - 180^\circ - 90^\circ \quad (3.36)$$

Pro nalezení maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky opět řešíme polynomiální rovnici 3.35, tentokrát ale s argumentem funkce tangens rovným úhlu φ_{\min} podle 3.36 a pro nalezený kořen musí platit následující:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Jelikož uvažujeme fázovou bezpečnost PM pouze v intervalu $(0, 90)^\circ$, podle 3.36 tedy musí být φ_{\min} z intervalu $(-270, -180)^\circ$, tudíž po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který leží ve II. kvadrantu komplexní roviny.

Pro určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ na tomto principu byla v MATLABu implementována funkce `Rozsah_wPM_PD.m` a celý návrh PD regulátoru s filtrem podle požadované fázové bezpečnosti PM je obsahem funkce `Navrh_PD_pro_PM.m`.

3.4.3 Návrh podle požadované amplitudové bezpečnosti GM

Postup návrhu PD regulátoru s filtrem podle požadované amplitudové bezpečnosti GM je velice podobný způsobu návrhu PI regulátoru podle GM (kapitola 3.3.2). Opět máme zadaný „tvarující“ bod X' , který odpovídá požadované amplitudové bezpečnosti GM:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(X') &= -\frac{1}{GM} = a' \\ \operatorname{Im}(X') &= 0 = b' \\ \rightarrow X' &= a' + jb' \end{aligned}$$

Opět je však dobré počítat i s vlivem filtru PD regulátoru, tedy jeho fázovým příspěvkem $-5,7^\circ$, o který se změní fáze frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$ na frekvenci ω_{GM} , když přidáme k navrženému PD regulátoru výše popsaný typ filtru.

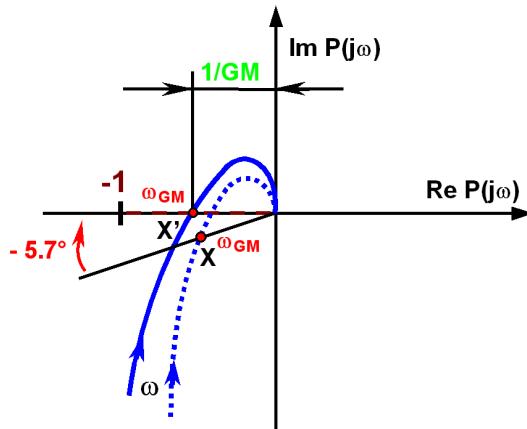
Ke kompenzaci vlivu filtru PD regulátoru můžeme využít rotace bodu X' o úhel $+5.7^\circ$ kolem počátku souřadnic komplexní roviny. Definujeme tedy rotační matici R:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(5.7^\circ) & -\sin(5.7^\circ) \\ \sin(5.7^\circ) & \cos(5.7^\circ) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Rotací bodu X' o úhel $+5.7^\circ$ kolem počátku souřadnic komplexní roviny tedy dostaváme souřadnice nového „tvarujícího“ bodu X, které vypočteme jako:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Po přidání filtru k navrženému PD regulátoru se tedy „tvarující“ bod X vratí zpět (o úhel -5.7°) na požadované souřadnice bodu X' na záporné reálné ose komplexní roviny, jak je naznačeno na obrázku 3.14.



Obrázek 3.14: Vliv filtru PD regulátoru na tvarovaní frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$ při návrhu podle požadované amplitudové bezpečnosti GM

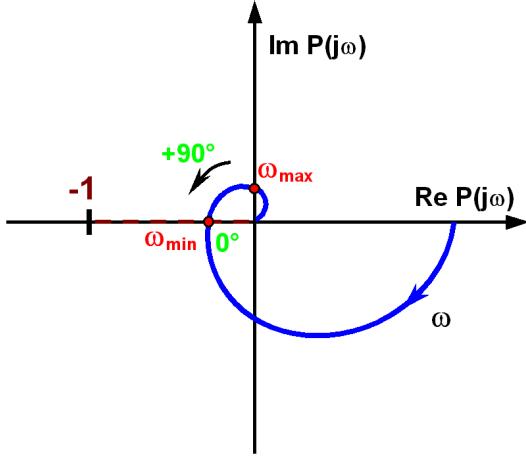
K nalezení *všech kombinací parametrů* $k_p > 0$ a $k_d > 0$ PD regulátoru je nutné opět řešit soustavu rovnic 3.32 a 3.33, do které se opět postupně dosazují konkrétní hodnoty frekvencí ω z intervalu $\langle \omega_{\min}, \omega_{\max} \rangle$. Způsob určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ je podobný jako u návrhu PI regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti.

Opět vycházíme z předpokladu, že známe model regulované soustavy $P(s)$ (resp. jeho frekvenční přenos $P(j\omega)$ viz. vztah 3.13) a víme, jaké maximální a minimální fázové zpoždění je schopen PD regulátor frekvenční charakteristice regulované soustavy $P(s)$ přidat. Lze tedy využít toho, že fázový příspěvek PD regulátoru se pohybuje v intervalu $(0, +90)^\circ$.

- **Výpočet minimální frekvence ω_{\min} parametrické křivky:**

Pro nalezení mezní frekvence ω_{\min} využijeme fázovou frekvenční charakteristiku PD regulátoru v oblasti nízkých frekvencí, kde se fázové zpoždění PD regulátoru blíží 0° . Vezmeme

tedy takový bod frekvenční charakteristiky $P(j\omega)$, který leží přímo na záporné reálné ose komplexní roviny. To naznačuje i následující obrázek 3.15.



Obrázek 3.15: Princip nalezení mezních frekvencí ω_{\min} a ω_{\max} parametrické křivky při návrhu PD regulátoru podle požadované amplitudové bezpečnosti GM

Nalezením takového bodu tedy získáme hledanou mezní frekvenci ω_{\min} a pro frekvenci $\omega = \omega_{\min}$ musí tedy platit:

$$\text{Im}(P(j\omega)) = 0 \quad (3.39)$$

Polynomiální rovnice 3.39 s neznámou proměnnou ω může mít obecně zase několik řešení, a proto je nutné vybrat to, které splňuje následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který má *zápornou reálnou část*.
- **Výpočet maximální frekvence ω_{\max} parametrické křivky:**

Pro nalezení mezní frekvence ω_{\max} využijeme fázovou frekvenční charakteristiku PD regulátoru v oblasti vysokých frekvencí, kde je PD regulátor schopen maximálně fázově posunout bod frekvenční charakteristiky $P(j\omega)$, který leží na kladné imaginární ose komplexní roviny tak, aby se fázovým posuvem ještě dostal na zápornou reálnou osu komplexní roviny, kde definujeme požadovanou amplitudovou bezpečnost GM (fázový posun $+90^\circ$, viz. obrázek 3.15) a pro frekvenci $\omega = \omega_{\max}$ tedy musí platit:

$$\text{Re}(P(j\omega)) = 0 \quad (3.40)$$

Kořen polynomiální rovnice 3.40 s neznámou proměnnou ω musí obdobně splňovat následující podmínky:

- a) Je to kořen reálný a kladný
- b) Po dosazení tohoto kořene do frekvenčního přenosu $P(j\omega)$ musí vyjít bod frekvenční charakteristiky, který má *kladnou imaginární část*.

Pro určení mezních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ na tomto principu byla v MATLABu implementována funkce `Rozsah_wGM_PD.m` a celý návrh PD regulátoru s filtrem podle požadované amplitudové bezpečnosti GM je obsahem funkce `Návrh_PD_pro_GM.m`.

Kapitola 4

Uživatelský popis vytvořené GUI aplikace

4.1 GUIDE - nástroj pro interaktivní tvorbu grafického rozhraní v MATLABu

Jak již bylo psáno v úvodu bakalářské práce, vlastní grafické uživatelské rozhraní pro návrh PID regulátorů bylo vytvořeno pomocí nástroje zvaného GUIDE (Graphical User Interface Development Environment), který je součástí systému MATLAB.

Jedná se o jakéhosi průvodce (určitý typ vývojového prostředí) určeného pro *interaktivní tvorbu grafického rozhraní*, který obsahuje všechny základní grafické objekty typu `uicontrol`¹², kterými je možno ovládat běh aplikace, nebo např. `Axes` jakožto základní objekt pro kreslení grafů.

Vlastní tvorba grafického rozhraní potom probíhá tak, že si uživatel z těchto komponent vybírá ty, které potřebuje, myší je umisťuje na hlavní plochu základního objektu `Figure` a interaktivním způsobem zadává jejich parametry. Není tedy potřeba žádné „ruční“ definování nejrůznějších vlastností jednotlivých objektů jako je např. pozice objektu, velikost, barva apod., což značně ulehčuje práci při návrhu GUI aplikace.

Takto vytvořený vzhled grafického rozhraní ukládá GUIDE zvlášť do samostatného souboru s příponou `.fig`. Dále GUIDE také automaticky generuje základní zdrojový kód pro ovládání těchto komponent, který ukládá do souboru s příponou `.m`¹³.

Jistou nevýhodou při použití tohoto nástroje však může být to, že zdrojový kód nemusí a často ani není optimální. Systém GUIDE produkuje delší zdrojové texty a také poněkud odlišnou strukturu celého kódu, na niž si musí uživatel zvyknout.

¹²Mezi něž patří např.: `Push Button`, `Edit Text`, `Pop-up menu`, `ListBox` aj.

¹³V našem případě byly vygenerovány hlavní zdrojové soubory GUI aplikace → `GUI_Navrh_PID.m`, `GUI_Navrh_PID.fig`.

4.1.1 Systém Handle Graphics

Základním prostředkem pro práci s grafickými objekty v MATLABu je systém Handle Graphics. Jde o grafický systém, implementovaný do systému MATLABu, s jehož pomocí lze efektivně pracovat s grafickými objekty. Zahrnuje příkazy pro 2D a 3D vizualizaci dat, zpracování signálů, animaci a grafiku obecně.

Při práci s grafickými objekty je nutné si nejprve uvědomit, že systém Handle Graphics využívá určitou *hierarchii grafických objektů*, která určuje vzájemnou organizaci a podřízenost mezi jednotlivými objekty tak, jak je naznačeno na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Hierarchie základních grafických objektů systému MATLAB

Nejvýše stojí objekt **Root** (odpovídá obrazovce počítače), kterému jsou podřízeny všechny ostatní grafické objekty. Objektu **Figure** (okno, ve kterém se zobrazuje grafika a uživatelský interface) jsou dále podřízeny grafické objekty **Axes** a ostatní grafické objekty shrnuté do společného názvu **UI Objects**.

Základní jednotkou pro práci s těmito grafickými objekty je potom tzv. *Handle*, který by se dal definovat takto:

- Jde o proměnnou, která je při vytvoření grafického objektu naplněna číslem, jež jednoznačně identifikuje grafický objekt.
- Každý grafický objekt má jiný Handle.
- Pomocí Handle lze dále ovládat grafické objekty, tzn. zjišťovat/nastavovat vlastnosti grafických objektů s využitím metod `get`/`set`¹⁴. Tyto vlastnosti je pak možné dynamicky přenastavovat za běhu aplikace.

S ohledem na rozsah této práce i rozsah samotného kódu¹⁵ nemá smysl dále příliš komentovat podrobnosti ohledně implementace jednotlivých částí této navržené GUI aplikace ve smyslu návrhu samotného grafického rozhraní.

¹⁴Seznam vlastností lze pro každý grafický objekt zjistit např. pomocí Interaktivního helpu MATLABu: stisk F1 -> MATLAB -> Handle Graphics Object Properties.

¹⁵Zdrojový soubor `GUI_Navrh_PID.m` obsahuje více než 3000 řádek kódu, i když je z velké části generovaný pomocí interaktivního prostředí GUIDE.

Jedná se především o jednoduché interakce mezi jednotlivými grafickými objekty, které zajišťují příslušné *Callback funkce* volané při aktivaci jednotlivých grafických objektů (např. při stisku tlačítka - Push Button apod.).

Callback funkce jako vstupní parametry obsahují vždy Handle objektu, který příslušnou Callback funkci vyvolal a dále strukturu Handles, která obsahuje hodnoty Handle všech komponent obsažených v GUI. Do této struktury lze ukládat i vlastní data, která lze mezi jednotlivými Callback funkcemi dále sdílet.

Všechny zdrojové kódy, které jsou také obsahem CD (viz. příloha A), jsou poměrně podrobně komentovány a nebo si lze vždy minimálně vyžádat alespoň stručnou návodnost k dané funkci pomocí příkazu `help` k danému `.m` filu.

Na závěr této podkapitoly bych rád zmínil jednu velice zdařilou příručku pro tvorbu grafických uživatelských rozhraní [2], která velice jednoduchým způsobem na konkrétních příkladech objasňuje problematiku právě tvorby jednoduchých grafických rozhraní.

Dále lze využít např. originální avšak poměrně rosnoucí příručku od tvůrců MATLABu (Creating Graphical User Interfaces), která je také obsahem přiloženého CD.

4.2 Struktura navržené GUI aplikace

Struktura navržené GUI aplikace je naznačena na obrázku 4.2.

Tvorba aplikace probíhala tak, že byly nejprve implementovány vlastní návrhové funkce pro návrh PI a PD regulátoru s filtrem a to buď podle požadované amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM.

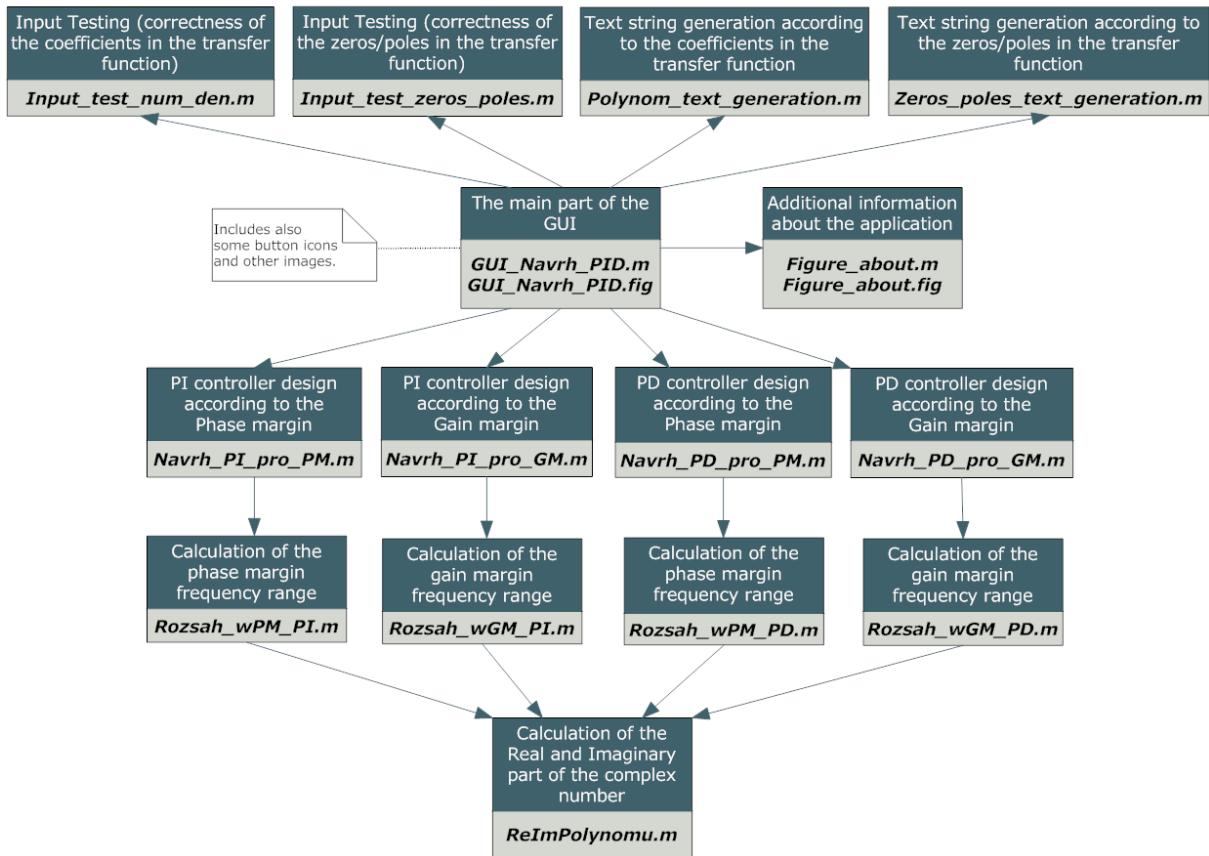
Jejich úkolem je jako výstupní parametry předat hlavní funkci grafického rozhraní (`GUI_Navrh_PID.m`) všechny kombinace parametrů k_p , k_i (k_d), které zajišťují požadovanou amplitudovou nebo fázovou bezpečnost GM/PM. V případě PD regulátoru s filtrem se ještě navíc jedná o předání časové konstanty T_f navrženého filtru k příslušné kombinaci parametrů k_p , k_d .

Návrhové funkce (`Navrh_PI_pro_PM.m`, `Navrh_PI_pro_GM.m`, `Navrh_PD_pro_PM.m` nebo `Navrh_PD_pro_GM.m`) a k nim příslušející algoritmy hledání minimálních a maximálních frekvencí $\omega_{\min}/\omega_{\max}$ parametrické křivky (`Rozsah_wPM_PI.m`, `Rozsah_wGM_PI.m` pro PI regulátor a `Rozsah_wPM_PD.m`, `Rozsah_wGM_PD.m` pro PD regulátor s filtrem) již byly popsány v předchozí kapitole (podkapitoly 3.3 a 3.4).

Nyní si ještě stručně představme ostatní funkce, které byly v souvislosti s navrženým grafickým rozhraním implementovány:

- `Figure_about.m`: Jedná se o jednoduché modální okno s doplňujícími informacemi o vytvořené GUI aplikaci.

Project diagram - GUI for PID controllers design

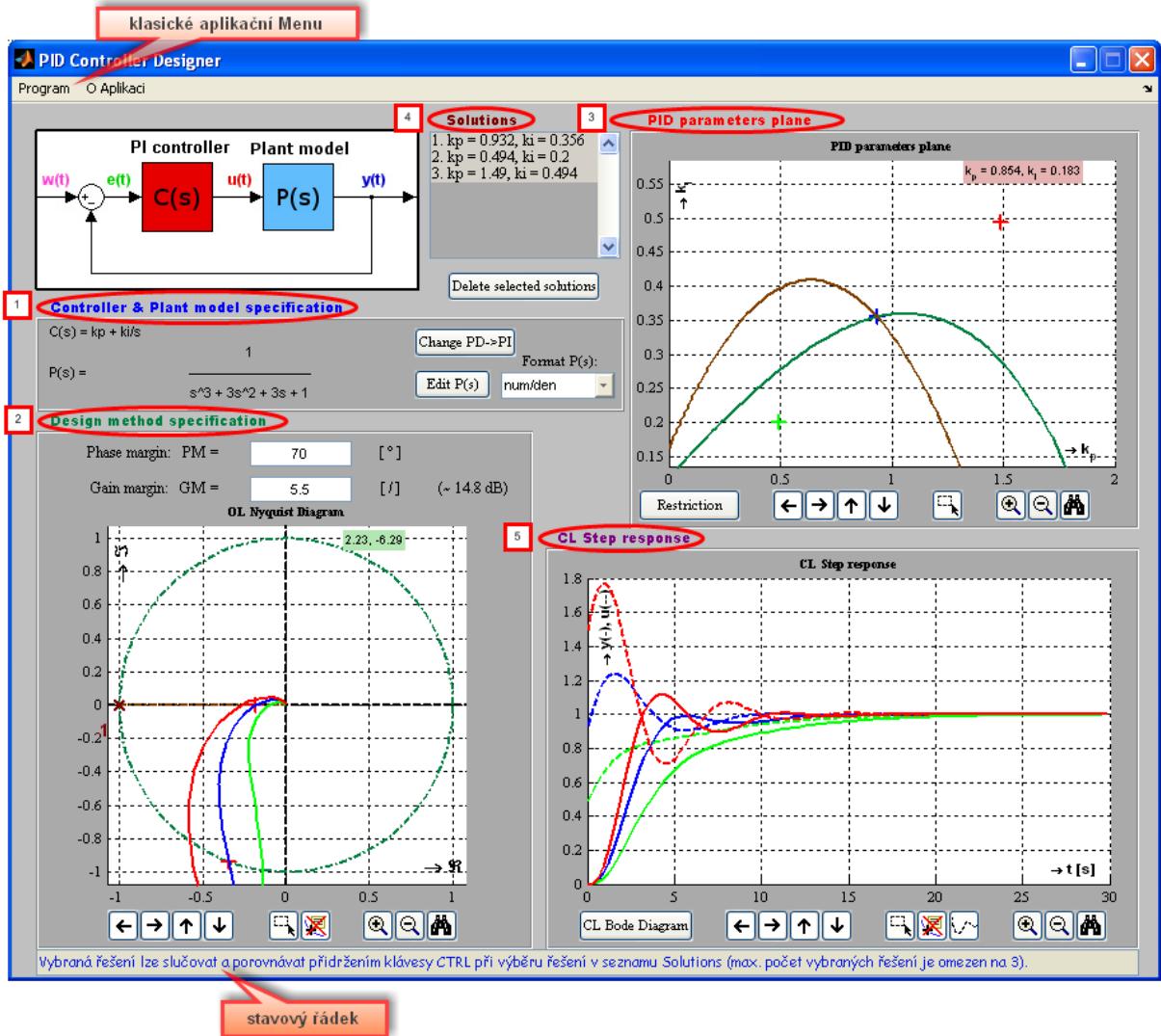


Obrázek 4.2: Struktura navržené GUI aplikace

- `Input_test_num_den.m`: Funkce pro otestování správného vstupu při zadávání koeficientů přenosu regulované soustavy $P(s)$. V této funkci se testuje nejen *správný formát vstupních dat*¹⁶, ale například i *stabilita systému*, tak jak již bylo ukázáno na obrázku 3.5.
- `Input_test_zeros_poles.m`: Funkce pro otestování správného vstupu při zadávání nul/polů přenosu regulované soustavy $P(s)$. Opět se testuje nejen *správný formát vstupních dat*, ale například i *stabilita systému*.
- `Polynom_text_generation.m`: Funkce pro vygenerování textového řetězce ve tvaru polynomu s operátorem s podle příslušných vstupních koeficientů tohoto polynomu.
- `Zeros_poles_text_generation.m`: Funkce pro vygenerování textového řetězce ve tvaru součinu kořenových činitelů (nul/pólů) s operátorem s s možným vytknutým astatismem a zesílením přenosu regulované soustavy $P(s)$.

¹⁶Musí se jednat o posloupnost reálných čísel oddělených mezerami.

Nyní tedy stručně popišme prostředí vytvořeného grafického rozhraní pro návrh PI regulátorů a PD regulátorů s filtrem podle požadované amplitudové nebo fázové bezpečnosti GM/PM - obrázek 4.3.



Obrázek 4.3: Celkový pohled na vytvořené GUI

Vidíme zde, že plocha grafického okna je rozdělena do několika základních oblastí¹⁷. Těmto oblastem bylo přiděleno pořadí, v jakém s nimi běžný uživatel během návrhu zvoleného typu regulátoru přiblížně přijde do styku. Tyto základní oblasti si zde nejprve stručně představíme:

1. Controller & Plant model specification

Jde o oblast, ve které si lze zvolit požadovaný *typ navrhovaného regulátoru* (PI

¹⁷Většinou jde o grafické objekty typu Panel.

regulátor/PD regulátor s filtrem) a ve které lze definovat *přenos regulované soustavy* $P(s)$. To je možné jedním z následujících dvou způsobů:

- Pomocí odpovídajících tlačítek **Change PD->PI** resp. **Edit P(s)**.
- Pomocí interaktivního obrázku zpětnovazební smyčky tak, že myší klikneme na blok s přenosem, který chceme měnit ($C(s)/P(s)$).

Způsob, jakým budeme definovat *přenos regulované soustavy* $P(s)$, lze změnit pomocí rozbalovacího menu umístěného vedle tlačítka. Jsou k dispozici následující dva formáty:

- num/den:** Definují se konstanty čitatele a jmenovatele přenosu regulované soustavy $P(s)$.
- zeros/poles/gain:** Definují se nuly, póly a zesílení přenosu regulované soustavy $P(s)$.

Mezi těmito dvěma formami zápisu přenosu regulované soustavy $P(s)$ lze vždy plynule přecházet.

2. Design method specification

V této oblasti se definují obecné požadavky na *tvar frekvenční charakteristiky otevřené smyčky* $L(j\omega)$ pomocí již zmíněných „tvarujících“ bodů (viz. kapitola 3.2.2). Volbou těchto bodů na části jednotkové kružnice ve 3. kvadratu komplexní roviny resp. na záporné reálné poloosě v intervalu $(0, -1)$ lze jednoduše specifikovat požadovanou *amplitudovou* resp. *fázovou bezpečnost* GM/PM.

Tento „tvarující“ bod lze definovat dvojím způsobem:

- Přímo kliknutím myši na požadované místo v komplexní rovině.
- Vyplněním velikosti požadované amplitudové resp. fázové bezpečnosti do příslušného textového pole.

Při pohybu myši v komplexní rovině se v pravé horní části grafu zobrazují aktuální souřadnice kurzoru myši. Pokud je kurzorem myši najeto dostatečně blízko výběrové oblasti, zobrazí se vedle aktuálních souřadnic také informace o odpovídající velikosti amplitudové resp. fázové bezpečnosti GM/PM.

Ať už je bod definován jakýmkoliv způsobem, vždy dojde k doplnění ekvivalentní informace o velikost amplitudové¹⁸ resp. fázové bezpečnosti k příslušnému „tvarujícímu“ bodu nebo k dokreslení odpovídajícího „tvarujícího“ bodu při zadávání návrhových požadavků pomocí textových polí.

¹⁸U amplitudové bezpečnosti dochází rovněž k vypsaní velikosti GM v dB.

Po takovémto definování návrhových požadavků se provede **návrh zvoleného typu regulátoru** voláním příslušné návrhové funkce¹⁹, což vede k vykreslení nové *parametrické křivky* v oblasti **PID parameters plane** reprezentující všechny možné kombinace parametrů regulátoru k_p , k_i (k_d), které splňují požadovanou amplitudovou resp. fázovou bezpečnost GM/PM.

Mimo jiné tato oblast také obsahuje velice užitečná tlačítka pro základní ovládání grafu:

1. -4. tlačítka: posun grafu ve všech 4 základních směrech při zachování měřítka
5. tlačítka: manuální volba přiblížení grafu pomocí tahnutí myši v grafu.
6. tlačítka: aktivace *datového kurzoru*²⁰
7. tlačítka: zvětšení měřítka grafu (zoom in)
8. tlačítka: zmenšení měřítka grafu (zoom out)
9. tlačítka: automatická volba měřítka (autoscale)

3. PID parameters plane

Pro použití této oblasti musí být zadán alespoň jeden „tvarující“ bod v oblasti **Design method specification**. Každému „tvarujícímu“ bodu odpovídá jedna parametrická křivka.

Hlavním úkolem v této oblasti je to, aby si uživatel sám zvolil parametry nově navrhovaného typu regulátoru, přičemž se může ale nemusí držet doposud definovaných požadavků na navrhovaný typ regulátoru. Může tedy zvolit jedno z následujících řešení:

- a) Vybrat bod, který leží na jedné z vykreslených parametrických křivek, čímž bude splněna požadovaná amplitudová resp. fázová bezpečnost GM/PM a Nyquistova křivka otevřené smyčky $L(j\omega)$ tedy bude procházet odpovídajícím „tvarujícím“ bodem.
- b) Vybrat bod, který leží na průsečíku obou parametrických křivek (pokud existuje), čímž bude splněna jak požadovaná amplitudová bezpečnost GM tak i požadovaná fázová bezpečnost PM a Nyquistova křivka otevřené smyčky $L(j\omega)$ tedy bude procházet oběma „tvarujícími“ body.
- c) Vybrat bod, který leží mimo vykreslené parametrické křivky, přičemž nebude přesně splněna ani požadovaná amplitudová bezpečnost GM ani požadovaná fázová bezpečnost PM (budou buď vyšší nebo nižší) a Nyquistova křivka otevřené smyčky $L(j\omega)$ tedy nebude procházet žádným z „tvarujících“ bodů.

¹⁹Navrh_PI_pro_PM.m, Navrh_PD_pro_GM.m apod.

²⁰Tlačítka je aktivní pouze tehdy, pokud je vykreslena alespoň jedna Nyquistova křivka otevřené smyčky $L(j\omega)$.

Aktuální souřadnice kurzoru myši jsou opět zobrazovány v pravé horní části grafu. Takto lze vybrat maximálně 3 možné kombinace parametrů regulátoru k_p , k_i (k_d). Lze tedy vlastně provést 3 různé návrhy vybraného typu regulátoru, které lze dále vzájemně porovnávat.

Bezprostředně po výběru nějakého bodu v rovině parametrů regulátoru (**PID parameters plane**) dochází k:

- a) Vypsání nalezených parametrů navrhovaného typu regulátoru (opsáním souřadnic zvoleného bodu) do grafického objektu typu **ListBox** v oblasti **Solutions**.
- b) Vykreslení Nyquistovy křivky otevřené smyčky $L(j\omega)$ s navrženým regulátorem v oblasti **Design method specification**.
- c) Vykreslení přechodové charakteristiky uzavřené smyčky $T(s)$ regulované veličiny $y(t)$ i s průběhem akční veličiny $u(t)$ v oblasti **CL Step response**.

Kromě již známých tlačítek pro základní ovládání grafu se v této oblasti nachází také tlačítko **Restriction**. To slouží k *definování požadované maximální ustálené regulační odchylky na: jednotkový skok žádané hodnoty $w(t)$* v případě PD regulátoru s filtrem/rampou žádané hodnoty $w(t)$ v případě PI regulátoru, tak jak bylo popsáno v kapitole 2.4.1. Tím dojde k vykreslení *hraniční čáry*, kde šrafování vyznačuje oblast parametrů regulátoru, které ještě tento požadavek splňují.

Funkce tlačítka **Restriction** bude předvedena v kapitole 4.4 na praktickém příkladu.

4. Solutions

Tato oblast je tvořena převážně grafickým objektem typu **ListBox**, do kterého se postupně zaznamenávají hodnoty parametrů k_p , k_i (k_d) jednotlivých navržených regulátorů. V případě PD regulátoru s filtrem se ke zjištěným hodnotám parametrů regulátoru ještě připisuje odpovídající časová konstanta filtru T_f , která k nim bezprostředně patří.

ListBox dále umožňuje pomocí klávesy CTRL přiznačnovat jednotlivá navrhnutá řešení, čímž se uživateli nabízí různé kombinace možností porovnávání jednotlivých navržených regulátorů.

Podle toho, které položky v **ListBoxu** jsou vybrány se totiž dynamicky překreslují jednak odpovídající Nyquistovy křivky otevřené smyčky $L(j\omega)$ v oblasti **Design method specification**, ale hlavně příslušné přechodové charakteristiky uzavřené smyčky $T(s)$ regulované veličiny $y(t)$ v oblasti **CL Step response**.

Dále se zde nachází tlačítko **Delete selected solutions**, které slouží ke smazání těch navržených regulátorů, které jsou právě v **ListBoxu** vybrány, čímž dojde jednak

ke smazání bodu v rovině parametrů regulátoru (**PID parameters plane**), který ho reprezentuje, i ke smazání všech odpovídajících křivek v oblastech **Design method specification** a **CL Step response**.

5. CL Step response

Z pohledu uživatele se jedná nejspíš o jednu z nejdůležitějších oblastí aplikace. Jsou zde totiž vykreslovány již zmíněné přechodové charakteristiky uzavřené smyčky $T(s)$ regulované veličiny $y(t)$ včetně průběhu akční veličiny $u(t)$ (v grafu označen čárkovanou čarou) pro jednotlivé navržené regulátory.

V dolní části této oblasti jsou opět umístěna tlačítka pro základní ovládání grafu. A to včetně tlačítka pro aktivaci *datového kurzoru* pomocí kterého lze detailněji sledovat amplitudu v příslušných časových okamžicích.

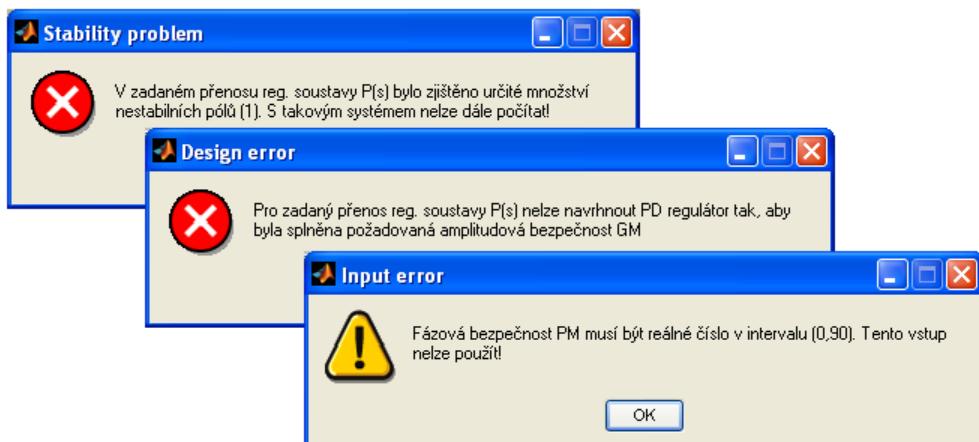
Z hlediska lepší přehlednosti se zde rovněž nachází tlačítko pro možnou *deaktivaci průběhů akční veličiny $u(t)$* tak, aby se tyto průběhy příliš neprekryvaly s průběhy regulovaných veličin $y(t)$ nebo pro případ velmi rozdílných měřítek těchto dvou odlišných typů průběhů.

Je zde dále navíc také tlačítko **CL Bode Diagram**, které slouží k vykreslení frekvenčních charakteristik uzavřených smyček $T(j\omega)$ k vybraným navrženým regulátorům z **ListBoxu**.

Užitečným pomocníkem při návrhu regulátoru může být také *stavový řádek*, kde jsou průběžně zobrazovány informace o průběhu výpočtu a další drobné návodky.

Základní aplikační Menu je velice jednoduché a netřeba ho dále popisovat.

Ještě dodejme, že navržená aplikace je dále doplněna četnými testy (např. test správnosti zadáných vstupních hodnot) a množstvím nejrůznějších varovných a výstražných upozornění (**MessageBoxů**), které se mohou v souvislosti s nějakou vzniklou situací objevit. Přehled některých z nich je na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Přehled některých **MessageBoxů** v navržené GUI aplikaci

4.3 Praktický příklad návrhu PI regulátoru pomocí navržené GUI aplikace

Nyní si předvedeme praktickou ukázku návrhu PI regulátoru pro regulaci soustavy s přenosem:

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \quad (4.1)$$

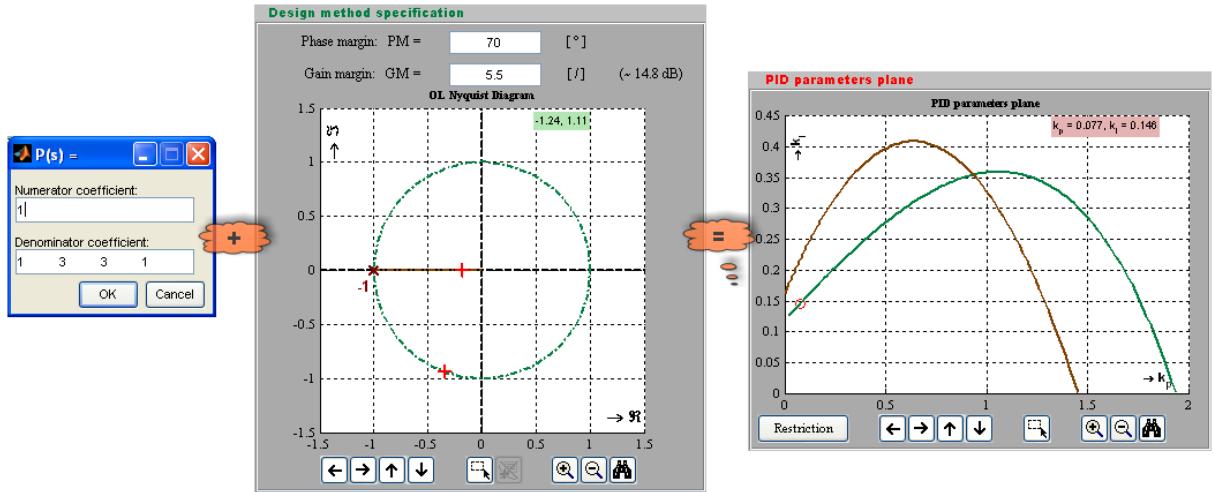
podle požadované fázové resp. amplitudové bezpečnosti:

$$PM = 70^\circ$$

$$GM = 5.5$$

Spuštěme tedy naši aplikaci²¹ a ponecháme nastavený přenos regulované soustavy $P(s)$ i typ regulátoru PI, které jsou takto implicitně nastaveny při spuštění aplikace.

Dále zadáme požadovanou fázovou resp. amplitudovou bezpečnost do příslušného textového pole, čímž vlastně specifikuje polohu odpovídajících „tvarujících“ bodů v rovině Nyquistovy křivky otevřené smyčky $L(j\omega)$ v oblasti **Design method specification**. Tím jsou již splněny všechny vstupní podmínky nutné pro návrh příslušného PI regulátoru, což vede k vykreslení odpovídajících parametrických křivek v oblasti **PID parameters plane**, jak naznačuje obrázek 4.5.

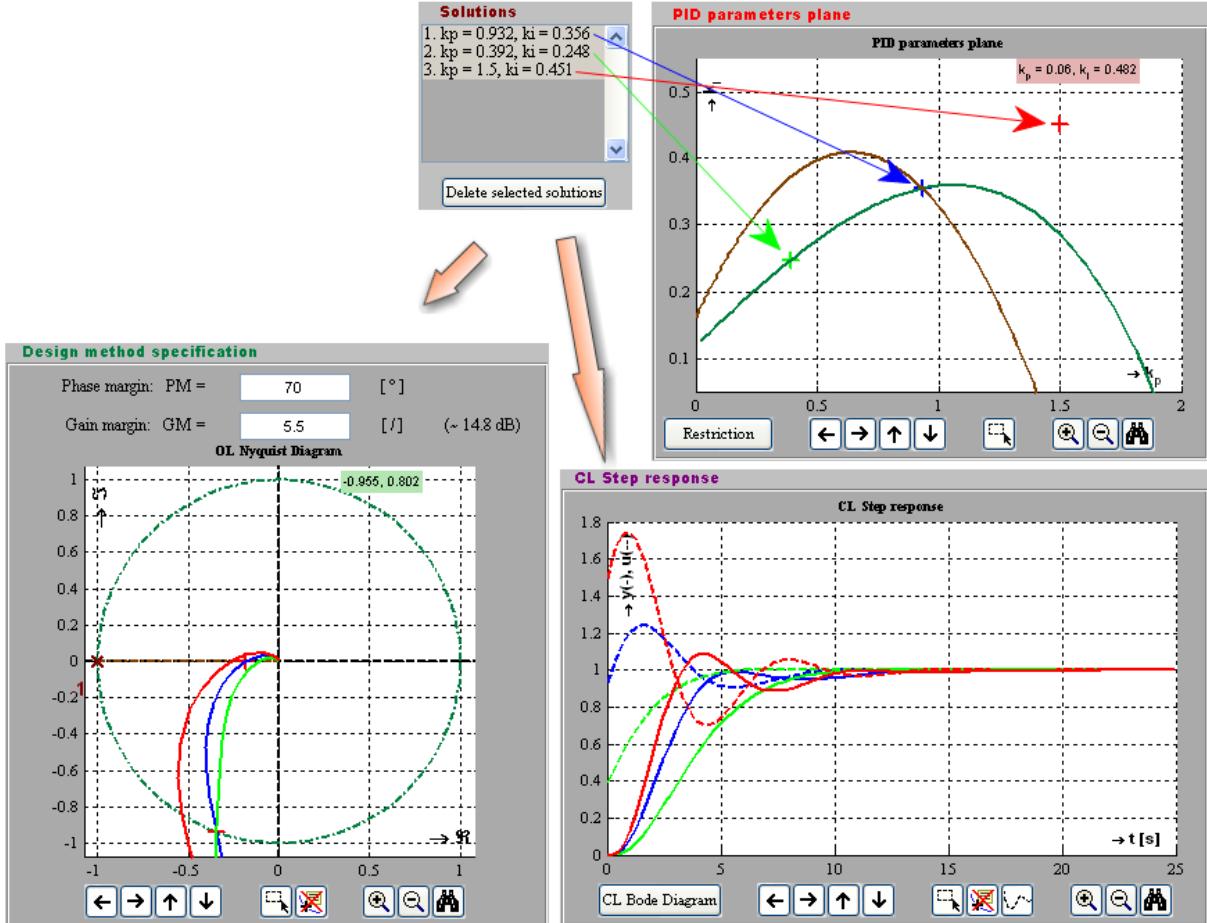


Obrázek 4.5: Příklad návrhu PI regulátoru - část 1.

Dále již můžeme kliknutím myši v oblasti **PID parameters plane** vybírat konkrétní hodnoty parametrů navrhovaného PI regulátoru. V našem případě byly záměrně zvoleny 3 kombinace parametrů k_p , k_i tak, aby vystihly všechny možné typy řešení, tak jak bylo popsáno v předchozí kapitole 4.2.

²¹Spuštěním souboru `GUI_Navrh_PID.m` z Command Window MATLABu.

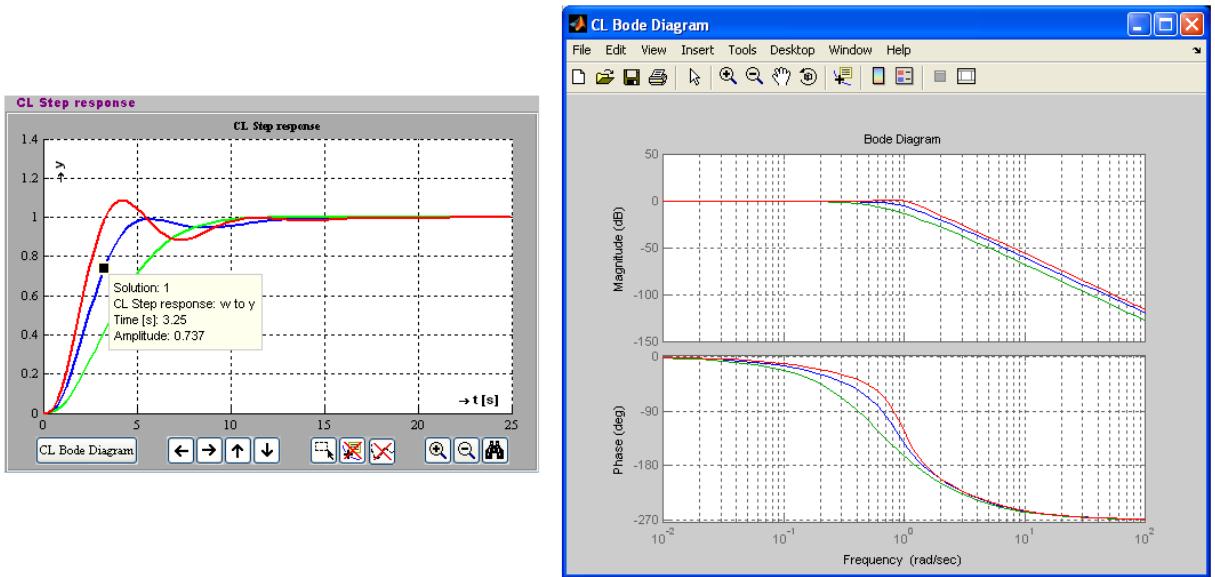
Tím dojde k vykreslení odpovídajících Nyquistových křivek otevřené smyčky $L(j\omega)$ v oblasti **Design method specification** a k vykreslení přechodových charakteristik uzavřené smyčky $T(s)$ regulované veličiny $y(t)$ včetně průběhů akční veličiny $u(t)$ v oblasti **CL Step response** tak, jak je naznačeno na obrázku 4.6.



Obrázek 4.6: Příklad návrhu PI regulátoru - část 2.

Na obrázku 4.7 jsou potom vykresleny průběhy přechodových charakteristik $y(t)$ bez průběhů akční veličiny $u(t)$ (v levé části) s využitím datového kurzoru a pro úplnost i průběhy frekvenčních charakteristik uzavřených smyček $T(j\omega)$ pomocí tlačítka **CL Bode Diagram** (v pravé části).

Na obrázku 4.7 (v levé části) je dále vidět, že z hlediska kvality regulace by nám nejspíš nejlépe vyhovovalo modře vykreslené řešení návrhu PI regulátoru, kde se objevuje poměrně malý překmit regulované veličiny $y(t)$ a doba regulace je rovněž poměrně krátká.



Obrázek 4.7: Příklad návrhu PI regulátoru - část 3.

4.4 Praktický příklad návrhu PD regulátoru s filtrem pomocí navržené GUI aplikace

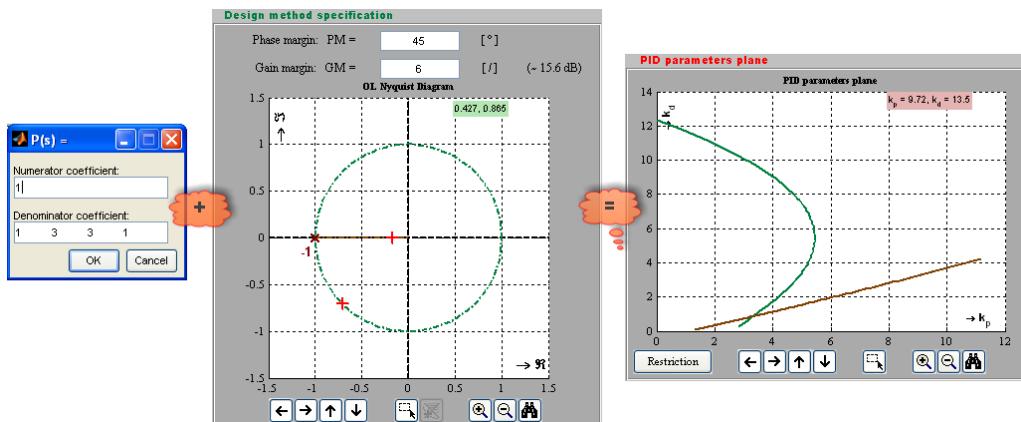
Nyní se podíváme ještě na návrh PD regulátoru s filtrem pro regulaci soustavy se stejným přenosem $P(s)$ jako v předchozím případě 4.1.

Požadovanou fázovou a amplitudou bezpečnost zvolíme např. takto:

$$PM = 45^\circ$$

$$GM = 6$$

Při návrhu postupujeme stejným způsobem jako v případě PI regulátoru. Po zádání požadované fázové a amplitudové bezpečnosti tedy dostaváme 4.8.



Obrázek 4.8: Příklad návrhu PD regulátoru s filtrem - část 1.

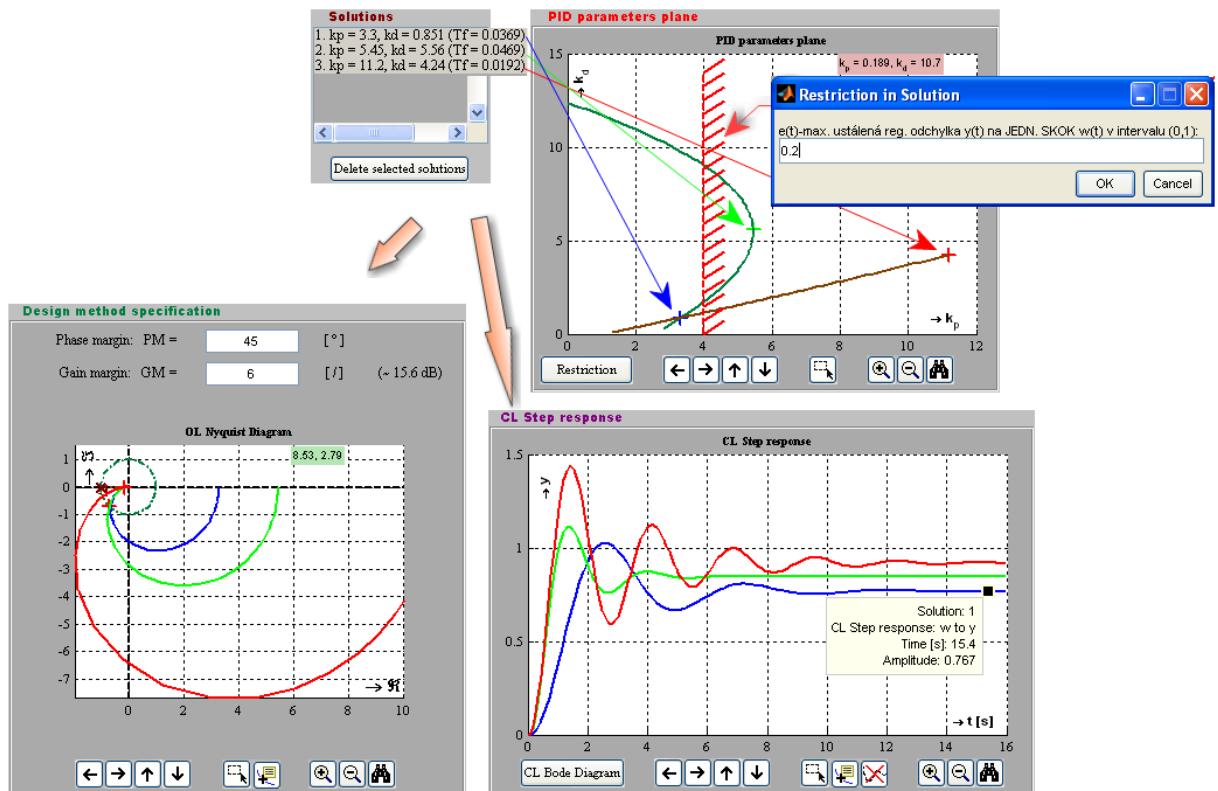
Ještě před tím, než vybereme kliknutím myši v oblasti **PID parameters plane** konkrétní hodnoty parametrů navrhovaného PD regulátoru s filtrem, však pomocí tlačítka **Restriction** definujeme také *velikost požadované maximální ustálené regulační odchylky na jednotkový skok žádané hodnoty $w(t)$* . Tu jsme v našem případě zvolili jako $e(\infty) = \max . 0, 2$.

Dostáváme tak minimální mezní hodnotu zesílení regulátoru k_p , která zajiší, že skutečná ustálená regulační odchylka nepřekročí požadovanou maximální ustálenou regulační odchylku. Tím dojde k vykreslení *hraniční čáry*, kde šrafování vyznačuje oblast parametrů regulátoru, které ještě tento požadavek splňují.

Pro demonstrační účely dále vybremo takové body v rovině parametrů regulátoru (**PID parameters plane**), které mají následující vlastnosti:

- Všechny leží alespoň na jedné z vykreslených parametrických křivek (jeden z nich leží na průsečíku obou parametrických křivek).
- Jeden z nich leží **mimo** vyšrafovanou oblast. Ostatní leží ve vyšrafované oblasti, tedy splňují požadavek na maximální ustálenou regulační odchylku na jednotkový skok žádané hodnoty $w(t)$.

Celý postup včetně výsledných průběhů je naznačen na obrázku 4.9.



Obrázek 4.9: Příklad návrhu PD regulátoru s filtrem - část 2.

Z obrázku 4.9 v oblasti **Solutions** je patrné, že ke zjištěným hodnotám parametrů k_p , k_d PD regulátoru se ještě navíc připisují odpovídající časové konstanty T_f filtru PD regulátoru.

V oblasti **CL Step response** je potom dále vidět, že „modrý“ průběh přechodové charakteristiky $y(t)$ odpovídající příslušné kombinaci parametrů k_p , k_d , T_f PD regulátoru s filtrem skutečně nesplňuje požadavek na maximální ustálenou regulační odchylku na jednotkový skok žádané hodnoty $w(t)$:

$$e(\infty) = w(\infty) - y(\infty) \stackrel{!}{=} 1 - 0,767 \stackrel{!}{=} 0,233 > 0.2$$

Kapitola 5

Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit jednoduché grafické rozhraní pro návrh PID regulátorů a to především pro lidi z praxe, kteří nemají detailní teoretické znalosti v tomto oboru, aby i oni díky specifikování základních uživatelských požadavků na navrhované typy PID regulátorů byli schopni ve velmi krátkém čase návrh regulátoru jednoduše provést.

Jako základní požadavky kladené na navrhované typy PID regulátorů byly zvoleny především amplitudová a fázová bezpečnost GM/PM a dále maximální ustálená regulační odchylka na jednotkový skok příp. rampu žádané hodnoty $w(t)$.

Ve většině případů se totiž jedná o postačující a v praxi běžně používané návrhové požadavky k tomu, aby navržený typ PID regulátoru spolu s regulovanou soustavou „rozumně“ fungoval. Jednoznačně totiž vypovídají o regulačním obvodu jak z hlediska stability, tak i z hlediska kvality regulace. Podmínkou ovšem je to, že máme k dispozici dostatečně „přesný“ model regulované soustavy a známe tedy s dostatečnou přesností jeho přenos.

Co se týče vlastní navržené GUI aplikace popsané v kapitole 4, tak o ní lze říci, že všechny tyto požadavky ve velmi rozumné míře poskytuje. A nejen to.

Rovina parametrů regulátoru (PID parameters plane) nám umožňuje vybrat nejen to řešení, které splňuje požadovanou amplitudovou nebo fázovou bezpečnost GM/PM a požadovanou maximální ustálenou regulační odchylku na jednotkový skok/rampu žádané hodnoty $w(t)$, ale také vybrat to řešení, které nám více vyhovuje z hlediska kvality regulace.

Lze tak například najít rozumný kompromis mezi velikostí překmitu přechodové charakteristiky a rychlostí samotné regulace. Vždy lze totiž mezi sebou porovnávat až 3 různá na sobě nezávislá řešení jednoho typu navrhovaného PID regulátoru.

Jedinou otázkou a zároveň jistým úskalím tedy v této bakalářské práci zůstalo to, proč tedy nelze takovýmto způsobem provést i návrh „úplného“ PID regulátoru? Tzn. regulátoru se všemi třemi základními složkami v ústředním členu regulátoru (proporcionalní,

integrační i derivační), ne pouze PI/PD regulátoru?

Důvodů bude zřejmě více, ale pro náš algoritmus návrhu pomocí frekvenčních metod je lze stručně shrnout takto:

- a) V první řadě je jasné, že algoritmus výpočtu parametrů k_p , k_i , k_d PID regulátoru bude o poznání komplikovanější než v případě samotného PI nebo PD regulátoru. A to nejen proto, že zde máme o jeden neznámý parametr více, ale také proto, že se při návrhu s využitím „tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky $L(j\omega)$ “ pohybujeme v komplexní rovině, kde má „tvarující“ bod pouze 2 souřadnice.

Dostáváme tedy vždy soustavu 2 rovnic (jednu pro reálnou a druhou pro imaginární část). Počet neznámých parametrů je ale roven 3! Bylo by tedy nutné neznáme parametry k_p , k_i , k_d PID regulátoru ještě svázat vhodnou doplňující podmínkou.

- b) Dalším a také velice zásadním problémem by bylo vůbec samotné znázornění množiny hodnot nalezených parametrů k_p , k_i , k_d PID regulátoru, které vyhovují definovaným požadavkům. Jednalo by se totiž o zobrazení „parametrické křivky“ v trojrozměrném prostoru.

Literatura

- [1] G.F.FRANKLIN, J.D. POWELL, A. EMAMI-NAEINI: *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice-Hall, 2006. ISBN 0-13-149930-0.
- [2] K. ZAPLATÍLEK, B. DOŇAR: *MATLAB - tvorba uživatelských aplikací*. Technická literatura BEN, Praha, 2005. ISBN 80-7300-133-0.
- [3] J. BALÁTĚ: *Automatické řízení*. Technická literatura BEN, Praha, 2003. ISBN 80-7300-020-2.
- [4] K. HYNIOVÁ: *Rídící technika: přednášky*. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2006. ISBN 80-01-03368-6.
- [5] M. FENCLOVÁ, Z. PECH, M. SUKOVÁ: *Teorie automatického řízení: Návody ke cvičení*. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1993. ISBN 80-01-01039-2.
- [6] P. HAVEL: *Frekvenční metody syntézy* [online] (2008).
[⟨http://dce.felk.cvut.cz/sari/download/sri/SRI_cv5_frekvenckni_metody.pdf⟩](http://dce.felk.cvut.cz/sari/download/sri/SRI_cv5_frekvenckni_metody.pdf)
- [7] M. ŠEBEK: *Slajdy k přednáškám předmětu Systémy a řízení* [online] (2008).
[⟨http://dce.felk.cvut.cz/sari/SARI-sri.html⟩](http://dce.felk.cvut.cz/sari/SARI-sri.html)
- [8] *PID controller laboratory* [online] (2008).
[⟨http://www.pidlab.com/⟩](http://www.pidlab.com/)
- [9] *Návrh PID regulátoru přes Internet* [online] (2008).
[⟨http://www.rexcontrols.com/_new/downloads/clanky/PIDRegions_cz.pdf⟩](http://www.rexcontrols.com/_new/downloads/clanky/PIDRegions_cz.pdf)
- [10] *The Mathworks* [online] (2008).
[⟨http://www.mathworks.com/⟩](http://www.mathworks.com/)
- [11] *Wikipedia - The Free Encyclopedia* [online] (2008).
[⟨http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page⟩](http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page)

Příloha A

Obsah přiloženého CD

Součástí této bakalářské práce je přiložené CD obsahující především zdrojové soubory pro navrženou GUI aplikaci pro návrh PID regulátorů v MATLABu.

- Adresář **Dokumentace** - vlastní text této bakalářské práce ve formátu .pdf
- Adresář **GUI_Navrh_PID** - vlastní zdrojové soubory a další soubory potřebné pro spuštění GUI aplikace
- Soubor **buildgui.pdf** - originální návod pro tvorbu GUI od tvůrců MATLABu