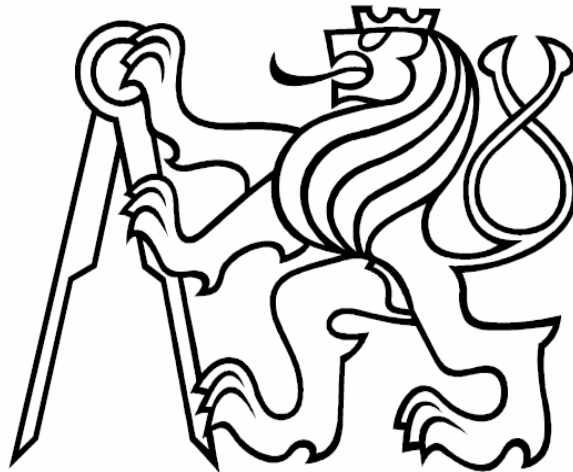


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY



**Knihovna input shaping pro Matlab**

Jaromír Pufler

**BAKALAŘSKÁ PRÁCE**  
**2007**

**Vedoucí práce:** Ing. Martin Špillar

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně. Používal jsem pouze literaturu uvedenou v příloženém seznamu.

V Praze dne 26.5.2007

.....

Podpis

# Poděkování

Chtěl bych vyjádřit poděkování panu Ing. Martinovi Špillerovi za vedení, poskytnutí materiálu a konzultace, které mi umožnily, aby byla práce úspěšně dokončena. Mé poděkování patří také mé rodině za podporu během celého studia.

# Anotace

Tato práce se zabývá vstupními tvarovači a jejich implementací v Matlabu. Dává návod jak realizovat diskrétní i analogový vstupní tvarovač a jak správně stanovit jeho parametry. Jednotlivé typy tvarovačů jsou mezi sebou srovnávány z hlediska rychlosti a robustnosti. Všechny popsané tvarovače byly naimplementovány v Matlabu včetně dalších užitečných funkcí. Ke stažení funkcí je zřízena webová stránka, která je umístěna na serveru katedry s adresou <http://dce.felk.cvut.cz/ishaping/>

# Summary

This bachelor thesis deals with input shapers and their implementation in Matlab. There are instructions how to realize discrete and analog input shapers and how to determine its' parameters. Various types of shapers are compared with each other from the aspect of speed and robustness. All described input shapers were implemented in Matlab including additional useful functions. Functions can be downloaded from the web page which is located at <http://dce.felk.cvut.cz/ishaping/>

# Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b> .....	<b>3</b>
1.1	Úvod do řízení.....	3
1.2	Význam vstupního tvarovače.....	4
1.2.1	Netlumený systém druhého řádu.....	4
1.2.2	Tlumený systém druhého řádu.....	8
1.2.3	Systémy vyšších řádů.....	8
1.3	Požadavky na tvarování signálu.....	9
1.3.1	Robustnost k nejistotě modelu.....	9
1.3.2	Rychlost odezvy.....	10
<b>2</b>	<b>TYPY VSTUPNÍCH TVAROVAČŮ</b> .....	<b>11</b>
2.1	ZV tvarovač – Zero Vibration Shaper.....	11
2.1.1	Odvození vztahů.....	11
2.1.2	Vlastnosti.....	12
2.2	ZVD tvarovač – Zero Vibration and Derivative Shaper.....	13
2.2.1	Odvození vztahů.....	13
2.2.2	Analýza pólů a nul, viz [1].....	14
2.3	EI tvarovač – Extra-Insensitive Shaper.....	15
2.3.1	One-Hump EI (jeden hrbol).....	15
2.3.2	Two-Hump EI (dva hrboly).....	16
2.3.3	Three-Hump EI (tři hrboly).....	18
2.4	UMZV tvarovač – Unity Magnitude Zero Vibration Shaper.....	20
2.5	SNA tvarovač – Specified-Negative-Amplitude Shaper.....	21
2.6	UD tvarovač – Unity Delayed Shaper.....	22
2.7	Tvarovače pro systém vyššího řádu.....	25
<b>3</b>	<b>IMPLEMENTACE V MATLABU</b> .....	<b>26</b>
3.1	Seznam funkcí.....	26
3.2	Dynamické póly systému.....	26
3.3	Tvarovače.....	26
3.3.1	EI, UMZV, SNA tvarovač.....	27
3.3.2	Two-Hump a Three-Hump EI.....	27
3.3.3	UD tvarovač.....	27
3.4	Vykreslování citlivostní křivky.....	27
3.4.1	Vektorový diagram, viz [1].....	27
3.4.2	Citlivostní křivka tvarovače.....	27
3.4.3	Implementace.....	28
3.5	Přenos tvarovače.....	28

3.6	Zobrazení odezvy systému na referenční signál .....	28
4	ZÁVĚR .....	29
	LITERATURA.....	31
	SEZNAM PŘÍLOH.....	32

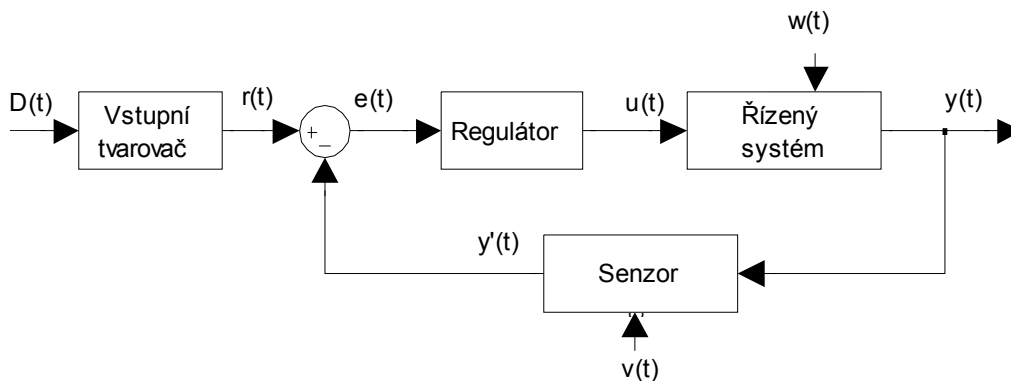
# 1 Úvod

Začátkem této kapitoly uvedu základní principy řízení. Na příkladech ukáži význam vstupního tvarovače a také rozeberu kritéria pro tvarování signálu. Ve druhé kapitole přiblížím jednotlivé typy tvarovačů, jak jsou popsány a jaké mají vlastnosti. Třetí kapitola je průvodem implementace funkcí v Matlabu. Na závěr je shrnutí celé problematiky.

## 1.1 Úvod do řízení

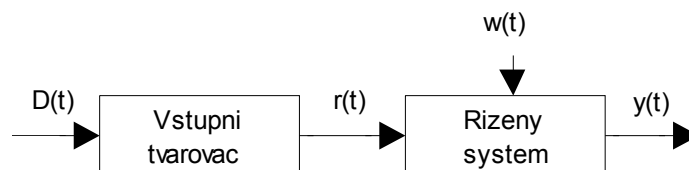
Rostoucí nároky na flexibilní systémy vedou ke zdokonalování řízení. Řídicí systém je jeden z nejdůležitějších prvků ovlivňující výkonnost dynamického systému. Zajišťuje stabilitu ve zvoleném pracovním bodě řízeného systému, potlačuje přetrvávající vibrace a omezuje vstupní poruchy. Jsou dva typy řízení – zpětnovazební a řízení bez zpětné vazby.

Obrázek 1.1 ukazuje základní schéma zpětnovazebního řízení. Hlavní veličina řízení je regulační odchylka  $e(t)$ , která vzniká odečtením naměřené výstupní hodnoty systému  $y'(t)$  od referenčního signálu. Referenční signál  $r(t)$  je zde upraven vstupním tvarovačem. Regulátor zpracuje regulační odchylku a jeho výstupem je akční zásah  $u(t)$  přiváděný na vstup řízeného systému. Systém může být ovlivněn různými poruchami  $w(t)$  a senzor je zatížen šumem, který je zobrazen jako  $v(t)$ . Cílem takového regulátoru je potlačení vstupujících poruch do systému  $w(t)$  a získání stabilní odezvy systému na požadovaný vstupní signál. Nevýhodou tohoto uspořádání je nutné použití senzoru, který je většinou drahý, nebo v některých případech nepoužitelný.



Obrázek 1.1 Schéma zpětnovazebního řízení

Tam, kde nemůžeme použít senzor k získání výstupní hodnoty systému, jako jednou z možností je využití přímovazebního řízení. Obrázek 1.2 zobrazuje schéma řízení bez zpětné vazby. Stejně jako u řízení zpětnou vazbou je referenční signál  $r(t)$  zpracován vstupním tvarovačem, tentokrát přímo na akční zásah  $u(t)$ , kterým je systém přímo řízen. Oproti zpětnovazebnímu řízení je zde nutná podmínka, aby systém byl stabilní.



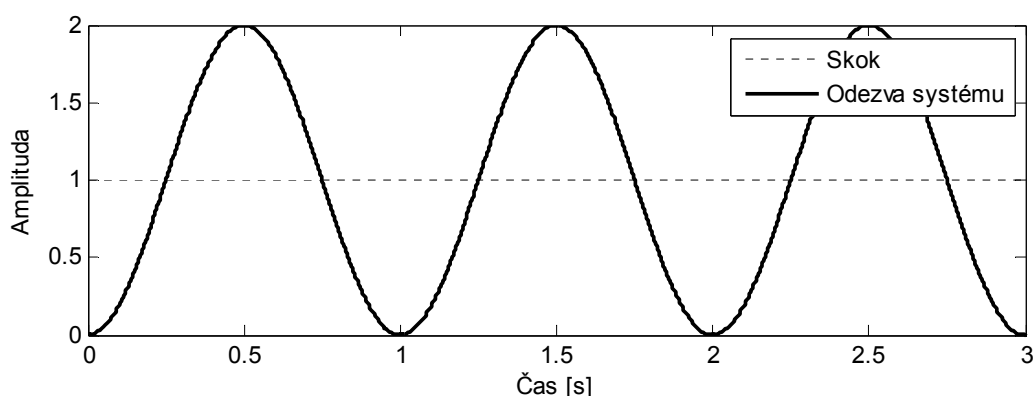
Obrázek 1.2 Schéma přímovazebního řízení

## 1.2 Význam vstupního tvarovače

Vstupním tvarovačem se dá výrazně ovlivnit odezva systému. Nejlépe je to vidět na netlumeném systému druhého řádu, který má kmitavou odezvu.

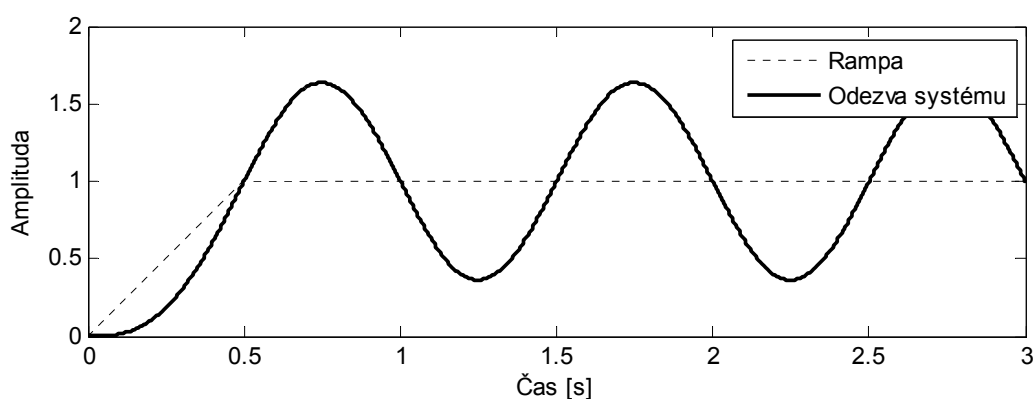
### 1.2.1 Netlumený systém druhého řádu

Předpokládejme, že máme netlumený systém druhého řádu a chceme rychle změnit požadovanou hodnotu z 0 na 1. V nejjednodušším případě vstupní tvarovač referenční signál  $r(t)$  vůbec neupraví a jeho výstupem bude zase skok. Obrázek 1.3 ukazuje přechodovou charakteristiku oscilátoru s frekvencí 1 Hz.



Obrázek 1.3 Přechodová charakteristika netlumeného systému 2. řádu

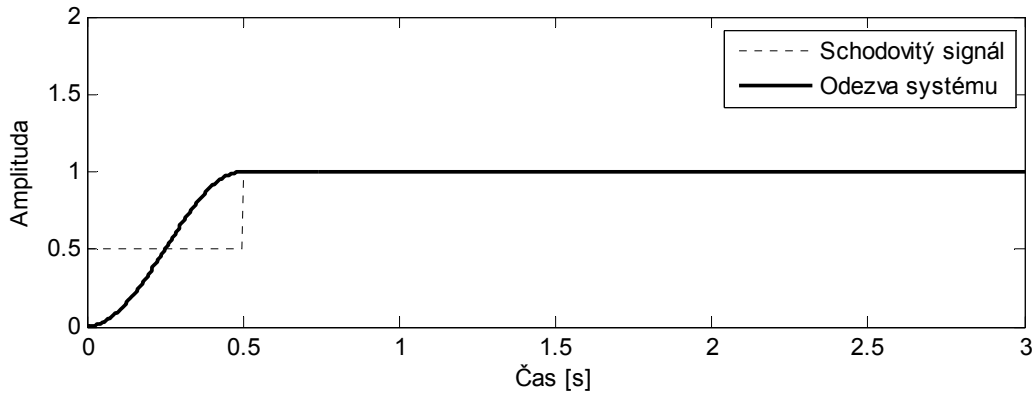
Jestliže se skok upraví a bude nabíhat po rampě, dojde ke snížení vibrace. Obrázek 1.4 zobrazuje odezvu systému na tvarovaný skok, kde nejprve signál nabíhá 0,5 sekund po rampě a pak se ustálí. Kmitání pokleslo o 63 % oproti odezvě na skok, ale zároveň se prodloužila doba náběhu.



Obrázek 1.4 Odezva netlumeného systému 2.řádu na tvarovaný skok

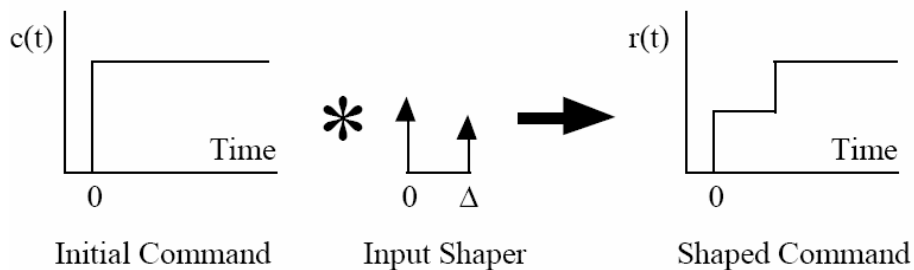


Uvažujeme-li stále skokovou změnu referenčního signálu a budeme-li brát v úvahu frekvenci kmitání systému, může vstupní tvarovač upravit referenci na speciální schodovitý signál plně kompenzující kmitání. Na Obrázek 1.5 je vykreslena odezva na takto vytvarovaný signál. Tato odezva má zase oproti odezvě na skok větší dobu náběhu.



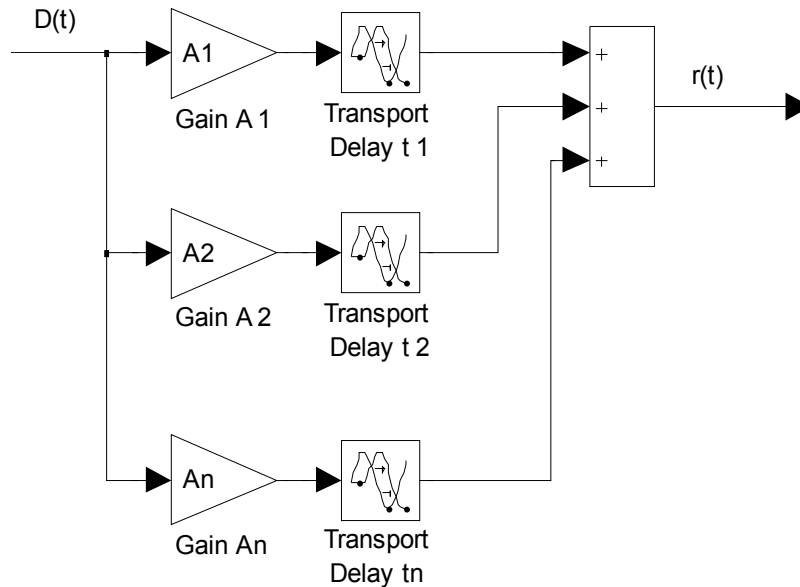
Obrázek 1.5 Odezva netlumeného systému 2.řádu na schodovitý signál

Takový tvarovač je v diskrétní verzi definován sekvencí impulzů a každý impulz amplitudou  $A_i$  a zpožděním  $t_i$ . Mezi vstupním řídicím signálem a impulzy tvarovače je provedena konvoluce v reálném čase. První impulz vyvolá v systému kmitavou odezvu, ale následující impulz přijde ve vhodném čase (když kmitání dosáhlo svého maxima) a tím vykompenzuje toho kmitání. Princip konvolutoru je na Obrázek 1.6.



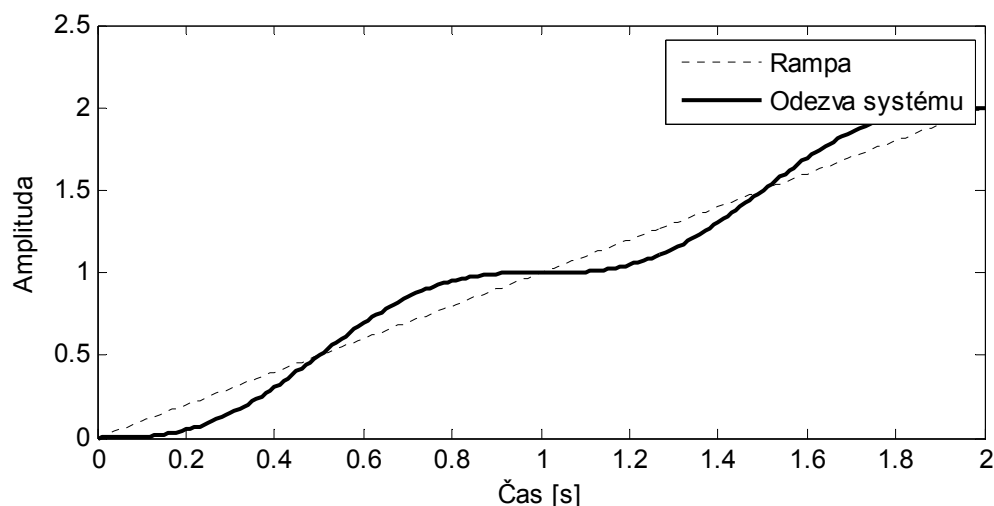
Obrázek 1.6 Konvoluce mezi referenčním signálem a impulzy vstupního tvarovače

Analogová verze vstupního tvarovače je tvořena paralelními větvemi. Každá větev odpovídá jednomu impulzů v diskrétní verzi. Větvě jsou složeny ze zesilovače, který má zisk  $A_i$ , a ze zpožďovače s dobou zpoždění  $t_i$ . Obrázek 1.7 ukazuje analogové schéma vstupního tvarovače. Z hlediska přenosu tvarovače se jedná o paralelní spojení přenosů  $A_i e^{-t_i s}$ .



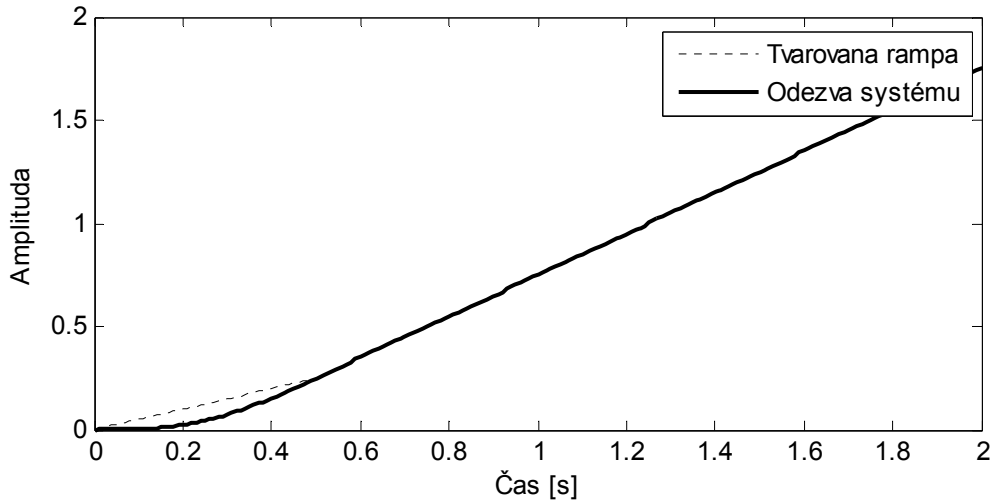
Obrázek 1.7 Analogové schéma vstupního tvarovače

Změna referenčního signálu nemusí být skoková. Tímto způsobem je možné tvarovat libovolný signál jako například rampu, nebo sinusovou funkci. Obrázek 1.8 ukazuje odezvu netlumeného systému na rampu. Z obrázku je patrné kmitání.



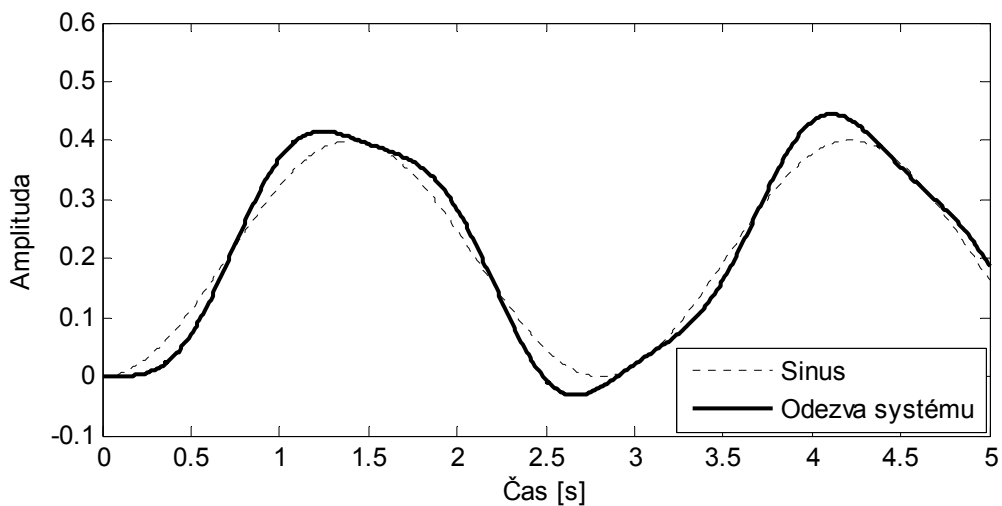
Obrázek 1.8 Odezva netlumeného systému 2.řádu na rampu

Pro porovnání mezi předcházející odezvou systému na rampu a odezvou systému na tvarovanou rampu slouží Obrázek 1.9. Zde je opět zřejmá výhoda použití tvarovače signálu. Odezva je sice přibližně zpožděna o 0,3 sekundy, ale pak dobře sleduje referenční signál bez kmitání.



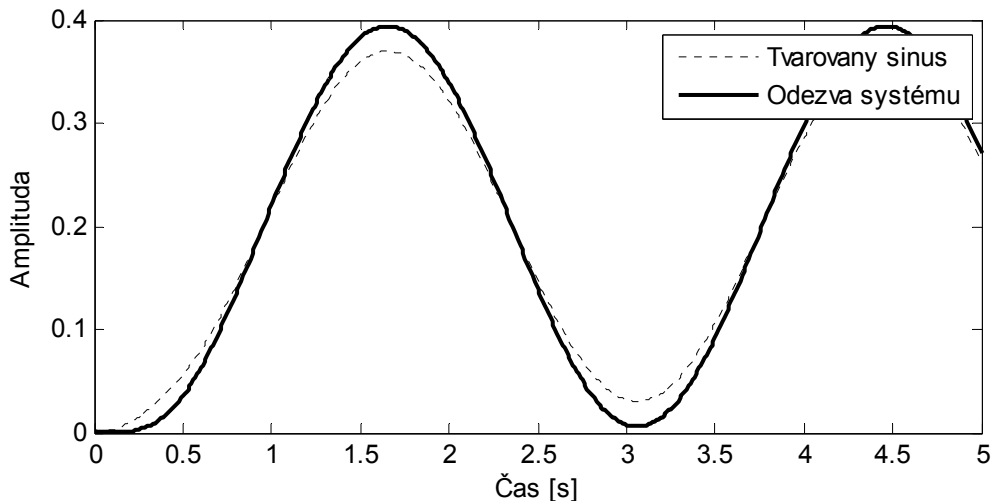
Obrázek 1.9 Odezva netlumeného systému 2.řádu na rampu tvarovanou rampu

Ještě na konec ukáži jak situace vypadá, jestli se požadovaná hodnota mění podle sinusové funkce. Obrázek 1.10 zobrazuje odezvu systému na netvarovaný harmonický signál.



Obrázek 1.10 Odezva netlumeného systému 2.řádu na harmonický signál

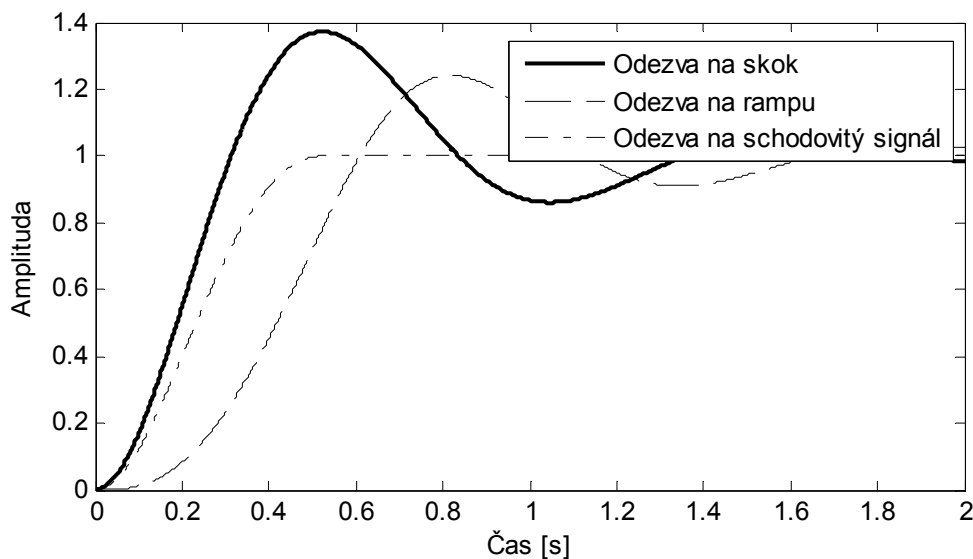
Odezva je výrazně zvlněná. Takový harmonický signál může u systému vyvolat i nestabilní odezvu. Použijeme-li vstupní tvarovač na sinusový signál, bude odezva příznivější a hlavně stabilní. Vykreslení odezvy systému na tvarovaný sinusový signál je na Obrázek 1.11. I tady systém lépe sleduje požadovanou hodnotu, akorát má lehce zesílenou amplitudu kmitání



Obrázek 1.11 Odezva netlumeného systému 2.řádu na tvarovaný harmonický signál

### 1.2.2 Tlumený systém druhého řádu

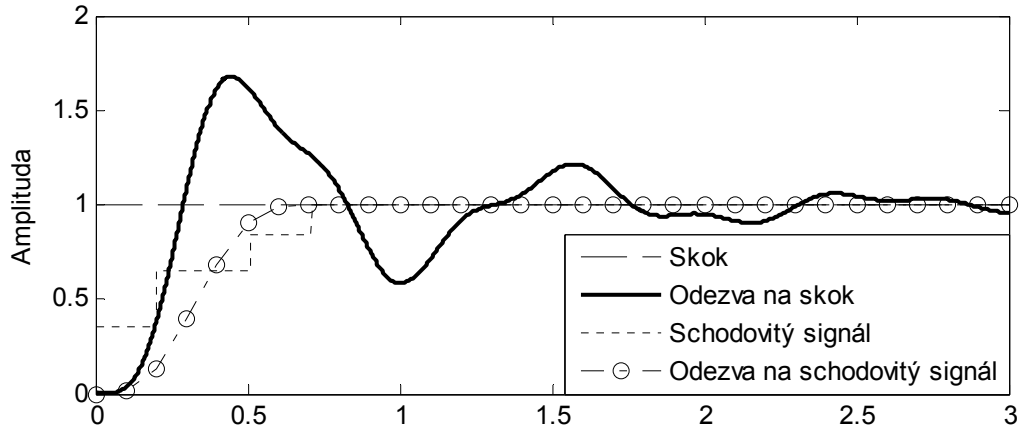
Na Obrázek 1.12 je porovnání odezvy tlumeného systému na skok, rampu a schodovitý signál. Rampa potlačí překmit za cenu zvýšení doby náběhu. Schodovitého referenčního signálu stále vede k úplnému potlačení kmitání.



Obrázek 1.12 Porovnání odezvy tlumeného( $\xi=0,3$ ) systému 2.řádu na skok, rampu a schodovitý signál

### 1.2.3 Systémy vyšších řádů

Význam referenčního tvarovaného signálu není omezen na systémy druhého řádu. Odezva systémů vyšších řádů může být také silně ovlivněna tvarováním signálu. Na Obrázek 1.13 je odezva systému se dvěma módy na skok a na schodovitý signál. Jeden mód systému má frekvenci 1 Hz s tlumením 0,2 a druhý mód má 2,5 Hz s tlumením 0,05. Zde má tvarovaný signál více schodů, ale stále vede k nulovému kmitání s menším prodloužením doby náběhu.



Obrázek 1.13 Odezva systému 4. řádu na skok a schodovitý signál

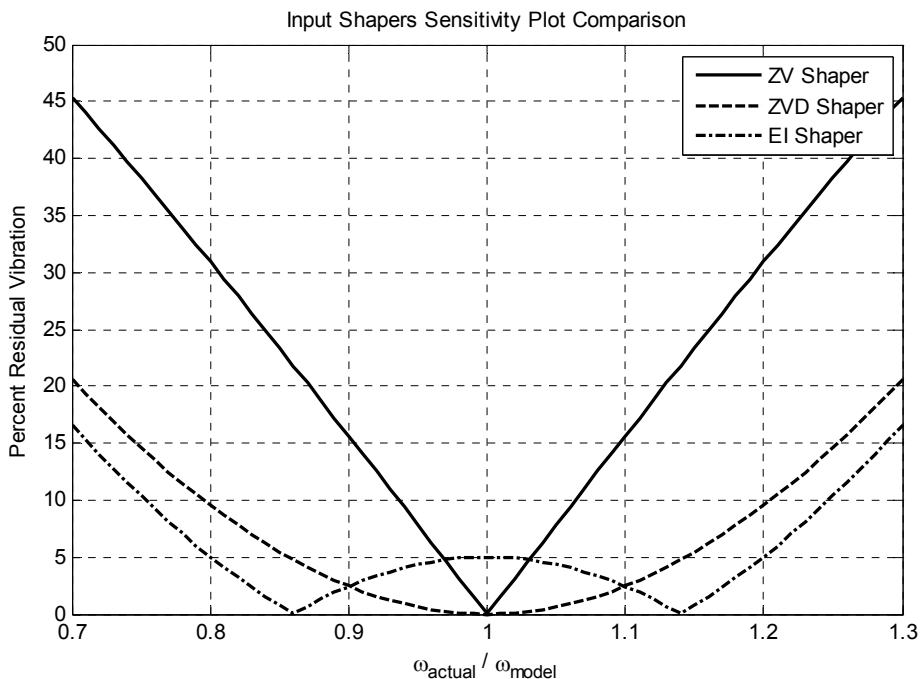
### 1.3 Požadavky na tvarování signálu

#### 1.3.1 Robustnost k nejistotě modelu

Aby mohl vstupní tvarovač vygenerovat správný signál plně kompenzující kmitání, musí o systému znát nějaké informace – frekvenci a tlumení systému.

Žádný model systému není dokonalý, a tudíž není přesně určena frekvence a tlumení. To má za následek, že kompenzace kmitání bude nedostatečná, proto se zkoumá necitlivost vstupních tvarovačů na odchylky modelu od skutečného systému.

Schopnost, že tvarovač je necitlivý na tyto odchylky, se nazývá robustnost. K porovnání robustnosti jednotlivých typů tvarovačů se používá citlivostní křivka, která ukazuje závislost procentuální vibrace na odchylce frekvence. Ukázka citlivostní křivky je zobrazena na Obrázek 1.14, kde jsou porovnány tři tvarovače – ZV, ZVD a EI. Popis těchto tvarovačů je v další kapitole, ale z obrázku je vidět, že nejmenší robustnost má ZV tvarovač a největší EI.

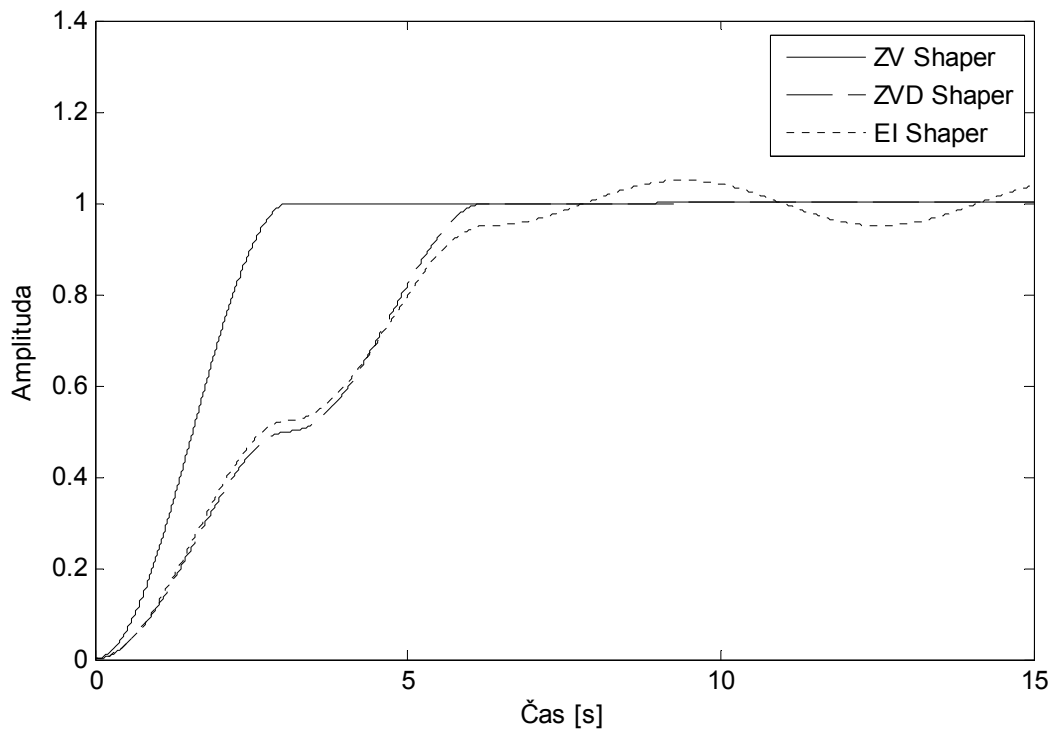


Obrázek 1.14 Citlivostní křivka pro ZV, ZVD a EI tvarovač

### 1.3.2 Rychlost odezvy

S rostoucí robustností narůstá i doba náběhu tvarovaného signálu, a proto se i prodlužuje odezva systému na tento signál. Je tedy nutné najít optimální řešení pro konkrétní situaci, zda nám více záleží na rychlosti odezvy, nebo na robustnosti.

Porovnání odezvy systému druhého řádu na stejné tvarovače jako u citlivostní křivky je zobrazeno na Obrázek 1.15. Zde je vidět, že ZV má nejrychlejší odezvu, ale z citlivostní křivky víme, že je nejméně robustný. Z citlivostní křivky pro EI tvarovač je vidět, že pro správně určenou frekvenci bude mít odezva kmitavou odezvu, což také odpovídá.



Obrázek 1.15 Porovnání odezvy systému 2. řádu na ZV, ZVD a EI tvarovače

## 2 Typy vstupních tvarovačů

Z předchozí kapitoly jsou zřejmé výhody použití vstupního tvarovače. Byly zde ukázány významy hodnot  $A_i$  a  $t_i$  v diskrétní i analogové verzi vstupního tvarovače. Jelikož je pomocí parametrů  $A_i$  a  $t_i$  tvarovač definován, v této kapitole uvedu vztahy pro výpočet těchto parametrů pro jednotlivé typy vstupních tvarovačů.

### 2.1 ZV tvarovač – Zero Vibration Shaper

#### 2.1.1 Odvození vztahů

Pro systém druhého řádu s úhlovou frekvencí kmitání  $\omega$  a tlumením  $\xi$  můžeme vyjádřit procentuální kmitání výrazem, viz [1]:

$$(2.1) \quad V(\omega, \xi) = e^{-\xi\omega t_n} \sqrt{C(\omega, \xi)^2 + S(\omega, \xi)^2}, \text{ kde}$$

$$(2.2) \quad C(\omega, \xi) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\xi\omega t_i} \cos(\omega\sqrt{1-\xi^2} t_i),$$

$$(2.3) \quad S(\omega, \xi) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\xi\omega t_i} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2} t_i),$$

$n$  je počet impulzů.

Veškeré vztahy popisující daný tvarovač platí pro systém druhého řádu, kde je pomocí dvou komplexně sdružených pólů jasně určena frekvence a tlumení. V poslední podkapitole popíšu, jak se vypočítají parametry  $A_i$  a  $t_i$  pro systém vyššího řádu.

Z anglického názvu vyplývá, že tento tvarovač klade důraz na nulové kmitání. Proto se výraz (2.1) položí roven nule pro frekvenci a tlumení pólů systému. Exponenciála nemůže nikdy nabývat nulové hodnoty, a proto musí být výraz pod odmocninou nulový a to platí pouze když výraz (2.2) a (2.3) jsou nulové.

$$(2.4) \quad 0 = \sum_{i=1}^n A_i e^{\xi\omega t_i} \cos(\omega\sqrt{1-\xi^2} t_i)$$

$$(2.5) \quad 0 = \sum_{i=1}^n A_i e^{\xi\omega t_i} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2} t_i)$$

Další předpoklad bude, že výšky všech impulzů dají v součtu jedna a budou všechny kladné.

$$(2.6) \quad \sum_{i=1}^n A_i = 1$$

Pro čas prvního impulzu platí  $t_1 = 0$ , aby doba náběhu tvarovače byla co nejmenší.

$$(2.7) \quad t_1 = 0$$

Máme čtyři rovnice (2.4) - (2.7), které vedou na řešení, odvození viz [1,3]:

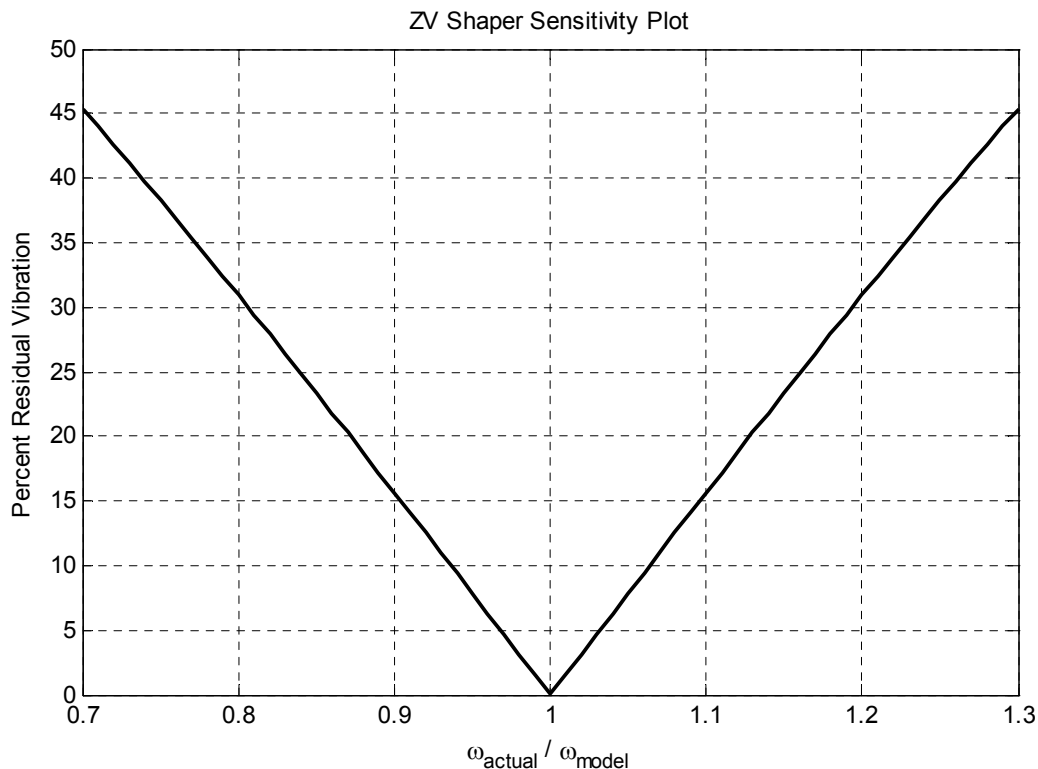
$$(2.8) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1+E} & \frac{1}{1+E} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\xi^2}} \end{bmatrix}, \text{ kde}$$

$$(2.9) \quad E = e^{\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

## 2.1.2 Vlastnosti

Tento tvarovač vychází z toho, že pro přesně definovanou frekvenci odstraní kmitání systému. Problémem je ono správné určení frekvence, protože s každou odchylkou dochází k nedostatečnému odstranění vibrace. Jak procentuelně narůstá kmitání systému při chybném určení frekvence, ukazuje citlivostní křivka ZV tvarovače na Obrázek 2.1.

Jelikož ZV tvarovač je definován pouze dvěma impulzy, je odezva řízeného systému na tvarovaný signál rychlá.



Obrázek 2.1 Citlivostní křivka ZV tvarovače



## 2.2 ZVD tvarovač – Zero Vibration and Derivative Shaper

### 2.2.1 Odvození vztahů

ZVD tvarovač je podobný ZV tvarovači, který je navržený tak, aby bylo kmitání nulové. ZVD tvarovač má zvýšenou robustnost k modelovacím chybám systému. To je dosaženo přidáním podmínky, že derivace vibrace je také rovna nule, viz [1]:

$$(2.10) \quad 0 = \frac{d}{d\omega} \left( e^{-\xi\omega t_n} \sqrt{C(\omega, \xi)^2 + S(\omega, \xi)^2} \right)$$

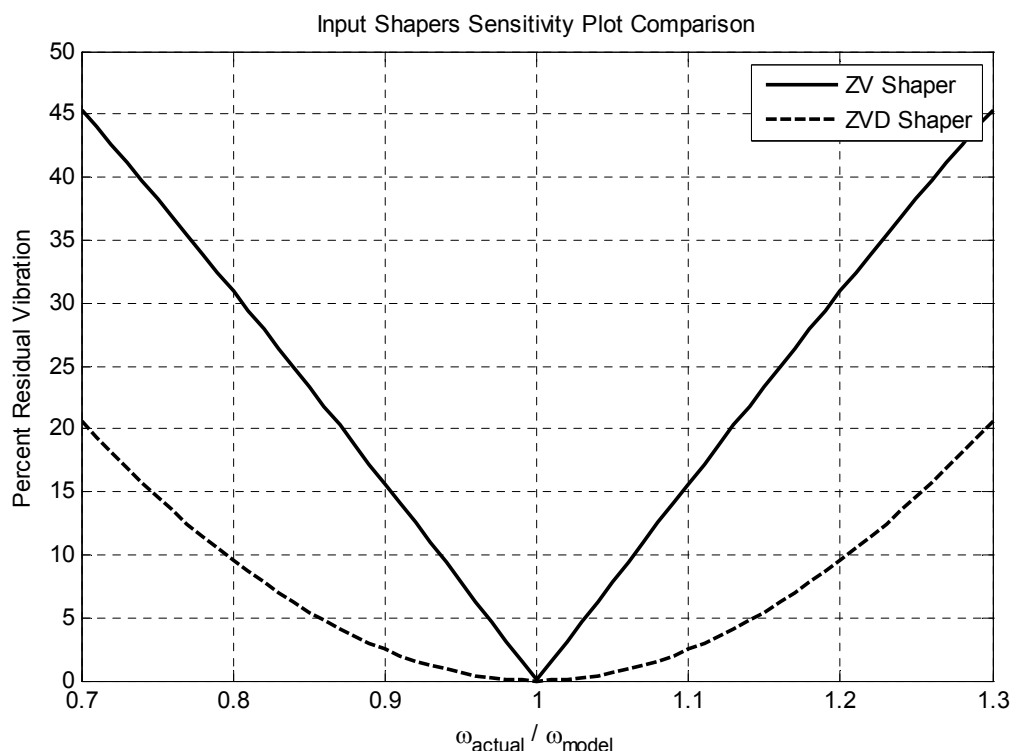
Za zvýšení robustnosti se zaplatí dvojnásobnou dobou náběhu referenčního signálu oproti signálu získaného ZV tvarovačem.

Rovnice pro ZVD tvarovač jsou, viz [1,3]:

$$(2.11) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E^2}{E^2 + 2E + 1} & \frac{2E}{E^2 + 2E + 1} & \frac{1}{E^2 + 2E + 1} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\xi^2}} & \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\xi^2}} \end{bmatrix}, \text{ kde}$$

$$(2.12) \quad E = e^{\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Na Obrázek 2.2 je porovnání citlivostní křivky pro ZV a ZVD tvarovač. U ZV tvarovače narůstá velikost procentuálního kmitání téměř lineárně, u ZVD je nárůst pozvolnější. Při deseti procentním vychýlení frekvence je kmitání téměř šestkrát potlačeno oproti ZV tvarovači.



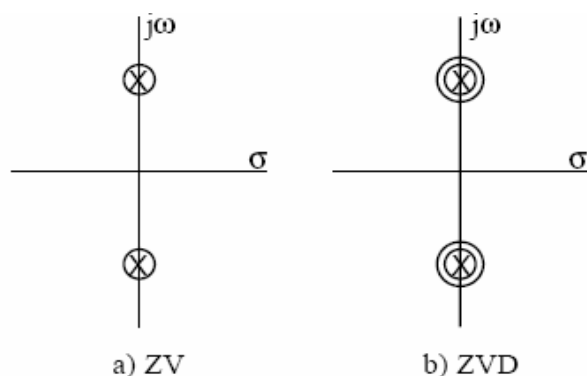
Obrázek 2.2 Porovnání citlivostní křivky ZV a ZVD tvarovače

Jestliže přidáme ještě další podmínku pro druhou derivaci výrazu kmitání, získáme ZVDD tvarovač, který je více robustnější, ale zase za cenu prodloužení doby o jednu půlperiodu. Přidáním podmínky pro třetí derivaci analogicky získáme ZVDDD tvarovač. Více jsem se těmito tvarovači nezabýval, ale později se hodí k porovnání s jinými.

## 2.2.2 Analýza pólů a nul, viz [1]

Další užitečnou metodou k získání přenosu vstupního tvarovače je pomocí analýzy pólů a nul. Jestliže se vyskytuje nula v přenosu tvarovače blízko pólu řízeného systému, dojde k potlačení tohoto pólu. Naopak také platí, je-li pól tvarovače blízko nule systému, zeslábně vliv této nuly. Ideálním případem by bylo získání takového přenosu tvarovače, aby se vykrátily všechny nuly a póly a vzniknul tak jednotkový přenos, který by měl ideální okamžitou odezvu.

Z tohoto nového pohledu ZV tvarovač má umístěnou nulu přesně tam, kde má řízený systém pól (Obrázek 2.3a). ZVD tvarovač do pólu umísťuje dvě nuly (Obrázek 2.3b).



Obrázek 2.3 Umístění nul ZV a ZVD tvarovače, převzato z [1]

Víme tedy, že ZV tvarovač má v přenosu jednu nulu a ZVD má na stejné pozici nuly dvě. Tím si můžeme představit, že ZVD tvarovač se chová stejně jako sériové spojení dvou ZV tvarovačů. Schéma zapojení dvou ZV tvarovačů ve funkci ZVD tvarovače je na Obrázek 2.4.



Obrázek 2.4 Náhradní schéma ZVD tvarovače pomocí dvou ZV tvarovačů

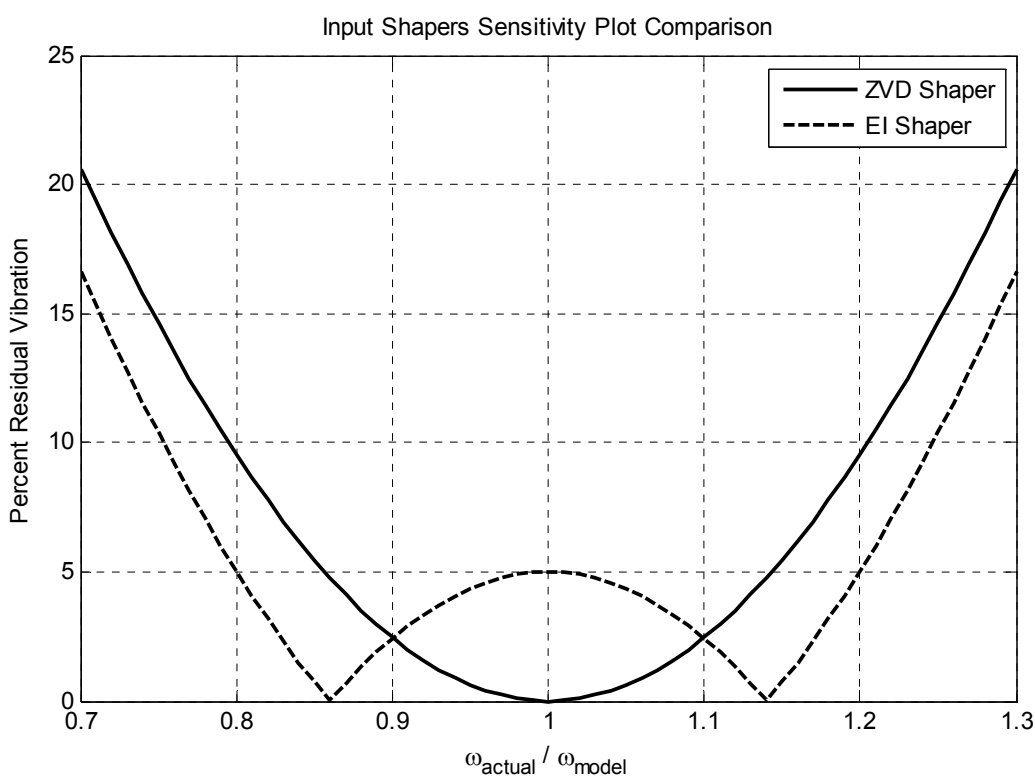
## 2.3 EI tvarovač – Extra-Insensitive Shaper

### 2.3.1 One-Hump EI (jeden hrbol)

EI tvarovač rozšiřuje robustnost ZVD tvarovače ponecháním podmínky pro nulovou derivaci výrazu vibrace, ale hodnota vibrace ve frekvenci modelu není nulová. Tato hodnota je proměnou  $V$ .

Myšlenka je taková, že určená frekvence modelu systému není přesná, proto pro tuto frekvenci nabývá hodnota kmitání nenulové zvolené hodnoty  $V$ . Nejdříve se s rostoucí odchylkou frekvence kmitání tlumí a při dosažení úplného vykompenzování kmitání, nastane teprve jeho nárůst.

Porovnání ZVD a EI tvarovače pro  $V = 5\%$  je na Obrázek 2.5.



Obrázek 2.5 Porovnání ZVD a EI tvarovače pro  $V = 5\%$

Výhoda EI tvarovače oproti ZVD je ta, že si ponechává stejnou dobu trvání, ale zvyšuje robustnost k určování frekvence modelu systému.

Dohledal jsem se výrazu pro EI tvarovač pouze pro netlumený systém ( $\xi = 0$ ), viz[3]:

$$(2.13) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+V}{4} & \frac{1-V}{2} & \frac{1+V}{4} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega} & \frac{2\pi}{\omega} \end{bmatrix}$$

### 2.3.2 Two-Hump EI (dva hrboly)

Tento typ EI tvarovače je podobným způsobem odvozen od ZVDD tvarovače. První a druhá derivace výrazu kmitání pro frekvenci módu systému je opět nulová. Tentokrát je i přímo výraz kmitání pro tuto frekvenci nulový, ale při určité nižší frekvenci  $\omega_{H1}$  a při vyšší frekvenci  $\omega_{H2}$  nabývá výraz kmitání hodnoty  $V$ , která je opět parametrem pro tento tvarovač.

Two-Hump EI tvarovač si zachovává stejnou dobu trvání jako ZVDD se zvýšením robustnosti. Na Obrázek 2.6 je porovnání citlivostní křivky ZVDD a Two-Hump EI tvarovače, Obrázek 2.7 ukazuje srovnání One-Hump EI a Two-Hump EI tvarovače.

Řešení rovnic Two-Hump EI tvarovače je velmi složité. Vyhledal jsem pouze analytické řešení pro netlumený systém a numerické řešení s úrovní kmitání  $V = 5\%$  pro systém s tlumením.

Řešení pro netlumený systém, viz [1]:

$$(2.14) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{12}(V) & 0,5 - A_{12}(V) & 0,5 - A_{12}(V) & A_{12}(V) \\ 0 & \frac{\pi}{\omega} & \frac{2\pi}{\omega} & \frac{3\pi}{\omega} \end{bmatrix}, \text{ kde}$$

$$(2.15) \quad A_{12}(V) = \frac{3X^2 + 2X + 3V^2}{16X} \text{ a}$$

$$(2.16) \quad X = \sqrt[3]{V^2(\sqrt{1-V^2} + 1)}$$

Numerické řešení s úrovní kmitání  $V = 5\%$  pro systém s tlumením  $\xi$ , viz [1]:

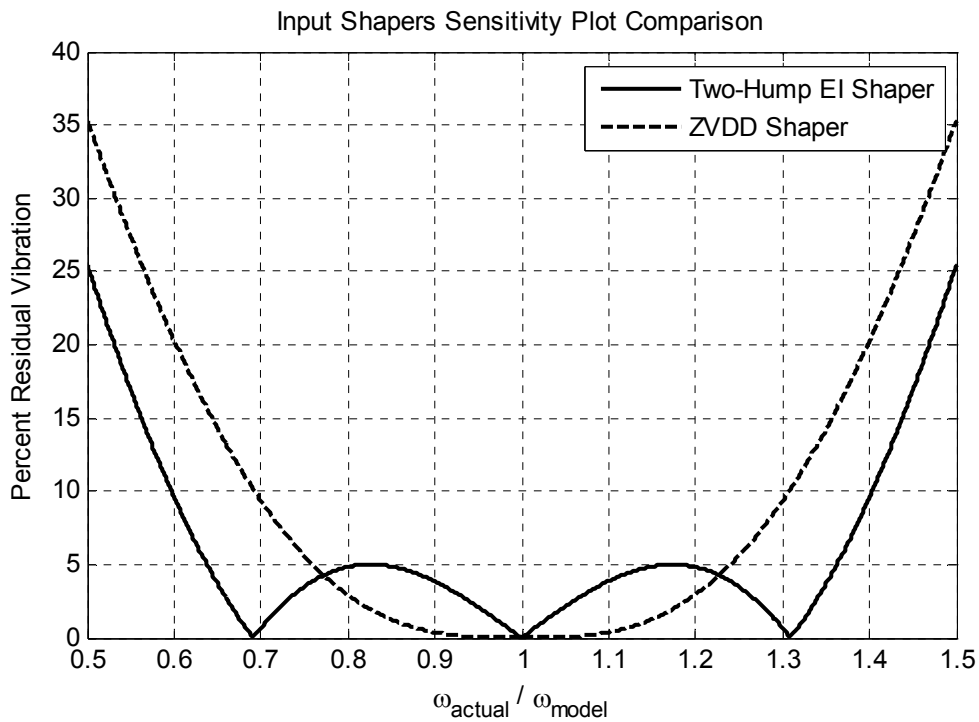
$$(2.17) \quad A_i = M_0 + M_1\xi + M_2\xi^2 + M_3\xi^3 \text{ a}$$

$$(2.18) \quad t_i = (M_0 + M_1\xi + M_2\xi^2 + M_3\xi^3)T, \text{ kde}$$

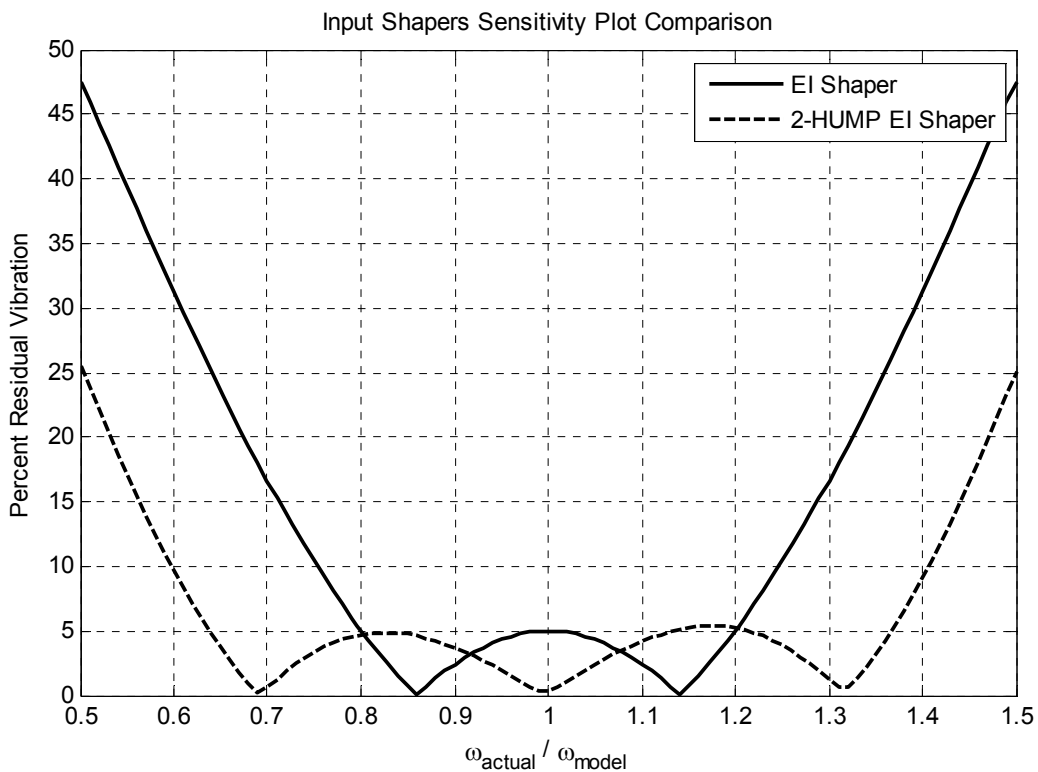
$$(2.19) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ a } M_i \text{ jsou hodnoty z Tabulka 2.1.}$$

	$M_0$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$t_1$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$t_2$	0.49890	0.16270	-0.54262	6.16180
$t_3$	0.99748	0.18382	-1.58270	8.17120
$t_4$	1.49920	-0.09297	-0.28338	1.85710
$A_1$	0.16054	0.76699	2.26560	-1.22750
$A_2$	0.33911	0.45081	-2.58080	1.73650
$A_3$	0.34089	-0.61533	-0.68765	0.42261
$A_4$	0.15997	-0.60246	1.00280	-0.93145

Tabulka 2.1 Numericky vyřešené hodnoty pro Two-Hump EI tvarovač



Obrázek 2.6 Porovnání citlivostní křivky pro ZVDD a Two-Hump EI tvarovač



Obrázek 2.7 Porovnání citlivostní křivky One-Hump EI a Two-Hump EI tvarovače

### 2.3.3 Three-Hump EI (tři hrboly)

Poslední variantou EI tvarovače, kterou se zabývám je Three-Hump EI. Jestliže potřebujeme ještě více robustnější tvarovač, můžeme použít Three-Hump EI se stejnou dobou trvání jako u ZVDDD tvarovače. Porovnání ZVDDD a Three-Hump EI tvarovače je na Obrázek 2.8 a porovnání Two-Hump EI a Three-Hump EI je zobrazeno na Obrázek 2.9

Podmínky určující časový okamžik a amplitudu impulzů jsou podobné jako u Two-Hump EI tvarovače. Našel jsem odvozené analytické řešení pro netlumený systém a numerické řešení pro systém s tlumením a nastavenou úrovní kmitání  $V = 5\%$ .

Řešení pro netlumený systém, viz [1]:

$$(2.20) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{13}(V) & \frac{1-V}{4} & \frac{1-4A_{13}(V)+V}{2} & \frac{1-V}{4} & A_{13}(V) \\ 0 & \frac{\pi}{\omega} & \frac{2\pi}{\omega} & \frac{3\pi}{\omega} & \frac{4\pi}{\omega} \end{bmatrix}, \text{ kde}$$

$$(2.21) \quad A_{13}(V) = \frac{1+3V+2\sqrt{2(V+V^2)}}{16}$$

Numerické řešení s úrovní kmitání  $V = 5\%$  pro systém s tlumením  $\xi$ , viz [1]:

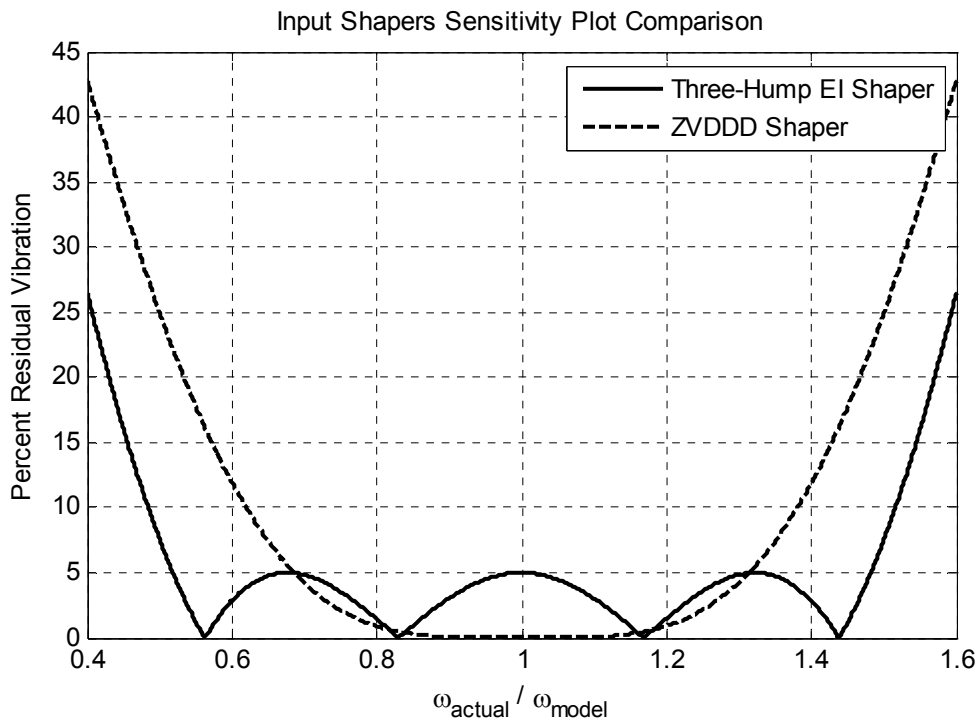
$$(2.22) \quad A_i = M_0 + M_1\xi + M_2\xi^2 + M_3\xi^3 \text{ a}$$

$$(2.23) \quad t_i = (M_0 + M_1\xi + M_2\xi^2 + M_3\xi^3)T, \text{ kde}$$

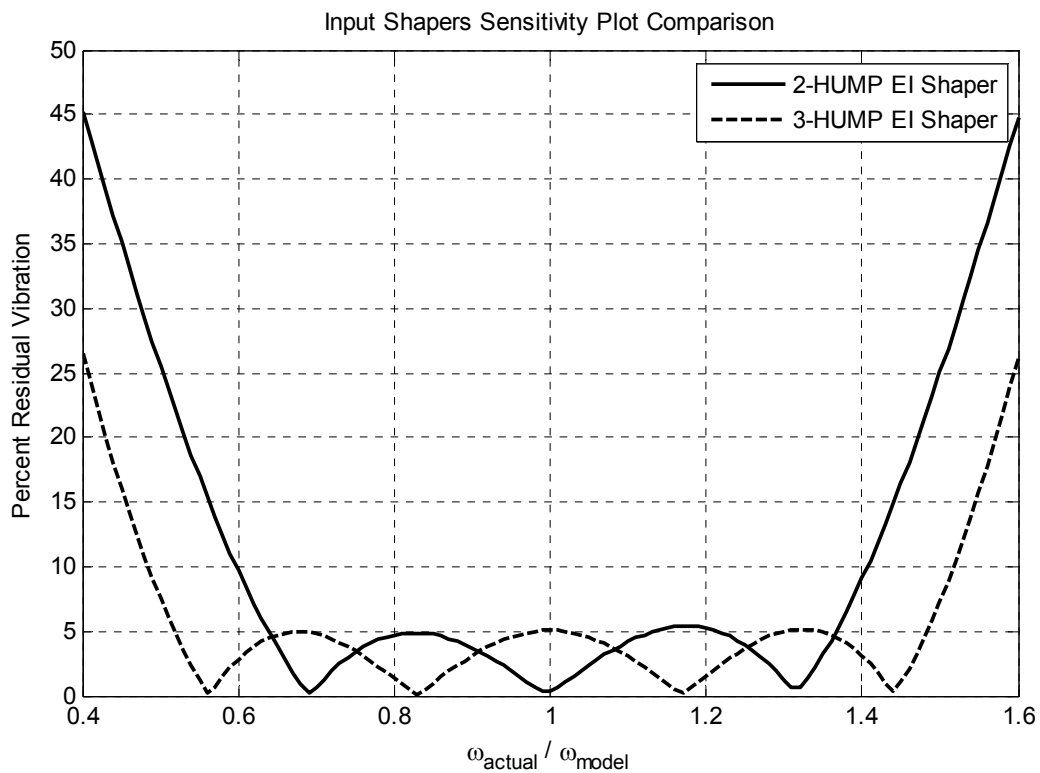
$$(2.24) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ a } M_i \text{ jsou hodnoty z Tabulka 2.2.}$$

	$M0$	$M1$	$M2$	$M3$
$t1$	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$t2$	0.49974	0.23834	0.44559	12.4720
$t3$	0.99849	0.29808	-2.36460	23.3990
$t4$	1.49870	0.10306	-2.01390	17.0320
$t5$	1.99960	-0.28231	0.61536	5.40450
$A1$	0.11275	0.76632	3.29160	-1.44380
$A2$	0.23698	0.61164	-2.57850	4.85220
$A3$	0.30008	-0.19062	-2.14560	0.13744
$A4$	0.23775	-0.73297	0.46885	-2.08650
$A5$	0.11244	-0.45439	0.96382	-1.46000

Tabulka 2.2 Numericky vyřešené hodnoty pro Three-Hump EI tvarovač



Obrázek 2.8 Porovnání citlivostní křivky ZVDDD a Three-Hump EI tvarovače



Obrázek 2.9 Porovnání citlivostní křivky Two-Hump EI a Three-Hump EI tvarovače

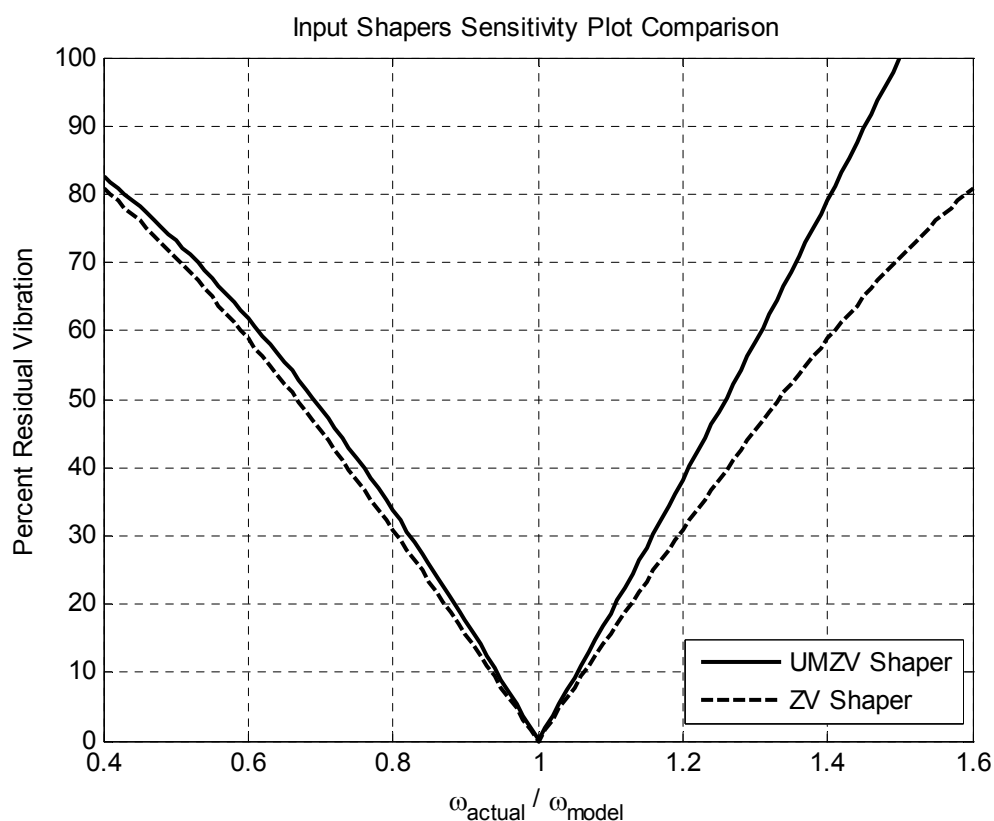
## 2.4 UMZV tvarovač – Unity Magnitude Zero Vibration Shaper

Na rozdíl od předchozích vstupních tvarovačích dává UMZV tvarovač přednost rychlosti před robustností. Ve srovnání s ZV tvarovačem je ještě rychlejší, ale méně robustní. Na Obrázek 2.10 je porovnání citlivostních křivek těchto vstupních tvarovačů.

Předěšlé tvarovače vždy předpokládaly jenom kladné hodnoty impulzů. UMZV tvarovač se od tohoto pravidla liší a uvažuje také záporný impulz, což právě vede ke zvýšení rychlosti.

Pro UMZV tvarovač jsem našel analytické řešení pouze pro netlumený systém, viz[3]:

$$(2.25) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{\pi}{3\omega} & \frac{2\pi}{3\omega} \end{bmatrix}$$



Obrázek 2.10 Porovnání citlivostní křivky ZV a UMZV tvarovače

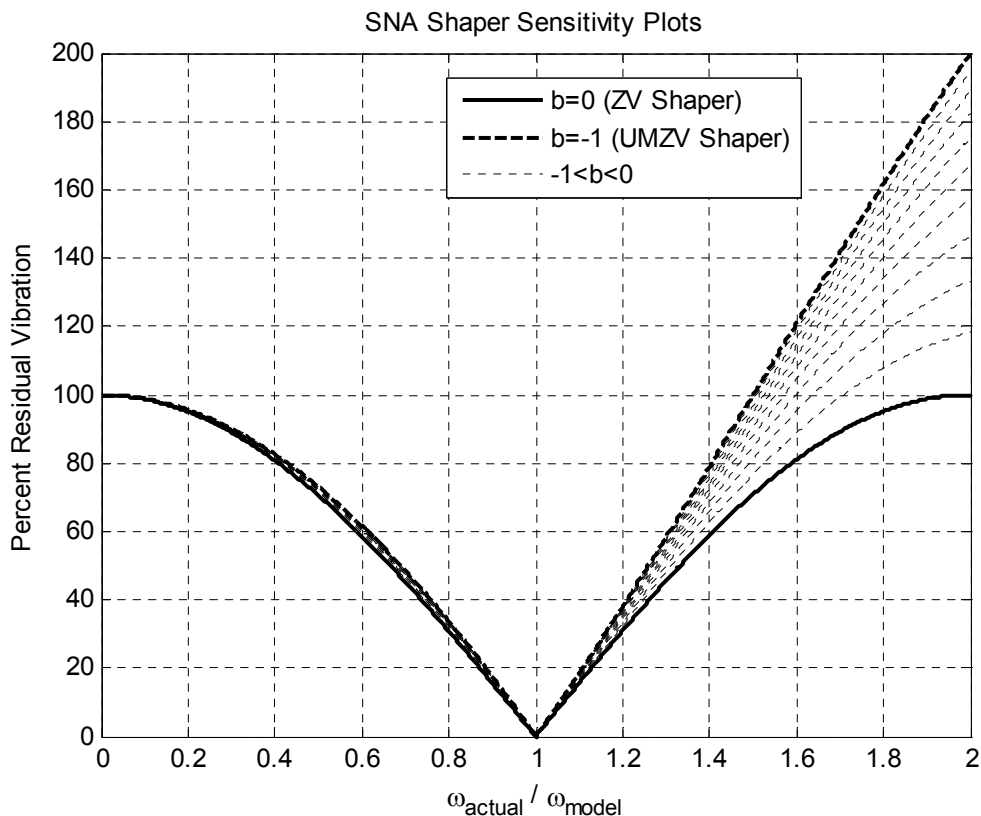


## 2.5 SNA tvarovač – Specified-Negative-Amplitude Shaper

Posledním vstupním tvarovačem, kterým jsem se zabýval, je SNA tvarovač. Předchozí UMZV tvarovač používá záporného impulsu ke zvýšení rychlosti a toho využívá i SNA tvarovač. Jelikož u UMZV tvarovače tím poklesla robustnost, zvláště pro vyšší frekvence, je SNA tvarovač navržen pro kompromis mezi rychlostí a robustností. Parametrem určujícím vlastnost toho tvarovače je záporná konstanta  $b$ . Pro  $b = 0$  se SNA tvarovač chová stejně jako ZV tvarovač a pro  $b = -1$  odpovídá UMZV tvarovači. Tím vytváří spojité spektrum v citlivostní křivce mezi ZV a UMZV tvarovačem, což je zobrazeno na Obrázek 2.11.

Pro SNA tvarovač jsem našel analytické řešení pouze pro netlumený systém, viz [3]:

$$(2.26) \quad \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-b}{2} & b & \frac{1-b}{2} \\ 0 & \frac{\cos^{-1}\left(\frac{-b}{1-b}\right)}{\omega} & \frac{\cos^{-1}\left(\frac{2b^2}{(1-b)^2} - 1\right)}{\omega} \end{bmatrix}$$



Obrázek 2.11 Citlivostní křivky SNA tvarovačů pro různý parametr  $b$

## 2.6 UD tvarovač – Unity Delayed Shaper

UD tvarovač je nový typ tvarovače navržený panem Ing. Martinem Špillarrem. Název vychází z toho, že časové rozestupy mezi jednotlivými impulzy jsou konstantní pro každý případ. Zpoždění tohoto tvarovače je dáno násobkem periody vzorkování, která se může libovolně měnit.

**Tvarovač je navržen podle následujícího postupu:**

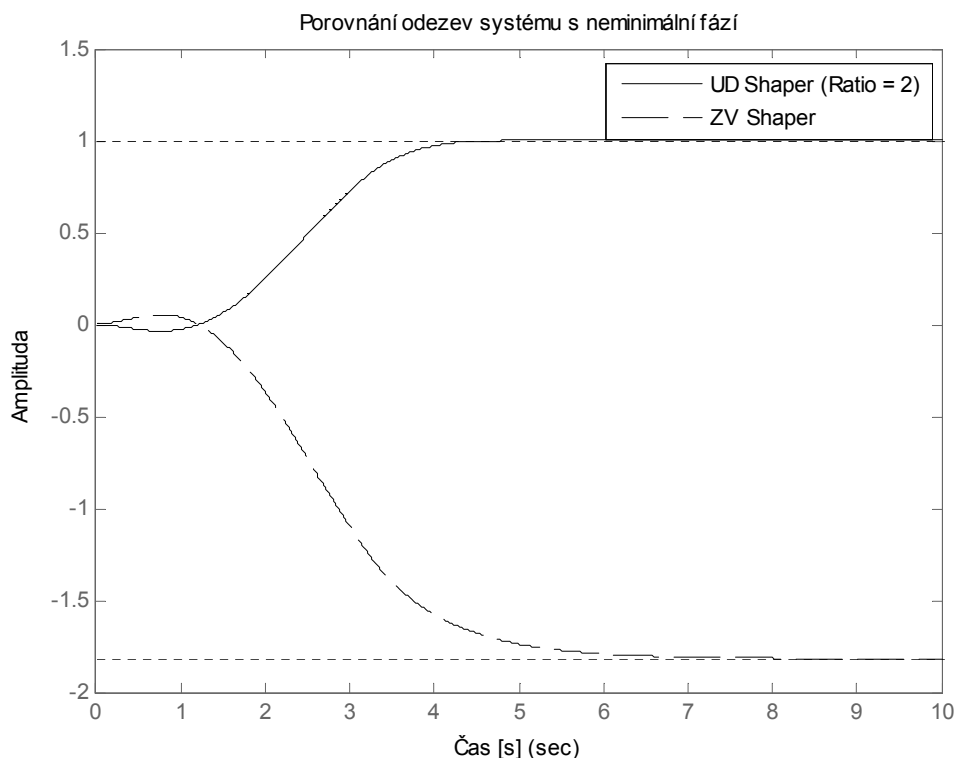
- 1) Původní spojitý systém se převede na diskretní se zvolenou periodou vzorkování. Pro lepší porovnání s ostatními tvarovači se místo periody vzorkování volí parametr *Ratio*. Zjistíme časový okamžik posledního impulsu ZV tvarovače navrženého pro původní spojitý systém. Tento čas vydělíme parametrem *Ratio* a tak dostaneme periodu vzorkování pro UD tvarovač.
- 2) Ze vzniklého diskretního přenosu  $S(d) = \frac{b(d)}{a(d)}$ , vyjádřeného pomocí operátoru zpoždění  $d$ , získáme polynomy  $a$  a  $b$ .
- 3) Stejným způsobem se převede referenční signál na diskretní. V tomto případě se jedná o jednotkový skok. Tím získáme přenos  $W(d) = \frac{g(d)}{f(d)}$  a z něj pak polynomy  $g$  a  $f$ .
- 4) Další postup návrhu je obdobný s návrhem konečného časově optimálního diskretního ovládání, viz. [14], avšak s tím rozdílem, že do polynomů  $a$  a  $b$  nezahrneme referenční signál  $\frac{1}{1-d}$ . Vyjádříme si odchylku  $E$  ve formě  $E = \frac{g}{f} - \frac{b}{a} \cdot U$ , což lze upravit na tvar  $E \cdot f + \frac{b}{a} f \cdot U = g$ . Aby byla odchylka minimální, řešíme tuto diofantickou rovnici s minimálním stupněm polynomu  $E$ . Výsledné řízení lze vyjádřit do tvaru  $U = \frac{ya}{f}$ . Jelikož polynom  $a$  v sobě neobsahuje faktor  $(1-d)$ , výsledné řízení  $U$  není polynom, a tím počet kroků řízení není konečný. Vědomě zde porušujeme podmínku, že  $\frac{a}{f}$  po vykrácení musí být rovno  $\frac{a_0}{f_0}$ , kde  $f_0 = 1$ . Takto navržené výsledné řízení, ač není konečné, je možné realizovat pomocí struktury tvarovače, a lze použít pro původní spojitý systém. Navíc pro určité periody vzorkování se výsledky shodují s předem uvedenými tvarovači.
- 5) Parametry tvarovače se získají z řízení  $U$  následovně: koeficienty polynomu v čitateli odpovídají amplitudám jednotlivých impulsů. Jejich časový posun odpovídá  $(n-1)$  násobku vzorkovací periody.

- 6) Pokud nastavíme vzorkovací periodu jako jednu polovinu zpoždění ZV tvarovače ( $Ratio = 2$ ), oba tvarovače se shodují (pouze pro systémy s jedním dyn módem), pokud je vzorkovací perioda rovna zpoždění ZV ( $Ratio = 1$ ), parametry odpovídají ZVD tvarovči. Pokud se mění poměr před i za tyto poměry dostáváme další tvarovače.

Z této metody návrhu plynou mnohé výhody. Jelikož se pro výpočet používá celá přenosová funkce, nemusejí se hledat vlastní frekvence a tlumení. Je-li struktura složitější, obsahuje-li například nějaké nuly, je tato část přenosu také uvažována při návrhu. Oproti ostatním je UD tvarovač navržen přímo i pro systémy s více dynamickými módy. Podobně jako u SNA tvarovače se může řídit rychlost odezvy. Zvyšováním se zároveň snižuje robustnost a naopak.

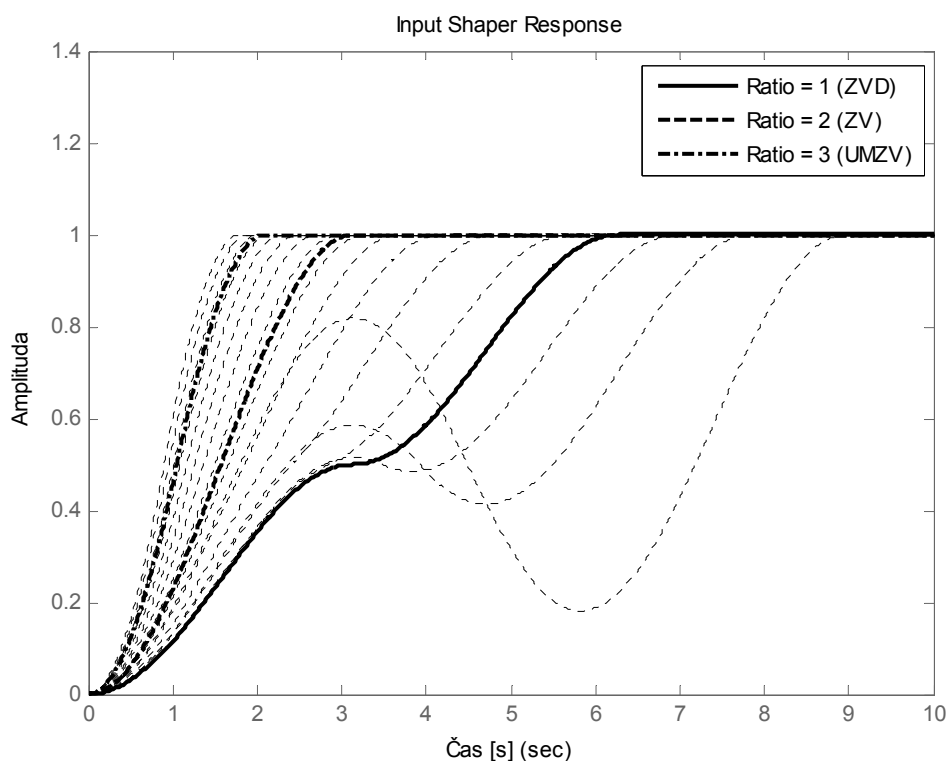
Jedna z hlavních výhod UD tvarovače se dá ilustrovat na systému s neminimální fází. Vše budu porovnávat na ZV tvarovači a UD tvarovači s parametrem  $Ratio = 2$ . Uvažme systém s přenosem  $G(s) = \frac{1}{(s^2 + 0,4s + 1)} \cdot \frac{s - 2}{s + 1,1}$ . Jestliže by systém měl přenos pouze

$\frac{1}{(s^2 + 0,4s + 1)}$  žádný rozdíl by mezi tvarovači nebyl. Obrázek 2.12 ukazuje výhody nového přístupu návrhu, kde je uvažována i nula v přenosu systému. Odezvy jsou zobrazeny pro systém  $G(s)$ . ZV tvarovač dosahuje špatných výsledků a v této situaci je nevyhovující pro řízení. Zatímco UD tvarovač dosáhne bez problémů požadované hodnoty.

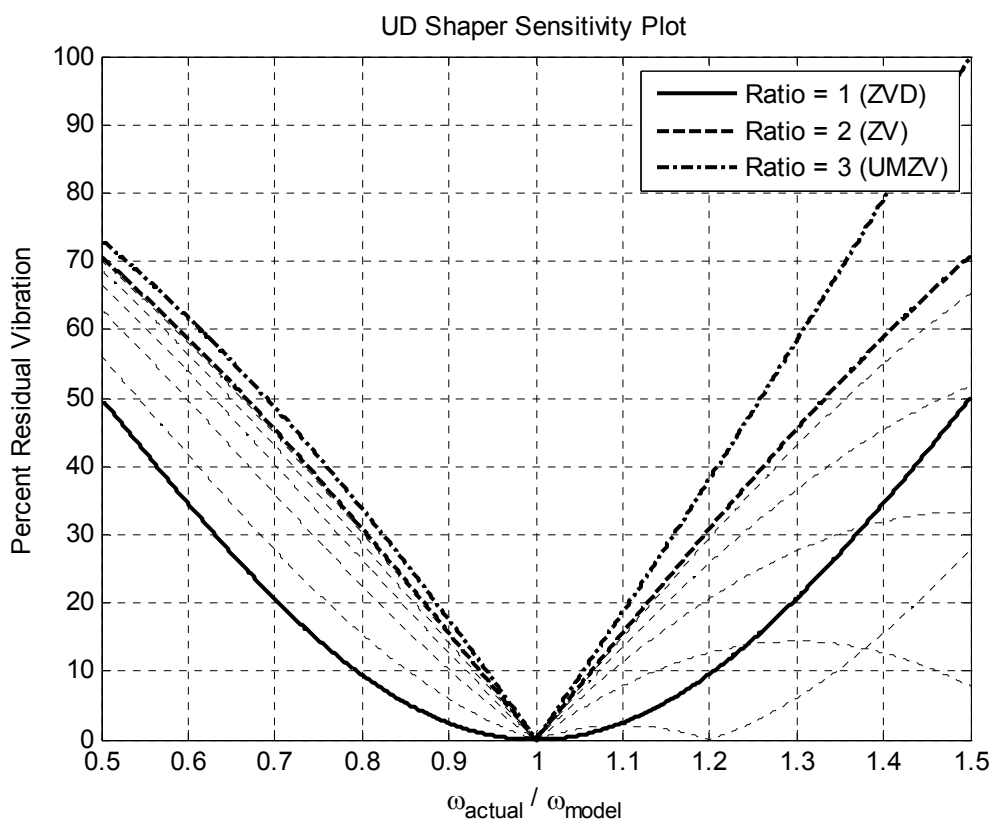


Obrázek 2.12 Porovnání odezev systému s neminimální fází pro ZV a UD tvarovač

Obrázek 2.13 ukazuje odezvy netlumeného systému druhého řádu na upravený skokový signál UD tvarovači s různými periodami vzorkování. Pro porovnání citlivostních křivek těchto tvarovačů složí Obrázek 2.14.



Obrázek 2.13 Odezvy netlumeného systému na tvarovaný skok UD tvarovači s různými periodami vzorkování



Obrázek 2.14 Citlivostní křivky UD tvarovačů s různými periodami vzorkování

## 2.7 Tvarovače pro systém vyššího řádu

Výše uvedené vztahy definující tvarovače jsou pro systém druhého řádu. Chceme-li vypočítat parametry tvarovače pro systém vyššího řádu, je postup následující: Ke každé komplexně sdružené dvojici dynamických pólů, nejprve vypočítáme zvlášť parametry tvarovačů. Tím získáme tvarovače kompenzující kmitání jednotlivých dynamických pólů systému. Vypočítané parametry jsou chápány jako impulzy, mezi kterými provedeme konvoluci a tím sjednotíme parametry do jediného výsledku.

Pro lepší pochopení uvedu na příkladu:

Máme systém pátého řádu s přenosem  $G(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)(s^2 + 4)(s + 3)}$  a chceme zjistit parametry ZVD-ZVD tvarovače pro tento systém.

Pól v bodě  $s = -3$  není dynamický a proto nás nezajímá.

Systém má dvě dvojice komplexně sdružených dynamických pólů.

První dvojice  $\frac{1}{(s^2 + s + 1)}$  stanoví frekvenci kmitání  $\omega_1 = 1$  s tlumením  $\xi_1 = 0,5$ .

Dosazením těchto hodnot do vztahu (2.11) a (2.12) získáme parametry prvního ZVD tvarovače.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7393 & 0.2411 & 0.0197 \\ 0 & 3.6276 & 7.2552 \end{bmatrix}$$

Druhá dvojice pólů  $\frac{1}{(s^2 + 4)}$  způsobuje netlumené kmitání s frekvencí  $\omega_2 = 2$ .

Vypočítáme parametry druhého ZVD tvarovače.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 1.5708 & 3.1416 \end{bmatrix}$$

Konvolucí dostaneme parametry ZVD-ZVD tvarovače:

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1848 & 0.3696 & 0.1848 & 0.0603 & 0.1205 & 0.0603 & 0.0049 & 0.0098 & 0.0049 \\ 0 & 1.5708 & 3.1416 & 3.6276 & 5.1984 & 6.7692 & 7.2552 & 8.8260 & 10.3968 \end{bmatrix}$$

Impulzy výsledného ZVD-ZVD tvarovače vypočítáme podle následujícího algoritmu. Vezmeme každý impulz z prvního ZVD tvarovače a postupně násobíme jeho amplitudou amplitudou každého impulzu druhého ZVD tvarovače a zároveň se sčítají zpoždění těchto impulzů.

## 3 Implementace v Matlabu

### 3.1 Seznam funkcí

- *dynpoles* – získání dynamických pólů systému
- *zv* – vypočítá parametry ZV tvarovače pro zadaný systém
- *zvd* – vypočítá parametry ZVD tvarovače pro zadaný systém
- *ei* – vypočítá parametry EI tvarovače
- *ei2h* – vypočítá parametry Two-Hump EI tvarovače
- *ei3h* – vypočítá parametry Three-Hump EI tvarovače
- *umzv* – vypočítá parametry UMZV tvarovače
- *sna* – vypočítá parametry SNA tvarovače
- *ud* – vypočítá parametry UD tvarovače
- *mmshaper* – pomocí konvoluce sloučí parametry tvarovačů jednotlivých pólů systému
- *ishsens* – zobrazí citlivostní křivku pro daný systém a vstupní tvarovače
- *refcmd* – vytvoří přenos tvarovače z jeho parametrů
- *ishresp* – zobrazí odezvu systému na tvarovaný referenční signál
- *ishcmd* – zobrazí vytvarovaný referenční signál

### 3.2 Dynamické póly systému

Základem každého výpočtu parametrů tvarovače je zjištění dynamických pólů systému. Tyto póly se vyskytují v komplexně sdružených dvojicích určujících frekvenci  $\omega$  a tlumení  $\xi$ . Abych mohl zjistit frekvenci a tlumení, stačí mi k tomu pouze jeden pól z této komplexně sdružené dvojice. To vedlo k vytvoření funkce s jménem *dynpoles*, která k zadanému systému vrátí všechny póly systému s imaginární částí větší než nula. Zároveň tato funkce otestuje zda je systém stabilní. Pokud zadaný systém není stabilní, nebo nemá žádný dynamický pól, oznámí chybu.

### 3.3 Tvarovače

Vstupem, každého tvarovače je systém, pro který se tvarovač navrhuje. Systém je objekt typu LTI. Některé tvarovače mají další nepovinný parametr charakterizující vlastnost daného tvarovače. Podle uvedených vztahů ve druhé kapitole pro konkrétní tvarovač můžu

vypočítat parametry tvarovače ve tvaru matice  $\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix}$  pro jednotlivé dynamické póly systému získané funkcí *dynpoles*.

K dynamickým pólům zjistím frekvenci kmitání z výrazu  $\omega = \sqrt{(\text{Re}\{p\})^2 + \text{Im}\{p\}^2}$  a tlumení z  $\xi = \frac{|\text{Re}\{p\}|}{\omega}$ , kde  $p$  je pól. Například pro ZVD tvarovač dosadím hodnoty  $\omega$  a  $\xi$  do (2.11) a (2.12) a získám matici ZVD tvarovače pro jeden pól systému.

Nakonec sloučím dílčí výsledky pro jednotlivé dynamické póly funkcí *mmshaper*.

### 3.3.1 EI, UMZV, SNA tvarovač

Rovnice pro tyto tvarovače jsem našel jenom pro netlumený systém. Proto do výpočtu přidávám podmínku, zda je tlumení nulové. V opačném případě se vypíše varování.

### 3.3.2 Two-Hump a Three-Hump EI

Zde je podobné omezení jako v předchozím případě. Našel jsem pouze numerické řešení pro systém s tlumením, kde je přímo zvolený parametr tvarovače  $V=5\%$ . Jestli má systém tlumení a zadáme jinou úroveň vibrace, vypíše se varování.

Pro systém bez tlumení jsou rovnice řešeny analyticky pro libovolnou úroveň kmitání.

### 3.3.3 UD tvarovač

Algoritmus výpočtu parametrů UD tvarovače jsem naprogramoval přesně uvedeného postupu v předchozí kapitole. Perioda vzorkování se nezadá přímo, ale přes proměnou *Ratio*. Nejprve navrhnu k systému ZV tvarovač a čas jeho posledního impulzu vydělím *Ratio* a tím získám periodu vzorkování. Při výpočtu se používá Polynomiální Toolbox verze 3.0.

## 3.4 Vykreslování citlivostní křivky

### 3.4.1 Vektorový diagram, viz [1]

Vektorový diagram graficky znázorňuje sekvenci impulzů v polárních souřadnicích ( $r-\theta$ ). Vektorový diagram se vytvoří tak, že  $r$  se položí rovno amplitudě impulzu a  $\theta = \omega t$ , kde  $\omega$  je vybraná frekvence a  $t$  je časový okamžik impulzu. Úhel prvního vektoru je nulový, protože je první impulz v čase  $t_1 = 0$ .

Jedná-li se o tlumený systém, úhel vektoru se přepočítá podle vztahu  $\theta = \omega\sqrt{1-\xi^2}t$  a velikost vektoru  $r_i$  se vynásobí  $\exp(-\omega\xi t_{n-i+1})$ , kde  $n$  je počet impulzů.

Tento nástroj je velmi užitečný při určování intenzity kmitání. Součet všech vektorů náležících dané sekvenci impulzů pro určenou frekvenci označím  $A_R$ . Velikost takto získaného vektoru odpovídá intenzitě kmitání a to je přesně výhodné pro zjišťování průběhu citlivostní křivky.

### 3.4.2 Citlivostní křivka tvarovače

Citlivostní křivku vykresluji jako závislost velikosti vektoru  $A_R$  na normované frekvenci. Normovaná frekvence je  $\frac{\omega_{actual}}{\omega_{model}}$ , kde  $\omega_{actual}$  je odchýlená frekvence od frekvence modelu systému a  $\omega_{model}$  je frekvence modelu.

### 3.4.3 Implementace

Funkci vykreslující citlivostní křivku jsem pojmenoval *ishsens*. Její první vstupní parametr je systém, objekt typu LTI. Následuje nepovinný parametr rozsahu normované frekvence. Například pro zadaný rozsah 0,4 se vykreslí křivka pro normovanou frekvenci od 0,6 do 1,4. Pro jaký typ tvarovače se má citlivostní křivka nakreslit je určeno ostatními parametry, které jsou ve formátu: Název tvarovače (např. 'zv', 'zvd', 'ei') a případně nepovinný číselný parametr tvarovače (např. u EI tvarovače to může být úroveň kmitání  $V$ , nebo u SNA tvarovače parametr  $b$ ), který následuje za jménem tvarovače.

Ze zadaného systému nejprve zjistím frekvenci  $\omega$  a tlumení  $\xi$ . Jestliže má systém více módů, použiji pouze jeden mód a vytvořím systém druhého řádu s touto frekvencí a tlumením. Pro takto vytvořený systém zjistím parametry požadovaných tvarovačů a k získaným parametrům vypočítám velikost vektoru  $A_R$  v závislosti na normované frekvenci.

Funkce slouží k zobrazení citlivostní křivky daného tvarovače, ale také k porovnání citlivostních křivek více tvarovačů.

### 3.5 Přenos tvarovače

Funkci, která převádí parametry tvarovače na přenos, jsem pojmenoval *refcmd*. Tato funkce požaduje verzi Matlabu R2007a a Control Toolbox verze 8.0, protože využívá funkce k vytvoření přenosu, který má více zpoždění.

Přenos tvarovače je složen z impulzů definovaných zpožděním  $t_i$  a amplitudou  $A_i$ . Nejprve vyjádřím přenos jednotlivých impulzů  $A_i \cdot e^{-t_i s}$  a pak tyto přenosy paralelně sloučím. Vstupem je matice obsahující v prvním řádku výšky skoků a v druhém řádku časy.

### 3.6 Zobrazení odezvy systému na referenční signál

Pro zobrazení odezvy systému na referenční signál jsem naprogramoval funkci *ishresp*. První vstupní parametr je matice popisující výšky impulzů a jejich časové okamžiky. Následující parametr specifikuje referenční signál, zda se jedná o skok, rampu, nebo sinusovou funkci. Při vynechání parametru je implicitně zvolen skok. Zbylé parametry jsou shodné se vstupními parametry funkce *impulse*, čili hlavně přenosy systémů.

Pomocí funkce *refcmd* převedu matici impulzů na přenos  $D(s)$  a pak všechny LTI objekty ve ostatním vstupních parametrech sériově spojím s přenosem  $D(s)$ . Nakonec vše zobrazím funkcí *impulse*.

Potřebujeme-li vykreslit tvarovaný referenční signál, zhotovil jsem pro to funkci *ishcmd*.



## 4 Závěr

Cílem této práce bylo vytvoření toolboxu pro Matlab umožňující snazší práci se vstupními tvarovači.

Vstupní tvarovač v diskrétní verzi je definován sekvencí impulzů, kde  $A_i$  je amplituda a  $t_i$  je časový okamžik impulzu. U analogového tvarovače každý impulz odpovídá větvi, která obsahuje zesilovač se ziskem  $A_i$  a zpožďující prvek se zpožděním  $t_i$ . Věchy tyto větve jsou spojeny paralelně.

Toolbox obsahuje funkce pro vypočítání parametrů  $\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix}$  pro jednotlivé typy tvarovačů.

Nejjednodušším tvarovačem je ZV (Zero Vibration Shaper), který je navržen pro přesně určenou frekvenci módu systému. Pro tuto frekvenci zaručí odezvu s nulovým kmitáním. Je-li odchylka mezi skutečnou frekvencí a zjištěnou, odezva bude kmitavá. Pomocí citlivostní křivky se dá zobrazit, jak závisí velikost kmitání na chybě při určování frekvence. ZV tvarovač je málo robustní k nejistotám v modelu systém, ale zato má rychlou odezvu. Pro ZV tvarovač jsem našel analytické řešení pro libovolný systém.

Rozšířením ZV tvarovače vzniká ZVD (Zero Vibration and Derivative Shaper), který má zvýšenou robustnost za cenu snížení doby náběhu tvarovaného signálu. K tomuto tvarovače jsem vyhledal také analytické řešení pro libovolný systém.

Tvarovače ještě s vyšší robustností mají zkratku EI (Extra-Insensitive Shapers). Podle počtu hrbolů v citlivostní křivce se rozdělují na jedno skokové (One-Hump), dvou skokové (Two-Hump) a tři skokové (Three-Hump). Jiné varianty s vyšším počtem hrbolů jsem neobjevil. Každý z těchto tvarovačů má parametr  $V$ , který stanoví velikost kmitání ve specifické frekvenci. Pro One-Hump EI tvarovač jsem našel pouze analytické rovnice pro netlumený systém s libovolným parametrem  $V$ . U zbylých dvou variant tvarovačů jsem našel analytické řešení pro netlumený systém a libovolný parametr  $V$  a numerické řešení, vypočítané pro parametr  $V=5\%$ , pro systém s tlumením.

Pro všechny předchozí tvarovače platí pravidlo, že hodnoty  $A_i$  jsou kladné a v součtu se rovnají jedné. UMZV tvarovač (Unity Magnitude Zero Vibration Shaper) toho pravidlo porušuje a umožňuje i zápornou amplitudu impulzu. Tím dosáhne kratší doby náběhu, ale také dojde ke snížení robustnosti. Vyhledal jsem pouze analytické řešení pro netlumený systém.

SNA tvarovač (Specified-Negative-Amplitude Shaper) je obdobou UMZV. Rozdíl je v tom, že je definovaný ještě parametrem  $b$ , který vytváří plynulý přechod mezi robustností a rychlostí. Je-li  $b=-1$  chová se stejně jako UMZV a jeli  $b=0$  odpovídá ZV tvarovači.

Všechny tyto tvarovače se navrhuje zvlášť pro každý dynamický mód systému a na konec se pomocí konvoluce spojí. Novým typem tvarovače je UD (Unity Delayed Shaper). Jeho hlavními výhodami jsou, že je navržen přímo z celého přenosu systému. Při výpočtu se uvažují i nuly přenosu a navrhuje se rovnou i pro systém s více módy. Časová vzdálenost mezi impulzy je konstantní a je stanovena poměrem k poslednímu impulzu ZV tvarovače. Tento poměr je parametr UD tvarovače a určuje jeho charakteristiku. Je-li roven dvěma, chová se pro systém s jedním módem stejně jako ZV tvarovač. Je-li roven jedné, odpovídá ZVD tvarovači. Čili s jeho rostoucí hodnotou roste rychlost odezvy, ale zároveň klesá robustnost. Stoupne-li hodnota poměru přes dvě, má stejné chování jako SNA tvarovač.

Zmíněné tvarovače jsem naprogramoval v Matlabu i s uvedenými omezovacími podmínkami. Funkce jsou pojmenovány podle zkratk jednotlivých tvarovačů a vracejí parametry  $\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix}$  v matici. Pro převod této matice na přenos slouží funkce *refcmd*.

Vytvořil jsem užitečné funkce *ishresp*, *ishcmd* a *ishsens*. První zobrazí odezvu systému na požadovaný tvarovaný referenční signál, *ishcmd* nakreslí vytvarovaný referenční signál. Funkce *ishsens* vykreslí citlivostní křivku daného tvarovače a slouží i k porovnání citlivostních křivek různých tvarovačů. Použité obrázky citlivostních křivek a odezev systému jsem získal pomocí těchto funkcí.

Na závěr jsem zhotovil webovou stránku, kde jsou ke stažení všechny funkce. Webová stránka bude umístěna na adrese <http://dce.felk.cvut.cz/ishaping/>

Během studování problematiky jsem objevil i jiné typy tvarovačů, ale nezjistil jsem k nim analytické řešení ani numerické.

# Literatura

- [1] W. Singhose, "Command Generation for Flexible Systems", *MIT*, 1997
- [2] T. Singh and W. Singhose, "Tutorial on input shaping/time delay control of maneuvering flexible structures", *ACC*, 2002
- [3] John R. Huey, "The Intelligent Combination of Input Shaping and PID Feedback Control", *Georgia Institute of Technology*, 2006
- [4] Erika A. Ooten Biediger, "Vibration Reduction Using Command Generation in Formation Flying Satellites", *Georgia Institute of Technology*, 2005
- [5] William E. Singhose and Lucy Y. Pao, "On the Equivalence of Minimum Time Input Shaping with Traditional Time-Optimal Control", *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, 1995
- [6] Jayaram Gopalakrishnan, K. V. Umamaheswara Reddy, Tarunraj Singh, „Concurrent Feedback/Feedforward Design for Second Order Systems“, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2005
- [7] Sungyung Lim, Homer D. Stevens and Jonathan P. How, "Input Shaping Design for Multi-Input Flexible Systems"
- [8] A.K. Banerjee and W.E. Singhose, "Command Shaping in Tracking Control of a Two-Link Flexible Manipulator", *AIAA Astroynamics Conf. Sun Valley, ID*, 1997
- [9] S.P. Bhat and D.K. Miu, "Precise Point-to-Point Positioning Control of Flexible Structures", *ASME Winter Annual Meeting*. San Francisco, CA, 1989
- [10] M. Bodson, "Experimental Comparison of Two Input Shaping Methods for the Control of Resonant Systems", *IFAC World Congress*. San Francisco, CA, 1996
- [11] J.M. Hyde and W.P. Seering, "Inhibiting Multiple Mode Vibration in Controlled Flexible Systems", *American Control Conf.* Boston, MA, 1991
- [12] D.P. Magee and W.J. Book, "Eliminating Multiple Modes of Vibration in a Flexible Manipulátor", *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta, GA, 1993
- [13] B.W. Rappole, N.C. Singer, and W.P. Seering, "Multiple-Mode Impulse Shaping Sequences for Reducing Residual Vibrations," *23rd Biennial Mechanisms Conference*. Minneapolis, MN, 1994
- [14] V. Havlena, J. Štecha, skriptum "Moderní teorie řízení", ČVUT, 2000

# Seznam příloh

## Obsah přiloženého CD:

- Elektronická podoba této práce ve formátu .pdf
- Zdrojové kódy toolboxu v adresáři **ishtoolbox**
  - **dynpoles.m**
  - **zv.m**
  - **zvd.m**
  - **ei.m**
  - **ei2h.m**
  - **umzv.m**
  - **sna.m**
  - **ud.m**
  - **mshaper.m**
  - **ishsens.m**
  - **refcmd.m**
  - **ishresp.m**
  - **Content.m** – popis toolboxu
    - názvy souborů se shodují s názvy funkcí, které jsou popsány ve třetí kapitole
- Webová stránka **index.htm**