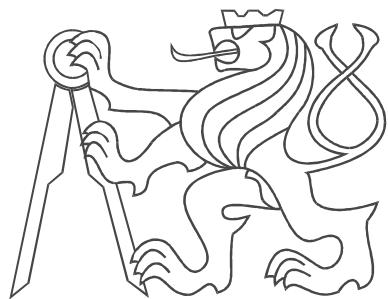


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



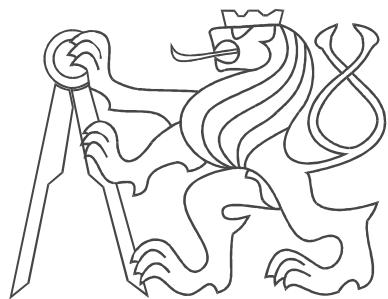
DIPLOMOVÁ PRÁCE

Autor: Jan Váňa



Katedra řídicí techniky

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Pokročilé řízení Portálového jeřábu

Praha, 2009

Autor: Jan Váňa

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Jan Váňa**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (magisterský), strukturovaný

Obor: Kybernetika a měření, blok KM1 - Řídicí technika

Název tématu: **Pokročilé řízení portálového jeřábu**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s laboratorním modelem portálový jeřáb v Laboratoři teorie automatického řízení K26.
2. Odvoďte matematický model tohoto systému.
3. Proveďte identifikaci laboratorního modelu.
4. Navrhněte jednoduché zpětnovazební řízení tohoto laboratorního modelu.
5. Navrhněte pokročilé řízení tohoto laboratorního modelu a porovnejte ho s předchozím bodem.

Seznam odborné literatury:

Petr Horáček, Systémy a modely, Praha 2000

Web K26, <http://dce.felk.cvut.cz/lab26/>

Jan John, Systémy a řízení, Praha 1999

Franklin, Powel, Emami-Naeini, Feedback Control of Dynamic Systems, Prentice Hall, 2006

Vedoucí: Ing. Jiří Roubal, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2009/10



prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 27. 2. 2009

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne 21.5.2009

Vtne
podpis

Poděkování

Děkuji především mému vedoucímu diplomové práce Jiřímu Roubalovi za jeho ochotu, trpělivost a cenné rady, které mi poskytl. Dále by jsem chtěl poděkovat rodičům a všem blízkým členům rodiny za podporu mého studia na ČVUT.

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je navrhnutí pokročilého řízení portálového jeřábu, jehož model je umístěn v laboratoři K26 katedry řídicí techniky fakulty elektrotechnické Českého učení technického v Praze. Identifikace ředitelných částí systému je provedeme naměřením přechodových charakteristik pro jednotlivé motory systému. Matematický popis kryv závěsu navijáku sestavíme pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu. Pro řízení systému použijeme regulátory navržené frekvenční metodou, metodou Geometrického místa kořenů a nakonec navrhneme LQG regulátor.

Abstract

The main goal of this diploma work is to create an advanced control of a laboratory model Portable Crane, which is situated in the laboratory K26 at the Department of Control Engineering at Faculty of Electrical Engineering at Czech Technical University in Prague. The identification of the system is done by measuring the transfer function for each motor of the system. The mathematical description of swings of the hanger is obtained by the second type of Lagrange equation. The control of the laboratory system is designed by frequency method, Root Locus Method and finally by LQG controller.

Obsah

Seznam obrázkù	vii
1 Úvod	1
2 Popis laboratorního systému	3
2.1 Mechanický popis	4
2.2 Propojení systému s PC	5
3 Identifikace laboratorního systému	7
3.1 Převod do soustavy jednotek SI	7
3.1.1 Převod pro určení polohy ramene jeřábu	7
3.1.2 Převod pro určení polohy křídla jeřábu	8
3.1.3 Převod pro určení délky lanka zvedáku	8
3.1.4 Převod výchylky lanka zvedáku	8
3.2 Identifikace řiditelných částí laboratorního systému	10
3.2.1 Identifikace dynamiky ramene jeřábu	10
3.2.2 Identifikace dynamiky křídla jeřábu	11
3.2.3 Identifikace dynamiky změny délky lanka zvedáku	13
3.3 Identifikace kyvů závěsného háčku zvedáku	14
3.3.1 Ověření identifikace kyvů závěsu na pohybujícím se zvedáku	20
3.4 Linearizace systému	21
3.4.1 Lineární model systému	22
3.5 Ověření lineárního modelu	24
4 Zpětnovazební regulátory	27
4.1 PIDf regulátor	28
4.1.1 PIDf regulátor pro řízení polohy ramene jeřábu	28
4.1.2 Simulace řízení polohy ramene jeřábu PIDf regulátorem	30

4.1.3	PIDf regulátor pro řízení polohy křídla jeřábu	31
4.1.4	Simulace řízení polohy křídla jeřábu PIDf regulátorem	32
4.2	Regulátor typu PID pro celý systém	33
4.2.1	Regulace pro vnitřní smyčku ve směru x	34
4.2.2	Regulátor pro řízení polohy ve směru x	35
4.2.3	Simulace řízení polohy ramene jeřábu a výchylky φ_x	36
4.2.4	Regulace pro vnitřní smyčku ve směru y	37
4.2.5	Regulátor pro řízení polohy ve směru y	38
4.2.6	Simulace řízení polohy křídla jeřábu a výchylky φ_y	39
4.2.7	Regulace soustavy ve směrech x, y	40
5	LQG regulace systému	43
5.1	Kalmanův filtr	43
5.2	LQ regulátor	47
5.2.1	Ověření LQG regulace	50
6	Virtuální model systému	53
7	Závěr	55
A	Simulinková schémata	I
B	Obsah přiloženého CD	V

Seznam obrázků

1.1	Laboratorní model Portálový jeřáb	1
1.2	Detailní fotografie zvedáku laboratorního systému	2
2.1	Schéma laboratorního systému Portálový jeřáb	3
3.1	Transformace výchylky lanka zvedáku portálového jeřáb	9
3.2	Simulinkové schéma transformace výchylky lanka zvedáku	10
3.3	Schéma pro určení přenosu $u_a \rightarrow x$	11
3.4	Odezva motoru M_a	11
3.5	Schéma pro určení přenosu $u_w \rightarrow y$	12
3.6	Odezva motoru M_w	12
3.7	Schéma pro určení přenosu $u_c \rightarrow l$	13
3.8	Výstup senzoru polohy v ose z	13
3.9	Odezva motoru M_c	14
3.10	Model kyvů lanka zvedáku	16
3.11	Měření parametru δ a T	19
3.12	Simulinkové schéma kyvů závěsu s pohyblivým zvedákem	19
3.13	Ověření nelineárního modelu kyvů ve směru x	20
3.14	Ověření nelineárního modelu kyvů ve směru y	20
3.15	Ověření nelineárního modelu kyvů v obou směrech současně	21
3.16	Simulinkové schéma pro ověření lineárního modelu	24
3.17	Ověření dynamiky ramene a křídla lineárního modelu	25
3.18	Ověření dynamiky výchylky lanka závěsu lineárního modelu	26
4.1	Schéma zapojení zpětnovazebního regulátoru	27
4.2	Bodeho charakteristika motoru M_a	29
4.3	Simulinkové schéma „frekvenčního“ řízení polohy ramene jeřábu	30
4.4	Simulace řízení polohy ramene jeřábu PIDf regulátorem	30

4.5	Bodeho charakteristika motoru M_w	31
4.6	Simulinkové schéma řízení polohy křídla jeřábu	32
4.7	Simulace řízení polohy křídla jeřábu PIDf regulátorem	32
4.8	Schéma regulátorů	33
4.9	Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_x}	34
4.10	Schéma pro návrh řízení polohy ve směru x	35
4.11	Bodeho charakteristika přenosu G_x	35
4.12	Umístění pólů a nul vnější a vnitřní smyčky	36
4.13	Průběhy řízení systému ve směru x	37
4.14	Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_y}	38
4.15	Schéma zapojení pro řízení polohy ve směru y	38
4.16	Bodeho charakteristika přenosu P_y	39
4.17	Poloha pólů a nul vnější i vnitřní smyčky	39
4.18	Simulace řízení ve směru y	40
4.19	Průběhy řízení systému ve směrech x, y regulátorem typu PID	41
5.1	Průběhy Kalmanova zesílení L_x, L_y	45
5.2	Schéma zapojení pro ověření Kalmanova filtru	46
5.3	Vstupy systému pro ověření odhadu Kalmanova filtru	46
5.4	Porovnání výstupů systému a výstupů Kalmanova odhadu	47
5.5	Schéma LQ regulátoru	48
5.6	Průběhy Kalmanova zesílení LQ regulátoru	50
5.7	LQG regulace systému	51
5.8	LQG regulace systému s důrazem na eliminaci výkyvů	52
6.1	Virtuální svět systému	53
6.2	Simulace nárazu zvedáku ve směru x	54
7.1	Porovnání kmitů reálného systému a nelineárního modelu	56
7.2	Porovnání řízení LQG a GMK regulátorů	57
A.1	Připojení systému přes SIMULINK	I
A.2	Simulinkové schéma PIDf regulátoru celého systému	II
A.3	Simulinkové schéma zapojení LQG regulátoru	III

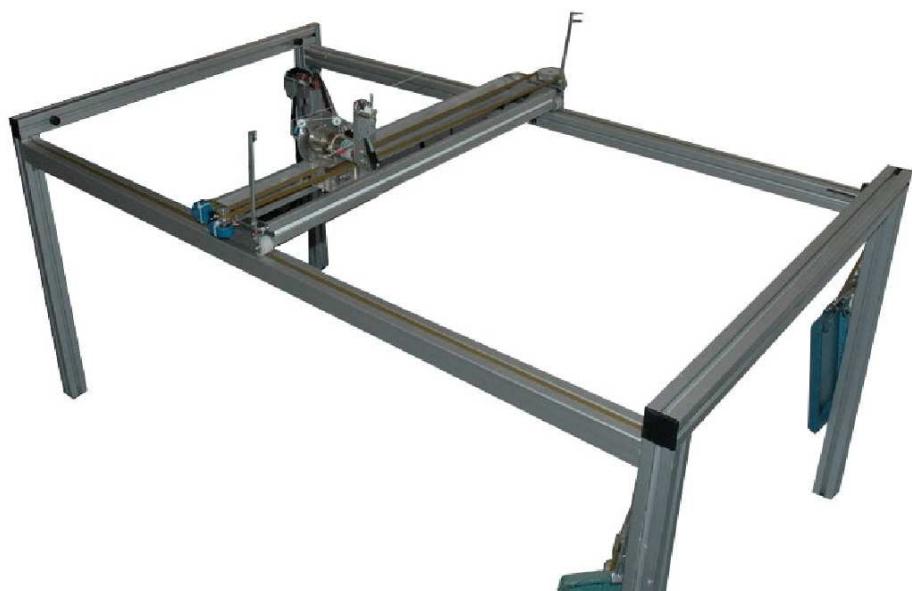
Kapitola 1

Úvod

Hlavním úkolem této práce je identifikace a návrh řízení pro laboratorní model Portálový jeřáb, který je umístěn v laboratoři K26 na Katedře řídicí techniky Fakulty elektrotechnické ČVUT v Praze [8]. Tento model je dobrým příkladem systému s více vstupy a více výstupy.

Portálový jeřáb se běžně používá v průmyslu při přemísťování výrobků ve výrobních či skladových halách, nebo také pro nakládání či vykládání zboží na nádražích a v přístavech.

Fotografie celého laboratorního modelu Portálový jeřáb je uvedena na obr. 1.1. Detailní foto mechanismu pro pohyb ramene a křídla laboratorního systému a také detail zvedacího mechanismu je uvedeno na obr. 1.2.

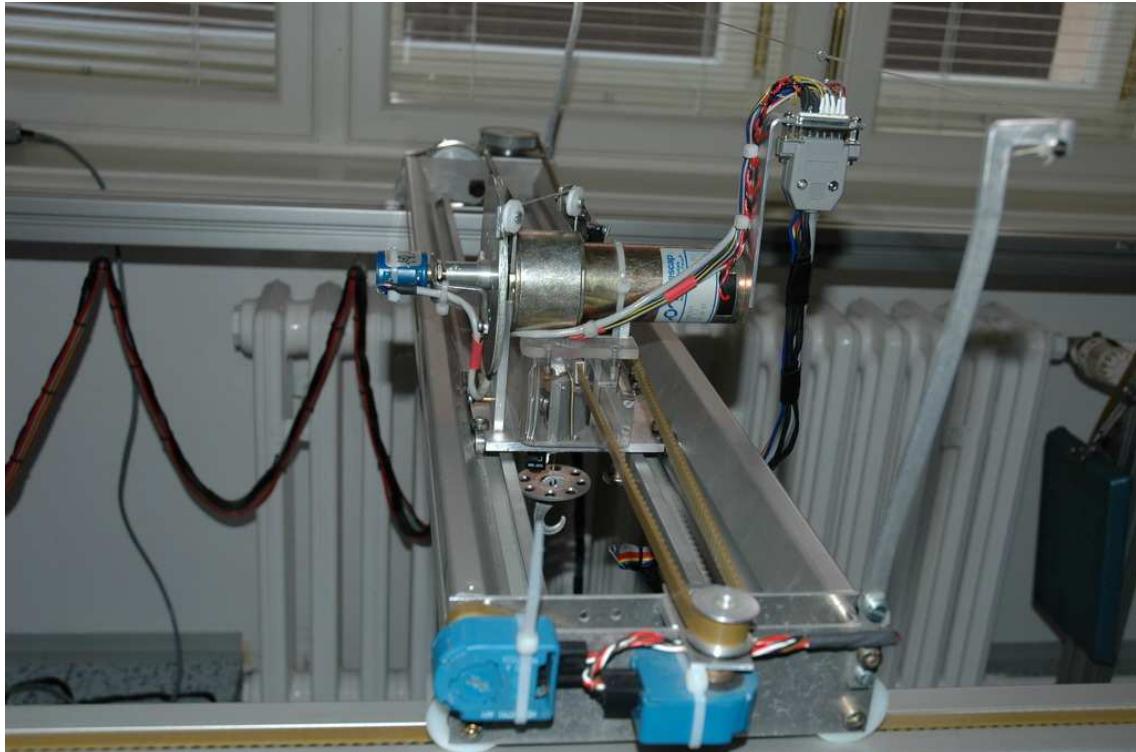


Obrázek 1.1: Laboratorní model Portálový jeřáb

K návrhu regulátoru je potřeba znát matematicko-fyzikální model, který získáme identifikací modelu. Identifikace celého laboratorního systému se skládá z určení přenosových funkcí pro všechny motory systému a ze sestavení pohybových rovnic určujících vychýlení závěsu zvedáku. Ty odvodíme pomocí Lagrangeových rovnic a poté provedeme několik experimentů k získání neznámých konstant matematického modelu [7].

Po provedení identifikace celého laboratorního systému se dále budeme zabývat návrhem řízení pro tento systém. Řízení navrhнемe nejdříve pomocí „klasických“ frekvenčních metod, a poté ho srovnáme s pokročilými metodami regulace, jako je LQG regulace, kombinující Kalmanův filtr [6, 11] s kvadratickým LQ regulátorem [1, 11].

Struktura této práce je následující. V kapitole 2 popíšeme laboratorní systém a způsob připojení k počítači. V kapitole 3 provedeme identifikaci jednotlivých částí systému, sestavíme lineární model a ověříme správnost tohoto modelu. V kapitole 4 navrhнемe regulátor systému pomocí „klasických“ metod návrhu a zobrazíme výsledky těchto regulací. V kapitole 5 použijeme k řízení modelu LQG regulátor, opět uvedeme výsledky této regulace. V kapitole 6 vytvoříme virtuální model laboratorního systému. V kapitole 7 shrneme výsledky všech navržených regulátorů.

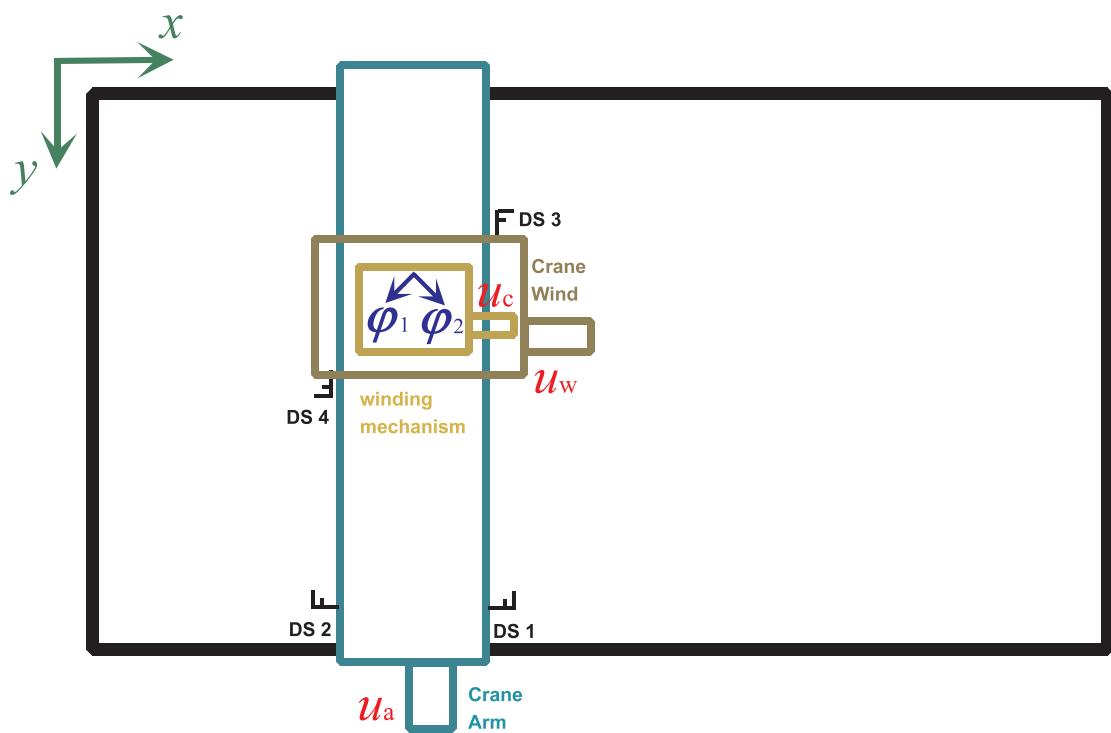


Obrázek 1.2: Detailní fotografie zvedáku laboratorního systému

Kapitola 2

Popis laboratorního systému

Laboratorní model Portálový jeřáb [8] je mechanický systém ovládaný počítačem. Jedná se o model s více vstupy a více výstupy. Schématicky je znázorněn na následujícím obrázku, kde také zavádíme kladné směry jednotlivých výstupních veličin.



Obrázek 2.1: Schéma laboratorního systému Portálový jeřáb

V této části uvedeme popis mechanických částí a způsob propojení komunikace mezi laboratorním systémem a počítačem.

2.1 Mechanický popis

Laboratorní systém Portálový jeřáb se skládá ze zvedáku, dvou kolejnic a kovového obdélníkového rámu, který je podepřen čtyřmi nosníky. Zvedák se může pohybovat po kolejnicích v rámci obdélníkového rámu ve dvou navzájem kolmých směrech x a y . Ve směru x se zvedák pohybuje po kolejnici, kterou dále budeme nazývat „rameno“ portálového jeřábu. Kolejnici, po které se zvedák pohybuje ve směru y nazveme „křídlo“ portálového jeřábu. Model je dále vybaven celkem třemi stejnosměrnými motorky. První motor, motor M_a , pohybuje s ramenem jeřábu, druhý motor, motor M_w , pohybuje s křídlem jeřábu a třetí motor, motor M_c , slouží ke změně délky lanka zvedáku portálového jeřábu.

Poloha ramene, křídla a výchylka lanka zvedáku portálového jeřábu je snímána pomocí relativních čidel polohy. Délka lanka zvedáku je naopak snímána absolutním snímačem polohy. Laboratorní systém je dále vybaven čtyřmi dorazovými čidly polohy a spínačem napnutí lanka, které chrání model před poškozením. Laboratorní systém Portálový jeřáb má tři vstupy a deset výstupů.

Vstupy laboratorního systému jsou

- napětí na motoru M_a : u_a [V],
- napětí na motoru M_w : u_w [V],
- napětí na motoru M_c : u_c [V].

Výstupy laboratorního systému jsou

- hodnota ze snímače měřícího polohu ramene jeřábu v ose x : s_x [-],
- hodnota ze snímače měřícího polohu křídla jeřábu v ose y : s_y [-],
- hodnota ze snímače měřícího výchylku lanka závěsu v ose φ_1 : s_1 [-],
- hodnota ze snímače měřícího výchylku lanka závěsu jeřábu v ose φ_2 : s_2 [-],
- hodnota ze snímače měřícího délku lanka navijáku: s_l [-],
- hodnota ze snímače dorazu ramene jeřábu ve směru osy x : ds_1 [-],
- hodnota ze snímače dorazu ramene jeřábu ve směru osy $-x$: ds_2 [-],
- hodnota ze snímače dorazu ramene jeřábu ve směru osy y : ds_4 [-],
- hodnota ze snímače dorazu ramene jeřábu ve směru osy $-y$: ds_3 [-].

2.2 Propojení systému s PC

Komunikace mezi laboratorním systémem a PC je zprostředkována programem MATLAB (Simulink) [10] od firmy MATHWORKS s využitím real-time knihovny REAL-TIMETOOLBOX [10] od firmy HUMUSOFT. Simulinkové schéma komunikace systému s PC je v příloze na obr. A.1. Pro komunikaci je nutné použít ovladač zajíšťující rozhraní mezi prostředím MATLABu a systémem ovládaným přes převodní kartu. Ovladač musí splňovat požadavky kladené specifikací rozhraní knihovny REAL-TIME TOOLBOX. Přehled vstupů a výstupů je uveden v následující tabulce.

Kanál	Typ	Popis
1	Vstupní	Řídicí napětí motoru M_a . Hodnota je omezená na interval $(-1, 1)$.
2	Vstupní	Řídicí napětí motoru M_w . Hodnota je omezená na interval $(-1, 1)$.
3	Vstupní	Řídicí napětí motoru M_c . Hodnota je omezená na interval $(-1, 1)$.
1	Výstupní	Signalizace dorazu senzoru ds_1 . 1 znamená dosažení dorazu.
2	Výstupní	Signalizace dorazu senzoru ds_2 . 1 znamená dosažení dorazu.
3	Výstupní	Signalizace dorazu senzoru ds_3 . 1 znamená dosažení dorazu.
4	Výstupní	Signalizace dorazu senzoru ds_4 . 1 znamená dosažení dorazu.
5	Výstupní	Signalizace horní polohy háčku zvedáku (senzor ds_5). 1 znamená dosažení dorazu.
6	Výstupní	Poloha ramene jeřábu s_x .
7	Výstupní	Výchylka závěsu ve směru φ_1 .
8	Výstupní	Výchylka závěsu ve směru φ_2 .
9	Výstupní	Poloha křídla jeřábu s_y .
10	Výstupní	Délka lanka zvedáku s_l .

Tabulka 2.1: Vstupy a výstupy převodníkové karty

Kapitola 3

Identifikace laboratorního systému

V této části se budeme zabývat vlastní identifikací systému portálového jeřábu. Protože identifikace celého systému jako celku by byla příliš obtížná, rozdělíme tento systém na na sobě nezávislé části, které budeme identifikovat zvlášť. Začneme převedením výstupních hodnot ze senzorů laboratorního systému na hodnoty odpovídající hodnotám v soustavě SI. Poté provedeme identifikaci statických a dynamických charakteristik řiditelných částí a sestavení matematického popisu kryv lanka zvedáku. Výsledkem identifikace budou diferenciální rovnice popisující chování nelineárního systému. Tyto rovnice nakonec spojíme a vytvoříme lineární model celého laboratorního systému. Od přesnosti lineárního modelu se budou odvíjet regulátory pro laboratorní systém. Proto správnost tohoto lineárního modelu ověříme na několika simulacích.

3.1 Převod do soustavy jednotek SI

Jedná se o převedení hodnot ze snímačů určujících polohu zvedáku a délku lanka závěsu na hodnoty v metrech. Hodnoty ze snímačů určujících vychýlení lanka závěsu pak převedeme na radiány. Všechny tyto převody se dají approximovat lineární funkcí.

3.1.1 Převod pro určení polohy ramene jeřábu

Převod ze snímače polohy ramene portálového jeřábu, který určuje polohu x zvedáku vyjádříme jako

$$x = k_x s_x, \quad k_x = \frac{1}{2000} \text{ m}, \quad (3.1)$$

kde s_x [-] je hodnota ze snímače polohy ramene jeřábu a x [m] je odpovídající poloha tohoto ramene v jednotkách SI.

3.1.2 Převod pro určení polohy křídla jeřábu

Převod ze snímače polohy křídla jeřábu, určujícího polohu zvedáku v ose y , vyjádříme jako

$$y = k_y s_y, \quad k_y = -\frac{1}{2000} \text{ m}, \quad (3.2)$$

kde s_y [-] je hodnota ze snímače polohy křídla jeřábu a y [m] je odpovídající poloha tohoto křídla v jednotkách SI.

3.1.3 Převod pro určení délky lanka zvedáku

Tento převod má tvar

$$l = k_l(s_l - 0,0187), \quad k_l = 120 \text{ m}, \quad (3.3)$$

kde s_l [-] je hodnota ze snímače délky lanka zvedáku a l [m] je odpovídající délka lanka závěsu v jednotkách SI.

3.1.4 Převod výchylky lanka zvedáku

Vychýlení lanka zvedáku z rovnovážné polohy je měřeno pomocí dvou na sebe „kolmých“ čidel. První z těchto čidel měří výchylku lanka ve směru φ_1 a druhé měří výchylku lanka ve směru φ_2 , viz obr. 2.1. Převody z těchto čidel do jednotek SI se dají vyjádřit pomocí lineárních funkcí jako

$$\varphi_1 = k_1 s_1, \quad k_1 = 0,0022 \text{ [rad]}, \quad (3.4)$$

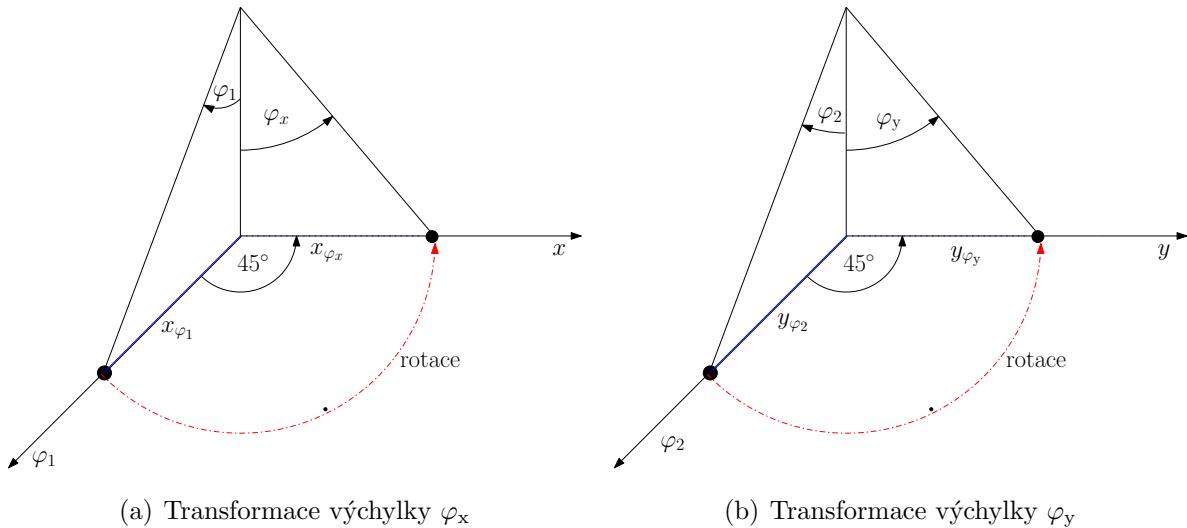
$$\varphi_2 = k_2 s_2, \quad k_2 = 0,0038 \text{ [rad]}, \quad (3.5)$$

kde s_1 [-], s_2 [-] jsou hodnoty ze snímačů výchylky lanka ve směrech φ_1 , φ_2 . Veličiny φ_1 [rad], φ_2 [rad] jsou odpovídající velikosti úhlů v jednotkách SI.

Nyní známe výchylku ve směrech φ_1 a φ_2 . Zvedák jeřábu se ale pohybuje v osách x a y . Proto bude vhodné přepočítat tyto výchylky lanka zvedáku do směrů x , y . Platí, že osa φ_1 svírá s osou x úhel 45° a osa φ_2 svírá s osou y také úhel 45° . Výchylku lanka ve směru x

označíme φ_x [rad], výchylku lanka ve směru y označíme φ_y [rad]. Velikosti výchylek φ_x a φ_y určíme tak, že z velikosti výchylky lanka navijáku ve směru φ_1 zjistíme vzdálenost x_{φ_1} a z velikosti výchylky lanka ve směru φ_2 zjistíme vzdálenost y_{φ_2} , viz obr. 3.1. Pro vzdálenosti x_{φ_1} , y_{φ_2} platí

$$x_{\varphi_1} = l \sin \varphi_1, \quad y_{\varphi_2} = l \sin \varphi_2.$$



Obrázek 3.1: Transformace výchylky lanka zvedáku portálového jeřáb

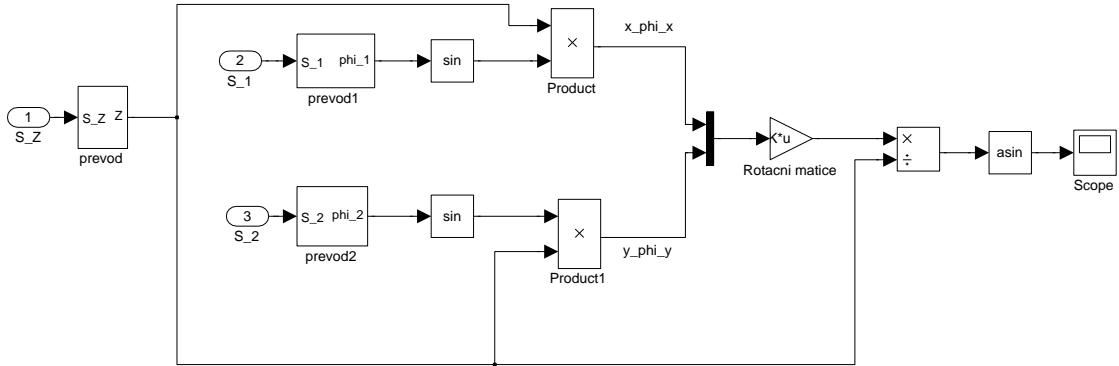
Vzdálenosti x_{φ_1} a y_{φ_2} je následně třeba promítnout do os x a y , čili odrotovat je o 45° . Tuto rotaci provedeme pomocí rotační matice \mathbf{R}_{rot} , která má tvar

$$\mathbf{R}_{\text{rot}} = \begin{bmatrix} -\cos(\pi/4) & \sin(\pi/4) \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) \end{bmatrix}.$$

Z těchto odrotovaných vzdáleností x_{φ_x} a y_{φ_y} následně určíme velikosti výchylek ve směru os x a y jako

$$\varphi_x = \arcsin \frac{x_{\varphi_x}}{l}, \quad \varphi_y = \arcsin \frac{y_{\varphi_y}}{l}.$$

Simulinkové schéma pro transformaci výchylky lanka zvedáku je uvedeno na obr. 3.2.



Obrázek 3.2: Simulinkové schéma transformace výchylky lanka zvedáku

3.2 Identifikace řiditelných částí laboratorního systému

Řiditelné části laboratorního systému jsou tři stejnosměrné motorky, které slouží k posunu ramene jeřábu, křídla jeřábu a také k ovládání délky lanka zvedáku. Jejich identifikace bude spočívat v naměření odezvy na daný vstupní signál. Tyto naměřené průběhy se dále budeme snažit namodelovat. Výsledkem budou přenosové funkce jednotlivých motorek. Také nesmíme zapomenout na necitlivost a saturaci vstupních napětí jednotlivých motorek.

3.2.1 Identifikace dynamiky ramene jeřábu

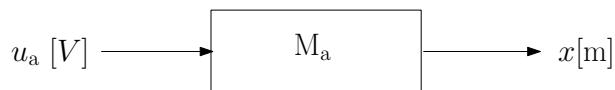
Rameno jeřábu je ovládáno motorem M_a . Hodnoty necitlivosti a saturace motoru M_a jsou uvedeny v tab. 3.1. Poznamenejme, že necitlivost záleží na „znaménku“ vstupního signálu.

„znaménko“ u_a	necitlivost	saturace
+	0,17	1
-	-0,19	-1

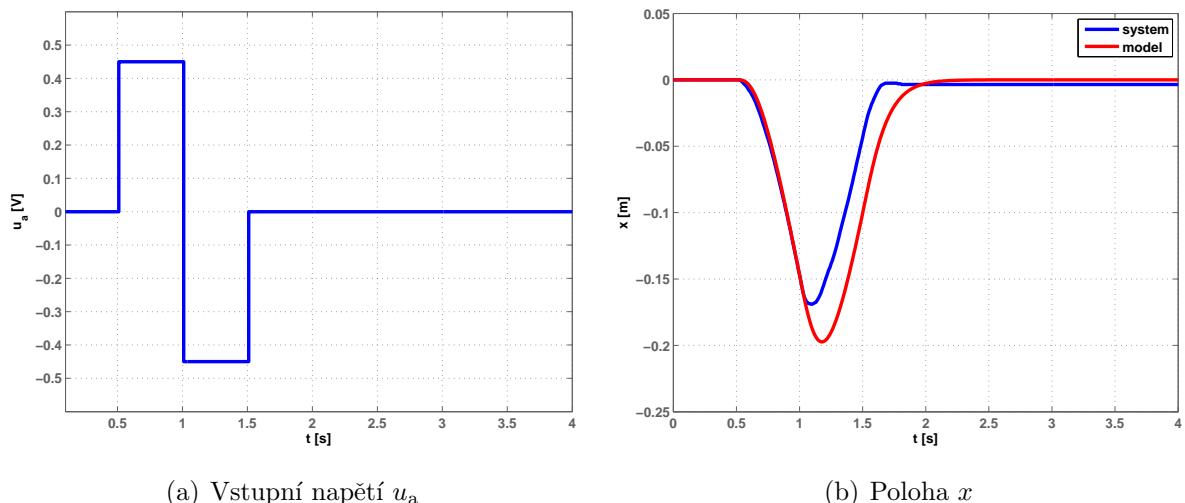
Tabulka 3.1: Tabulka necitlivosti a saturace motoru M_a

Vlastní identifikaci tedy provedeme podle schématu uvedeného na obr. 3.3. Přenos vstupního napětí u_a na polohu x ramene jeřábu má tvar

$$G_a(s) = \frac{X(s)}{U_a(s)} = -\frac{123.2}{s(s+9)(s+11)}. \quad (3.6)$$

Obrázek 3.3: Schéma pro určení přenosu $u_a \rightarrow x$

Přesnost určení přenosové funkce pro posuv ramene jeřábu je možné posoudit z obr. 3.4. Na tomto obrázku je znázorněna odezva polohy ramene jeřábu v závislosti na změně vstupního signálu.

Obrázek 3.4: Odezva motoru M_a

Z naměřených odezv na obr. 3.4(b) vidíme, že dynamika systému i modelu se téměř shoduje. Rozdíl nastává při změně směru posuvu ramene jeřábu, kde je patrné „amplitudové“ převýšení modelu oproti systému. Toto převýšení je způsobeno nelineárním třením v reálném systému, které by však bylo příliš obtížné modelovat, a také rozdílnou vstupní necitlivostí motoru M_a . Pro návrh řízení je nezbytné, aby se dynamika reálného systému a jeho modelu shodovala zejména v „rozjezdu“. Tato podmínka je dle obr. 3.4 splněna. Ještě upozorníme na „opačnou“ orientaci posuvu křídla vzhledem ke „znaménku“ vstupního signálu. Tomuto „nedostatku“ se však budeme věnovat až další sekci.

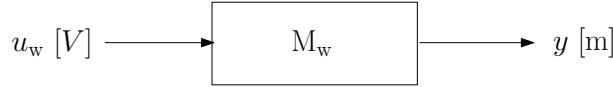
3.2.2 Identifikace dynamiky křídla jeřábu

Pohyb křídla jeřábu je ovládán motorem M_w . Hodnoty necitlivosti a saturace motoru M_w jsou uvedeny v tabulce 3.2. Necitlivost opět záleží na „znaménku“ vstupního signálu.

„znaménko“ u_w	necitlivost	saturace
+	0,08	1
-	-0,065	-1

Tabulka 3.2: Necitlivost a saturace motoru M_w

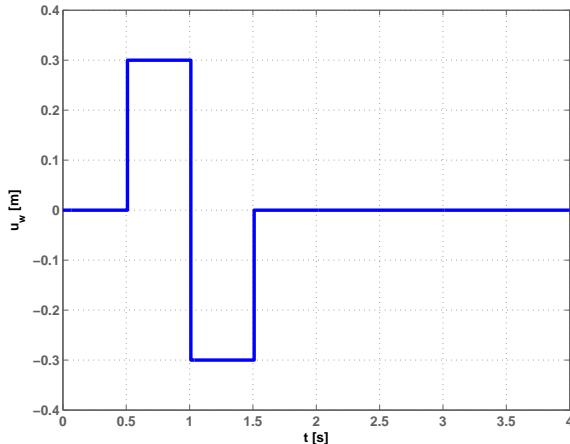
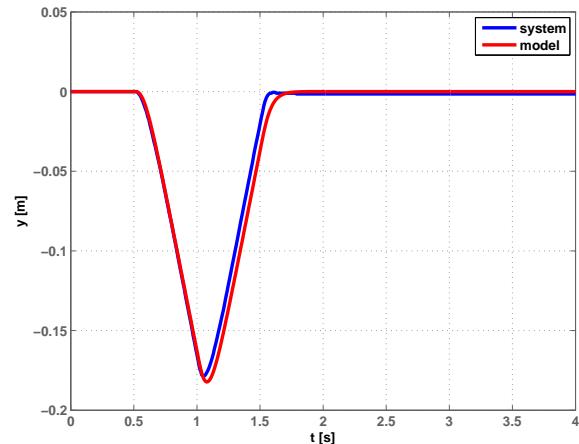
Vlastní identifikaci tedy provedeme dle schématu uvedeného na následujícím obrázku

Obrázek 3.5: Schéma pro určení přenosu $u_w \rightarrow y$

Přenos vstupního napětí u_w na polohu křídla jeřábu y má tvar

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{U_w(s)} = -\frac{840}{s(s+20)(s+30)}. \quad (3.7)$$

Přesnost určení přenosové funkce pro posuv křídla jeřábu je možné posoudit z obr. 3.6. Na tomto obrázku je znázorněna odezva polohy ramene jeřábu v závislosti na změně vstupního signálu.

(a) Vstupní napětí u_w (b) Poloha y Obrázek 3.6: Odezva motoru M_w

Z porovnání výstupů, které jsou zobrazeny na obr. 3.6(b) vidíme, že dynamika systému i modelu se téměř shoduje. Drobná odchylka nastává, stejně jako v i předchozím případě, při změně směru posuvu ramene jeřábu, kde je také patrné „amplitudové“ převýšení modelu oproti systému. Toto převýšení je způsobeno opět nelineárním třením v reálném

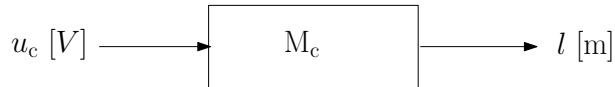
„znaménko“ u_c	vstup. necitlivost	saturace
+	0,03	1
-	-0,05	-1

Tabulka 3.3: Necitlivost a saturace motoru M_c

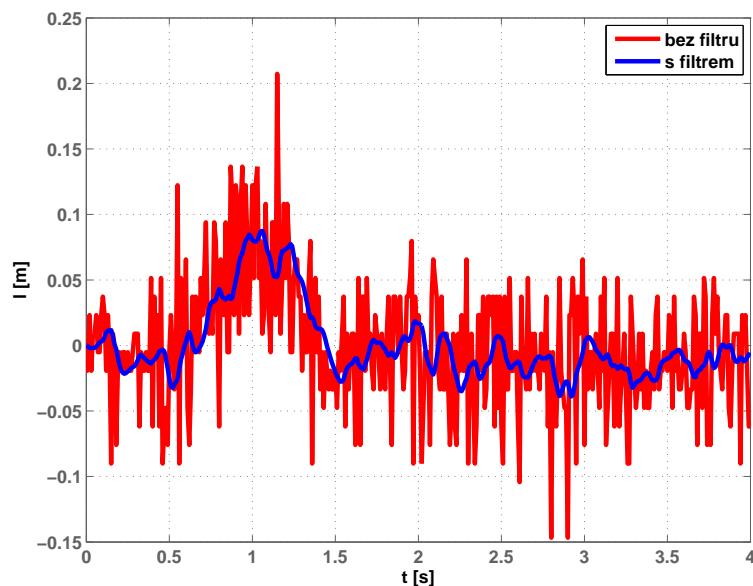
systému a také rozdílnou vstupní necitlivostí motoru M_w . Důležité je, že se dynamika reálného systému a jeho modelu shoduje v „rozjezdu“. Také opět upozorníme na „opačnou“ orientaci posuvu křídla jeřábu v závislosti na „znaménku“ vstupního signálu.

3.2.3 Identifikace dynamiky změny délky lanka zvedáku

Délka lanka zvedáku je ovládána motorem M_c . Hodnoty necitlivosti a saturace motoru M_a jsou uvedeny v následující tabulce. Necitlivost záleží na „znaménku“ vstupního signálu. Identifikaci provedeme dle následujícího schématu

Obrázek 3.7: Schéma pro určení přenosu $u_c \rightarrow l$

Signál ze senzoru určujícím délku závěsu je doprovázen velkým šumem, viz obr. 3.8, proto je nutné tento signál filtrovat. K odstranění šumu byl použít filtr typu dolní propust Butterworth s parametry: mezní frekvence: 30 Hz, řád: 2.

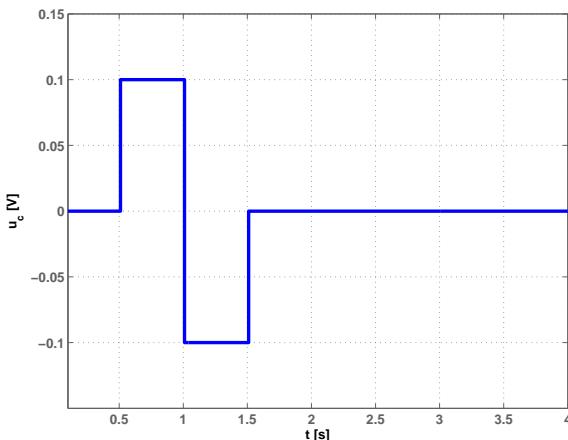
Obrázek 3.8: Výstup senzoru polohy v ose z

Z obr. 3.8 je patrné, že ani při použití filtru s mezní frekvencí 30 Hz se nepodařilo výstupní signál ze senzoru určujícího délku lanka dokonale „odfiltrovat“. Použití filtrů s menší mezní frekvencí nebylo možné, protože již začalo docházet k ovlivnění dynamiky přenosu vstupního napětí u_c na délku lanka l .

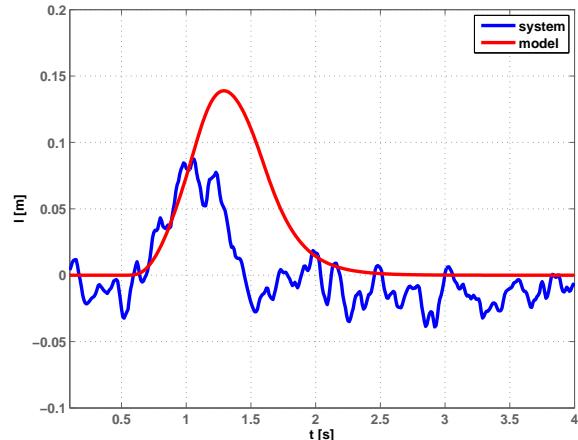
Přenos vstupního napětí u_c na délku lanka závěsu l má tvar

$$G_c(s) = \frac{L(s)}{U_c(s)} = \frac{20}{s(s+5)(s+10)}. \quad (3.8)$$

Srovnání odezvy reálného systému a přenosové funkce G_c na vstupní signál u_c je uvedeno na obr. 3.9.



(a) Vstupní napětí u_c



(b) Délka lanka l

Obrázek 3.9: Odezva motoru M_c

Z porovnání výstupů zobrazených na obr. 3.9(b) vidíme, že přesná identifikace přenosu je díky velkému šumu ze senzoru i při použití filtru téměř nemožná. Opět dochází k „amplitudovému“ převýšení modelu oproti systému, které způsobeno nelineárním třením v reálném systému a rozdílnými necitlivostmi motoru pro „znaménko“ vstupního napětí u_c .

3.3 Identifikace kyvů závěsného háčku zvedáku

Nejdříve si identifikaci kyvů závěsu rozložíme do dvou směrů. Poté vytvoříme matematický model kyvů pro oba směry. Pro tento laboratorní systém platí, že kyvy lehkého háčku nijak neovlivňují tuhý převod pro polohu zvedáku.

Fyzikální popis dynamického chování kyvů závěsného háčku pro jednotlivé směry můžeme obecně odvodit např. pomocí Lagrangeových rovnic druhého druhu [3], které

jsou založeny na principu virtuálních prací. Podle principu virtuálních prací je virtuální práce $\delta A(t)$ [J] všech zobecněných sil $Q_i(t)$ [-] působících na těleso nebo soustavu těles v rovnováze rovna nule

$$\delta A(t) = \sum_{i=1}^n Q_i(t) \delta q_i(t) = 0, \quad (3.9)$$

kde n je počet stupňů volnosti soustavy, $\delta q_i(t)$ značí zobecněný virtuální posuv po zobecněné souřadnici.

Zobecněnými souřadnicemi rozumíme geometrickou konfiguraci mechanické soustavy o n stupních volnosti, která může být určena různými způsoby. Vždy je však k tomu zapotřebí n veličin, například vzdáleností či úhlů. Zobecněnými souřadnicemi mohou být třeba kartézské souřadnice, ale také jakékoli jiné. Zobecněné souřadnice mohou mít i různý fyzikální rozměr. Virtuální posuv je posuv, který může, ale nemusí nastat po zobecněné souřadnici. Je výsledkem působení zobecněné síly, která taktéž může mít různý fyzikální rozměr.

Síly působící v soustavě můžeme rozdělit na konzervativní a nekonzervativní [3]. Konzervativní síly zachovávající energetickou bilanci systému. Příkladem konzervativních sil je například tíhová síla nebo síla elektrostatická. Nekonzervativní síly nezachovávají energetickou bilanci systému, čili dochází ke „ztrátám energie“. Jde například o síly tření nebo o odpor prostředí.

Základní Lagrangeova rovnice druhého druhu má tvar

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(t)}{\partial \dot{q}_i(t)} - \frac{\partial L(t)}{\partial q_i(t)} = Q_i^*(t), \quad (3.10)$$

kde L [J] je Lagrangeova funkce, zvaná též Lagrangian, q_i [-] je zobecněná souřadnice, Q_i^* [-] je zobecněná nekonzervativní síla. Index i nabývá hodnot $i = 1, \dots, n$. Lagrangeova funkce L představuje rozdíl mezi kinetickou energií celé soustavy E_k [J] a potenciální energií celé soustavy E_p [J]

$$L(t) = E_k(t) - E_p(t). \quad (3.11)$$

Pro sestavení pohybových rovnic systému Lagrangeovou metodou musíme určit:

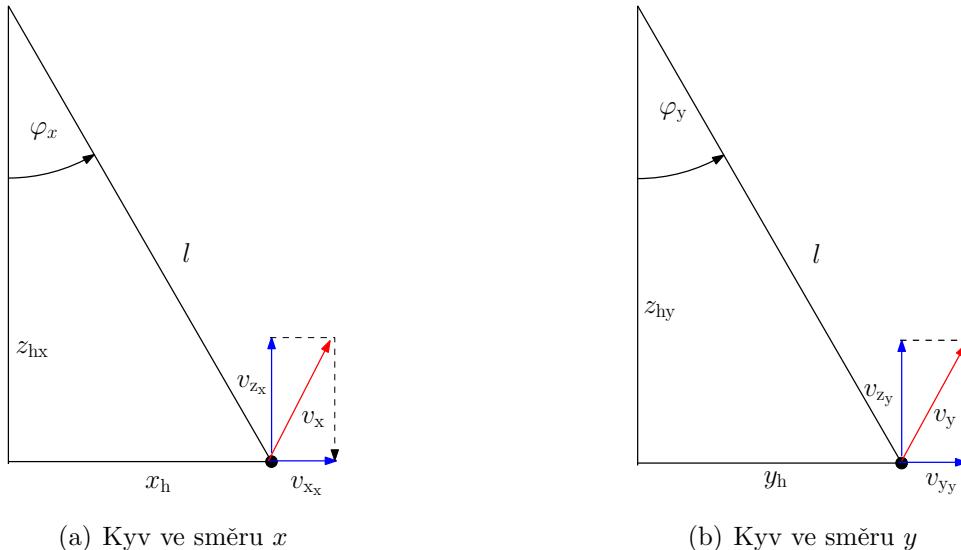
1. nezávislé zobecněné souřadnice q_1, q_2, \dots, q_n , kde n je stupeň volnosti soustavy,
2. kinetickou energii E_k celé soustavy, jako funkci rychlostí $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ zobecnělých souřadnic q_1, q_2, \dots, q_n ,
3. potenciální energii E_p soustavy jako funkci zobecněných souřadnic q_1, q_2, \dots, q_n ,
4. Lagrangeovu funkci (3.11),

5. všechny zobecněné nekonzervativní síly $Q_1^*(t), Q_2^*(t), \dots, Q_n^*(t)$,
6. odvození pohybových rovnic podle vztahu (3.10).

Identifikace kyvu v ose x

Dle předchozího postupu nejprve určíme nezávislé zobecněné souřadnice kyvu závěsného háčku pro jednotlivé směry. Tyto kyvy můžeme vzhledem k hmotnosti háčku a lanka modelovat jako soustavu hmotného bodu zavěšeného na nehmotném závěsu. Tato soustava má pro každý směr jeden stupeň volnosti. Pro směr x zvolíme za zobecněnou souřadnici výchylku lanka φ_x . Pro směr y zvolíme za zobecněnou souřadnici výchylku lanka φ_y .

Známe-li zobecněné souřadnice soustavy, můžeme přejít k určení kinetické energie kyvů. Obecně, kinetická energie závisí na hmotnosti tělesa a na jeho rychlosti. Jelikož háček koná v obou směrech rotační pohyb, má jeho rychlosť dvě složky pro jednotlivé směry. Rozložení rychlostí je znázorněno na následujícím obrázku.



Obrázek 3.10: Model kyvu lanka zvedáku

Celkové rychlosti kyvu háčku v_x pro kyv v ose x a v_y pro kyv v ose y jsou vektory. Pro jejich velikosti platí

$$\begin{aligned} v_x^2(t) &= v_{x_x}^2(t) + v_{z_x}^2(t), \\ \mathbf{v}_y^2(t) &= v_{y_y}^2(t) + v_{z_y}^2(t), \end{aligned}$$

kde v_{x_x}, v_{z_x} jsou složky rychlosti v_x ve směru x, z a v_{y_y}, v_{z_y} jsou složky rychlosti v_y ve směru y a z . Jednotlivé složky rychlostí v_x a v_y jsou derivace času patřičných souřadnic.

Z obr. 3.10 pro jednotlivé souřadnice platí

$$\begin{aligned}x_h &= x(t) + l \sin \varphi_x, \\z_{hx} &= l \cos \varphi_x, \\y_h &= y(t) + l \sin \varphi_y, \\z_{hy} &= l \cos \varphi_y,\end{aligned}$$

kde $x(t)$ je aktuální pozice ramene jeřábu a $y(t)$ je aktuální pozice křídla jeřábu. Potom pro velikosti složek unášivých rychlostí v_x a \mathbf{v}_y platí

$$\begin{aligned}v_{x_x}(t) &= \dot{x}_h(t) = \dot{x}(t) + l\dot{\varphi}_x(t) \cos \varphi_x(t), \\v_{z_x}(t) &= \dot{z}_{hx}(t) = -l\dot{\varphi}_x(t) \sin \varphi_x(t), \\v_{y_y}(t) &= \dot{y}_h(t) = \dot{y}(t) + l\dot{\varphi}_y(t) \cos \varphi_y(t), \\v_{z_y}(t) &= \dot{z}_{hy}(t) = -l\dot{\varphi}_y(t) \sin \varphi_y(t).\end{aligned}$$

Kinetické energie háčku zvedáku o hmotnosti m [kg] budou mít pro jednotlivé směry tvar

$$\begin{aligned}E_{k_x}(t) &= \frac{1}{2}mv_x^2(t) = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\varphi}_x l \cos \varphi_x + l\dot{\varphi}_x^2), \\E_{k_y}(t) &= \frac{1}{2}m\mathbf{v}_y^2(t) = \frac{1}{2}m(\dot{y}^2 + 2\dot{y}\dot{\varphi}_y l \cos \varphi_y + l\dot{\varphi}_y^2),\end{aligned}$$

kde E_{k_x} je kinetické energie háčku ve směru x a E_{k_y} je kinetická energie háčku ve směru y .

Nyní přejdeme k určení potenciální energie pro jednotlivé směry. Obecně, potenciální energie v gravitačním poli Země závisí na hmotnosti tělesa a na jeho vzdálenosti od referenční výšky v gravitačním poli. Jako referenční výšku v našem případě zvolíme polohu, kde háček je v horní krajní poloze, čili délka lanka $l = 0$ m. S prodlužující délkou lanka dochází k nárůstu potenciální energie. Ve skutečnosti však výška háčku vzhledem k povrchu Země klesá. Tuto skutečnost budeme reprezentovat „záporným“ znaménkem. Pro velikosti potenciálních energií pro jednotlivé směry tedy platí

$$\begin{aligned}E_{p_x}(t) &= mgz_{hx}(t) = -mg \cos \varphi_x(t), \\E_{p_y}(t) &= mgz_{hy}(t) = -mg \cos \varphi_y(t),\end{aligned}$$

kde E_{p_x} je potenciální energie háčku pro kyv ve směru x , E_{p_y} značí potenciální energii háčku pro kyv ve směru y , g [m s^{-2}] je tělové zrychlení.

Když již známe kinetické i potenciální energie háčku pro kyvy v obou směrech, můžeme přejít k sestavení Lagrangeových funkcí.

$$L_x(t) = E_{k_x}(t) - E_{p_x}(t) = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\varphi}_x l \cos \varphi_x + l\dot{\varphi}_x^2 + 2gl \cos \varphi_x), \quad (3.12)$$

$$L_y(t) = E_{k_y}(t) - E_{p_y}(t) = \frac{1}{2}m(\dot{y}^2 + 2\dot{y}\dot{\varphi}_y l \cos \varphi_y + l\dot{\varphi}_y^2 + 2gl \cos \varphi_y), \quad (3.13)$$

kde L_x je Lagrangeova funkce pro kyv ve směru x , kde L_y je Lagrangeova funkce pro kyv ve směru y .

Ještě nám zbývá určit nekonzervativní síly pro jednotlivé směry. Na závěs působí v každém směru jedna nekonzervativní síla, která způsobuje pokles amplitudy kmitů a je přímo úměrná úhlové rychlosti ramene závěsu. Tyto síly označíme ve směru x jako Q_x^* [N m] a jako Q_y^* [N m] ve směru y . Pro jejich velikosti platí vztahy

$$Q_x^* = -2\delta J \varphi_x, \quad (3.14)$$

$$Q_y^* = -2\delta J \varphi_y, \quad (3.15)$$

kde J [kg m^2] je moment setrvačnosti háčku, δ [s^{-1}] je koeficient útlumu. Moment setrvačnosti je roven momentu setrvačnosti hmotného bodu vzhledem k ose otáčení, který je definován vztahem

$$J = mr^2.$$

kde r [m] je vzdálenost hmotného bodu od osy otáčení. V našem případě tedy platí $r = l$.

Dosazením rovnic (3.12) a (3.14) do rovnice (3.10) získáme pohybovou rovnici kyvů ve směru x

$$\ddot{\varphi}_x(t) + 2\delta\dot{\varphi}_x(t) + \frac{g}{l} \sin \varphi_x(t) = -\frac{\cos \varphi_x(t)}{l} \ddot{x}(t). \quad (3.16)$$

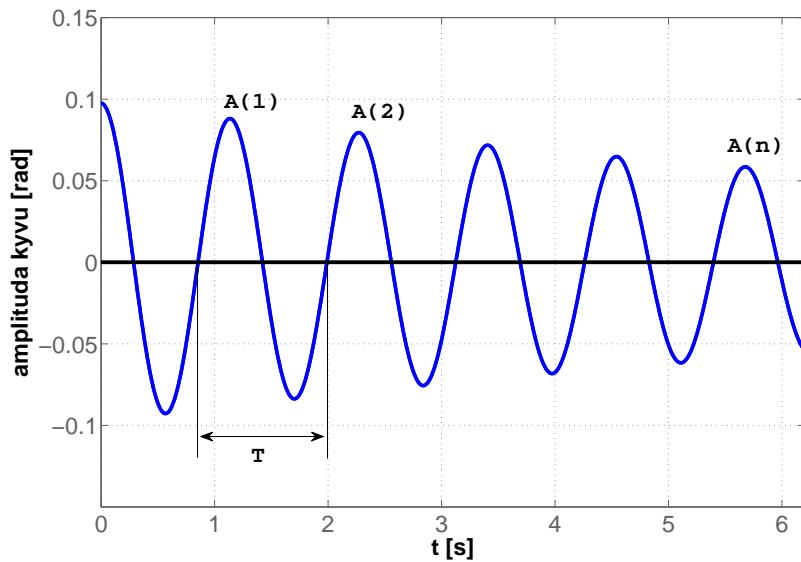
Dosazením rovnic (3.13) a (3.15) do rovnice (3.10) získáme pohybovou rovnici kyvů ve směru y

$$\ddot{\varphi}_y(t) + 2\delta\dot{\varphi}_y(t) + \frac{g}{l} \sin \varphi_y(t) = -\frac{\cos \varphi_y(t)}{l} \ddot{y}(t). \quad (3.17)$$

Nyní již známe tvar pohybových rovnic kyvů, ale ještě nemáme určený koeficient útlumu δ . Tento parametr určíme podle vztahu

$$\delta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A(t)}{A(t+nT)}, \quad (3.18)$$

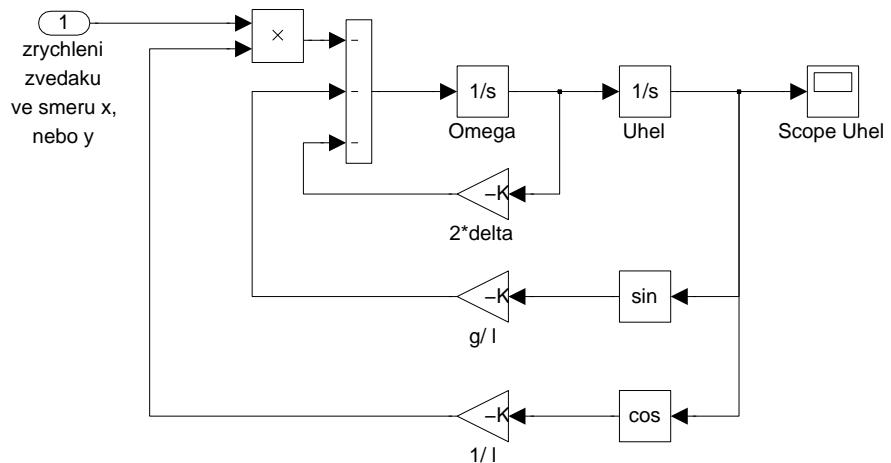
kde T [s] je perioda kmitů, $A(t)$ [rad] je amplituda kmitů, n [-] je přirozené číslo. Určení velikosti periody T a velikosti amplitud $A(t)$, $A(t + nT)$ je znázorněno na obr. 3.11.



Obrázek 3.11: Měření parametru δ a T

Velikosti periody kmitů T a parametru δ byly určeny jako průměrné hodnoty po provedení několika měření. Průměrná hodnota periody $T \approx 1,13$ s a velikost parametru $\delta \approx 0,06$ s $^{-1}$.

Simulinkové schéma odpovídající pohybovým rovnicím (3.16) a (3.17) je uvedeno na obr. 3.12.

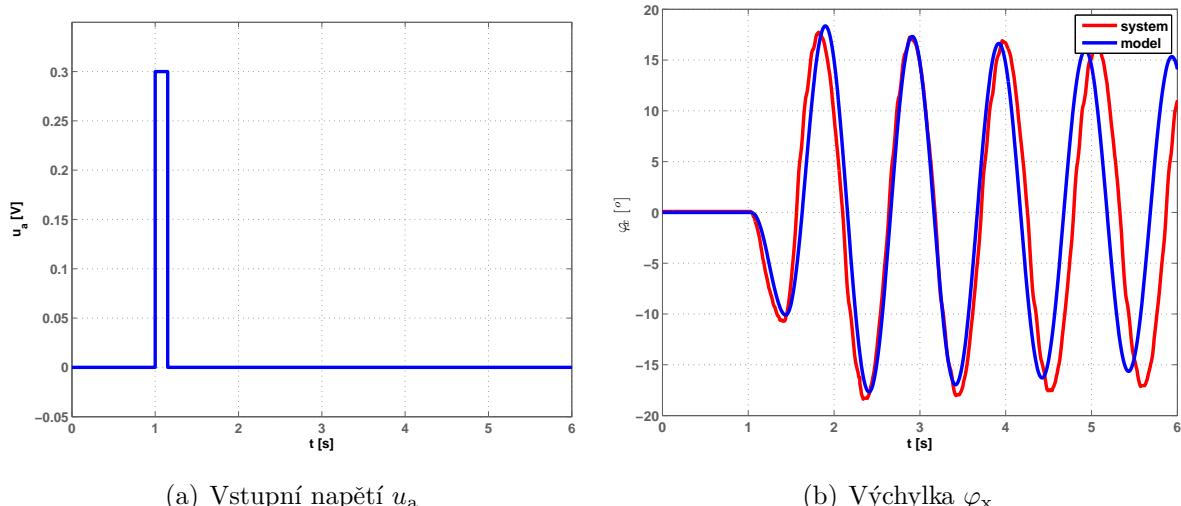


Obrázek 3.12: Simulinkové schéma kyvů závěsu s pohyblivým zvedákem

3.3.1 Ověření identifikace kylvů závěsu na pohybujícím se zvedáku

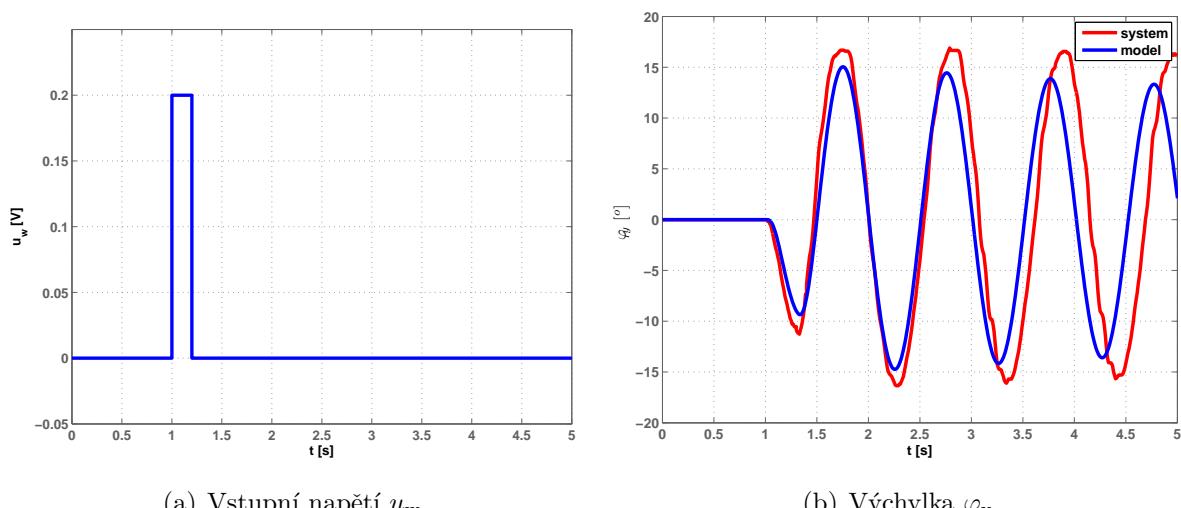
Nyní provedeme ověření správné identifikace nelineárního modelu kylvů závěsu laboratorního systému. Porovnání provedeme nejdříve pouze pro směr x , poté pro směr y a nakonec ověříme nelineární model kylvů pro oba směry současně. Vstupem k tomuto ověření poslouží obdélníkové signály.

Ověření kylvů ve směru x



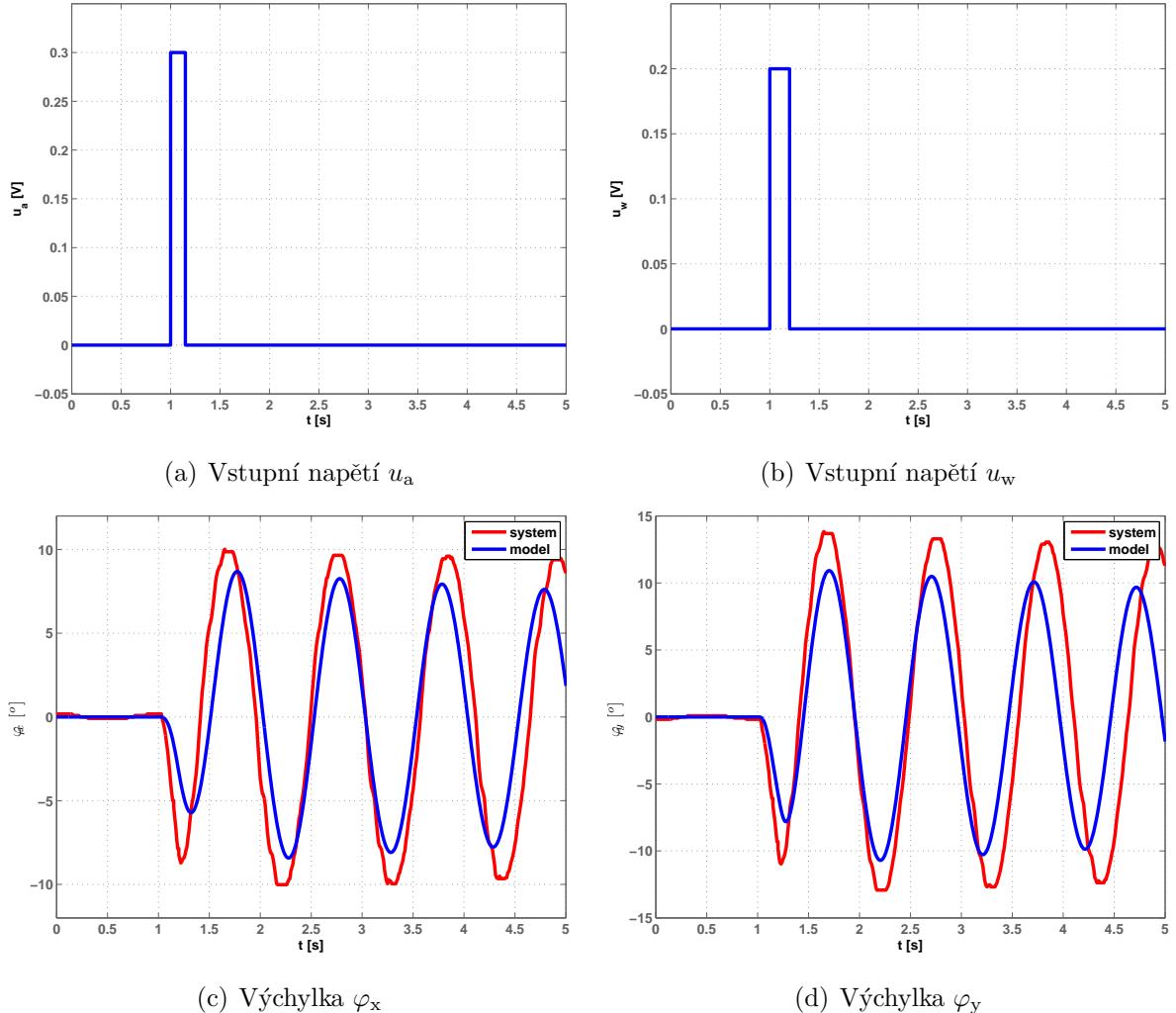
Obrázek 3.13: Ověření nelineárního modelu kylvů ve směru x

Ověření kylvů ve směru y



Obrázek 3.14: Ověření nelineárního modelu kylvů ve směru y

Ověření kyvů v obou směrech současně



Obrázek 3.15: Ověření nelineárního modelu kyvů v obou směrech současně

Z průběhů uvedených na obr. 3.13, 3.14 a 3.15 je vidět, že model sleduje reálný systém. S přibývajícím časem ale začínají objevovat vlivem odporu prostředí odchylky zejména v periodě kmitání. Odpor prostředí by modelovat bylo příliš složité, proto budeme tento model považovat za vyhovující.

3.4 Linearizace systému

Pro návrh lineárních regulátorů je nezbytné znát lineární model celého systému. Tento lineární model lze získat dle [9] pomocí Taylorova rozvoje

$$f_i(x(t), u(t)) \approx f_i(x_0, u_0) + \sum_{k=1}^{n_x} \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \Big|_{x_0, u_0} (x(t) - x_{k0}) + \sum_{k=1}^{n_u} \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \Big|_{x_0, u_0} (u(t) - u_{k0})$$

Pro vytvoření lineárního modelu celého systému je potřeba linearizovat popisy motorů M_a , M_w a výsledné pohybové rovnice kyvů (3.16) a (3.17). Délku lanka zvedáku nebudeme ovládat, proto přenos motoru M_c nebudeme do lineárního modelu systému uvažovat.

Diferenciální rovnici vyjadřující přenos vstupního napětí u_a na polohu x ramene jeřábu určíme z přenosu pro motor M_a , viz (3.6)

$$\dot{\ddot{x}}(t) = -20 \ddot{x}(t) - 99 \dot{x}(t) - 123,2 u_a(t).$$

Její linearizaci provedeme v pracovním bodě $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$, $\ddot{x}_0 = 0$, $u_{a0} = 0$. Taylorův rozvoj této diferenciální rovnice bude mít tvar

$$\dot{\ddot{x}}(t) = -20 \Delta \ddot{x} - 99 \Delta \dot{x} - 123,2 \Delta u_a.$$

Diferenciální rovnici vyjadřující přenos vstupního napětí u_w na polohu y křídla jeřábu určíme z přenosu pro motor M_w , viz (3.7)

$$\dot{\ddot{y}}(t) = -50 \ddot{y}(t) - 600 \dot{y}(t) - 840 u_w(t).$$

Linearizaci provedeme v pracovním bodě $y_0 = 0$, $\dot{y}_0 = 0$, $\ddot{y}_0 = 0$, $u_{w0} = 0$. Tuto diferenciální rovnici určíme z přenosu pro motor M_w , viz (3.7). Taylorův rozvoj této diferenciální rovnice má tvar

$$\dot{\ddot{y}}(t) = -50 \Delta \ddot{y} - 600 \Delta \dot{y} - 840 \Delta u_w.$$

Linearizaci pohybové rovnice (3.16) pro kyvy háčku ve směru x provedeme v pracovním bodě $\varphi_{x0} = 0$, $\dot{\varphi}_{x0} = 0 = 0$, $\ddot{x}_0 = 0$

$$\ddot{\varphi}_x = -2\delta \Delta \dot{\varphi}_x - \frac{g}{l} \cos \varphi_{x0} \Delta \varphi_x - \frac{\cos \varphi_x}{l} \Delta \ddot{x}.$$

Linearizaci pohybové rovnice (3.17) pro kyvy háčku ve směru y provedeme v pracovním bodě $\varphi_{y0} = 0$, $\dot{\varphi}_{y0} = 0 = 0$, $\ddot{y}_0 = 0$

$$\ddot{\varphi}_y = -2\delta \Delta \dot{\varphi}_y - \frac{g}{l} \cos \varphi_{y0} \Delta \varphi_y - \frac{\cos \varphi_y}{l} \Delta \ddot{y}.$$

3.4.1 Lineární model systému

Lineární model bude mít ve spojité oblasti tvar

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_c \boldsymbol{u}(t), \quad (3.19)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}_c \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_c \boldsymbol{u}(t), \quad (3.20)$$

se stavem \boldsymbol{x} a vstupem \boldsymbol{u}

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_2 & \Delta x_3 & \Delta x_4 & \Delta x_5 & \Delta x_6 & \Delta x_7 & \Delta x_8 & \Delta x_9 & \Delta x_{10} \end{bmatrix}^T,$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \Delta u_a & \Delta u_w \end{bmatrix}^T.$$

Pro jednotlivé stavy platí substituce

$$\begin{aligned} x_1 &= x, & x_6 &= \ddot{y}, \\ x_2 &= \dot{x}, & x_7 &= \varphi_x, \\ x_3 &= \ddot{x}, & x_8 &= \dot{\varphi}_x, \\ x_4 &= y, & x_9 &= \varphi_y, \\ x_5 &= \dot{y}, & x_{10} &= \dot{\varphi}_y. \end{aligned}$$

Jednotlivé matice lineárního modelu celého systému mají tvar

$$\boldsymbol{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -99 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -600 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{l} & -2\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 & 0 & -\frac{g}{l} & -2\delta \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -123,2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -840 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Diskretizace lineárního systému

Pro získání diskrétního modelu systému využijeme vztahy

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_d &= e^{\mathbf{A}_c T_s} \\ \mathbf{B}_d &= e^{\mathbf{A}_c T_s} \int_0^{T_s} e^{-\mathbf{A}_c \tau} d\tau \mathbf{B}_c,\end{aligned}$$

kde T_s [s] je perioda vzorkování. V našem případě zvolíme $T_s = 0,01$ s.

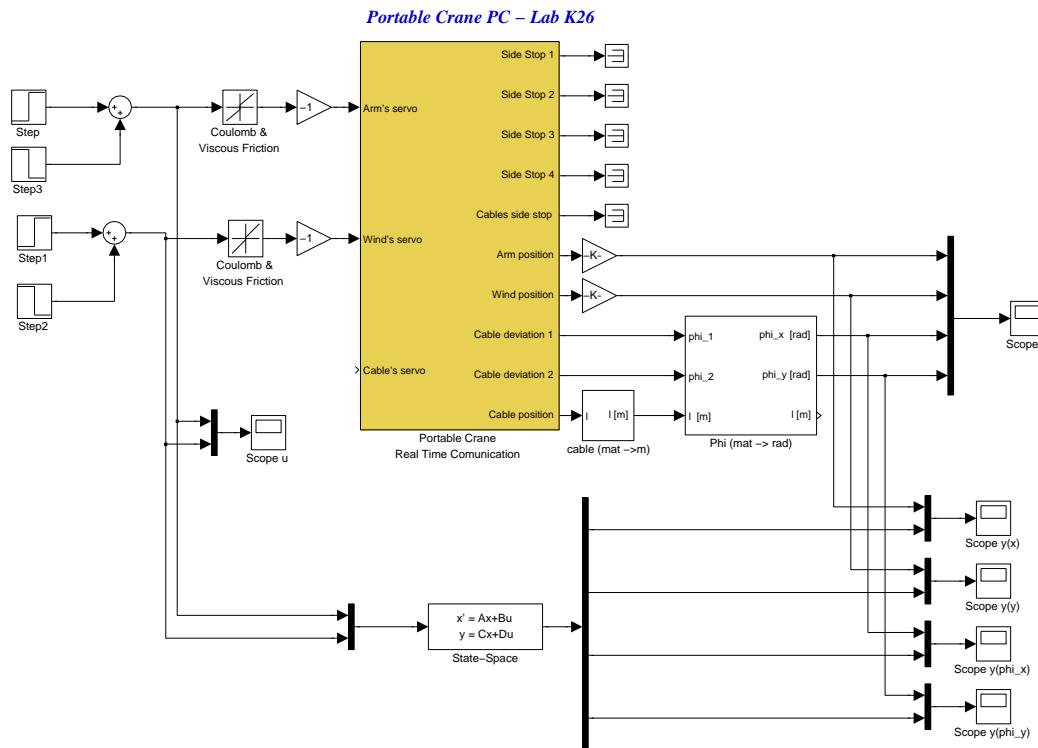
Matice \mathbf{C}_c a \mathbf{D}_c se diskretizací nezmění, proto platí $\mathbf{C}_d = \mathbf{C}_c$ a $\mathbf{D}_d = \mathbf{D}_c$. Výsledný diskrétní systém bude mít potom tvar

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k), \quad (3.21)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_d \mathbf{u}(k). \quad (3.22)$$

3.5 Ověření lineárního modelu

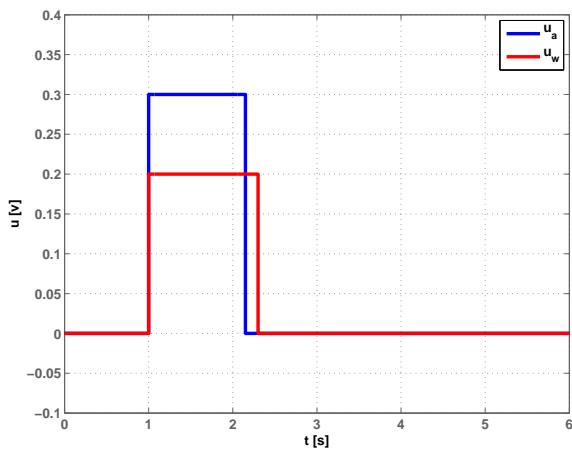
Simulinkové schéma pro ověření lineárního modelu je uvedeno na následujícím obrázku.



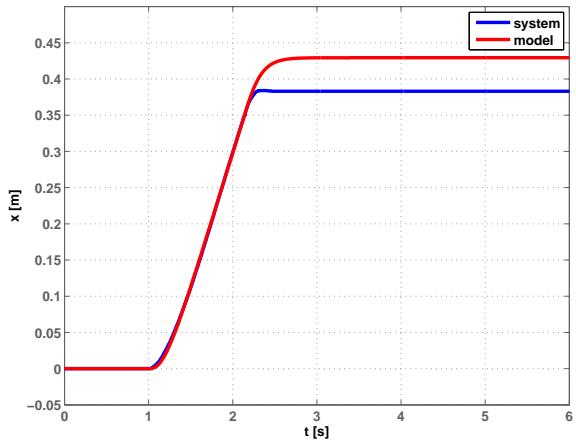
Obrázek 3.16: Simulinkové schéma pro ověření lineárního modelu

Na obr. 3.16 si všimneme drobné úpravy. Kvůli opačné orientaci polohy ramene a křídla vůči vstupnímu napětí jsou před vstupy do soustavy „Arm's servo“ a „Wind's servo“ umístěné bločku se zesílením rovným -1 . Na lineárním modelu tuto úpravu budeme modelovat zadáním matice $-\mathbf{B}_c$ na místo matice \mathbf{B} v simulinkovém bločku „State-Space“. Touto úpravou dospějeme ke stejné orientaci výstupů s orientací vstupních signálů. Zjednodušíme si tak práci při následném návrhu řízení.

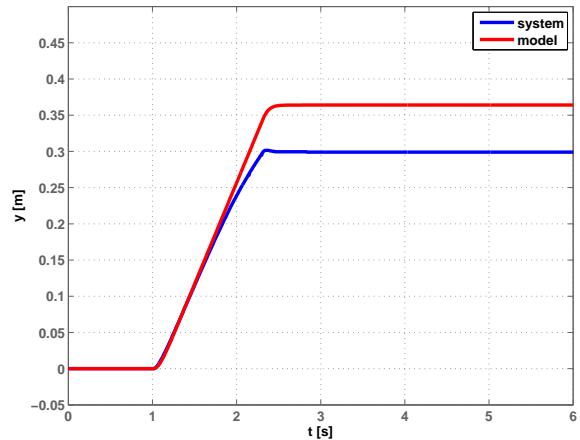
Správnost tohoto lineárního modelu nyní ověříme porovnáním výstupních hodnot z laboratorního systému s výstupními hodnotami modelu. Vstupy pro tuto simulaci byly zvoleny jako obdélníkové signály, které jsou znázorněny na obr. 3.17(a)



(a) Vstupní signály



(b) Poloha ramene jeřábu

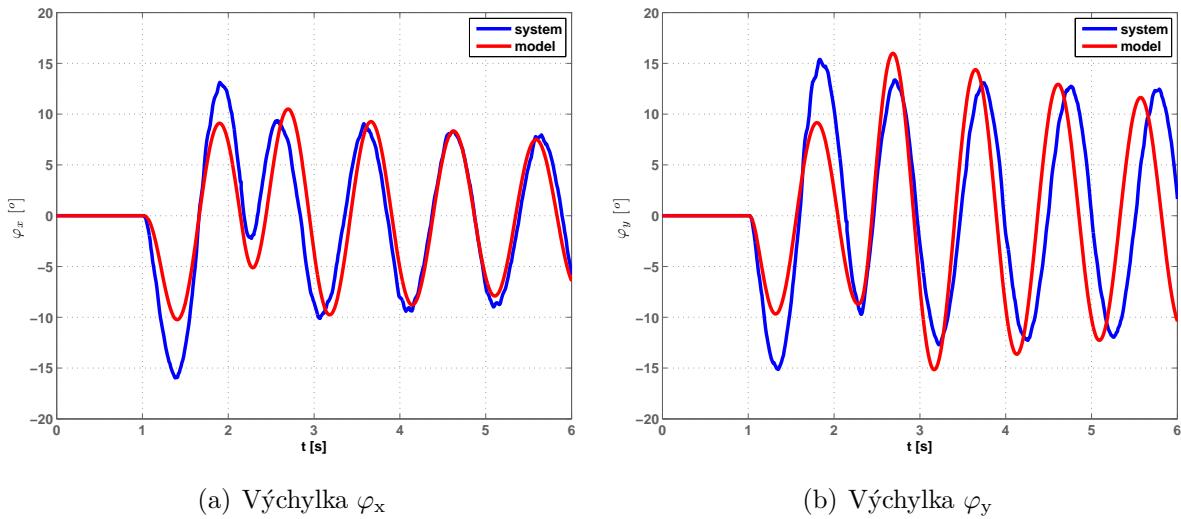


(c) Poloha křídla jeřábu

Obrázek 3.17: Ověření dynamiky ramene a křídla lineárního modelu

Ověření dynamiky ramene a křídla jeřábu je uvedeno na obr. 3.17(b) a 3.17(c). Lze vidět, že dynamika reálného systému i modelu je téměř totožná. Odchylky nastávají v „dosažené“ vzdálenosti zvedáků.

Srovnání vychýlení úhlů závěsu je uvedeno na obr. 3.18. Odchylka mezi systémem a modelem je patrná ze začátku, s přibývajícím časem se model se systémem sladuje.



Obrázek 3.18: Ověření dynamiky výchylky lanka závěsu lineárního modelu

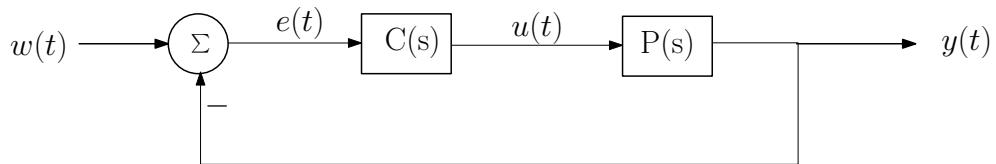
Celkově můžeme říci, že tento lineární model je dobrou approximací laboratorního systému a můžeme přejít k návrhům regulátorů, neboť odchylky v dosažené vzdálenosti nejsou pro následný návrh regulátorů podstatné. Důležité je, že se shoduje dynamika systému s modelem.

Kapitola 4

Zpětnovazební regulátory

V této kapitole se budeme věnovat návrhu regulátoru pro laboratorní model portálového jeřábu pomocí „klasických“ metod návrhu, které vychází z frekvenční analýzy regulovaného systému [4, 2, 5]. Jelikož by bylo vytvoření regulátoru pro celý systém velice složité, rozdělíme řízení celého systému nejprve na jednotlivé, na sobě nezávislé části. A to na řízení polohy ramene jeřábu a na řízení polohy křídla jeřábu. Poté přejdeme k řízení celého reálného systému. Budeme se snažit systém uregulovat na požadovanou polohu ramene jeřábu v osách x, y a výchylku závěsu se budeme snažit eliminovat v obou směrech (x, y) v co nejkratším časovém úseku. Dále pak uvedeme výsledky řízení laboratorního systému.

Schéma „klasického“ zpětnovazebního regulátoru se zápornou zpětnou vazbou je uvedeno na následujícím obrázku.



Obrázek 4.1: Schéma zapojení zpětnovazebního regulátoru

Na obr. 4.1 je $w(t)$ referenční signál, $C(s)$ je přenos zpětnovazebního regulátoru, $u(t)$ je akční zásah, $y(t)$ je výstup ze systému a $e(t)$ je regulační odchylka, definována jako

$$e(t) = w(t) - y(t). \quad (4.1)$$

4.1 PIDf regulátor

PID regulátor s filtrem derivační složky má tři hlavní složky zesílení, a to proporcionální, derivační a integrační. Derivační složka umožňuje regulátoru rychle reagovat na změnu regulační odchylky a také rychle reagovat na poruchy, čili má vliv zejména na rychlosť regulace. Nevýhodu derivační složky je, že zesiluje vysokofrekvenční šumy, proto je regulátor ještě doplněn o filtr této vysokofrekvenční složky, který potlačí zesílení regulátoru na vyšších frekvencích. Integrační složka ovlivňuje zejména kvalitu regulace v ustáleném stavu, čili umožní přesné sledování referenčního signálu, ale má také za následek zpomalení regulace. Přenos PIDf regulátoru se dá v Laplaceově transformaci zapsat jako

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s}{\frac{s}{\omega_f} + 1}, \quad (4.2)$$

kde k_p je proporcionální zesílení, k_d je derivační složka zesílení, k_i je integrační složka zesílení PID regulátoru a ω_f [rad⁻¹] je filtrační frekvence. Podle [5] pro jednotlivé složky PIDf regulátoru platí

$$k_p = k_d(\omega_i + \omega_d), \quad (4.3)$$

$$k_i = k_d \omega_i \omega_d \quad (4.4)$$

$$k_d = \frac{1}{\sqrt{2} \omega_d |P(j\omega_d)|}, \quad (4.5)$$

$$\omega_i = 0,1\omega_d, \quad (4.6)$$

$$\omega_f = 10\omega_d, \quad (4.7)$$

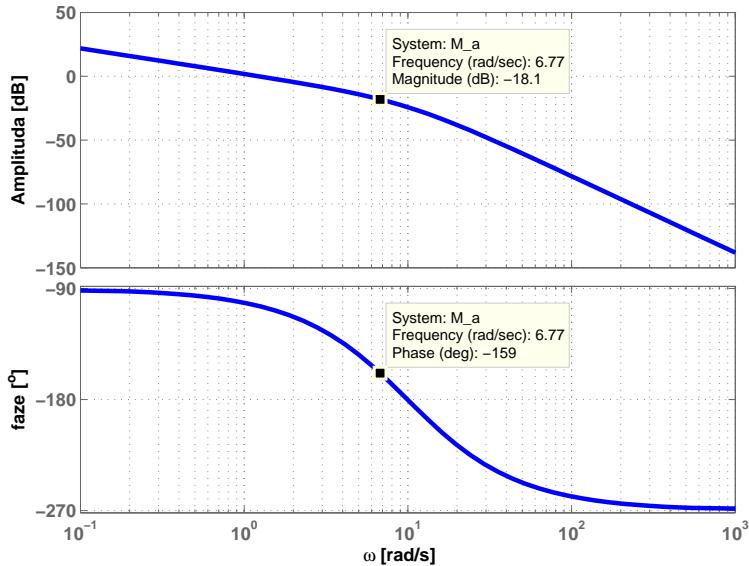
kde ω_d je frekvence, na níž má soustava ve frekvenční oblasti požadovanou fázovou bezpečnost. Fázová bezpečnost PM pro otevřenou smyčku je definována jako

$$-180 + \text{PM} = \arg\{P(j\omega_d)\} + \arg\{C(j\omega_d)\}. \quad (4.8)$$

4.1.1 PIDf regulátor pro řízení polohy ramene jeřábu

Pro návrh PIDf regulátoru vyjdeme z přenosové funkce motoru M_a , viz (3.6). Tento regulátor navrheme pro fázovou bezpečnost PM = 60°, tedy v Bodeho grafu přenosové funkce motoru M_a , který je uveden na obr. 4.2 odečteme hodnotu frekvence ω_d pro fázový úhel -159,3°.

Dle obr. 4.2 je velikost hledané frekvence $\omega_d \doteq 6,77$ rad/s a velikost amplitudy na této frekvenci je $|P(j\omega_d)|_{\text{dB}} \doteq -18,1$ dB.

Obrázek 4.2: Bodeho charakteristika motoru M_a

Protože pro velikost amplitudy amplitudové frekvenční charakteristiky platí vztah

$$|P(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log |P(j\omega)|,$$

musíme tuto amplitudu ještě „odlogaritmovat“, čili

$$|P(j\omega)| = 10^{|P(j\omega)|_{\text{dB}}/20} \doteq 0,124.$$

Výsledné složky PIDf regulátoru pro řízení polohy ramene jeřábu mají velikosti

$$\begin{aligned} K_p &\doteq 6,25, \\ K_i &\doteq 3,85, \\ K_d &\doteq 0,84. \end{aligned}$$

Abychom mohli využít pro simulace „regulací“ tohoto regulátoru pro simulinkový bloček PID s aproximační derivační složkou, musíme ještě tyto konstanty přepočítat, neboť tento bloček je navržen pro přenos ve tvaru

$$C(s) = K'_p + \frac{K'_i}{s} + \frac{K'_d s}{\frac{1}{\omega_f} + 1} = \frac{K'_p + \frac{K_i}{\omega_f} + (\frac{K'_p}{\omega_f} + K'_d)s + \frac{K_i}{s}}{\frac{s}{\omega_f} + 1}.$$

Pro velikosti jednotlivých zesílení pro simulinkový bloček PID s filtrační složkou platí

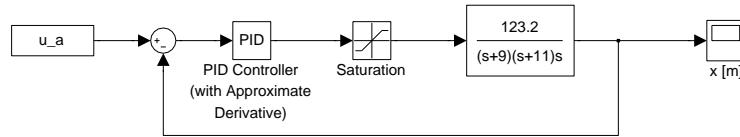
$$K'_i = K_i = 3,85,$$

$$K'_p = K_p - \frac{K'_i}{\omega_f} = 6,19,$$

$$K'_d = K_d - \frac{K'_p}{\omega_f} = 0,75.$$

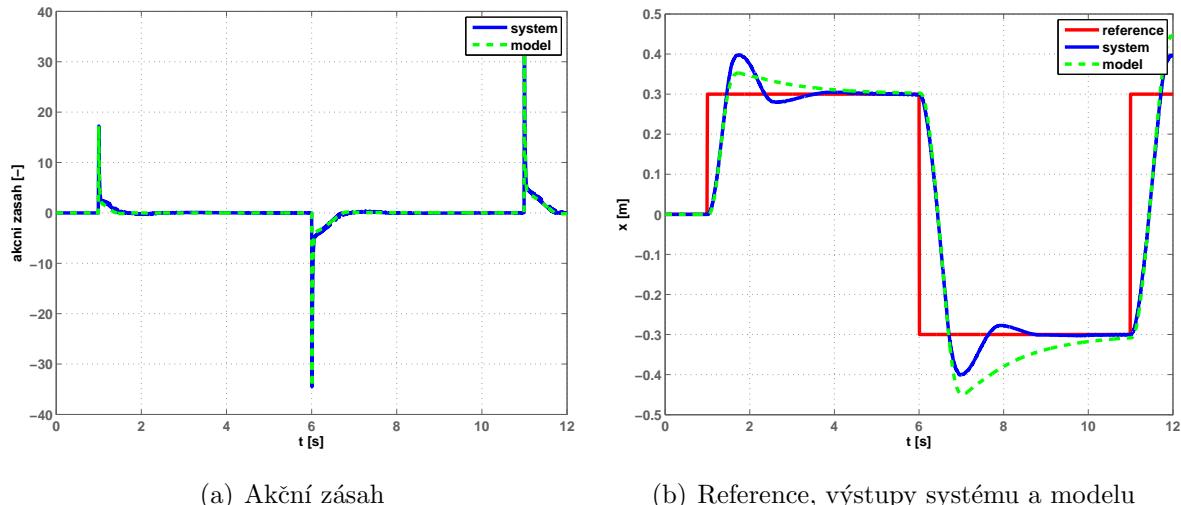
4.1.2 Simulace řízení polohy ramene jeřábu PIDf regulátorem

Schéma této simulace je vyobrazeno na následujícím obrázku



Obrázek 4.3: Simulinkové schéma „frekvenčního“ řízení polohy ramene jeřábu

Srovnání PIDf řízení laboratorního systému a lineárního modelu systému je zobrazeno na obr. 4.4.



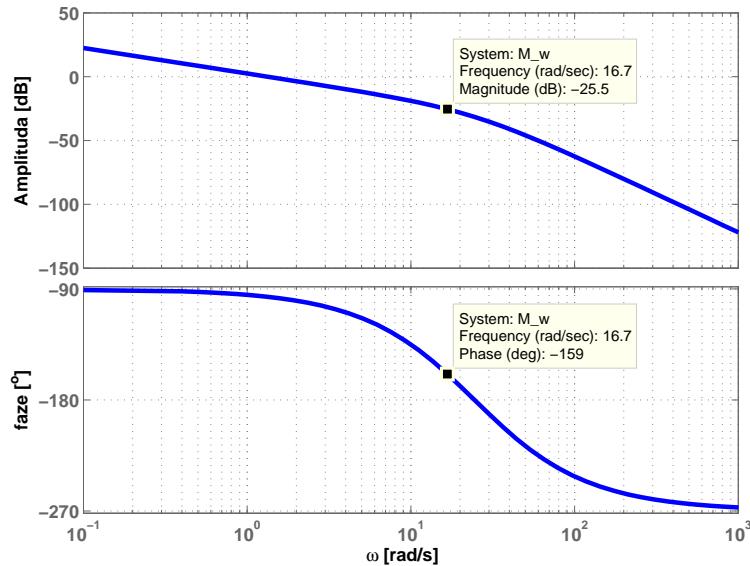
Obrázek 4.4: Simulace řízení polohy ramene jeřábu PIDf regulátorem

Z obr. 4.4(b) je patrné, že PIDf regulátor navržený frekvenční metodou velice dobře sleduje referenční signál. Model neuvažuje tření reálného systému. Tato skutečnost se

projeví ve velikosti překmitu, který u reálného systému dosahuje 33 %. U lineárního modelu pak velikost překmitu dosahuje až 53 %. Akční zásahy jsou téměř totožné., dosahují hodnot v rozmezí ± 37 . Laboratorní systém je ale ředitelný pouze do velikosti akčního zásahu ± 1 . Převýšení akčního zásahu u řízení reálného systému tak i při řízení lineárního modelu mají charakter „peaku“, tudíž na regulaci nemají téměř žádný vliv.

4.1.3 PIDf regulátor pro řízení polohy křídla jeřábu

Dle předchozího postupu sestavíme také PIDf regulátor pro řízení polohy křídla jeřábu. Bodeho charakteristika přenosové funkce motoru M_w je uvedena na obr. 4.5. Tento regulátor opět navrheme pro fázovou bezpečnost $PM = 60^\circ$. Na Bodeho frekvenční charakteristiky najdeme frekvenci ω_d , která odpovídá fázi $\varphi = -159,3^\circ$. Z Bodeho charakteristiky jsme odhadli tuto frekvenci na $\omega_d = 16,7 \text{ rad/s}$. Této frekvenci odpovídá dle obr. 4.5 amplitudový pokles $|P(j\omega_d)| = -25,5 \text{ dB}$.



Obrázek 4.5: Bodeho charakteristika motoru M_w

Výsledné složky PIDf regulátoru mají velikost

$$K_p \doteq 14,65,$$

$$K_i \doteq 22,24,$$

$$K_d \doteq 0,80.$$

Tyto složky je také opět nutné ještě přepočítat pro simulinkový bloček „PID Controller“

(with Approximate Derivative)“. Tedy platí

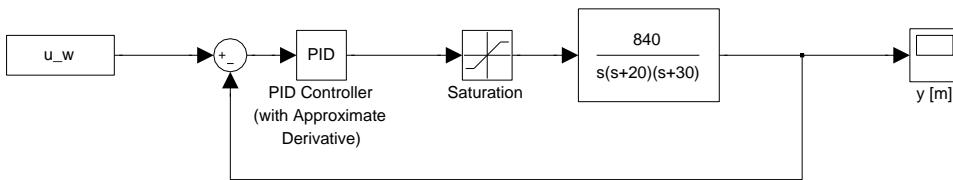
$$K'_i = K_i = 22,24,$$

$$K'_p = K_p - \frac{K'_i}{\omega_f} = 14,52,$$

$$K'_d = K_d - \frac{K'_p}{\omega_f} = 0,71.$$

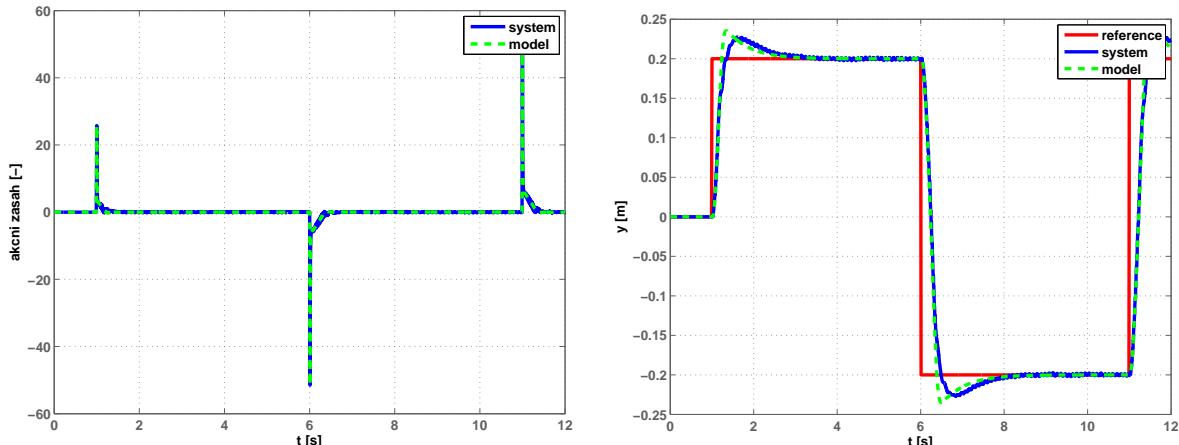
4.1.4 Simulace řízení polohy křídla jeřábu PIDf regulátorem

Simulinkové schéma pro řízení polohy křídla jeřábu je uvedeno na následujícím obrázku



Obrázek 4.6: Simulinkové schéma řízení polohy křídla jeřábu

Srovnání PIDf regulace systému a lineárního modelu systému je zobrazeno na obr. 4.7



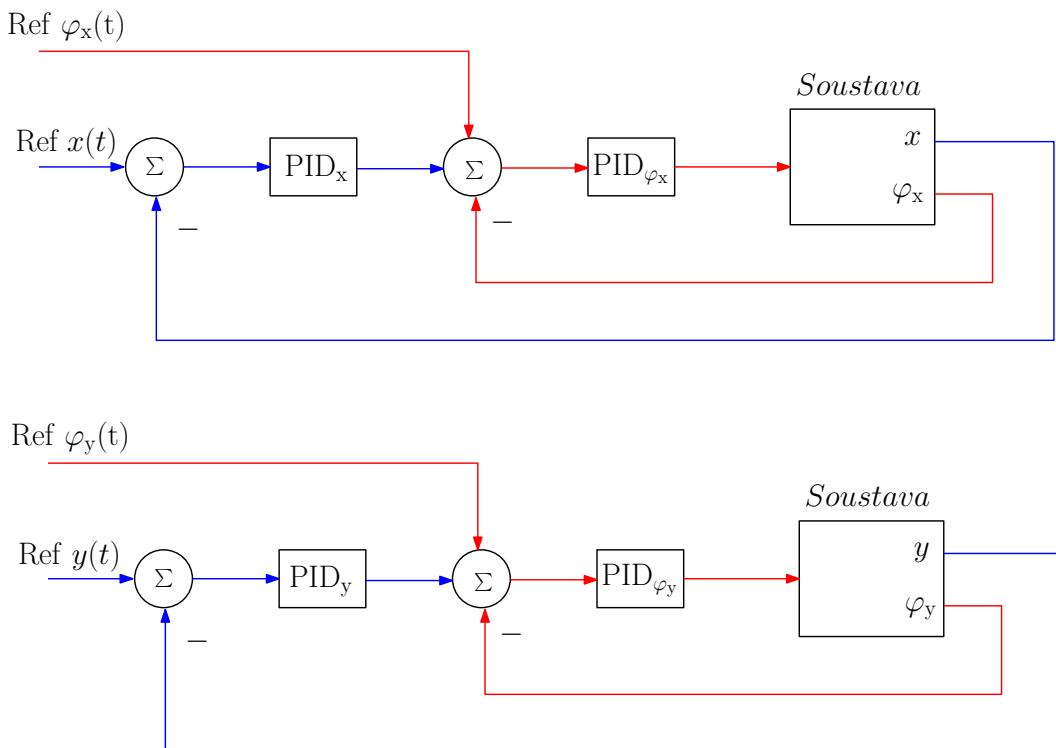
Obrázek 4.7: Simulace řízení polohy křídla jeřábu PIDf regulátorem

Z porovnání velikostí akčních zásahů na obr. 4.7(a) je vidět, že velikost akčního zásahu pro reálný systém i model dosahuje velikosti ± 52 , přičemžaturační meze systému jsou ± 1 . Tyto akční zásahy mají „podobu“ peaku, proto nedochází k významnějšímu ovlivnění

regulace. Z naměřené odezvy na obr. 4.7(b) je vidět, že v ustáleném stavu odezva reálného systému i jeho lineárního modelu sleduje referenční signál. Překmit reálného systému je 12,5 %, u modelu překmit činí 17,5 %.

4.2 Regulátor typu PID pro celý systém

V této části se pokusíme navrhnout regulátor, který bude řídit nejen polohu ramene a křídla jeřábu na polohu danou velikostí referenčních signálů, ale také bude eliminovat výchylku závěsu zvedáku (referenční signál pro velikosti výchylek φ_x a φ_y bude roven nule). Zapojení tohoto regulátoru je uvedeno na následujícím obrázku.



Obrázek 4.8: Schéma regulátorů

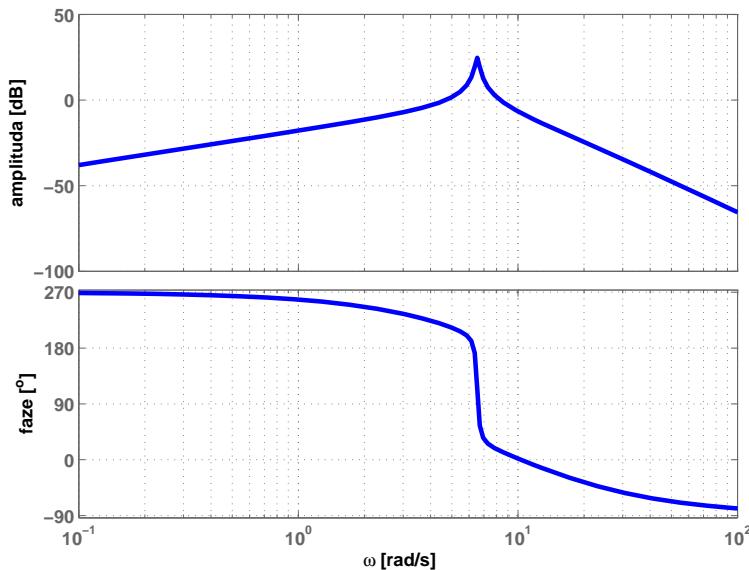
Na obr. 4.8 jsou vnitřní smyčky znázorněny červenou barvou a vnější smyčky jsou znázorněny modrou barvou. Pro stabilitu tohoto zapojení musí platit, že póly jednotlivých zpětnovazebních smyček jsou umístěny v záporné polorovině, viz [4].

4.2.1 Regulace pro vnitřní smyčku ve směru x

Nejdříve vyjádříme z lineárního modelu systému přenos ze vstupu u_a na velikost výchylky závěsu φ_x

$$P_{\varphi_x} = \frac{\varphi_x}{u_a} = \frac{-535,7s}{s^4 + 20,22s^3 + 146,1s^2 + 874,8s + 4223}. \quad (4.9)$$

Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_x} je zobrazena na následujícím obrázku



Obrázek 4.9: Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_x}

Klasickými frekvenčními metodami se regulátor nepodařilo navrhnout, proto bylo k sestavení regulátoru pro subsystém ve směru x použito metody Geometrického místa kořenů (GMK). Geometrické místo kořenů je podle [9, 4, 2] graf křivek, které znázorňují, kde by mohly ležet póly uzavřené regulační smyčky na základě polohy pólů a nul otevřené regulační smyčky. Polohu pólů uzavřené regulační smyčky volíme vhodnou volbou zesílení k .

Metoda GMK předpokládá přenos otevřené regulační smyčky ve tvaru

$$L(s) = C(s)P(s) = k \frac{b(s)}{a(s)}, \quad (4.10)$$

potom poloha pólů uzavřené zpětnovazební smyčky se zápornou zpětnou vazbou bude dána řešením rovnice

$$a(s) + kb(s) = 0. \quad (4.11)$$

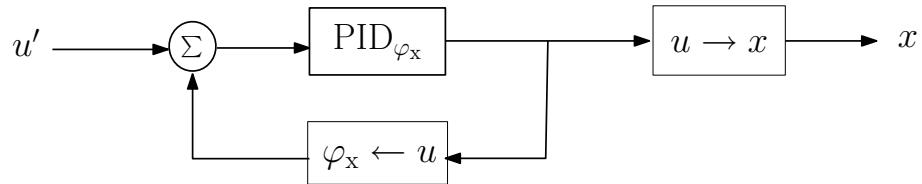
K návrhu použijeme matlabovské prostředí SisoTool, které přímo umožní vykreslení poloh pólů uzavřené regulační smyčky, do kterých se zpětnovazební obvod může dostat při dané

poloze nul a pólů otevřené regulační smyčky. Konkrétní polohu pólů uzavřené regulační smyčky určíme volbou zesílení k . Pomocí nástroje SisoTool byl navržen regulátor vnitřní regulační smyčky C_{φ_x} s přenosem tvaru

$$C_{\varphi_x}(s) = -\frac{0,06s + 1,2}{0,018s + 1}.$$

4.2.2 Regulátor pro řízení polohy ve směru x

Vnější regulátor řídí polohu ramene jeřábu. Schéma pro jeho návrh je zobrazeno na následujícím obrázku.

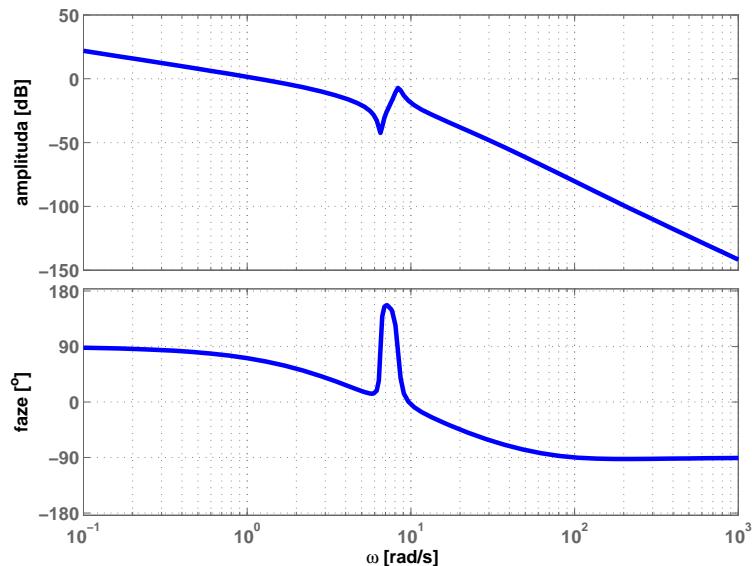


Obrázek 4.10: Schéma pro návrh řízení polohy ve směru x

Ze systémových matic vyjádříme přenosovou funkci pro vnější smyčku

$$P_x = \frac{-410,7s^3 - 8304s^2 - 1,932 \cdot 10^4 s - 3,503 \cdot 10^5}{s^6 + 75,78s^5 + 1269s^4 + 1,077 \cdot 10^4 s^3 + 8,853 \cdot 10^4 s^2 + 2,346 \cdot 10^5 s}.$$

Jen pro zajímavost uvedeme i její Bodeho charakteristiku.

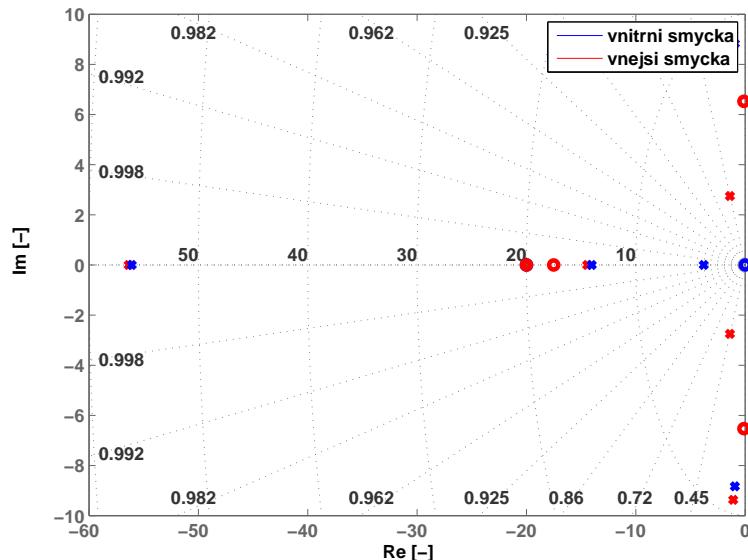


Obrázek 4.11: Bodeho charakteristika přenosu G_x

Regulátor pro vnější smyčku navrhneme opět v prostředí SisoTool. Přenos tohoto regulátoru má tvar

$$C_x(s) = -4,5 \frac{0,02s + 1}{0,05s + 1}.$$

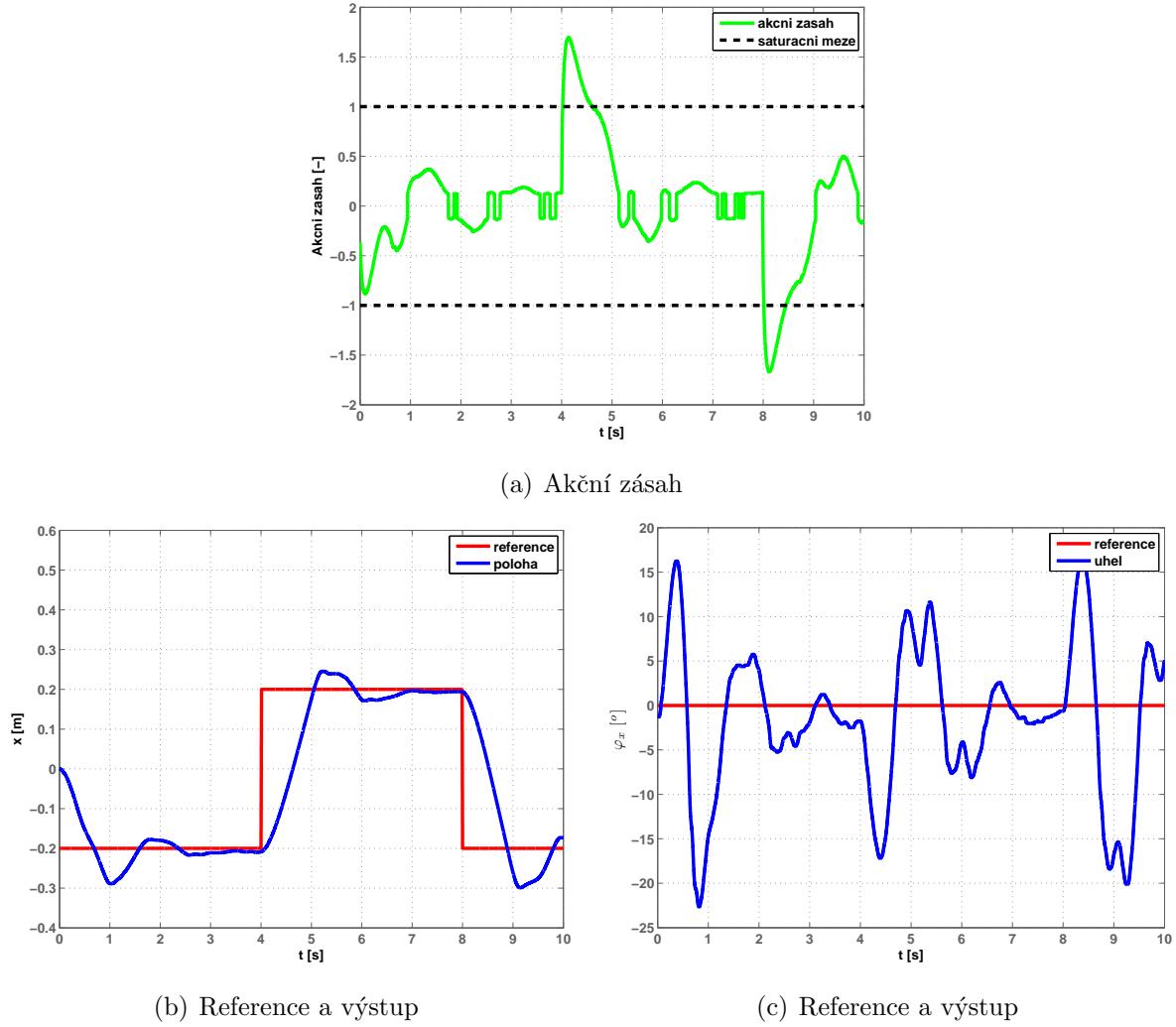
Následující obrázek zobrazuje rozmístění pólů i nul vnitřní a vnější smyčky. Póly jsou znázorněny křížky, nuly jsou znázorněny kolečkami. Je vidět, že všechny póly jsou umístěny v záporné pololorovině.



Obrázek 4.12: Umístění pólů a nul vnější a vnitřní smyčky

4.2.3 Simulace řízení polohy ramene jeřábu a výchylky φ_x regulátorem typu PID

Z obr. 4.13 vidíme, že dochází k útlumu kyvů ve směru x a také poloha ramene jeřábu sleduje referenční signál. Velikost překmitu při sledování polohy ramene jeřábu na kladný referenční signál je 20 %, při sledování záporného referenčního signálu dosahuje překmit 50 % referenční hodnoty. Tyto rozdílné velikosti překmitu pro „znaménko“ referenčního signálu budou způsobeny rozdílnou necitlivostí motoru M_a pro kladné/záporné napětí a také rozdílným třením (odporem kabelů).

Obrázek 4.13: Průběhy řízení systému ve směru x

4.2.4 Regulace pro vnitřní smyčku ve směru y

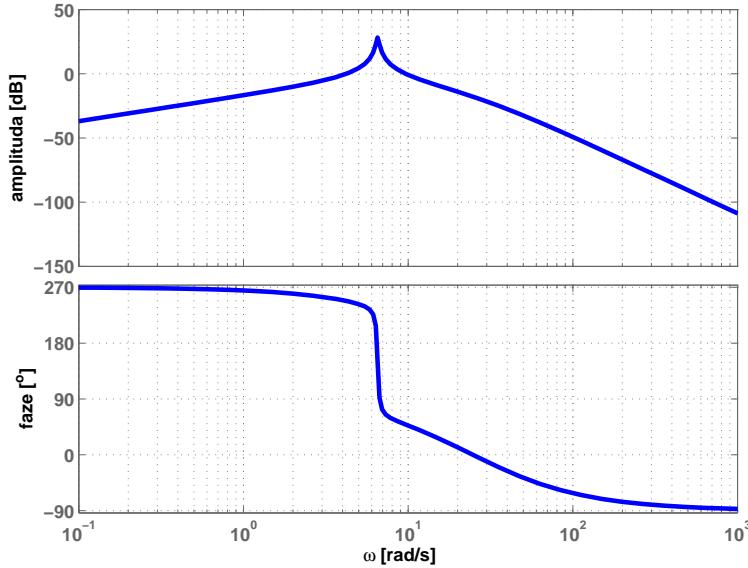
Stejně jako v předchozím případě vyjádříme přenos systému ze vstupu u_w na úhel φ_y

$$P_{\varphi_y} = \frac{\varphi_y}{u_w} = \frac{-3652s + 4,678 \cdot 10^{-11}}{s^4 + 50,22s^3 + 653,7s^2 + 2265s + 2,559 \cdot 10^4}. \quad (4.12)$$

Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_y} je zobrazena na následujícím obrázku.

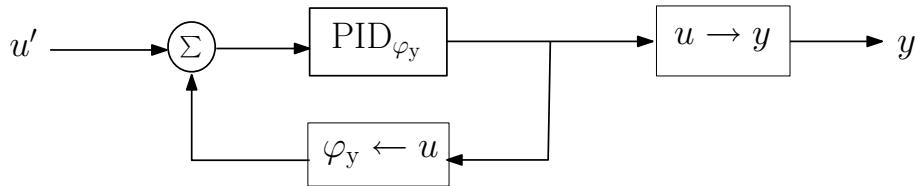
Klasickými frekvenčními metodami se regulátor pro přenos P_{φ_y} nepodařilo navrhnout, proto byla k sestavení regulátoru použita metoda Geometrického místa kořenů. Regulátor pro vnitřní regulační smyčku má tvar

$$C_{\varphi_y} = -\frac{0,05s + 1}{0,02s + 1}.$$

Obrázek 4.14: Bodeho charakteristika přenosu P_{φ_y}

4.2.5 Regulátor pro řízení polohy ve směru y

Zapojení vnější smyčky je uvedeno na následujícím obrázku

Obrázek 4.15: Schéma zapojení pro řízení polohy ve směru y

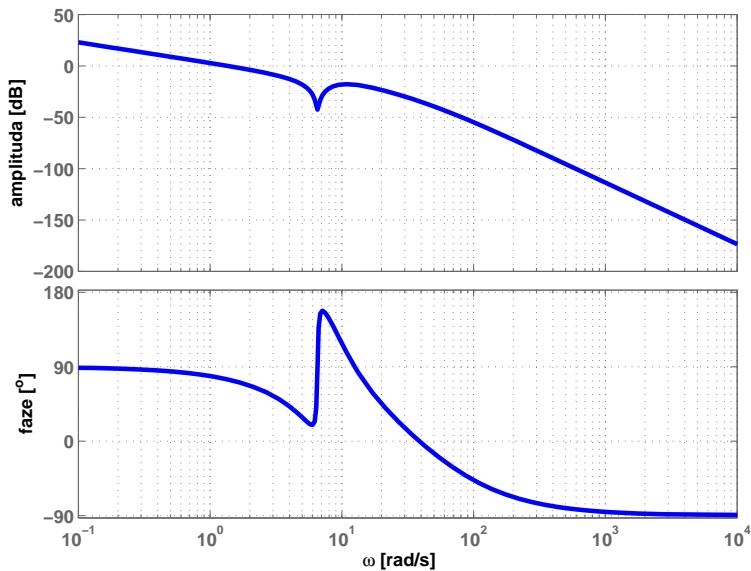
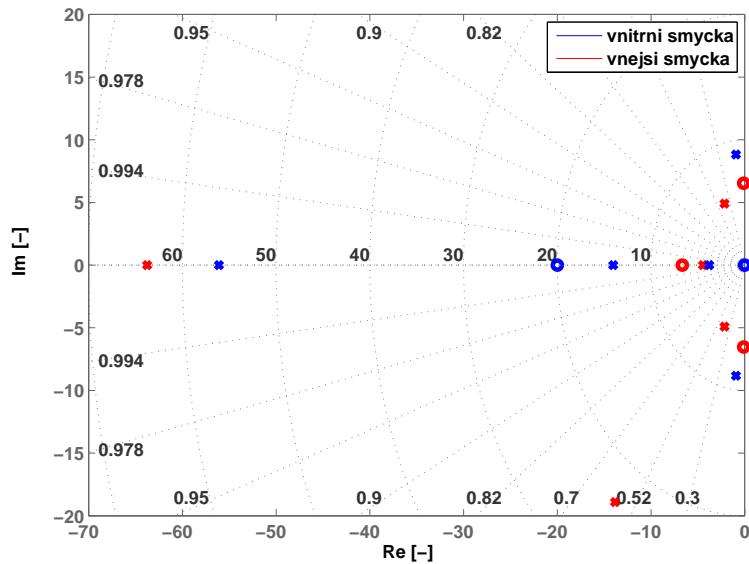
Podle obr. 4.15 a systémových matic určíme její přenos

$$P_y = \frac{-2100s^2 - 462s - 8,957 \cdot 10^4}{s^5 + 80,22s^4 + 1560s^3 + 1,287 \cdot 10^4 s^2 + 6,398 \cdot 10^4 s}.$$

Pro zajímavost opět uvedeme i Bodeho charakteristiku, viz obr. 4.16. Pomocí nástroje SisoTool navrheme regulátor vnější smyčky. Přenos tohoto regulátoru má tvar

$$C_y = -2,5 \frac{0,15s + 1}{0,05s + 1}.$$

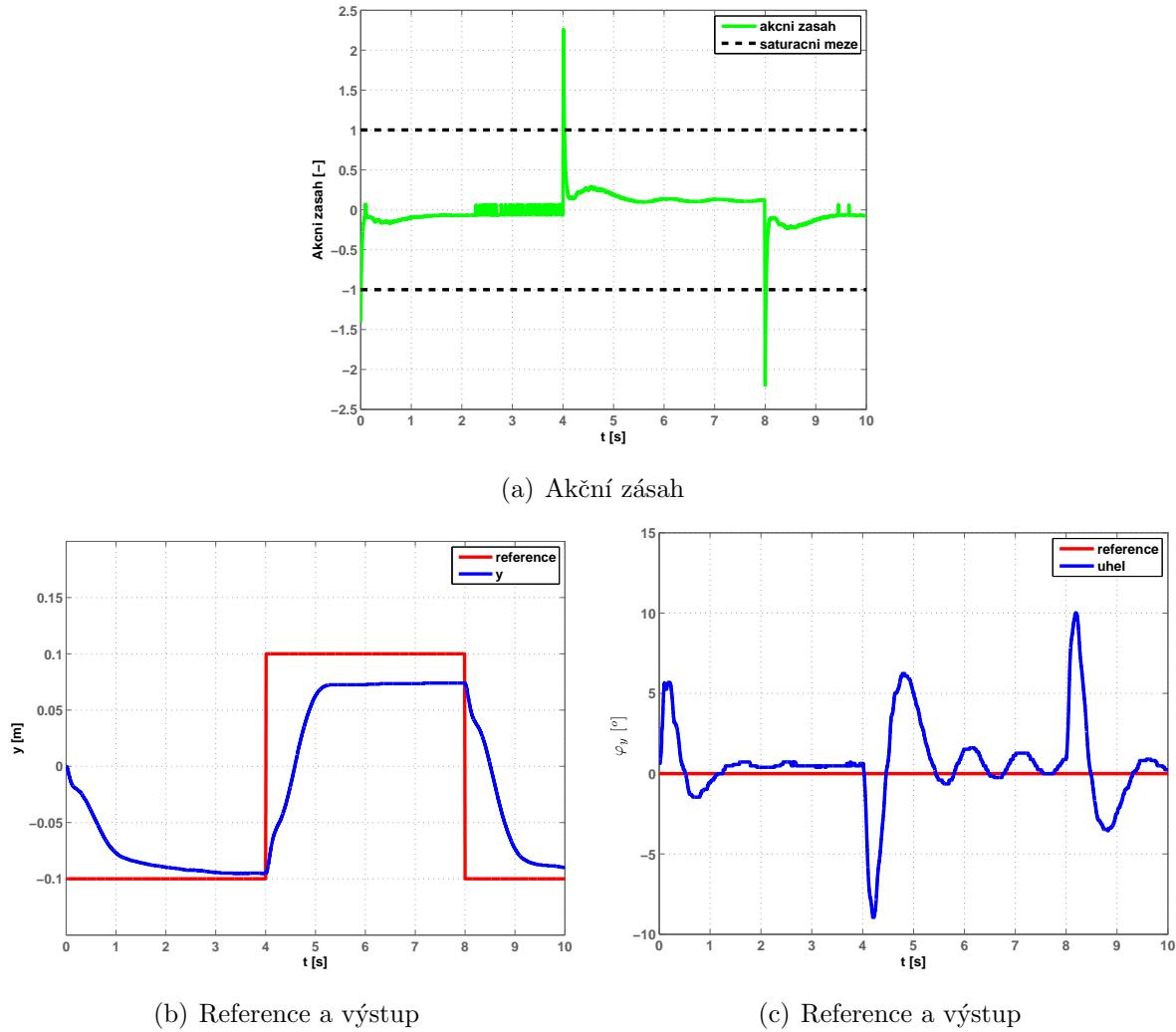
Poloha pólů a nul vnitřní i vnější regulační smyčky je uvedena na obr. 4.17. Také tady platí, že póly jsou znázorněny křížky a nuly kolečkami. Póly obou smyček se nachází v „záporné“ polorovině.

Obrázek 4.16: Bodeho charakteristika přenosu P_y 

Obrázek 4.17: Poloha pólů a nul vnější i vnitřní smyčky

4.2.6 Simulace řízení polohy křídla jeřábu a výchylky φ_y regulátorem typu PID

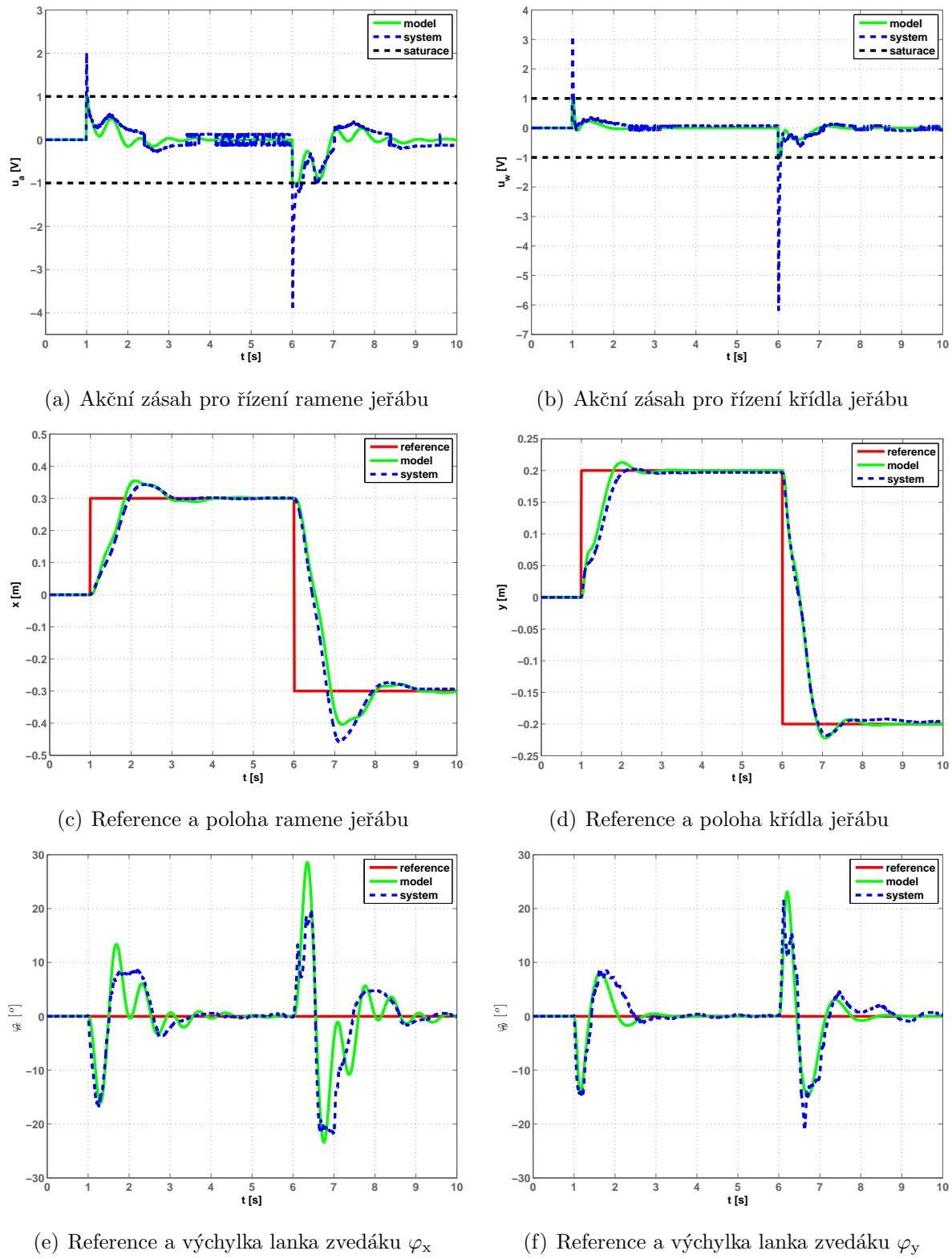
Ze simulace na obr. 4.18 je patrné, že kmity v ve směru y jsou tlumeny lépe než ve směru x . Naopak nedochází k tak dobrému sledování referenčního signálu při pohybu křídla jeřábu. U kladné hodnoty referenčního signálu je patrná regulační odchylka, která činí 25 % od ustálené hodnoty. Při záporné hodnotě referenčního signálu dochází k přesnému sledování referenčního signálu. Toto je opět způsobeno rozdílnou vstupní citlivostí motoru M_w .

Obrázek 4.18: Simulace řízení ve směru y

4.2.7 Regulace soustavy ve směrech x, y

V této části uvedeme výsledky simulace řízení celého systému v obou směrech najednou a přidáme také simulace řízení lineárního modelu. Simulinkové schéma zapojení PIDf regulátoru pro řízení laboratorního systému je znázorněno na obr. A.2

Z obr. 4.19 je vidět, že celkově se průběhy regulace systému i jeho modelu shodují. U sledování referenčního signálu pro křídlo dochází k lepšímu sledování, než tomu bylo u řízení pouze ve směru y , viz obr. 4.18(b). Odchylky ve fázích pro výchylku jsou způsobené vlivem senzoru pro měření výchylky laboratorního systému.



Obrázek 4.19: Průběhy řízení systému ve směrech x, y regulátorem typu PID

Kapitola 5

LQG regulace systému

V této části se budeme zabývat pokročilým řízením laboratorního systému. Sestavíme LQG regulátor, který se skládá z pozorovatele stavu a kvadratického regulátoru. Jako pozorovatele stavu sestrojíme Kalmanův filtr [11, 6] a pro kvadratickou regulaci použijeme LQ regulátor s asymptotickým sledováním polohy [11]. Výsledky budou opět zobrazeny na simulacích.

5.1 Kalmanův filtr

Kalmanův filtr je optimální pozorovatel stavu stochastických systémů. Stav systému je odhadován na základě pozorování vstupů a výstupů systému.

Uvažujme diskrétní lineární model diskrétního stochastického systému

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_d \mathbf{u}(k) + \mathbf{e}(k). \quad (5.2)$$

kde $\mathbf{v}(k)$ je šum procesu a $\mathbf{e}(k)$ je šum měření. Jsou to diskrétní bílé posloupnosti s nulovou střední hodnotou a kovarianční maticí

$$\boldsymbol{\varepsilon} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k_1) \\ \mathbf{e}(k_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k_2) \\ \mathbf{e}(k_2) \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \delta(k_1 - k_2), \quad \delta(k_1 - k_2) \begin{cases} = 1 & k_1 = k_2 \\ = 0 & k_1 \neq k_2 \end{cases}.$$

Cílem je nalezení lineárních odhadů stavu $\hat{\mathbf{x}}(k)$ a kovarianční matice chyb odhadu

$$\mathbf{P}(k) = \boldsymbol{\varepsilon} \{ (\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)) (\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k))^T \}.$$

Pro odhad stavu $\mathbf{x}(k)$ platí, že v každém kroku dojde k minimalizaci kritéria

$$\mathbf{J}_{LMS}(k) = \text{tr } \mathbf{P}(k).$$

Kalmanův filtr využívá pro optimální odhad stavu $\hat{\mathbf{x}}(k)$ nejprve apriorní odhad stavu, který se v následujícím kroku aktualizuje aposteriorním odhadem. Tyto apriorní odhady stavu $\hat{\mathbf{x}}(k)$ a kovarianční matice $\mathbf{P}(k)$ využívají data až do okamžiku $k - 1$, tzn., že zatím neuvažují data, které naměříme v čase k . Apriorní podmíněnou střední hodnotu stavu $\hat{\mathbf{x}}(k)$ budeme dále značit $\hat{\mathbf{x}}(k|k - 1)$ a matice $\mathbf{P}(k)$ jako $\mathbf{P}(k|k - 1)$.

Po změření výstupu $\mathbf{y}(k)$ se hodnoty apriorního odhadu aktualizují aposteriorním odhadem, čili získáme podmíněné střední hodnoty $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ a kovariance $\mathbf{P}(k|k)$.

Dále již chceme najít pomocí apriorního odhadu stavu a kovarianční matice chyby odhadu apriorní odhad stavu a kovarianční matice $\hat{\mathbf{x}}(k + 1|k)$ a $\mathbf{P}(k + 1|k)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{LMS} &= \varepsilon\{\tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}}\}, \\ \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_{LMS}, \end{aligned}$$

kde předpokládáme, že $\hat{\mathbf{x}}_{LMS}(y)$ jsou pouze funkcií měřených dat y

$$\hat{\mathbf{x}}_{LMS} = \mathbf{A}y + \mathbf{b} = \boldsymbol{\mu}_x + \mathbf{P}_{xy}\mathbf{P}_{yy}^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y).$$

Vlastní výpočet odhadů se dá shrnout do datového a časového kroku Kalmanova filtru. V datovém kroku Kalmanova filtru využíváme pro optimální odhad stavu a kovarianční matice pouze hodnot do časového okamžiku $k - 1$.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k - 1) + \mathbf{L}'(k)\boldsymbol{\varepsilon}(k|k - 1), \\ \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k - 1) - \mathbf{L}'(k)\mathbf{C}_d\mathbf{P}(k|k - 1), \end{aligned}$$

kde $\boldsymbol{\varepsilon}(k|k - 1)$ je chyba odhadu výstupu

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k|k - 1) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{C}_d\hat{\mathbf{x}}(k|k - 1) - \mathbf{D}_d\mathbf{u}(k),$$

a $\mathbf{L}'(k)$ je Kalmanovo zesílení datového kroku Kalmanova filtru

$$\mathbf{L}'(k) = \mathbf{P}(k|k - 1)\mathbf{C}_d^T [\mathbf{C}_d\mathbf{P}(k|k - 1)\mathbf{C}_d^T + \mathbf{R}]^{-1}.$$

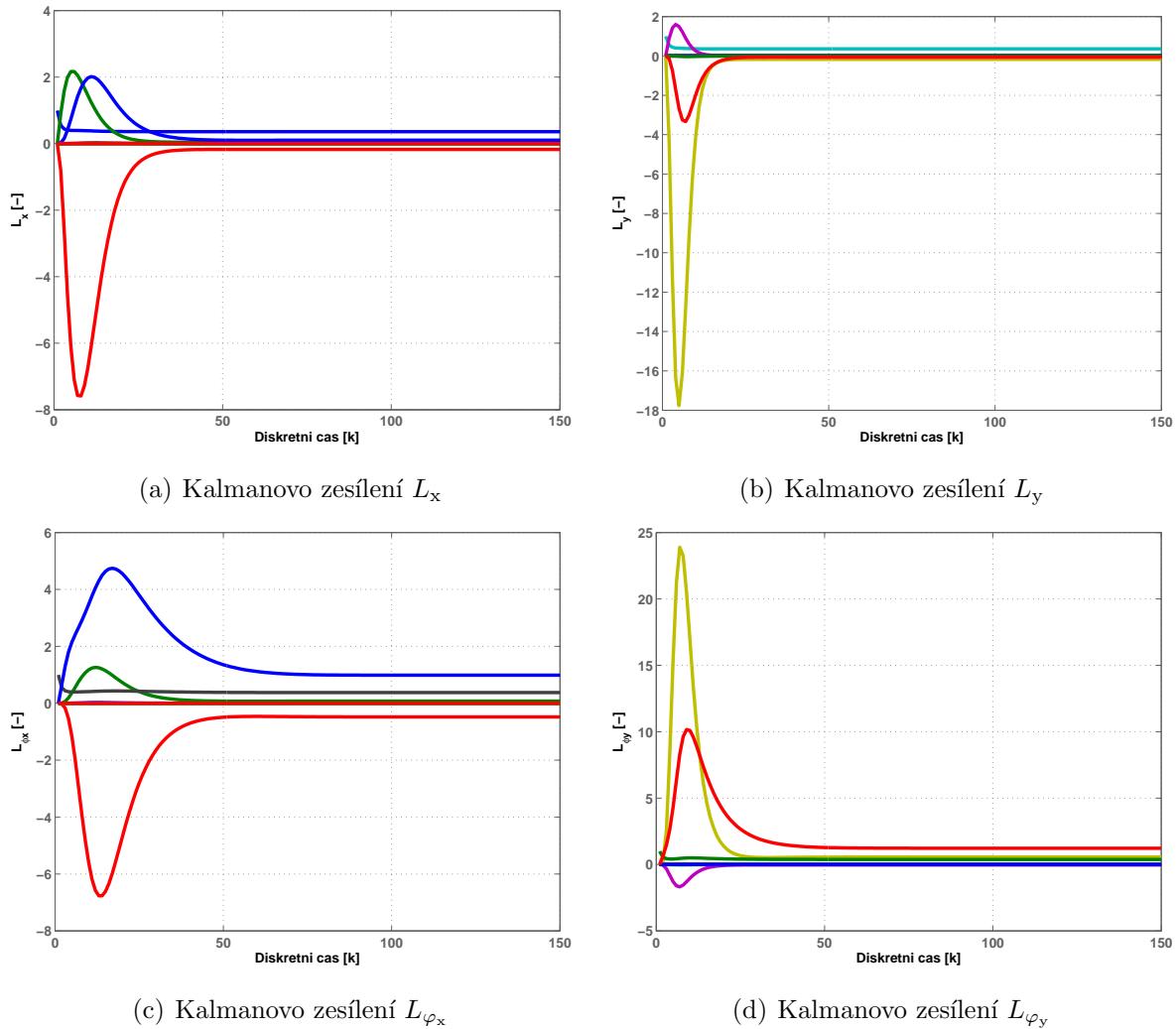
V časovém kroku Kalmanova filtru se provede aktualizace dat

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k + 1|k) &= \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}(k|k) + \mathbf{B}_d\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{P}(k + 1|k) &= \mathbf{A}_d\mathbf{P}(k|k)\mathbf{A}_d^T + \mathbf{Q}. \end{aligned}$$

Výpočet ustáleného řešení Kalmanova zesílení \mathbf{L} byl proveden iterační metodou. Váhové matice byly nastaveny na hodnoty

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= \text{diag}(0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1), \\ \mathbf{R} &= \text{diag}(0,1\ 0,1\ 0,1\ 0,1).\end{aligned}$$

Budou-li jednotlivé průběhy Kalmanova zesílení \mathbf{L} konvergovat, budeme moci použít časově neměnný Kalmanův filtr. Průběhy iterací výpočtu Kalmanova zesílení \mathbf{L} jsou uvedeny na následujícím obrázku.

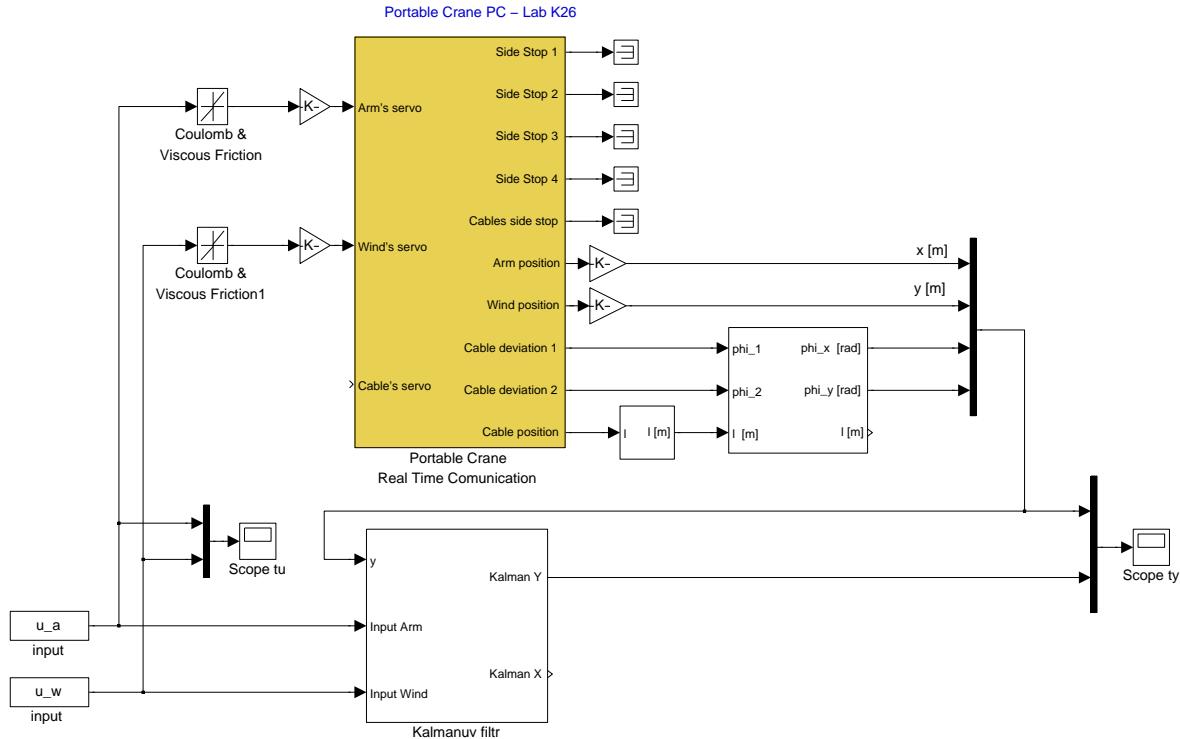


Obrázek 5.1: Průběhy Kalmanova zesílení L_x , L_y

Podle průběhů uvedených na obr. 5.1 dochází ke konvergenci všech Kalmanových zesílení. Tedy jako pozorovatele stavu laboratorního systému můžeme použít časově neměnný Kalmanův filtr.

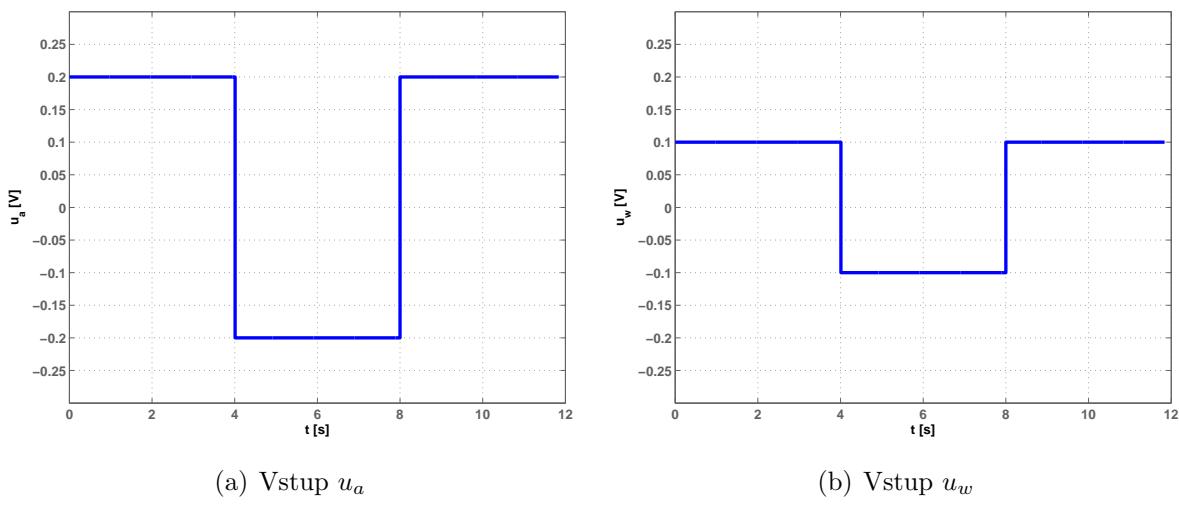
Ověření odhadů Kalmanova filtru

Simulinkové schéma pro ověření odhadů časově neměnného Kalmanova filtru je uvedeno na obr. 5.2.

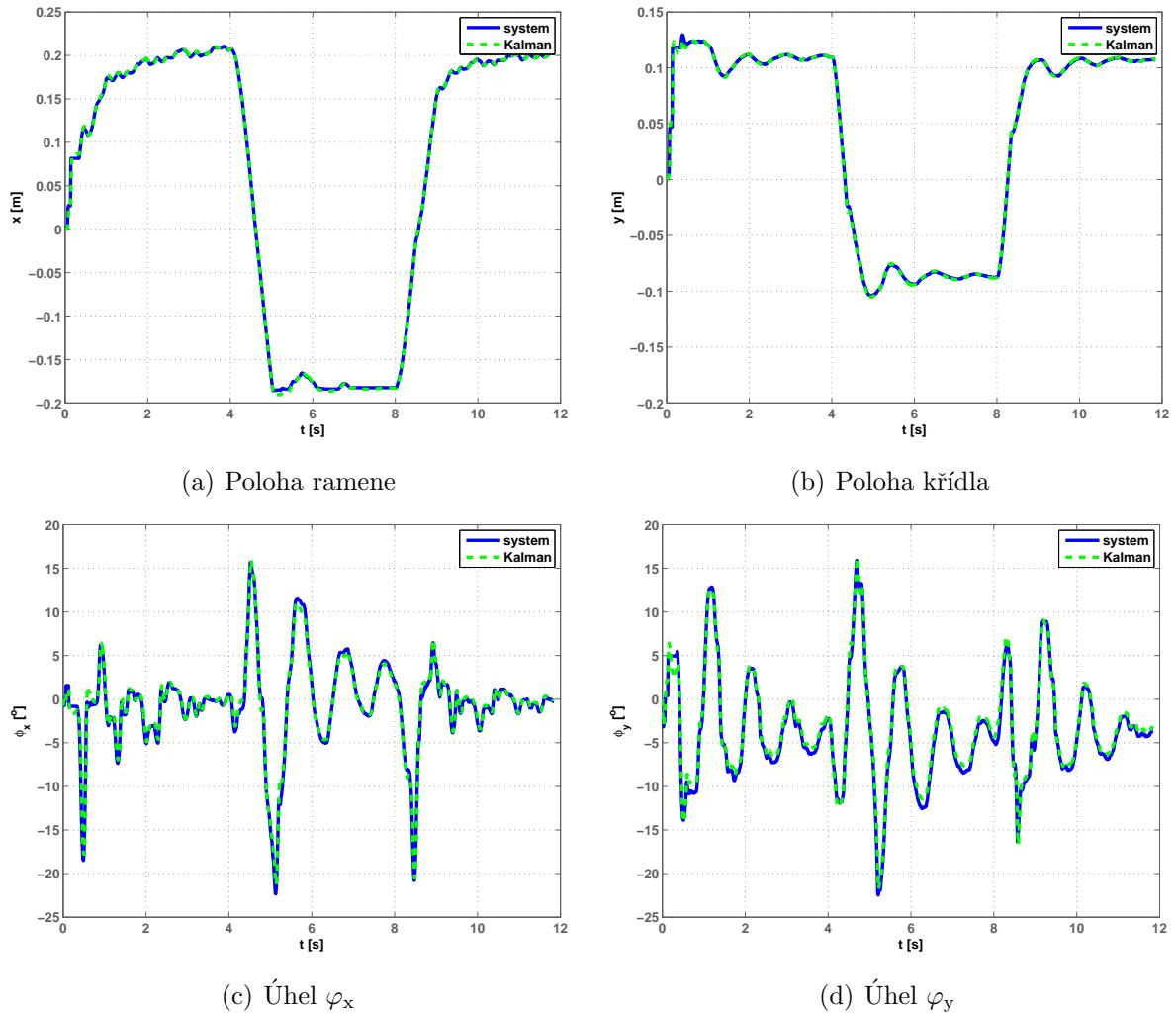


Obrázek 5.2: Schéma zapojení pro ověření Kalmanova filtru

Pro ověření odhadů Kalmanova filtr byly použity vstupní signály obdélníkových průběhů, viz následující obrázek. Odhady výstupů jsou na obr. 5.4.



Obrázek 5.3: Vstupy systému pro ověření odhadů Kalmanova filtru



Obrázek 5.4: Porovnání výstupů systému a výstupů Kalmanova odhadu

Z obr. 5.4 je vidět, že časově neměnný Kalmanův filtr odhaduje stavy reálného systému bez větších odchylek.

5.2 LQ regulátor

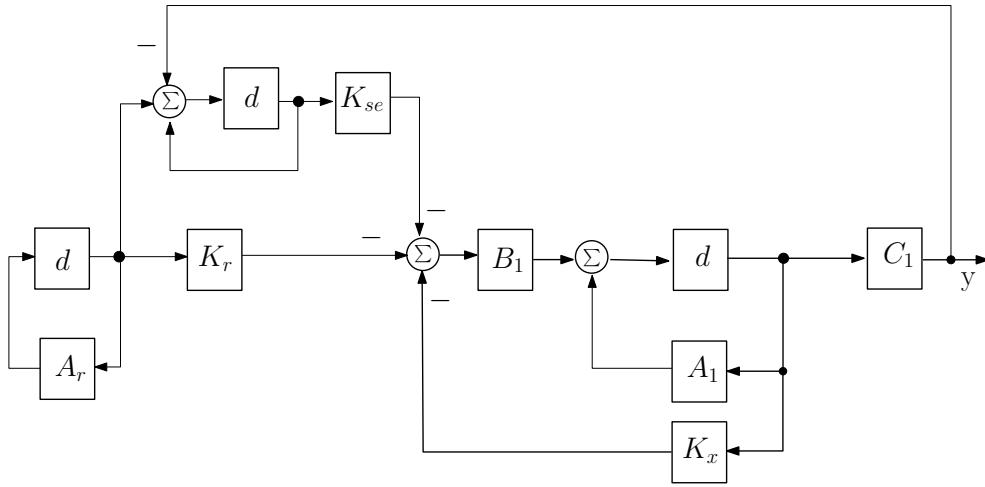
Rysem LQ regulátoru je, že úloha je definována jako optimalizační problém kvadratického kritéria, které je pro asymptotické sledování referenčního signálu definováno jako

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}(N) \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \mathbf{e}^T(k) \mathbf{Q}_e \mathbf{e}(k) + \mathbf{y}_{se}(k)^T \mathbf{Q}_{se} \mathbf{y}_{se}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R}_u \mathbf{u}(k) \right\},$$

kde \mathbf{Q}_e je matice vážící odchylku výstupu od požadované hodnoty, \mathbf{Q}_{se} je matice vážící sumátor regulační odchylky a \mathbf{R}_u je matice vážící akční zásah a e je regulační odchylka

$$e = r - y.$$

Schéma zapojení LQ regulátoru s asymptotickým sledováním konstantní reference je uvedeno na obr. 5.5



Obrázek 5.5: Schéma LQ regulátoru

Generátor konstantní reference můžeme modelovat jako systém

$$\mathbf{x}_r(k+1) = \mathbf{x}_r(k), \quad (5.3)$$

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{x}_r(k), \quad (5.4)$$

kde $\mathbf{x}_r(k)$ je stav a $\mathbf{w}(k)$ je výstup generátoru konstantního referenčního signálu.

Sumátor regulační odchylky můžeme namodelovat jako

$$\mathbf{x}_{se}(k+1) = \mathbf{x}_{se}(k) + \mathbf{x}_r(k) - \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) - \mathbf{D}_d \mathbf{u}(k), \quad (5.5)$$

$$\mathbf{y}_{se}(k) = \mathbf{x}_{se}(k), \quad (5.6)$$

kde $\mathbf{x}_{se}(k)$ značí stav a $\mathbf{y}_{se}(k)$ značí výstup sumátoru regulační odchylky.

Rozšířený systém, zahrnující model reálného systému, generátor konstantní reference i sumátor regulační odchylky, můžeme zapsat jako

$$\mathbf{x}''(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_d & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x}''(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{D}_d \end{bmatrix} \mathbf{u}(k). \quad (5.7)$$

Pro stav $\mathbf{x}''(k)$ a vstupem $\mathbf{u}(k)$ platí

$$\mathbf{x}''(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_r(k) \\ \mathbf{x}_{se}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_a(k) \\ u_w(k) \end{bmatrix}.$$

Kritérium optimality pak lze upravit na tvar

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \mathbf{x}''^T(N) \mathbf{Q}(N) \mathbf{x}''(N) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\mathbf{x}''^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k) \right] \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_d^T & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{se} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_d \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}''(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Minimalizaci kritéria dostaneme vyřešením Riccatiho rovnice

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{Q} + \mathbf{A}_d^T \mathbf{P}(k+1) \mathbf{A}_d - (\mathbf{S} + \mathbf{A}_d^T \mathbf{P}(k+1) \mathbf{B}_d) \mathbf{K}(k), \quad (5.8)$$

$$\mathbf{K}(k) = (\mathbf{R} + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P}(k+1) \mathbf{B}_d)^{-1} (\mathbf{S}^T + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P}(k+1) \mathbf{A}_d), \quad (5.9)$$

které limitně vede na zákon řízení ve tvaru

$$\mathbf{u}(k) = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & \mathbf{K}_r & \mathbf{K}_{se} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_r(k) \\ \mathbf{x}_{se}(k) \end{bmatrix} = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k), \quad (5.10)$$

kde \mathbf{K} je Kalmanovo zesílení diskrétního LQ regulátoru. Jestliže Kalmanovo zesílení konverguje k limitní hodnotě, pak dostaváme časově neměnný LQ regulátor.

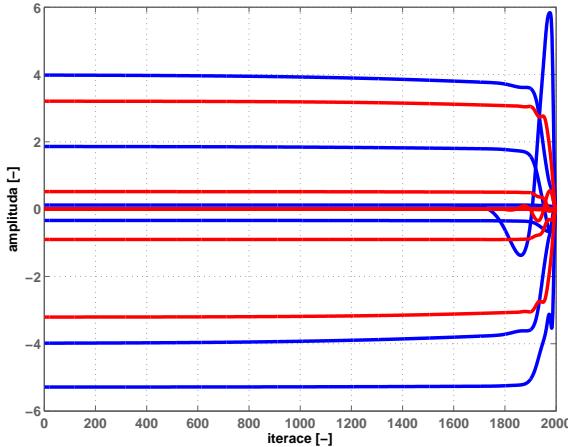
Pro požadovanou funkci LQ regulátoru je nezbytné správné nastavení váhových matic \mathbf{Q}_e , \mathbf{Q}_{se} a \mathbf{R}_u . Požadujeme-li, aby řízení systému našlo kompromis mezi sledováním polohy a eliminací výchylky, zvolíme váhové matice tvaru [9]

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_e &= \text{diag}([16 10 40 1]) / 1, \\ \mathbf{Q}_{se} &= \text{diag}([2 2 .00 .00]) / 100000. \end{aligned}$$

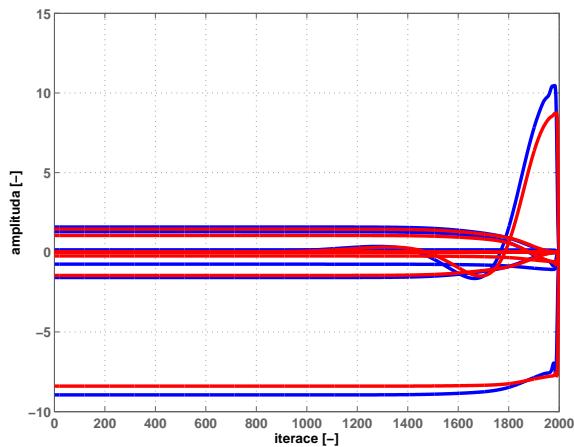
V případě, že se chceme zaměřit na tlumení vykyvů závěsu, přenastavíme váhové matice na velkou penalizaci pro obě výchylky. Váhové matice pak budou mít tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_e &= \text{diag}([1 1 130 100]) / 1, \\ \mathbf{Q}_{se} &= \text{diag}([2 2 .00 .00]) / 100000. \end{aligned}$$

Průběhy iterací jednotlivých Kalmanových zesílení LQ regulátoru jsou zobrazeny na obr. 5.6



(a) Důraz na kompromis mezi výchylkou a polohou



(b) Důraz kladen na tlumení výchylky

Obrázek 5.6: Průběhy Kalmanova zesílení LQ regulátoru

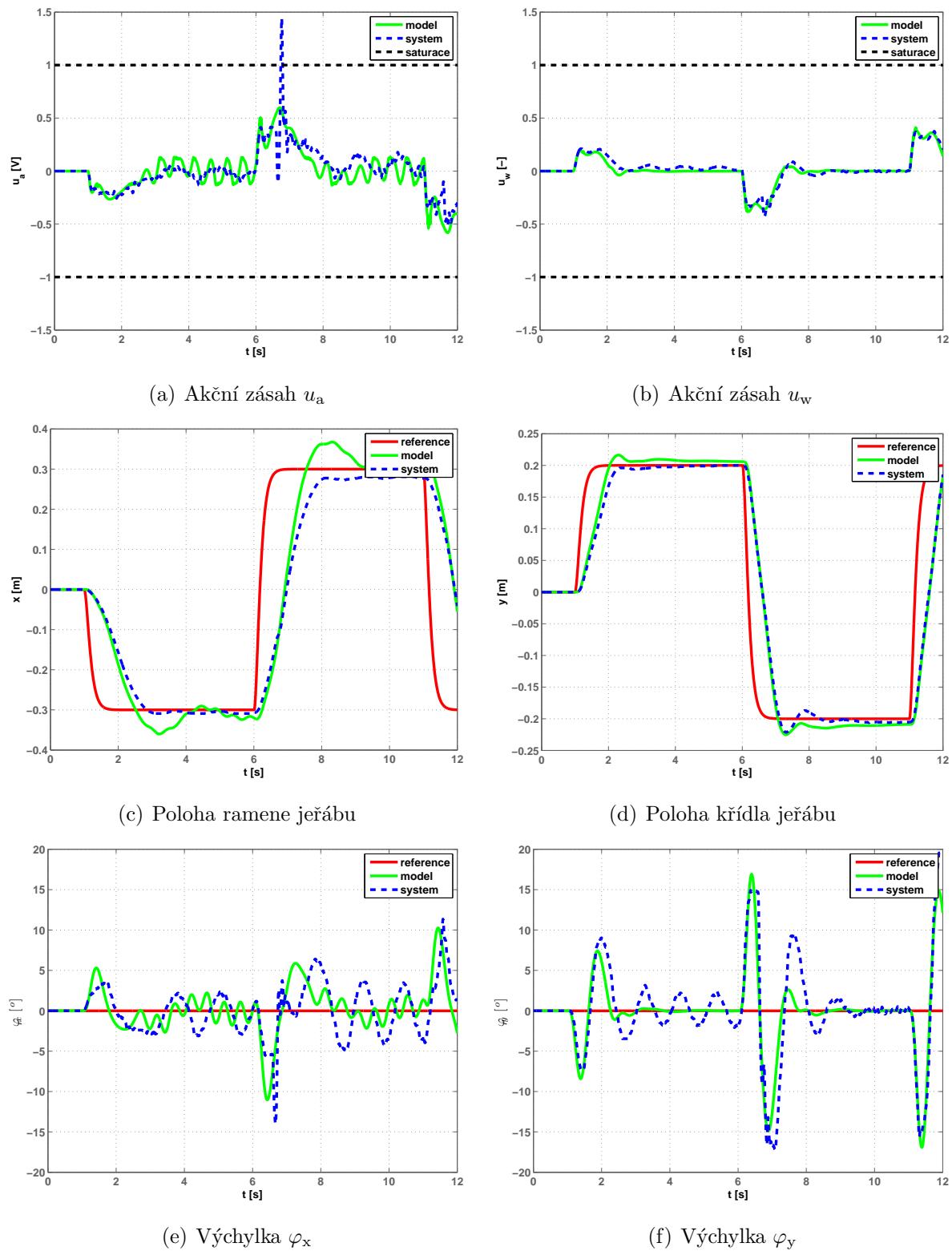
Simulinkové schéma zapojení LQG regulátoru je uvedeno na obr. A.3

5.2.1 Ověření LQG regulace

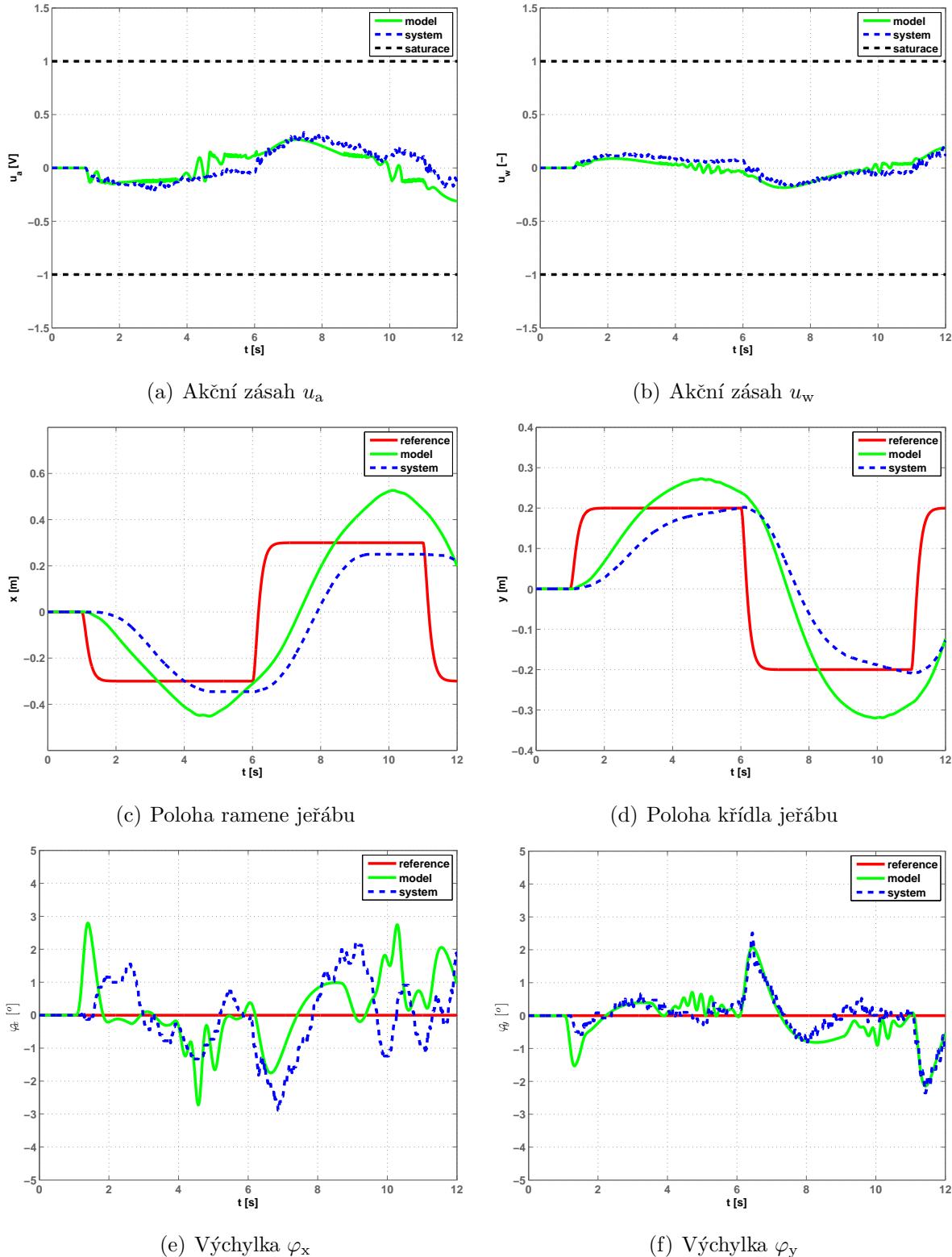
Na následujících obrázcích uvedeme srovnání LQG regulace systému i jeho lineárního modelu. Na obr. 5.7 jsou zobrazené průběhy LQG regulátoru, který byl navržen jako kompromis mezi sledováním polohy a eliminací výchylky. Sledování polohy je znázorněno na obr. 5.7(c) a 5.7(d). Mezi průběhy naměřenými na reálném systému a simulovanými na jeho modelu nejsou závažnější odchylky. Dynamiky se shodují, dochází pouze k „ampitudovým“ převýšením modelu. Toto je způsobené zanedbáním tření u modelu. Z průběhů výchylek je patrné lepší utlumení výchylky lineárního modelu, viz obr. 5.7(e), 5.7(f).

Porovnáme-li řízení LQG regulátoru zaměřeným na utlumení výchylky závěsu, které je uvedeno na obr. 5.8, již dochází k větším odchylkám mezi systémem a jeho modelem zejména u sledování referenčních signálů pro polohu zvedáku, které jsou zobrazeny na obr. 5.8(c) a 5.8(d). Tyto odchylky jsou zejména způsobeny vlivem senzoru měřícího výchylku závěsu na samotnou výchylku. Při daném nastavení váhových matic tyto odchylky způsobí rozdílné generování akčních zásahů mezi systémem a jeho modelem.

Porovnáme-li průběhy obou LQG regulátorů, zjistíme, že LQG regulátor nastavený na tlumení výchylky je oproti LQG regulátoru nastaveným na kompromis mezi sledováním polohy a tlumením výchylky pomalejší, výchylka závěsu se ale pohybuje v rozmezí $\pm 3^\circ$, kdežto výchylka „druhého“ LQG regulátoru se pohybuje v rozmezí $\pm 15^\circ$.



Obrázek 5.7: LQG regulace systému

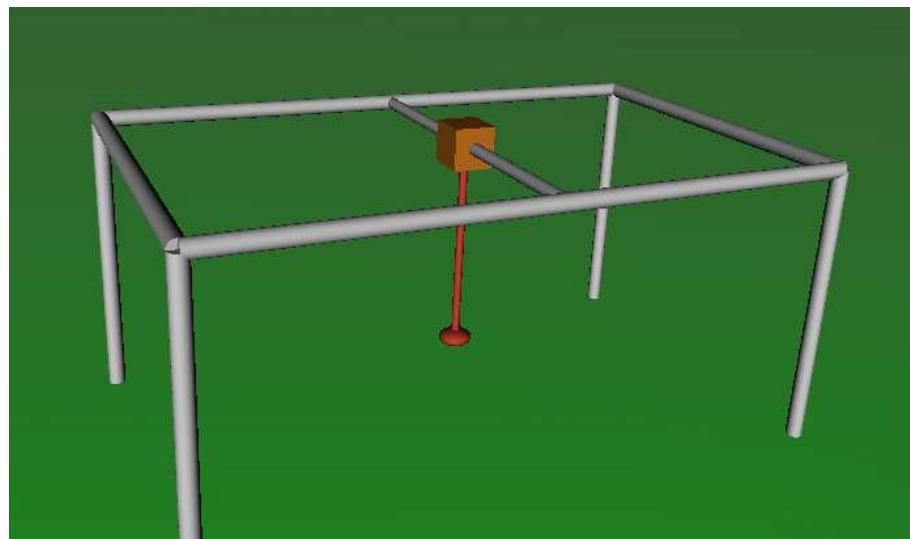


Obrázek 5.8: LQG regulace systému s důrazem na eliminaci výkyvů

Kapitola 6

Virtuální model systému

V této práci ještě navíc vytvoříme virtuální model laboratorního systému. Tento model bude sloužit zejména studentům katedry řídicí techniky pro trénink identifikace a ověření vlastních regulátorů. Vytvoříme ho pomocí Virtual Reality Toolboxu [10], který je součástí MATLABu. Na následujícím obrázku je znázorněn „virtuální svět“ modelu.

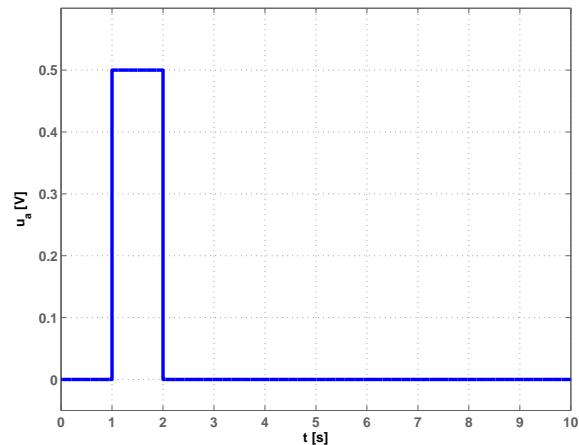


Obrázek 6.1: Virtuální svět systému

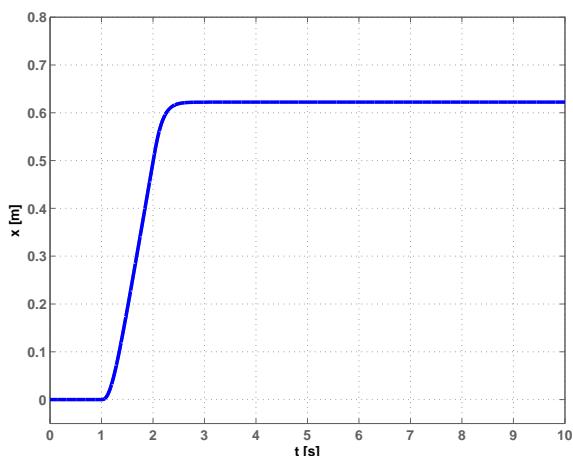
Virtuální model vytvoříme z nelineárního modelu laboratorního systému, který byl vytvořen v Kapitole 3. V tomto virtuálním modelu navíc doplníme chování systému při dosažení krajních poloh konstrukce. Vstupy a výstupy virtuálního modelu jsou stejné jako vstupy laboratorního systému. Dále je možné nastavit počáteční délku lanka l , počáteční výchylku závěsu ve směru x a počáteční výchylku lanka ve směru y , podobně jako na laboratorním modelu.

Na následujících obrázcích uvedeme simulaci nárazu vozíku na konec rámu jeřábu ve

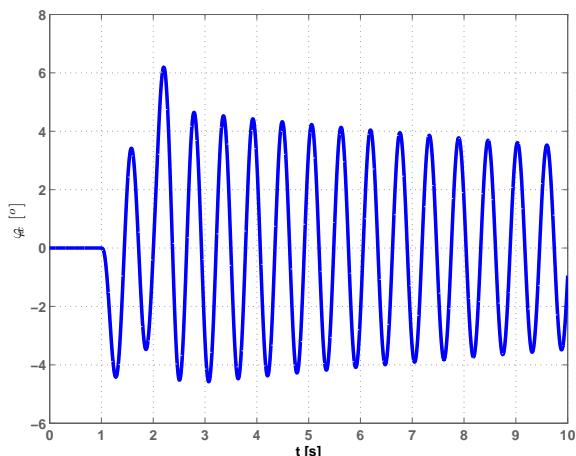
směru x . Je vidět, že náraz se v tomto případě projeví zvýšením amplitudy kryv závěsu.



(a) Vstupní signál



(b) Poloha ramene



(c) Výchylka ve směru x

Obrázek 6.2: Simulace nárazu zvedáku ve směru x

Kapitola 7

Závěr

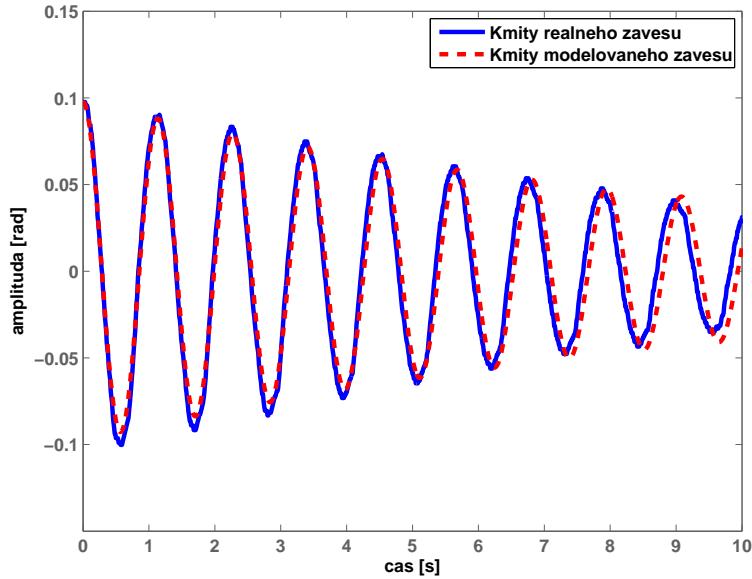
V této práci byla nejdříve provedena identifikace laboratorního systému Portálový jeřáb, který je umístěn v laboratoři K26 katedry řídicí techniky. Poté byly navrženy tři typy regulace tohoto systému. Cílem regulace bylo přemístění zvedacího zařízení systému na požadovanou pozici a utlumení výchylky kyvadla jakmile se zvedák nachází v požadované pozici.

Matematický model tvoří soustava deseti diferenciálních rovnic reprezentujících jednotlivé stavy systému. Matematický popis neuvažuje zpětné působení výchylky háčku na polohu zvedáku. Tuto skutečnost lze zanedbat, neboť převod z motorů na polohu zvedáku je dostatečně tuhý a vliv výkyvu háčku na polohu zvedáku je nulový.

Největší problémy při identifikaci způsobovalo snímání výchylky závěsu. Výchylka závěsu způsobuje vychýlení dvou překřížených a na sebe kolmých hliníkových „rámečků“, přičemž lanko se nachází nimi. Změna polohy rámečku je pak následně přenesena pomocí táhla na natočení inkrementálního snímače. Táhlo je vyrobené z velice jemného provázku, který nezůstával při změnách vychýlení zcela napnutý. Došlo i k „zadrhnutí“ tohoto provázku, které se odstranilo až celkovým rozebráním a opětovným složením senzoru.

Nepřesnost snímání vychýlení závěsu také způsobovala, že i přes zdařilou identifikaci samotného kyvbu, která je znázorněna na následujícím obrázku, docházelo s postupem času ke změně fáze. A systém se s modelem dostává do protifáze.

Pro laboratorní systém byly navrženy regulátory pomocí tří různých metod. Nejprve jsme navrhli regulátor frekvenčními metodami. Tento regulátor dokázal uřídit polohu ramene i křídla jeřábu, ale již se touto metodou nepodařilo navrhnout regulaci i pro utlumení výchylky závěsu. Proto tento regulátor nebudeme s dalšími metodami návrhu dále srovnávat.

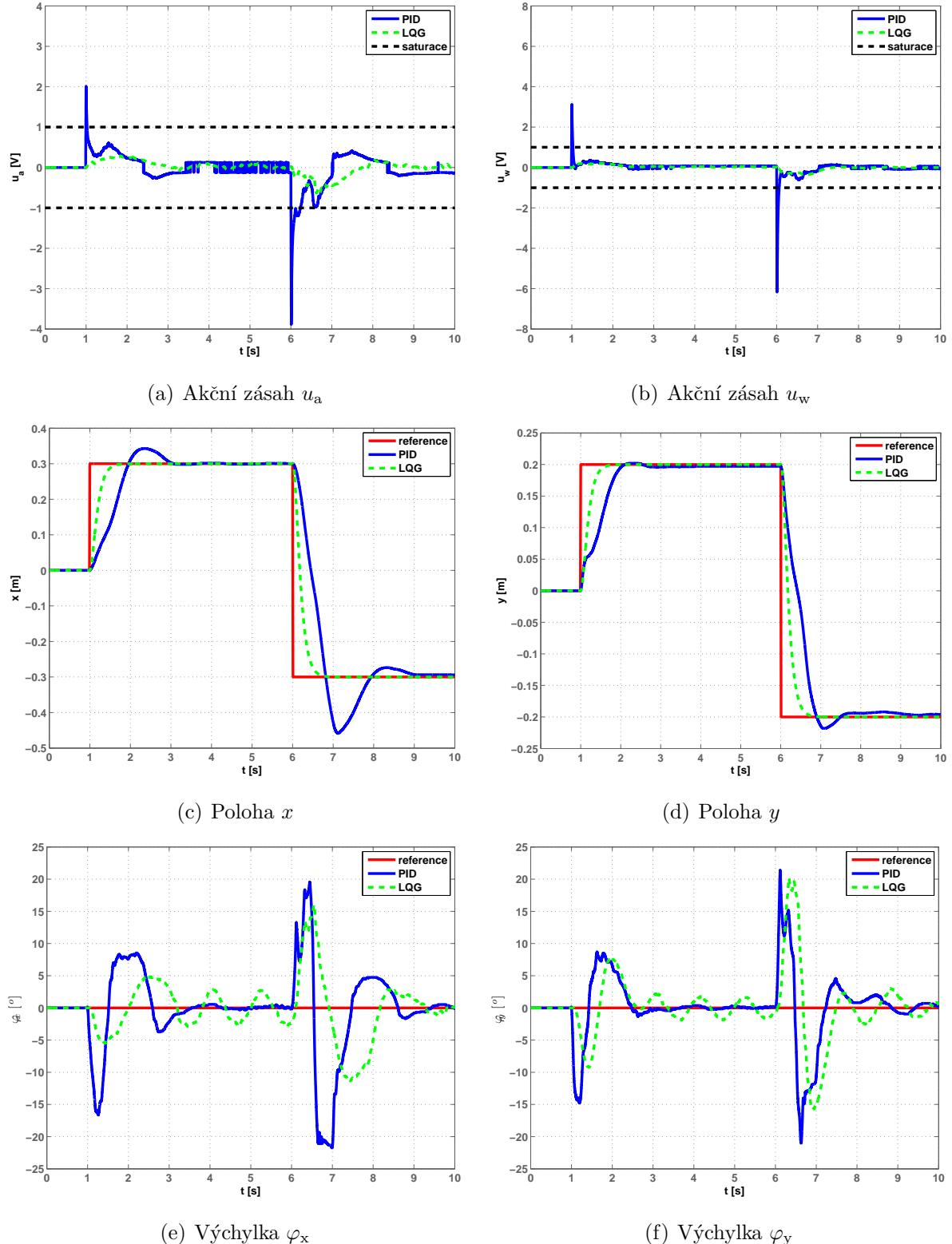


Obrázek 7.1: Porovnání kmitů reálného systému a nelineárního modelu

Metodou Geometrického místa kořenů se podařilo navrhnout regulátor schopný dopravit zvedák jeřábu na požadovanou pozici a také obstojně tlumit výchylky závěsu. Regulaci tohoto regulátoru nyní porovnáme s regulací LQG regulátoru. LQG regulátor má oproti regulátoru navrženého pomocí metody GMK k dispozici více informací o řízeném laboratorním systému. S pomocí Kalmanova filtru zná průběhy rychlostí a zrychlení jednotlivých stavů. Porovnání regulací těchto dvou regulátorů je uvedeno na obr. 7.2. Na obr. 7.2(a) a 7.2(b) jsou uvedeny akční zásahy obou regulátorů. Oba regulátory generují podobné akční zásahy. U akčních zásahů generovaných regulátorem navrženým pomocí metody GMK se objevují amplitudové převýšení, které se pohybují v rozmezí ± 6 . Soustava je pro oba vstupy řiditelná v rozmezí ± 1 . Tyto amplitudové převýšení mají charakter „peaku“, takže řízení soustavy významně neovlivní. Akční zásah generovaný LQG regulátorem zůstává po celou dobu regulace v rozmezí ± 1 .

Porovnání sledování referenčních signálů pro polohu zvedáku je uvedeno na obr. 7.2(c) a 7.2(d). LQG regulátor sleduje referenci v obou směrech bez překmitu. Regulátor navržený metodou GMK překmitává referenční signál. Výraznější je zejména překmit pro sledování „záporné“ reference ramenem jeřábu, kdy překmit činí 53 %, pro sledování „kladné“ reference překmit činí 46 %. Pro křídlo je velikost překmitu pro „kladnou“ referenci 1 % a pro sledování „záporné“ reference překmit činí 9 %.

Velikost výchylky je zobrazena na obr. 7.2(e) a 7.2(f). Z průběhů výchylek je patrné, že lépe tlumí výchylky v obou směrech regulátor navržený pomocí metody GMK.



Obrázek 7.2: Porovnání řízení LQG a GMK regulátorů

Nejlepších výsledků řízení laboratorního systému jsme dosáhli LQG regulátorem navrženým jako kompromis mezi sledováním polohy zvedáku a tlumením kmitů závěsu. Tento

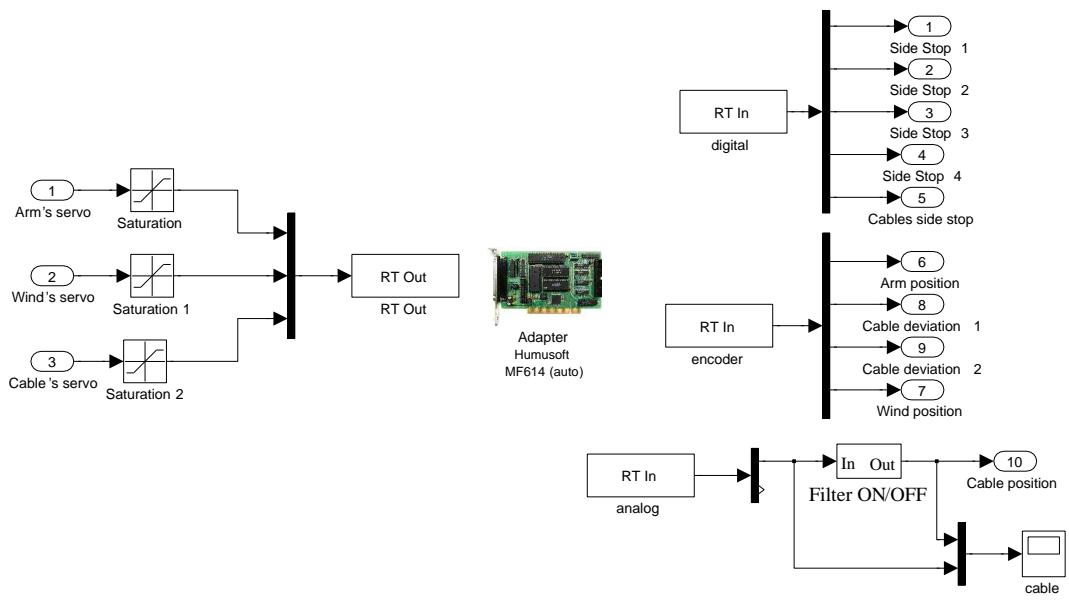
LQG regulátor je možné využít při prezentaci laboratoře např. při dnu otevřených dveří. Demo s touto regulací naleznete na stránkách Laboratoře teorie automatického řízení [8]. Zde naleznete také virtuální model systému, který byl v rámci této práce vytvořen.

Literatura

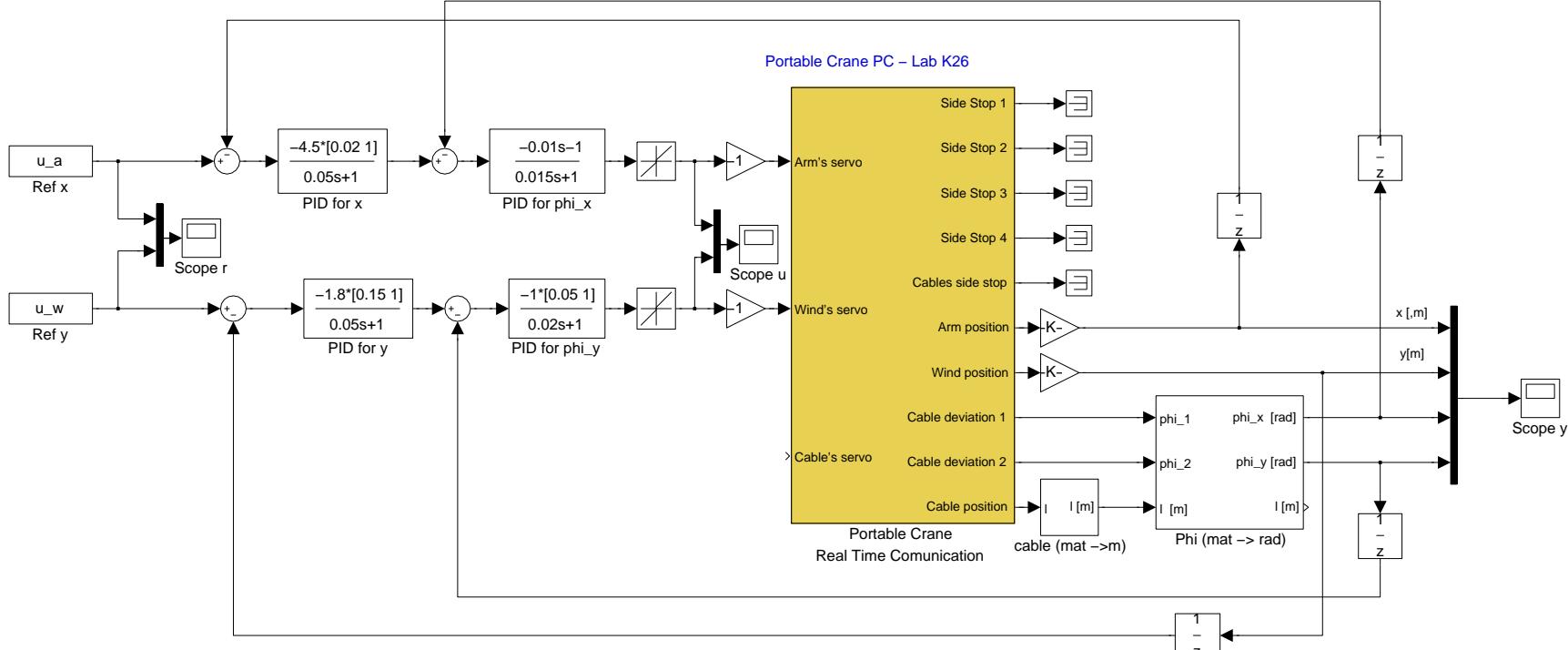
- [1] ANDERSON, B. D. O. and MOORE, J. B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Dover Publications, 2007.
- [2] DORF, R. C. and BISHOP, R. H. *Modern Control Systems*. Prentice-Hall, 11th edition, 2007.
- [3] FEYNMAN, R. P., LEIGHTON, R. B., and SANDS, M. *Feynmanovy přednášky z fyziky 2/3*. Fragment, 2001.
- [4] FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D., and EMAMI-NAEINI, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice-Hall, 5th edition, 2005.
- [5] JOHN, J. *Systémy a řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1998.
- [6] KAILATH, T., SAYED, A. H., and HASSIBI, B. *Linear Estimation*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 2000.
- [7] NOSKIEVIČ, P. *Modelování a identifikace systémů*. Montanex, a.s., Ostrava, 1999.
- [8] ROUBAL, J. Laboratoř teorie automatického řízení [online]. [cit. 2009-01-16], [⟨http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/⟩](http://support.dce.felk.cvut.cz/lab26/), 2008.
- [9] ROUBAL, J., HUŠEK, P., and SPOL. *Základy regulační techniky v příkladech*. Pracovní verze, 200x. [⟨http://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/⟩](http://support.dce.felk.cvut.cz/pub/roubalj/).
- [10] THE MATHWORKS. The Mathworks [online]. [cit. 2008-07-20], [⟨http://www.mathworks.com/⟩](http://www.mathworks.com/), 2008.
- [11] ŠTECHA, J. and HAVLENA, V. *Moderní teorie řízení*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999.

Příloha A

Simulinková schéma

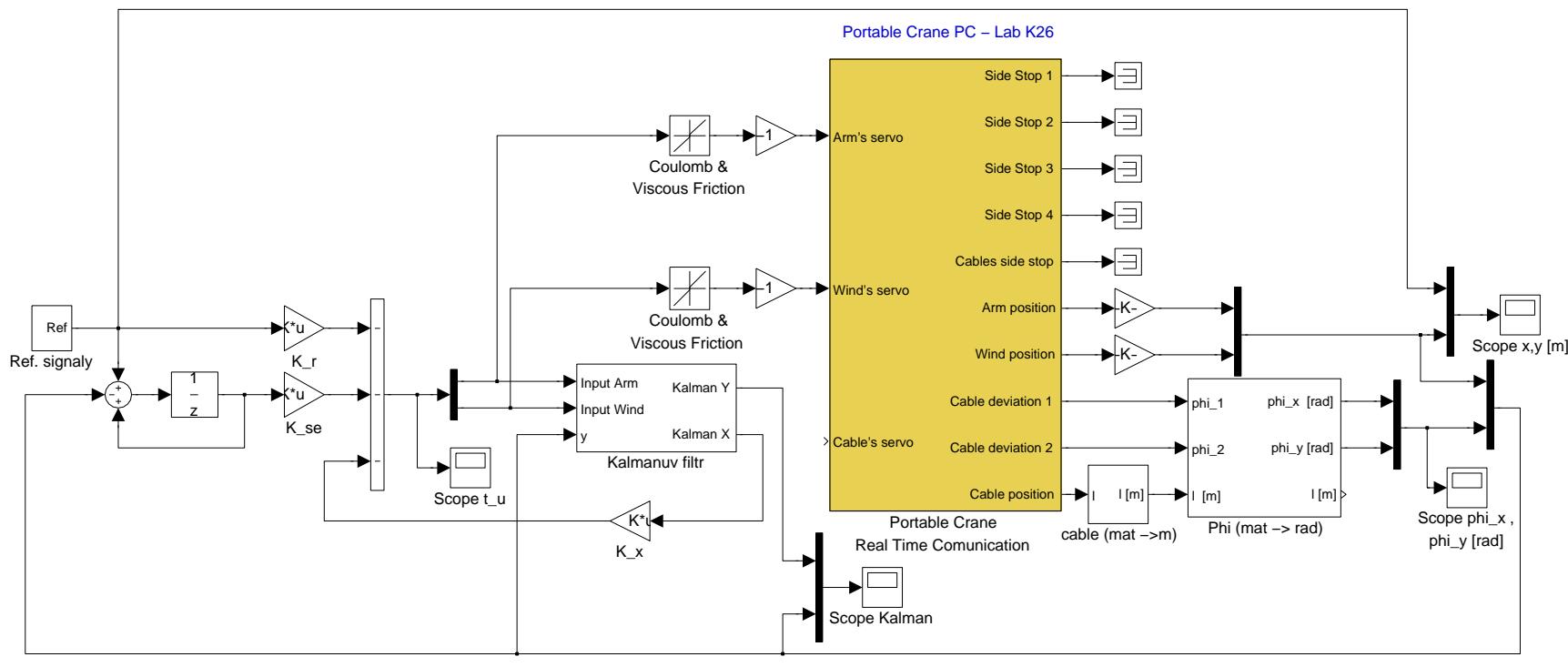


Obrázek A.1: Připojení systému přes SIMULINK



Obrázek A.2: Simulinkové schéma PIDf regulátoru celého systému

Obrázek A.3: Simulinkové schéma zapojení LQG regulátoru



Příloha B

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém jsou uloženy následující data.

- PDF se samotnou diplomovou prací
- videozáznam se simulací řízení LQG regulátorem
- demo LQG regulátoru laboratorního modelu
- virtuální model laboratorního systému