

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**  
Fakulta elektrotechnická

**Katedra řídicí techniky**



**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

# **Řízení magnetického závěsu**

**Praha, září 2007**

**Student : Nguyen Hong Quang**

**Vedoucí práce : Ing. František Vaněk**

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne .....

.....

podpis

### Poděkování

Chtěl bych především vedoucím mé práce Ing. Františku Vaňkovi za cenné připomínky a rady při řešení problémů souvisejících s bakalářskou prací. Rád bych poděkoval také rodičům a všem blízkých za jejich podporu a pomoc při mém studiu.

České vysoké učení technické v Praze, fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

Školní rok: 2006/2007

## Z a d á n í b a k a l á ř s k é p r á c e

Student: Nguyen Hong Quang  
Obor: Kybernetika a měření  
Název tématu: Řízení magnetického závěsu

### Zásady pro vypracování:

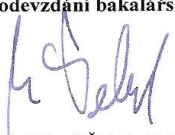
1. Seznamte se s modelem Magnetického závěsu Amira.
2. Proved'te základní statická i dynamická měření.
3. Identifikujte parametry systému, do modelu zahrňte všechny významné nelinearity, ověřte vliv ostatních parazitních veličin.
4. Zvolte vhodný pracovní bod a v něm navrhňte spojitý regulátor pro regulaci na konstantní hodnotu minimálně třemi metodami, Regulátor ověřte jak simulací, tak regulací reálného systému. Zdůvodněte případné rozdíly v chování.
5. Navrhňte regulátory pro 3 různé pracovní body a najděte vhodný mechanismus jejich přepínání.
6. Zkuste najít řídicí algoritmus, jak překlenout nelineární pásmo a v co nejkratším čase dosáhnout pracovního bodu.
7. Pro modelování a řízení použijte prostředí Matlab/Simulink/RTT.
8. Vytvořte graficky zajímavé demo pro ukázkou činnosti modelu.

*Seznam odborné literatury:* Dodá vedoucí práce

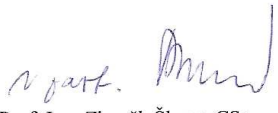
**Vedoucí bakalářské práce:** Ing. František Vaněk

**Datum zadání bakalářské práce:** zimní semestr 2006/07

**Termín odevzdání bakalářské práce:** 15. 8. 2007

  
Prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.  
vedoucí katedry



  
Prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.  
děkan

V Praze, dne 6. 3. 2007

## **Anotace**

Magnetická levitace byla zajímavá od 1903's poskytuje vizuální demonstraci, která motivuje a inspiruje studenty k tomu, aby zkoumali základní principy elektrotechniky jako magnetický design, zesilovač design, senzor a moderní kontrolní teorie.

Tenhle projekt se zabývá problematikou nelineárního řízení a stabilizaci nelineárního nestabilního systému Magnetického Závěsu (resp. Magnetická Levitace). Postupy se skládají ze tří částí: analytickou identifikací systému, měřením hodnot na skutečném modelu a modelováním, řízením v systému Matlab/Simulink/RTT. Je podán ucelený přehled možností analýzy a syntézy řízení nelineárních systému a dále podrobněji zkoumána stabilizace aplikačního modelu s využitím klasické linearizace pomocí Taylorova řady.

## **Annotation**

Magnetic levitation of a metallic sphere has been of interest since the 1930's. It motivates and inspires students to investigate and understand the fundamental principles of electrical and electronic engineering such as magnetic design, amplifier design, sensor and modern control theory.

This project deals with problems nonlinear control and stability nonlinear unstable system magnetic hangings (or Magnetic levitation). Methods consist of two parts: measure of values on real model and simulation, control in system Matlab/Simulink/RTT. It is performed comprehensive survey of possibility of analyses and synthesis controls of nonlinear systems and further in more detail surveyed stability application models with using classical linearization with Taylor's thread.

## Obsah

Prohlášení.....	I
Poděkování.....	II
Zadání bakalářské práce.....	III
Anotace.....	IV
<b>Úvod .....</b>	<b>VII</b>
<b>Seznam symbolů a zkratk.....</b>	<b>8</b>
<b>1. Stavové rovnice .....</b>	<b>9</b>
1.1 Definice.....	9
1.1.1.Stav systému .....	9
1.1.2.Stavová rovnice.....	10
1.1.2.1.Je-li spojitý.....	10
1.1.2.2.Je-li lineární .....	10
1.2 Vnitřní popis v čase spojitých systémů – stavové rovnice .....	11
1.2.1 Vnitřní popis .....	11
1.2.2 Linearizace stavových rovnic .....	11
1.3 Vnější popis v čase spojitých systémů – stavové rovnice .....	13
<b>2. Model magnetického závěsu .....</b>	<b>14</b>
2.1 Analytické identifikace modelu levitace.....	15
2.1.1 Struktura modelu.....	15
2.1.2 Vlastnosti pod systému magnetického závěsu a cívky. ....	15
2.1.3 Výkonový zesilovač.....	17
2.1.4 D/A převodník .....	17
2.1.5 A/D převodník .....	17
2.1.6 Senzor polohy magnetického závěsu .....	18
2.2 Stavová rovnice popisu systému Magnetické levitace .....	18
2.2.1 Vnitřní popis systému .....	18
2.2.1.1 Nelineární stavová rovnice systému .....	18
2.2.1.2 Linearizace rovnic.....	19
2.2.2 Vnější popis systému .....	20
2.3 Sestavení simulačního modelu Magnetického závěsu Amira v Simulink/Matlab .....	21
2.3.1 Simulační model nelineárního systému .....	21

2.3.2 Simulační model lineárního modelu .....	22
2.4 Změřené hodnoty podsystemů Magnetického závěsu Amira .....	23
<b>3. Regulace systému .....</b>	<b>25</b>
3.1 Regulační obvod .....	25
3.1.1 Regulační obvod .....	25
3.1.2 Regulátory .....	26
3.2 Návrh regulátoru .....	26
3.2.1 Návrh spojitých regulátorů .....	26
3.3 Návrh regulátorů pro další pracovní body .....	28
3.4 Algoritmus přepínání mezi regulátory .....	31
3.5 Virtuální simulační schéma ve V-Realm Builder (VRML editoru) .....	32
3.5.1 Spodní část modelu se senzorem polohy .....	32
3.5.2 Horní část modelu s cívkou .....	33
3.5.3 Magnetický závěs .....	34
<b>4. Závěr .....</b>	<b>35</b>
<b>5. Zdroje .....</b>	<b>37</b>
5.1 Literatura použité elektronické pomůcky .....	37
5.2 Programy: .....	37
<b>6. Seznam příloh .....</b>	<b>38</b>
6.1 Tištěné přílohy .....	38
6.2 Elektronické přílohy .....	38
<b>7. Příloha .....</b>	<b>39</b>

# Úvod

Na úvod si připomeňme, že magnetická levitace nachází široké uplatnění: u MAGLEV TRAIN (tj. vysokorychlostní vlak běžící používáním elektromagnetismu, kde eliminuje tření. Vlak se pohybuje na polštáři magnetického pole, které je vytvářeno soustavou supravodivých magnetů, zabudovaných v trati i ve vlaku. Tento vlak má tedy, místo kol, speciální systém magnetů, včetně lineárních motorů a pohybuje se několik centimetrů nad kolejnicí). Další aplikace je v robotice při potřebách přesného polohování atd.

Teorie nelineárních řídicích systémů obsahuje velkou část z toho moderního vývoje a úspěchu k systematickému použití diferenciálních geometrických metodik a nástrojů. Jeden z prvních problémů, jenž byl popisován z hlediska diferenciálního pohledu na začátku 70's, byla analýza říditelnosti nelineárního systému. Během 80's, možnosti k použitím diferenciálních geometrických technik v studiu nelineárních řídicích systémů byly hodně využívány. V dnešní době pokročilé výpočetní techniky však již můžeme tuto újmu, na úkor nárůstu složitosti matematických disciplín a s tím související výpočetní náročnosti, prostřednictvím nelineárního řízení minimalizovat a postihnout tak nelineární podstatu reálného světa vytvářením přesnějších modelů zohledňujících velké pracovní rozsahy, nespojitosti, parazitní nelinearity a parametrické nejistoty. Výsledkem specifických rozšíření či zobecnění lineárních metod sloužících k řízení složitých systému s vysokým stupněm nelinearity tak většinou je nákladné a dlouhé vývojové období na jehož konci stojí řídicí algoritmus s minimální stabilitou a efektivitou.



## Seznam symbolů a zkratk

$F_a$	síla zrychlení
$F_g$	gravitační síla
$F_m$	elektromagnetická síla
$g$	gravitační zrychlení
$u$	vstupní napětí modelu
$i$	proud v cívce
$k_{AD}$	zesílení A/D převodníku
$K_{am}$	zesílení zesilovače
$k_c$	konstanta cívky
$k_{DA}$	zesílení převodníku
$k$	zesílení vinutí a zesilovače
$K_s$	zesílení senzoru proudu
$L$	indukčnost
$m$	hmotnost zavěšeného tělesa
$R$	odpor vinutí
$R_s$	odpor zpětnovazebního rezistoru
$T_a$	časová konstanta vinutí a zesilovače
$u_{MU}$	D/A vstup měniče
$h$	pozice magnetického závěsu
$y$	výstupní veličina mechanického systému, vychýlení polohy
$h_0$	pracovní bod polohy magnetického závěsu
$i_0$	stavový bod proudu
$u_0$	stavový bod napětí
$h_{kor}$	korekční výška magnetického závěsu
$y_{MU}$	výstup A/D převodníku
$y_{MU0}$	kompence A/D převodníku
$k_p$	proporciální složka PID regulátoru
$k_i$	integrační složka PID regulátoru
$k_D$	derivační složka PID regulátoru
$\Delta h$	interval výšky magnetického závěsu

# 1. Stavové rovnice

Stavové rovnice je na rozdíl od jiných užívaných formálních popisů dynamiky, dnes nejčastěji používaným popisem pro analýzu a návrh řídicích systémů a používají je jak matematici pro studium formálních vlastností dynamických systémů, tak inženýři pro návrh analogové i číslicové regulace.

V této kapitole se seznámíme s definicemi i vlastnostmi stavových rovnic spojitéch systémů (lineárních i nelineárních). Dále se zabývá vnějším i vnitřním popisem chování dynamických systémů.

## 1.1 Definice

Abychom tedy mohli nějakým způsobem oddělit minulost a přítomnost, zavádíme pojem *stav systému*.

**1.1.1. Stav systému**  $x(t)$  (vektor  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ ) je soubor vnitřních veličin systému. Zahrnuje v sobě veškerou informaci o minulém vývoji systému. Znalost stavu systému  $x(\tau)$  v čase  $\tau$  spolu se znalostí vstupujících veličin  $u(v)$  na intervalu  $v \in (\tau, t)$  jednoznačně určuje stav systému  $x(t)$  v čase  $t$  a výstupní veličinu  $y(v)$  na intervalu  $v \in (\tau, t)$ .

Vztah mezi aktuálním stavem, minulým stavem, vstupem a výstupem můžeme obecně vyjádřit ve tvaru:

$$\dot{x}(t) = \varphi(t, \tau, x(\tau), u(\tau, t)) \quad (1.1)$$

$$y(t) = g(t, x(t), u(t)) \quad (1.2)$$

kde :

- $\varphi$  je tzv. přechodová funkce stavu, která vyjadřuje, jak se stav  $x(\tau)$  v čase  $\tau$  působením řízení (vstupního signálu)  $u(\nu)$  na intervalu  $\nu \in (\tau, t)$  změnil na stav  $x(t)$  v čase  $t$ .
- $g$  je zobrazení okamžitého stavu  $x(t)$  a řízení  $u(t)$  v čase  $t$  na výstup  $y(t)$ .

**1.1.2. Stavová rovnice** jsou diferenciální rovnice, které popisují vývoj stavů spojitéch hladkých dynamických systémů.

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad (1.3)$$

$$y(t) = g(t, x(t), u(t)) \quad (1.4)$$

Rovnice (1.3) a (1.4) označujeme jako *stavové rovnice* nebo *stavový popis*.

**1.1.2.1.** Je-li spojité hladký dynamický systém navíc *lineární*, jsou přechodová funkce  $g$  a  $f$  lineární vzhledem ke stavu  $x$  i řízení  $u$  a diferenciální rovnice (1.3) a (1.4) jsou lineární. Má-li lineární spojité hladký dynamický systém *konečnou dimenzi*, tj. konečný počet stavů lze jej ve zvolené bázi lineárního stavového prostoru popsat soustavu lineárních stavových rovnic :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (\text{stavová rovnice}) \quad (1.5)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (\text{výstupní rovnice}) \quad (1.6)$$

kde:  $A(t)$  ...matice systému

$B(t)$  ....matice řízení

$C(t)$  ...matice výstupní

$D(t)$  ...matice výstupní

**1.1.2.2.** Je-li lineární spojité hladký dynamický systém navíc *stacionární* (t-invariantní), jsou matice  $A(t)$  a  $D(t)$  konstantní, tj.

$A(t) = konst. = A \dots D(t) = konst. = D$ , tedy nezávislé na čase  $t$ , a stavové

rovnice (1.5) a (1.6) je možno psát jako:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{stavová rovnice}) \quad (1.7)$$

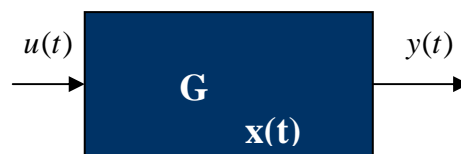
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{výstupní rovnice}) \quad (1.8)$$

(viz [2])

## 1.2 Vnitřní popis v čase spojitých systémů – stavové rovnice

### 1.2.1 Vnitřní popis

*Vnitřní popis systému, tzv. stavový popis*, vyjadřuje dynamické vlastnosti systému relací mezi vstupními veličinami (vektor  $u(t)$ ), výstupními veličinami (vektor  $y(t)$ ).



Obr 1.2 : Vnitřní popis dynamického systému

Potom je vnitřní popis systému dán **stavovým rovnicemi**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{stavová rovnice}) \quad (1.9)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{výstupní rovnice}) \quad (1.10)$$

kde:  $A(t)$  ...matice systému

$B(t)$  ...matice řízení

$C(t)$  ...matice výstupní

$D(t)$  ...matice výstupní

### 1.2.2 Linearizace stavových rovnic

V praktických případech jsou modely nelineární. Ale s lineárními modely pracujeme s obtížemi, protože je převážně založena na modelech lineárních. V mnoha případech však

vystačíme s modelem, který popisuje chování dynamického systému ve zvoleném pracovním bodě a jeho nejbližším okolí. Takový model získáváme linearizací.

Nechť je nelineární systém popsán stavovým modelem :

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad (1.11)$$

$$y(t) = g(t, x(t), u(t)) \quad (1.12)$$

Nechť  $x_0(t)$  je nominální stavová trajektorie, kolem které budeme linearizovat. Této stavové trajektorii  $x_0(t)$  odpovídá nominální trajektorie vstupu  $u_0(t)$  a výstupní trajektorie  $y_0(t)$ . Pak musí vyhovovat stavovým rovnicím systému:

$$\dot{x}_0(t) = f(t, x_0(t), u_0(t)) \quad (1.13)$$

$$y_0(t) = g(t, x_0(t), u_0(t)) \quad (1.14)$$

Označme symbolem  $\Delta$  malé odchylky od nominální trajektorie, pak

$$x(t) = x_0(t) + \Delta x(t) \quad (1.15)$$

$$u(t) = u_0(t) + \Delta u(t) \quad (1.16)$$

$$y(t) = y_0(t) + \Delta y(t) \quad (1.17)$$

Postup linearizace spočívá v rozvoji nelineárních funkcí  $f$  a  $g$  v Taylorovu řadu kolem daného pracovního bodu, nebo kolem předem zadané trajektorie pracovních bodů. Pak

$$f(x, u, t) = f(x_0, u_0, t) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta u \quad (1.18)$$

$$g(x, u, t) = g(x_0, u_0, t) + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta u \quad (1.19)$$

Protože  $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$  a  $g = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$ , jsou výrazy  $\partial f / \partial x$  a  $\partial g / \partial u$  rovny Jacobiho matici příslušné vektorové funkce, vyčíslené v bodě  $x_0, u_0$  \*. Vyjádříme původní rovnice nelineární (1.11) a (1.12) pomocí odchylkového modelu a dosadíme za

nelineární vektorové funkce  $f$  a  $g$  jejich Taylorovy rozvoje se zanedbanými členy vyšších řádů podle (1.18) a (1.19).

\* pracovní bod  $x_0, u_0$  se používá jen v této kapitole, v následující se neplatí!

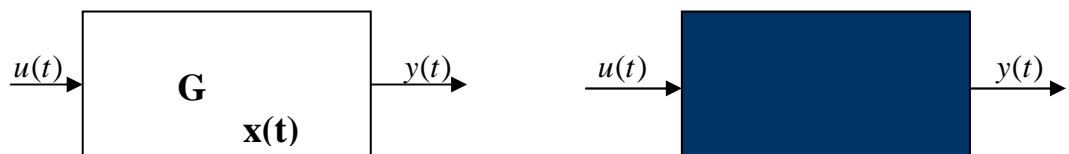
Z (1.13) a (1.14) máme výsledný odchylkový linearizovaný model :

$$\Delta \dot{x}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta u = A(t) \Delta x(t) + B(t) \Delta u(t) \quad (1.20)$$

$$\Delta y(t) = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0)} \Delta u = C(t) \Delta x(t) + D(t) \Delta u(t) \quad (1.21)$$

(viz [1])

### 1.3 Vnější popis v čase spojitých systémů – stavové rovnice



Obr 1.3 : Vnější popis dynamického systému

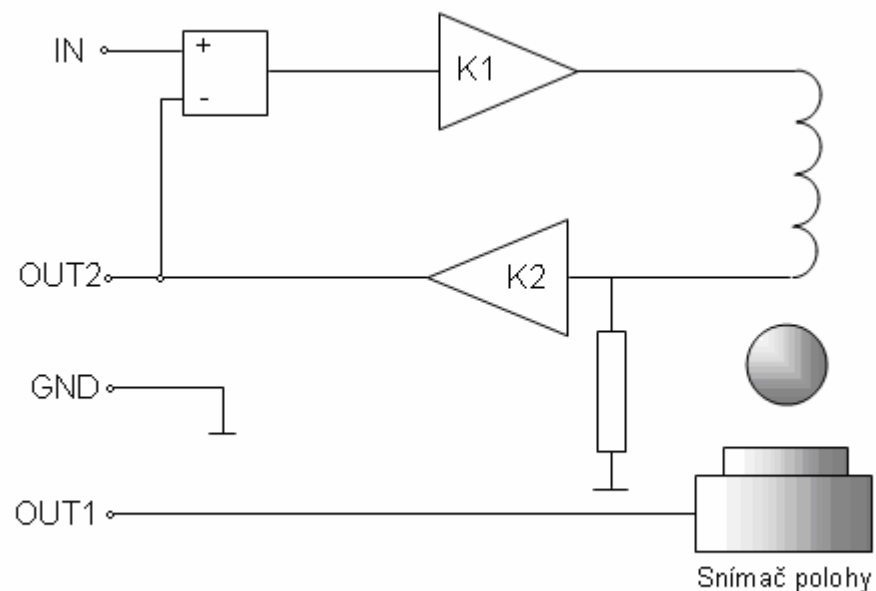
**Vnější popis systému** je vyjádření dynamických vlastností systému relací mezi jeho vstupem a výstupem.

Relace mezi vstupem a výstupem systému může být vyjádřena :

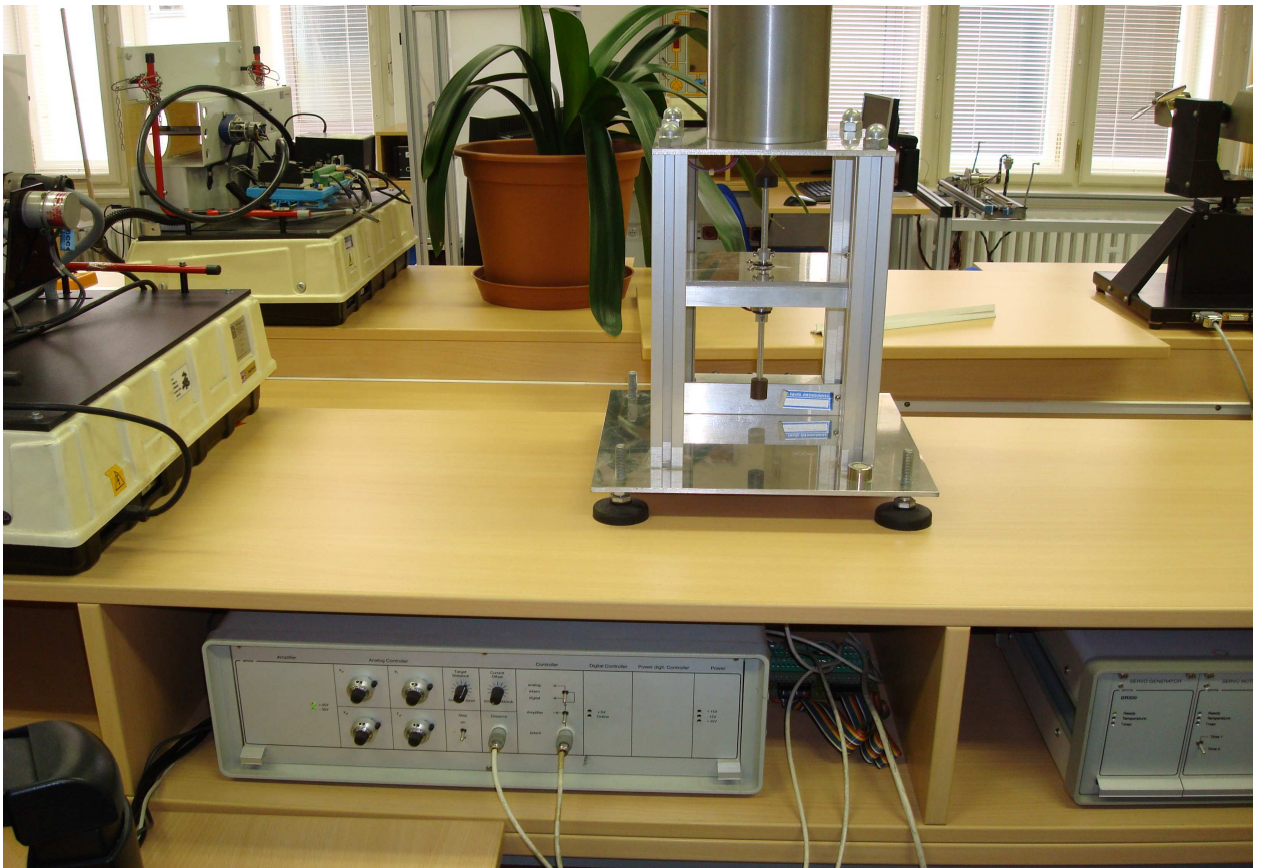
- a) Diferenciální rovnicí
- b) Přenosem v Laplaceově transformaci
- c) Impulsní charakteristikou
- d) Přečhodovou charakteristikou
- e) Frekvenčním přenosem
- f) Frekvenční charakteristikou
- g) Póly a nulami systému
- h) Odezvou systému na libovolný známý vstupní signál.

## 2. Model magnetického závěsu

Model využívaný v projektu je Magnetický závěs Amira zkonstruovaný v laboratoři K26. Tento model představuje problematiku řízení spojenou s nelineárním nestabilním systémem. Systém se skládá z cívky, která je připevněna ke stojanu, ta indikuje magnetické pole, ve kterém levituje magnetický závěs. Pozice toho závěsu je snímána inductivním lineárním snímačem polohy připojeným k A/D převodníku. Cívka je řízena výkonovým zesilovačem připojeným k D/A převodníku. Základní úlohou je řídit pozici magnetického závěsu volně se vznášející v magnetickém poli cívky. Tzn. jedná se o nelineární dynamický systém s jedním vstupem a jedním výstupem. K řízení polohy se používá spjité regulátory.



Obr 2.1 : Schéma hlavních členů systému.



Obr 2.2: Reálný model Magnetického závěsu Amira

## 2.1 Analytické identifikace modelu levitace

### 2.1.1 Struktura modelu

- ✚ Vlastnosti podsystemu magnetického závěsu a cívky
- ✚ Výkonový zesilovač
- ✚ D/A převodník
- ✚ A/D převodník
- ✚ Senzor polohy magnetického závěsu

### 2.1.2 Vlastnosti podsystemu magnetického závěsu a cívky.

Pohybová rovnice je založena na rovnosti všech sil působících na magnetický závěs, jsou gravitační síla  $F_g$ , elektromagnetická síla  $F_m$  a síla zrychlení  $F_a$  :



$$F_a = F_g - F_m, \quad (2.22)$$

$$F_m = \frac{k_c \cdot i^2}{h^2}, \quad (2.23)$$

$$F_g = m_k g, \quad (2.24)$$

$$F_a = m_k \cdot a = m_k \frac{dv}{dt} = m_k \cdot \frac{d^2 h}{dt^2}. \quad (2.25)$$

kde je  $F_a$  - síla zrychlení [N],

$i$  - proud v cívce [A],

$h$  - výška magnetického závěsu [m],

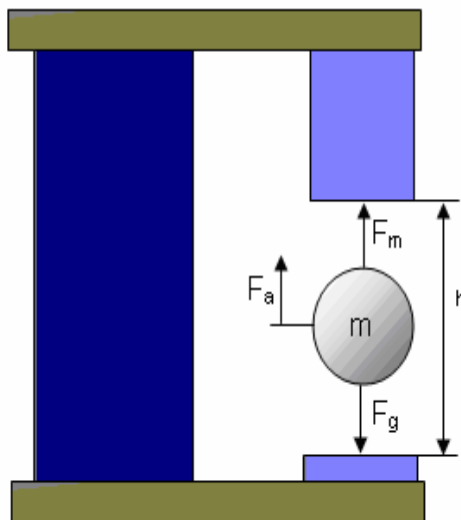
$k_c$  - konstanta cívky [-],

$m_k$  - hmotnost magnetického závěsu [kg],

$g$  - gravitační konstanta [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ].

$v$  - rychlost magnetického závěsu [m/s]

Některé vlivy zanedbáme, jako magnetickou a mechanickou tlumivost magnetického závěsu a vliv okolí – třecí síla vzduchu .



Obr 2.3 : Schéma modelu magnetického závěsu v magnetickém poli

### 2.1.3 Výkonový zesilovač

Zdroj napětí je navržen jako zdroj konstantního proudu s odezvou stejnosměrného proudu.

$$U_m = iR + \frac{di}{dt}L, \quad (2.26)$$

$$U_m = K_{am}(u - R_s i) \quad (2.27)$$

kde :  $R$  - odpor vinutí [ $\Omega$ ],

$i$  - proud [A],

$L$  - indukčnost [H],

$K_{am}$  - zesílení zesilovače [-].

$R_s$  - odpor zpětnovazebního rezistoru [ $\Omega$ ],

### 2.1.4 D/A převodník

Tento blok zahrnuje vliv D/A převodníku:

$$u = k_{DA}u_{MU} - u_0, \quad (2.28)$$

kde :  $u$  - vstupní napětí modelu [V],

$u_{MU}$  - D/A vstup měniče [MU],

$k_{DA}$  - zesílení převodníku [V/MU],

$u_0$  - kompenzace převodníku [V].

### 2.1.5 A/D převodník

Tento blok zahrnuje vliv A/D převodníku. Pokud vliv limit je zanedbatelný, tento vztah je popsán lineární funkcí:

$$y_{MU} = k_{AD}y - y_{MU0}, \quad (2.29)$$

kde je  $y$  - výstupní napětí modelu [V],

$y_{MU}$  - výstup A/D převodníku [MU],

$k_{AD}$  - zesílení A/D převodníku [MU/V],

$y_{MU0}$  - kompenzace A/D převodníku [MU].

## 2.1.6 Senzor polohy magnetického závěsu

Induktivní senzor polohy je použit pro měření polohy magnetického závěsu. Senzor může být nahrazen lineární funkcí:

$$y = k_x h + y_0, \quad (2.30)$$

kde je  $k_x$  - zesílení senzoru [V/m],

$y_0$  - pracovní bod senzoru [m],

$h$  - pozice magnetického závěsu [m],

$y_l$  - výstupní napětí modelu [V].

## 2.2 Stavová rovnice popisu systému Magnetické levitace

### 2.2.1 Vnitřní popis systému

#### 2.2.1.1 Nelineární stavová rovnice systému

Z rovnicí (2.22), (2.23), (2.24), (2.25), (2.26) a (2.27) můžeme sestavit nelineární stavové rovnice vnitřní popisu systému. Pak

$$\frac{dh(t)}{dt} = v(t) \quad (2.31)$$

$$m \frac{dv(t)}{dt} = m \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = mg - \frac{k_c \cdot i(t)^2}{h(t)^2} \quad (2.32)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L} i(t) + \frac{U_m}{L} \quad \text{kde } U_m = K_{am}(u - R_s i) \quad (2.33)$$

$$y = h(t) \quad (2.34)$$

kde:  $h(t)$  je výška magnetického závěsu [m]

### 2.2.1.2 Linearizace rovnic

Podle Taylorového rozvoje považujeme, že zlinealizujeme nelineární rovnici (tady je rovnice (2.32)) kolem pracovního bodu. Dále z (1.18) máme:

$$f(i, h, t) = f(i_0, h_0, t) + \left. \frac{\partial f}{\partial h} \right|_{(i_0, h_0, t)} \Delta h + \left. \frac{\partial f}{\partial i} \right|_{(i_0, h_0, t)} \Delta i \quad (2.35)$$

Z rovnice (2.33) se vyplývá:

$$f(i, h, t) = \frac{k_c \cdot i_0^2}{h_0^2} - \frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} h(t) + \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} i(t) \quad (2.36)$$

$$f(i, h, t) = f_0 + f_1 + \dots \quad (2.37)$$

kde :

$$f_1(i, h, t) = -\frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} h(t) + \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} i(t) \text{ a } f_0(i, h) = \frac{k_c \cdot i_0^2}{h_0^2} = mg \quad (2.38)$$

A dosadíme (2.36) do původní rovnice (2.32):

$$m \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = mg - \frac{k_c \cdot i_0^2}{h_0^2} + \frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} \cdot h(t) - \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} i(t) = \frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} \cdot h(t) - \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} i(t) \quad (2.39)$$

Konečná rovnice popisu systému po linearizaci:

$$\frac{dh(t)}{dt} = v(t) \quad (2.40)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L} i(t) + \frac{U_m}{L} \text{ kde } U_m = K_{am} (u - R_s i) \quad (2.41)$$

$$m \cdot \dot{v}(t) = m \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = \frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} \cdot h(t) - \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} i(t) \quad (2.42)$$

$$y = h(t) \quad (2.43)$$

### 2.2.2 Vnější popis systému

Z předchozích rovnic můžeme popisovat systém pomocí Laplaceovy transformace, kde vstupní veličina je napětím a výstupní veličina je výškou magnetického závěsu.

Protože ani zesílení ani odpor vinutí  $R$  a indukčnost  $L$  nejsou přímo změřené, jsou zesilovač a subsystém vinutí modelovány jako proporcionalní systém se setrvačností 1. řádu s  $T_a$  – časovou konstantou.

Z (2.32) a (2.33) se vyplývá :

$$K_{am} (U(s) - R_s I(s)) = R I(s) + s L I(s) \quad (2.44)$$

$$m s^2 H(s) = \frac{2k_c i_0^2}{h_0^3} H(s) - \frac{2k_c i_0}{h_0^2} I(s) \quad (2.45)$$

Pak dostaneme přenosy mezi napětím a proudem:

$$P(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{K_{am}}{R + K_{am} + Ls} = \frac{K_{am}}{R + K_{am} R_s} \cdot \frac{1}{\frac{L}{R + K_{am} R_s} s + 1} = k \frac{1}{T_a s + 1} \quad (2.46)$$

$$\text{kde } k = \frac{K_{am}}{R + K_{am} R_s}.$$

a mezi výškou a proudem:

$$Q(s) = \frac{H(s)}{I(s)} = \frac{-\frac{2k_c i_0}{h_0^2}}{m s^2 - \frac{2k_c i_0^2}{h_0^3}} = \frac{-\frac{2k_c i_0}{m h_0^2}}{s^2 - \frac{2k_c i_0^2}{m h_0^3}} \quad (2.47)$$

Přenos mezi vstupním napětím a výstupní výškou:

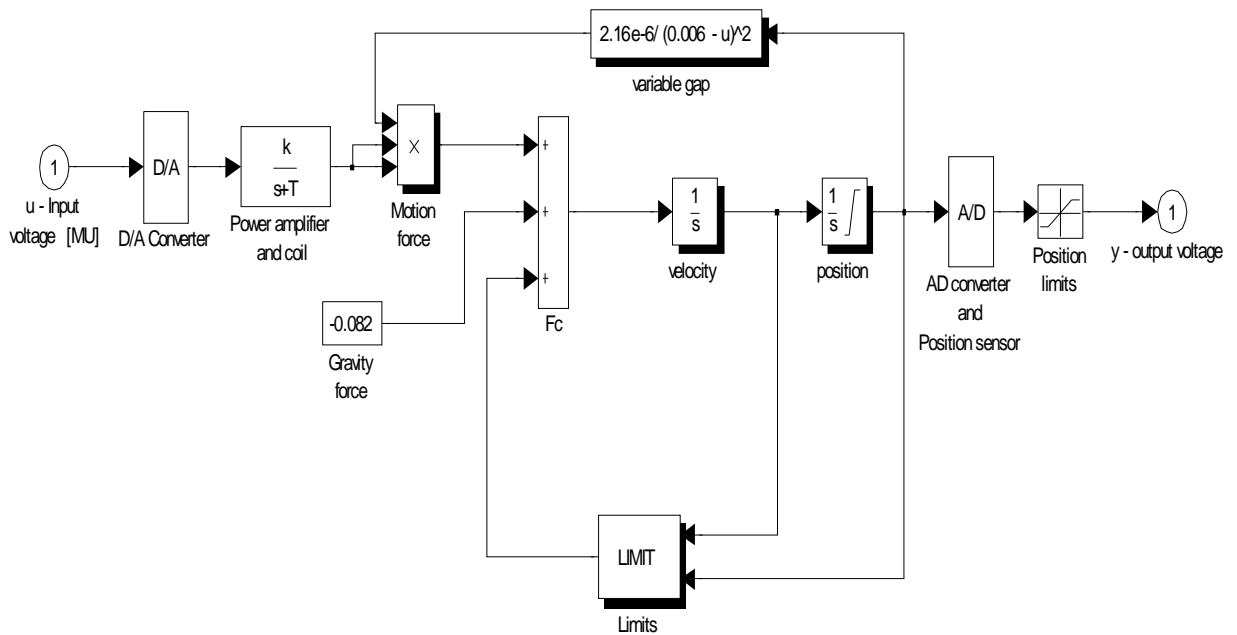
$$G(s) = P(s) \cdot Q(s) = \frac{I(s)}{U(s)} \cdot \frac{H(s)}{I(s)} = \frac{H(s)}{U(s)} = \frac{-\frac{2k_c i_0}{m h_0^2}}{(T_a s + 1) \left( s^2 - \frac{2k_c i_0^2}{m h_0^3} \right)} \quad (2.48)$$

## 2.3 Sestavení simulačního modelu Magnetického závěsu Amira

### v Simulink/Matlab

#### 2.3.1 Simulační model nelineárního systému

##### Model nelineárního Magnetického závěsu Amira



Obr. 2.4 : Simulační schéma nelineárního modelu magnetické levitace [HUMOSOFT]

Blokové schéma simulačního modelu bylo sestaveno na základě popsaných vztahů popisujících jednotlivé části struktury modelu podle vzorců (2.40), (2.41), (2.42), (2.43).

Podmínka k sestavení simulačního modelu magnetického závěsu Amira je udržení podmínkou, že magnetického závěsu pohybuje ve výšce  $0,005[m]$  nebo  $h \rightarrow (0, 0,005)[m]$ . To znamená, že pozice magnetického závěsu se dosáhne maximální výšky  $0,005[m]$  (dále viz Kap.3 ).

### 2.3.2 Simulační model lineárního modelu

Po linearizaci nelineárních rovnic, můžeme sestavit blokové schéma simulačního modelu

Magnetické levitace. Důvod je tak, že musíme pracovat ve zvoleném pracovním bodě

A dále na základě tohoto linearizovaného modelu musíme navrhnout nějaký regulátor pro stabilizaci systému.

Nechť  $x_1 = h, x_2 = i$  a  $x_3 = v$ . A dosadíme do rovnic po linearizaci (2.40), (2.41),

(2.42), (2.43), pak:

$$\dot{x}_1 = v = x_3 \quad (2.49)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{R}{L}x_2 + \frac{U_m}{L} \quad \text{kde } U_m = K_{am}(u - R_s x_2) \quad (2.50)$$

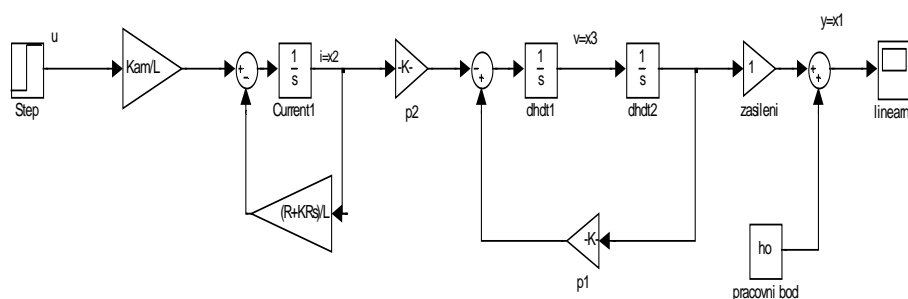
$$\dot{x}_3 = \frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3}x_1 - \frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2}x_2 \quad (2.51)$$

$$y = x_1 \quad (2.52)$$

Kde  $\frac{2k_c \cdot i_0^2}{h_0^3} = p_1$  a  $\frac{2k_c \cdot i_0}{h_0^2} = p_2$

Na základě těchto rovnic (2.49), (2.50), (2.51) a (2.52) máme simulační schéma systému:

#### Lineární model Magnetického závěsu Amira



Obr.2.5 : Simulační schéma lineárního modelu magnetické levitace

## 2.4 Změřená hodnoty podsystémů Magnetického závěsu Amira

$$\text{Z rovnice (2.32) } F_a = m \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = mg - \frac{k_c \cdot i(t)^2}{h(t)^2}$$

se vyplývá, že magnetického závěsu se dosáhne maximální výšky i minimální výšky když rychlost je nulová.

Pak přepíšeme rovnici (2.32) ve tvar :

$$\frac{k_c i_{\max}^2}{(\Delta h + h_{kor})^2} = mg \quad - \text{ pro maximální výšku} \quad (2.53)$$

$$\frac{k_c i_{\min}^2}{h_{kor}^2} = mg \quad - \text{ pro minimální výšku} \quad (2.54)$$

kde „:“:

$h_{kor}$  - je výška korekce magnetického závěsu v maximální výšce; nikdy se nedotýká magnetického závěsu se magnetem kvůli tomu , že magnetický závěs je v magnetickém poli. Tak mezi nimi existuje nějaká mezera [m]

$i_{\max}$  - je hodnota proudu pro odpuzení magnetického závěsu z nulové polohy (nebo se odtrhne magnetický závěs nahoru) [A]

$i_{\min}$  - je hodnota proudu aby magnetický závěs spadl z maximální výšky dolů [A]

$$h_{\max} = 4,6 \text{ cm}$$

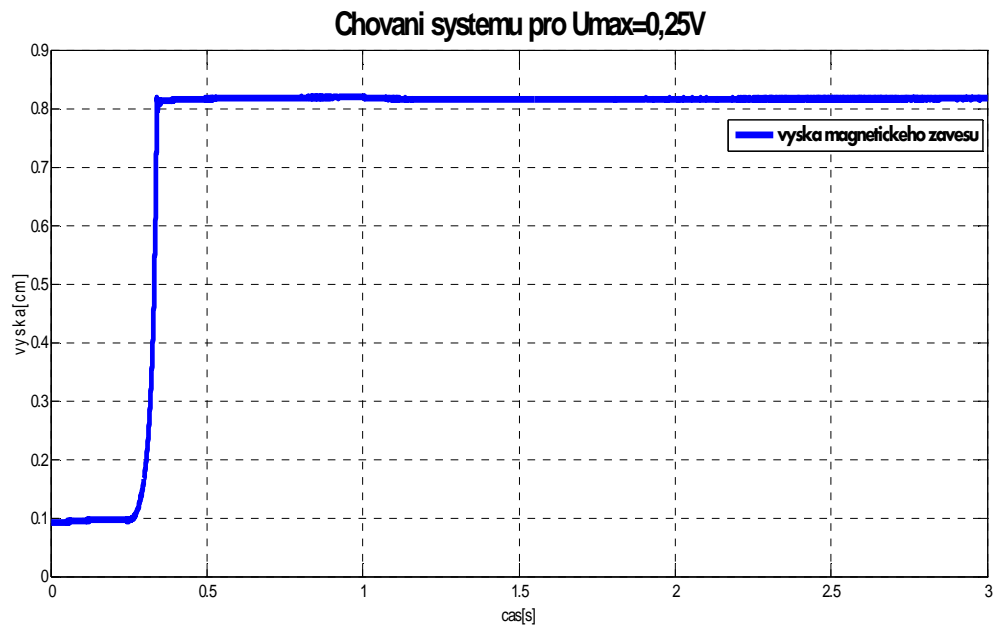
$$h_{\min} = 4,1 \text{ cm}$$

Tak bude pohybovat magnetický závěs v  $\Delta h = h_{\max} - h_{\min} = 0,5 \text{ cm}$ .

Vstupní veličina je napětí  $u$  v rozsahu  $(-10[V], 10[V])$ , ale systém Amira funguje v závislosti na stavového proudu  $i$  [A], pak jsem na reálném modelu zjistil pro :

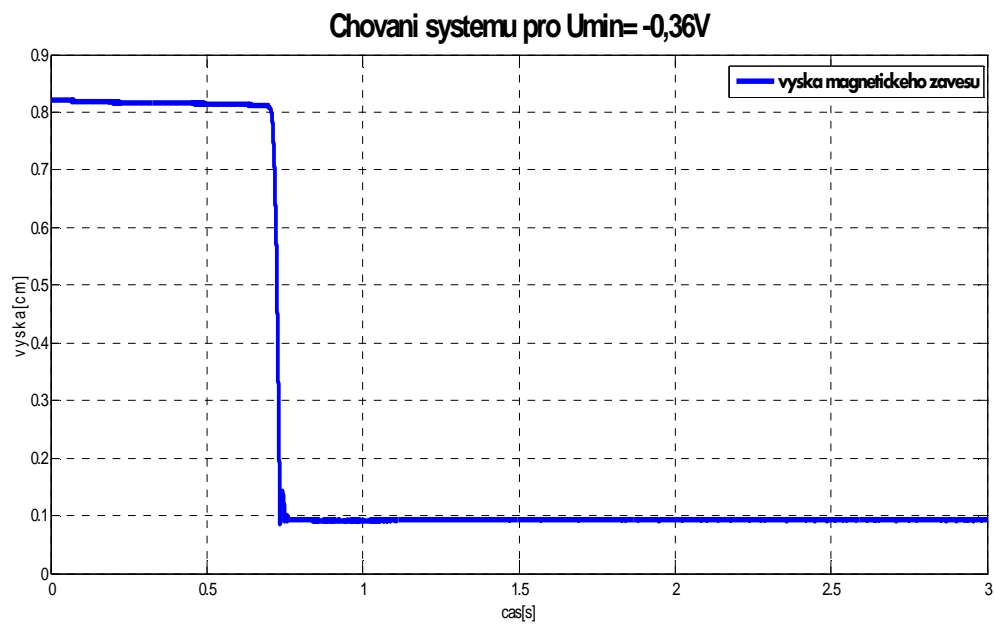


pro  $u_{\max} = 0,25\text{V}$  magnetický závěs se odtrhne z rovnovážné polohy



Obr.2.6: Chování systému pro maximální proud  $U_{\max}$

pro  $U_{\min} = -0,36\text{V}$  se spadne dolu



Obr.2.7 : Chování systému pro maximální proud  $U_{\min}$

Pak z rovnic (2.53) a (2.54) můžeme se počítat  $h_{kor} = 0,0286[\text{cm}] = 2,86 \cdot 10^{-4}[\text{m}]$ .

## 3. Regulace systému

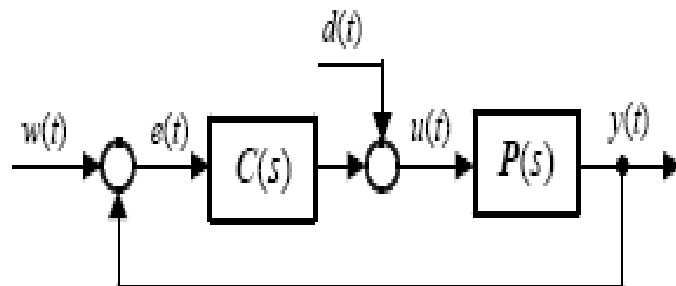
Víme že, systém řízení magnetické levitace není stabilní. Naším úkolem je najít vhodný regulační obvod , aby udržoval magnetický závěs na požadované výšce. V téhle kapitole budeme věnovat jak můžeme navrhnout vhodný regulátor splňující předepsaný požadavek, známe-li přenosové vlastnosti regulované soustavy(dána z identifikace systému).

Pak syntézu můžeme provádět matematicky na základě blokové algebry nebo modelování na počítači.

### 3.1 Regulační obvod

#### 3.1.1 Regulační obvod

- je vzniká zpětnovazebním připojením regulátoru k regulované soustavě.



Obr.2.8 :Regulační smyčka

Označení regulátoru  $C(s)$  a soustavu  $P(s)$  je z anglického Controller a Plant ( v některých knížkách, například (FRANKLIN,G.F.et al., 2005), se též používá  $G(s)$  pro označení soustavy, v české literatuře, např. (JOHN,J. , 1998), se někdy používá označení  $R(s)$  pro regulátor a  $S(s)$  pro soustavu ).

Veličiny v regulačním obvodu :

- $w(t)$  - žádaná veličina výstupu
- $e(t)$  - regulační odchylka
- $d(t)$  - chyba vstupu soustavy  $P(s)$
- $u(t)$  - vstup soustavy  $P(s)$
- $y(t)$  - regulovaná veličina výstupu soustavy  $P(s)$

### 3.1.2 Regulátory

- je nazýváno zařízení v regulačním obvodu, kterým se uskutečňuje proces automatické regulace.

Budeme je dělit na:

1. Spojité lineární regulátory ( klasické regulátory typů: P, I, PI, PD, PID)
2. Diskrétní lineární regulátory
3. Kombinované lineární regulátory
4. Nelineární a spínací regulátory
5. Impulsní regulátory

(viz [4])

## 3.2 Návrh regulátoru

### 3.2.1 Návrh spojitých regulátorů

K návrhu vhodnému regulátoru můžeme se používat několika metod:

- frekvenční syntéza regulačního obvodu
- metoda předepsané konfigurace predominantních pólů
- metoda umístování pólů

V našem případě se používá metoda umístování pólů tj. GMK

V pracovním bodě  $(u_0, i_0, h_0)$  máme vztah :

$$\frac{k_c}{m} = \left(\frac{h_0}{i_0}\right)^2 \cdot g \quad (2.55)$$

Pak dosadíme  $\left(\frac{h_0}{i_0}\right)^2 \cdot g$  v (2.54) do (2.48) za  $\frac{k_c}{m}$  a máme:

$$G(s) = \frac{H(s)}{U(s)} = \frac{-\frac{2k_i k_c i_0}{m h_0^2}}{(T_a s + 1)(s^2 - \frac{2k_c i_0^2}{m h_0^3})} = \frac{-2k \left(\frac{h_0}{i_0}\right)^2 \cdot \frac{i_0}{h_0^2} \cdot g}{(T_a s + 1)(s^2 - 2g \left(\frac{h_0}{i_0}\right)^2 \cdot \frac{i_0^2}{h_0^3})} = \frac{-\frac{2kg}{i_0}}{(T_a s + 1)(s^2 - \frac{2g}{h_0})} \quad (2.56)$$

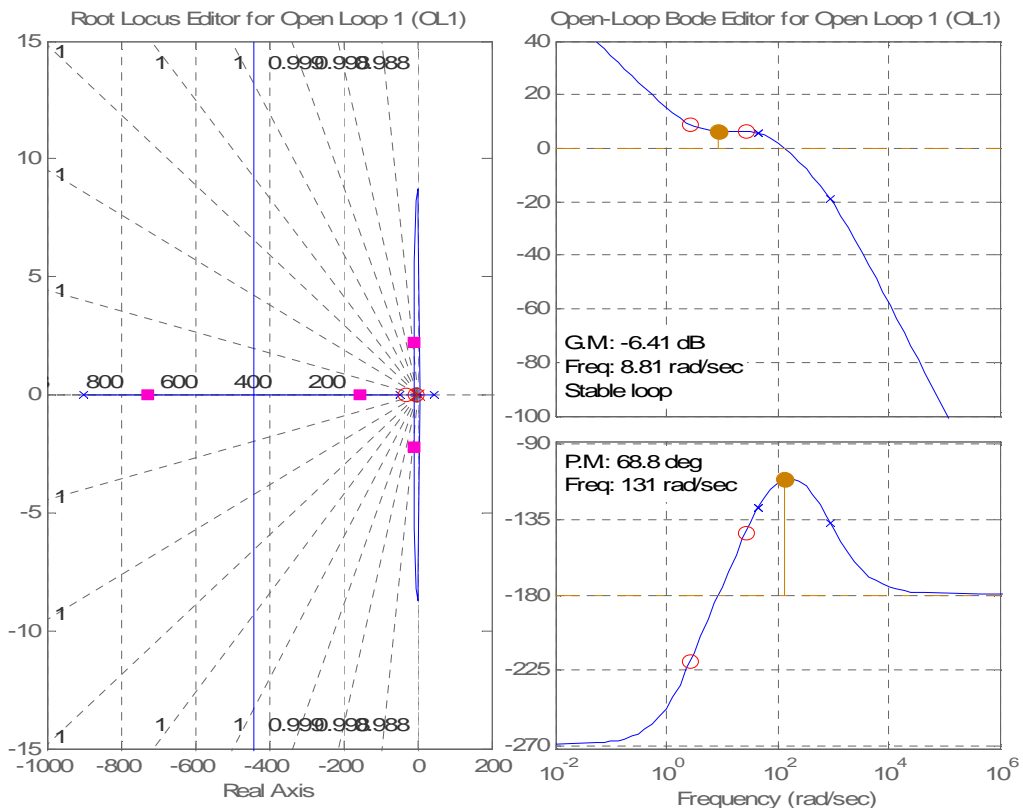
$$\text{Z rovnice (2.54) a (2.55) můžeme mít: } \frac{k_c}{m} = g \cdot \left(\frac{h_{kor}}{i_{min}}\right)^2 = g \cdot \left(\frac{h_0}{i_0}\right)^2 \quad (2.57)$$

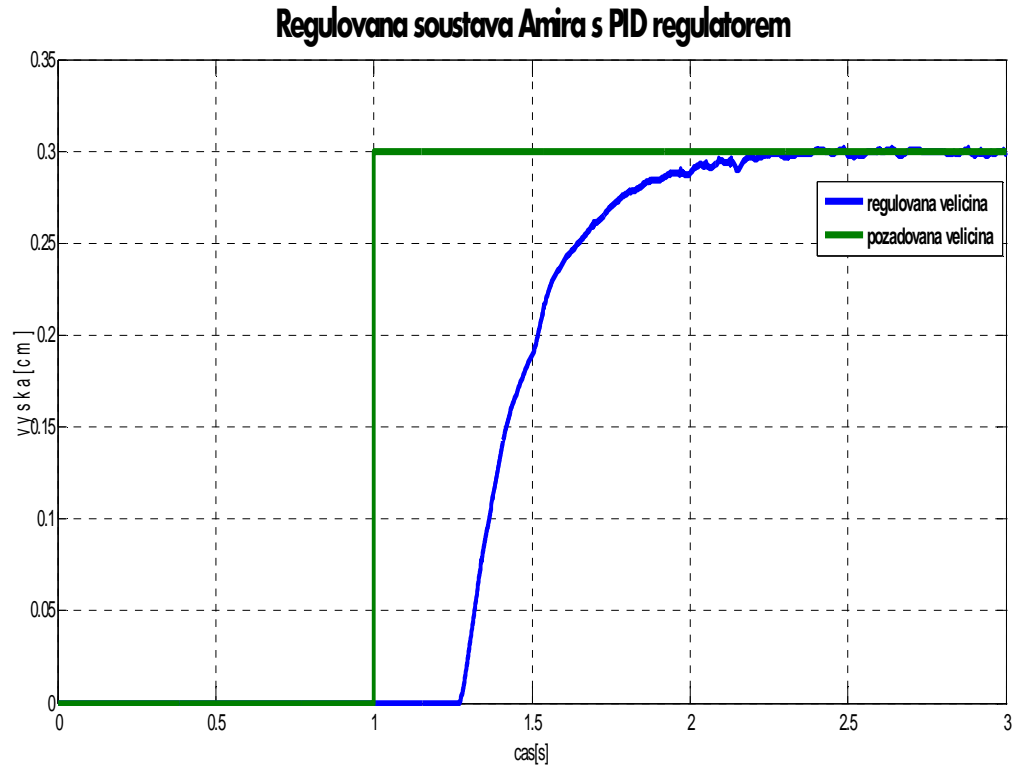
a tím můžeme se počítat  $i_0$  v závislosti na zvoleném  $h_0$ , když známe hodnoty  $h_{kor}$  a  $i_{min}$ .

✚ S Root Locus pro  $(u_0, i_0, h_0) = (0,359[V], 0,369[A], 0,003[m])$  najdeme PID

regulátor podle metody umísťování pólů, máme  $k_p = 1,2$ ,  $k_I = 3$ ,  $k_D = 0,04$  nebo

$$C(s) = k_p + k_D s + k_I \frac{1}{s} = 1,2 + 0,04s + 3 \frac{1}{s} \quad (2.58)$$



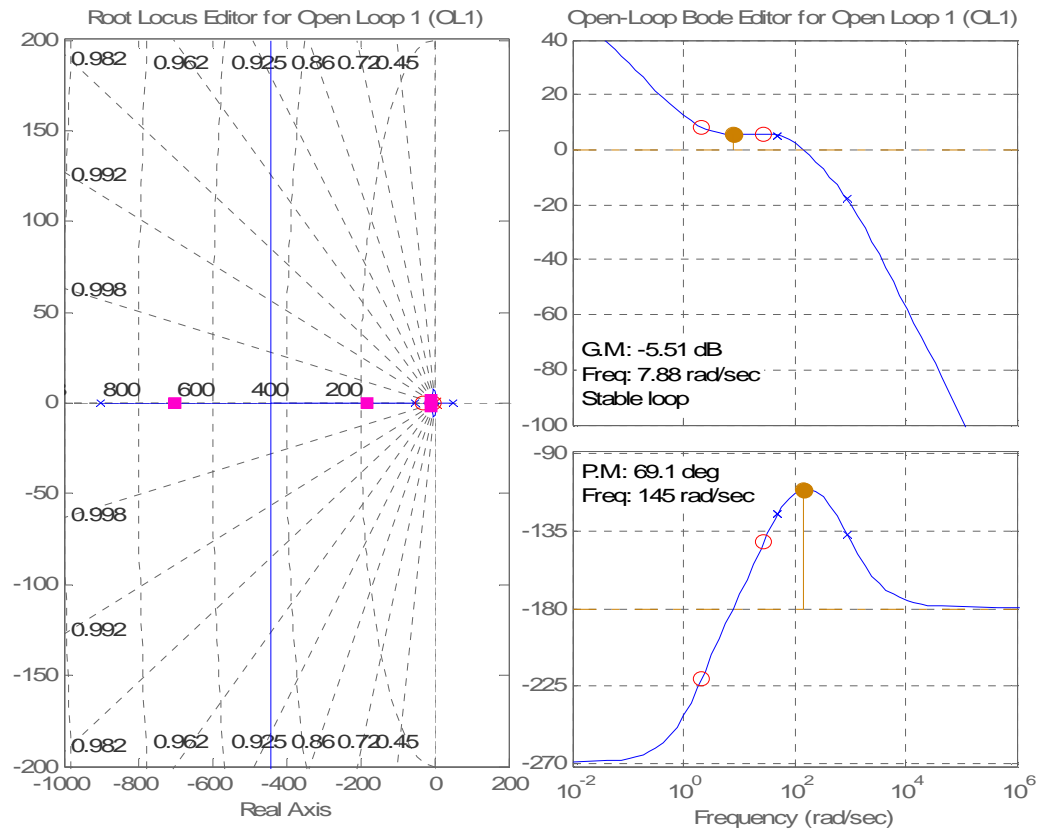
Obr.2.9 : Root locus přenosu systému pro  $h_0 = 0,003m$ Obr.3.0: Regulovaná soustava Amira s PID regulátorem pro  $h_0 = 0,003m$ 

### 3.3 Návrh regulátorů pro další pracovní body

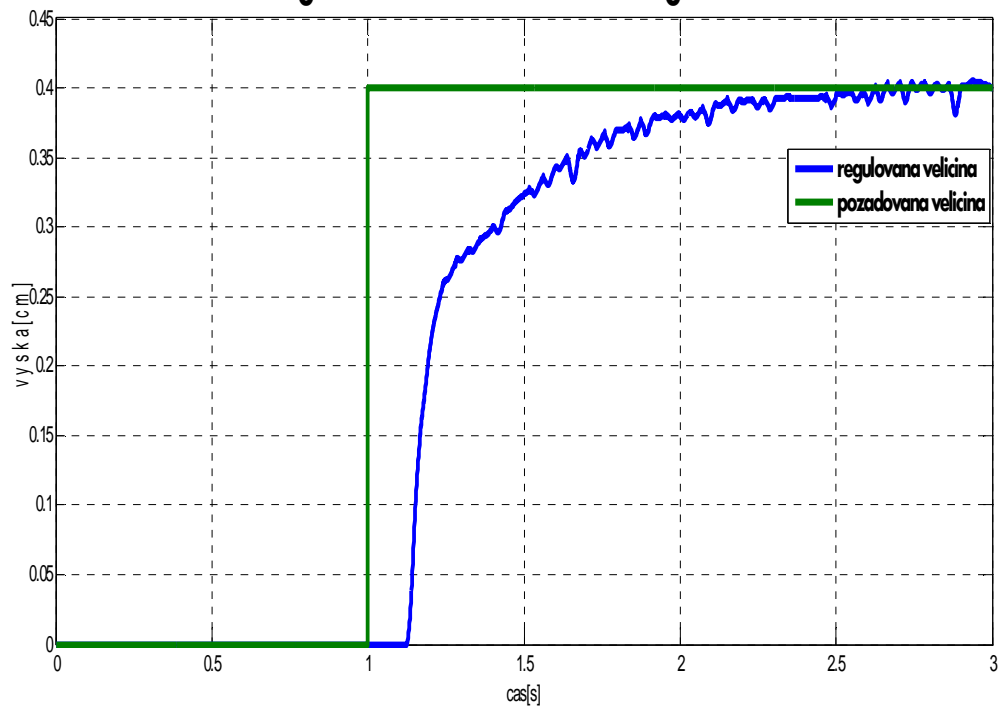
✚ Pro další pracovní bod:  $(u_0, i_0, h_0) = (0.407[V], 0.427[A], 0.0035[m])$  najdeme PID

regulátor regulačního obvodu :  $k_p = 1,5, k_I = 3, k_D = 0,05$

$$\text{nebo } C(s) = k_p + k_D s + k_I \frac{1}{s} = 1,5 + 0,05s + 3 \frac{1}{s} \quad (2.59)$$

Obr.3.1: Root locus přenosu systému pro  $h_0 = 0,0035m$ 

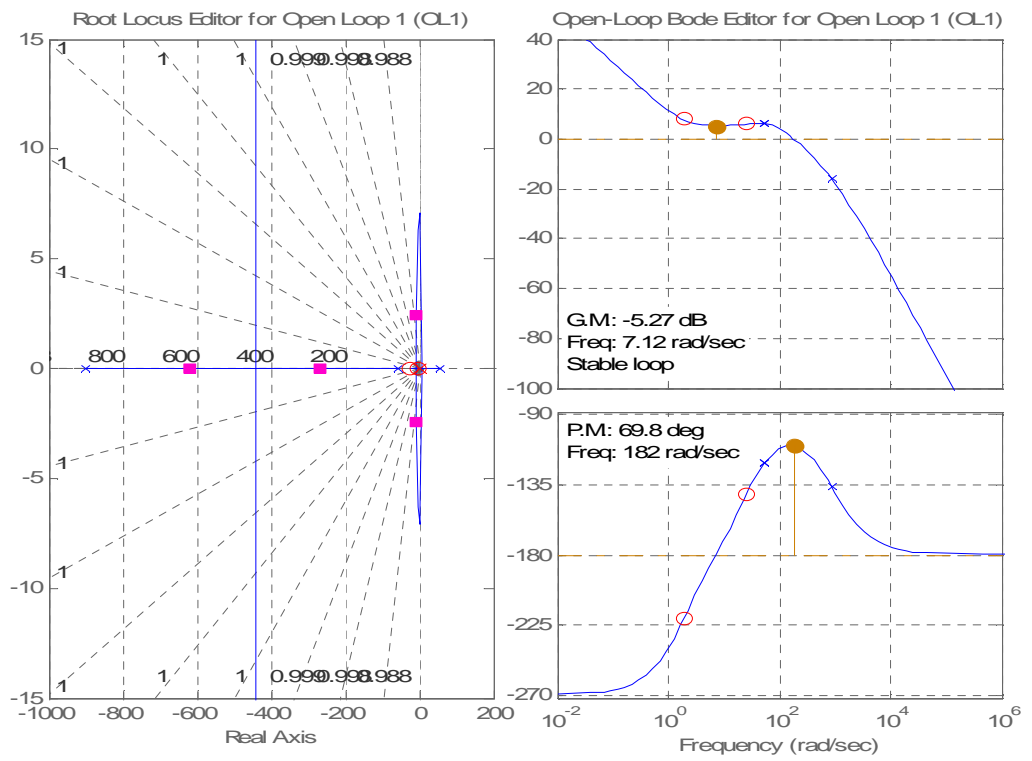
## Regulovaná soustava Amira s PID regulátorem

Obr.3.2: Regulovaná soustava Amira s PID regulátorem pro  $h_0 = 0,0035m$ 

✚ a pro :  $(u_0, i_0, h_0) = (0,428[V], 0,488[A], 0,004[m])$  najdeme PID regulátor

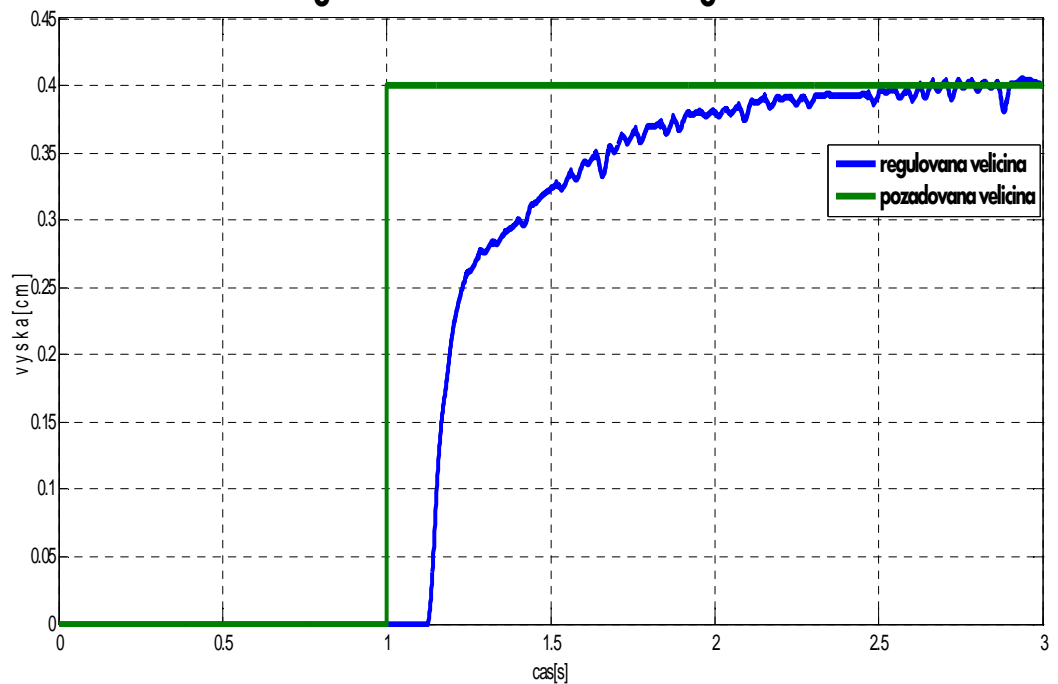
regulačního obvodu :  $k_p = 1,7$ ,  $k_i = 3$ ,  $k_D = 0,061$

$$\text{nebo } C(s) = k_p + k_D s + k_i \frac{1}{s} = 1,7 + 0,061s + 3 \frac{1}{s} \quad (2.60)$$



Obr.3.3 : Root locus přenosu systému pro  $h_0 = 0,004m$

### Regulovaná soustava Amira s PID regulátorem



Obr.3.4 : Regulovaná soustava Amira s PID regulátorem pro  $h_0 = 0,004m$

### 3.4 Algoritmus přepínání mezi regulátory

Na základě těch regulátorů, které jsem navrhl kolem těch zvolených pracovních bodů. V Matlab/Simulink/RTT jsem používal blok: Embedde MATLAB function na vyřešení tento problém.

Z identifikace se vyplývá, že magnetický závěs se pohybuje v intervalu

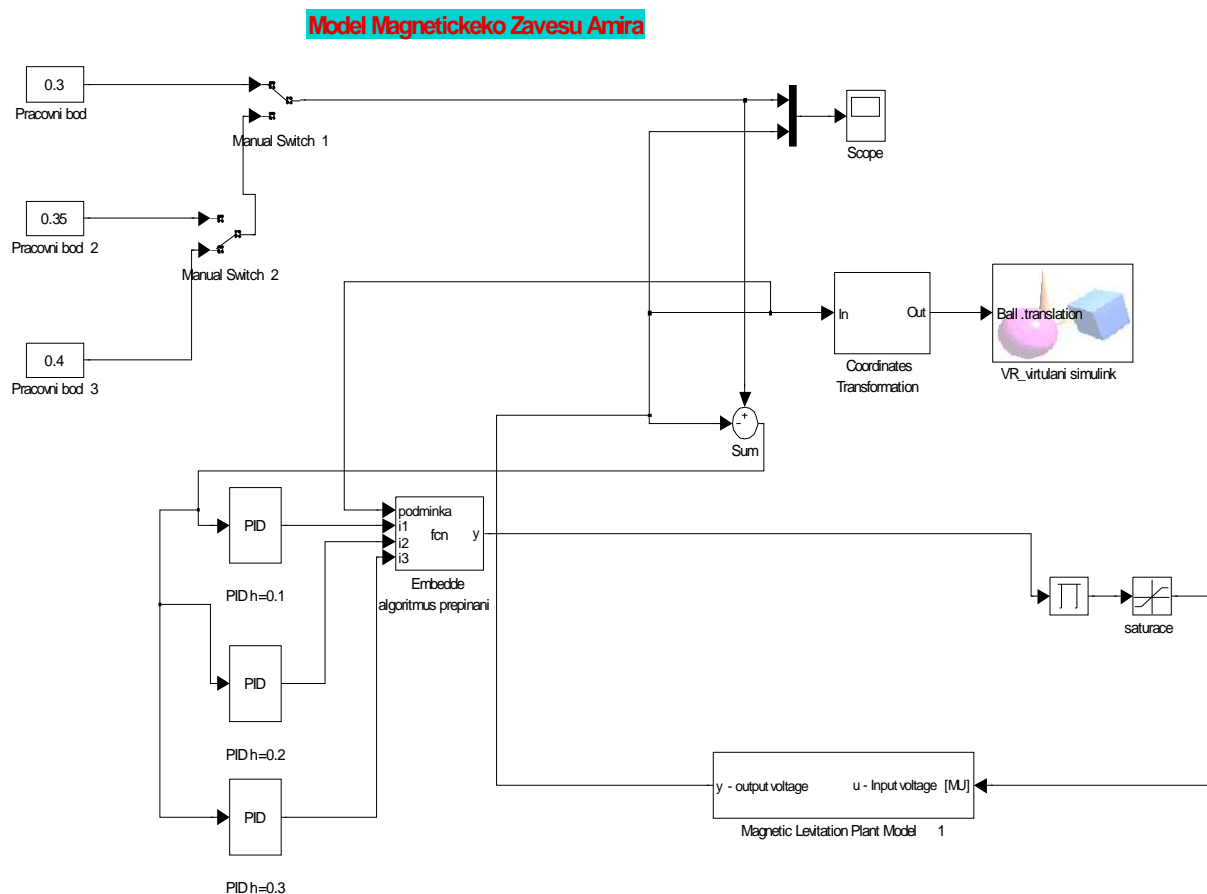
$$\Delta h = h_{\max} - h_{\min} = 0,5[cm] = 0,005[m].$$

```
function y = fcn(podminka,i1,i2,i3)
%podminka je vstupni signaly,tady jsou hodnoty pracovniho bodu
%i1,i2 a i3 jsou vstupy do Embedde fnc
%i1 vstup signalu h=0.3
%i2 vstup signalu h=0.35
%i3 vstup signalu h=0.4
if podminka <0.5
    y=i1;
elseif podminka >0.3 && podminka < 0.5
    y=i2;
else
    y=i3;
end
```

Výpis 1. Vytvoření algoritmus přepínání mezi regulátory

Pak simulační schéma vypadá takto:





Obr.3.5: Algoritmus přepínání mezi regulátory

### 3.5 Virtuální simulační schéma ve V-Realm Builder (VRML editoru)

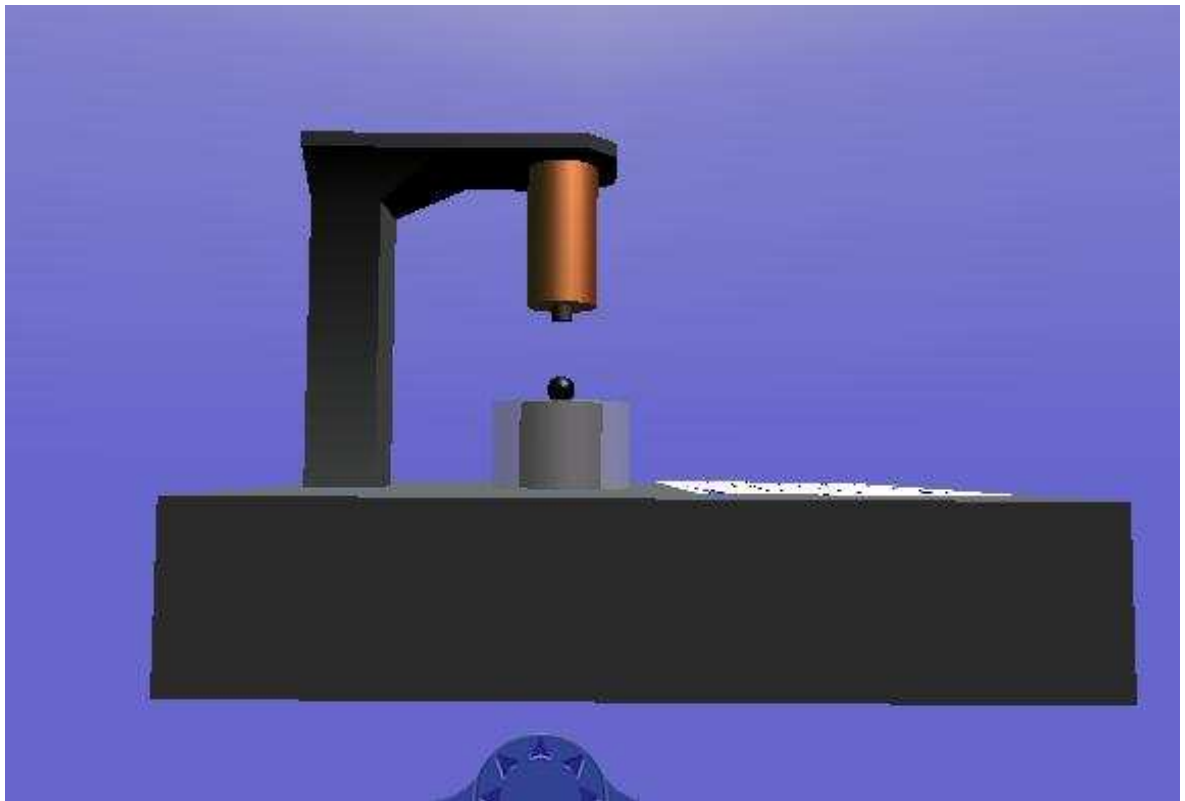
Model levitace se skládá z magnetického závěsu, podstavce složeného ze snímače polohy, ochranného plexiskla a stojanu pro cívku. Horní část modelu je složena z cívky a destičky, na kterou je připevněna, (viz dole Obr.3.6)[Pomocí HUMOSOFT MODEL VR]

#### 3.5.1 Spodní část modelu se senzorem polohy

- ✚ Podstavu tohoto modelu bude tvořit kvádr s rozměry ( $x = 6$ ;  $y = 2$ ;  $z = 10$ ) a pozicí ve virtuálním prostoru (0; -3,7; -2,5).
- ✚ Snímač polohy představuje válec o rozměrech  $Height = 2$ ,  $Radius = 1,9$ . Poloha tohoto tělesa je (0; -2; 0).
- ✚ Ochranné plexisklo je složeno ze dvou částí, spojených položkou *Children*. Levá zaoblená část je vytvořena *Indexed Face Setem*. V okně *Indexed Face Set*

byl vybrán válec, od kterého byly odstřiženy potřebné části k tomu, aby vznikla potřebná část plexiskla. Velikost této části nastavíme v položce *Scale* na ( $x = 1$ ;  $y = 1,5$ ;  $z = 1$ ) a pozici v *Translation* na (0; 0; -1). Pravá část je tvořena taktéž položkou *Indexed Face Set*, kvádrem, od kterého byla odstřižena levá stěna. Velikost tohoto tvaru je: ( $x = 2,8$ ;  $y = 2,5$ ;  $z = 3,1$ ), pozice je: (0; 0,7; -0,9). U obou částí je propustnost materiálu nastavena pomocí *Appearance-Material-Material* na 0,5 v položce *Transparency*.

- ✚ Stojan pro cívku tvoří kvádr o rozměrech ( $x = 1,3$ ;  $y = 1,3$ ;  $z = 11,2$ ), jeho pozice je (0; -3,8; -5,5).



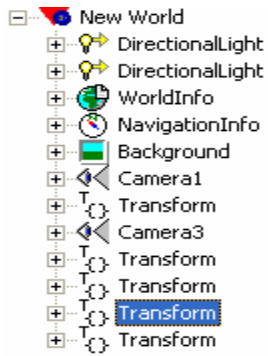
Obr.3.6: Virtuální model magnetického závěsu Amira

### 3.5.2 Horní část modelu s cívkou

- ✚ Destička k níž je připevněna cívka je složena z kvádrů o rozměrech ( $x = 4$ ;  $y = 0,3$ ;  $z = 7,8$ ) a poloze (0; 1,7; -3) a válce o rozměrech  $Height = 0,3$ ;  $Radius = 2$  a poloze (0; 1,7; 0,7).
- ✚ Cívka s rozměry  $Height = 3,6$ ;  $Radius = 1$  má polohu (0; 6; 0).

### 3.5.3 Magnetický závěs

- ✚ magnetický závěs byla vytvořena položkou *Sphere*. Její poloměr, *Radius*, je roven 0,25. Poloha magnetického závěsu je (0; -0,5; 0).



Výpis 2 . Výsledný strom sestavený ve V-Realm Builder pro model levitace  
[HUMUSOFT ]

## 4. Závěr

V úvodu jsem toho projektu jsem zmínil o problematice nelineárního řízení a stabilizaci nelineárního nestabilního systému Magnetického Závěsu. Nejdříve jsem identifikoval systém, analyzovat nelinearity i parazitní veličin. To je : cívka s indukčností  $L$ , ta se chovala jako další zdroj napětí, když jí protékal proud. Zjistil jsem i limitní výšku, které může maximálně dosáhne magnetický závěs  $\Delta h = 0,5[cm] = 0,005[m]$ . A počítal jsem i tu korekční výšku  $h_{kor} = 0,0286[cm] = 2,86 \cdot 10^{-4}[m]$  vzniknou způsobenou magnetickým polem.

Pak z těch veličin jsem sestavil stavovou rovnici vnějšího i vnitřního popisu chování celého systému. Z toho jsem zjistil, že rovnice popisující síly působené na magnetický závěs v magnetickém poli je právě nelineární. Pomocí teorie linearizace s Taylorovou řadou (viz[5]) a (viz[1]) jsem zlinearizoval systém kolem pracovního bodu. Potom jsem sestavil simulační schéma magnetického závěsu Amira v Simulinku ale nelineárního modelu (pomocí simulačního schémata HUMUSOFT). Tady je potřeba určit limitu výšky magnetického závěsu.

Problém stabilizace systému je vyřešen regulátorem (zvolil jsem typ spojité PID regulátor). Zvolil jsem i konkrétní pracovní bod  $(u_0, i_0, h_0)$ , abych mohl s pomocí metody umístování pólů (GMK) našel hodnoty pro propoční, derivační i integrační složky PID regulátoru. Pro další pracovní body jsem našel další PID regulátory.

Nejdříve jsem vyzkoušel všechny navržené regulátory na reálném modelu. Žádný navržený regulátor nedával odezvu na reálném systému stejnou, jako na simulaci ani na *Rootlocus*. Je to dáno tím, že přenos systému (být i v pracovním bodě) je pouze přibližný a také tím, že

fyzikální model nemůže dávat „neomezené“ zásahy. Pokud bychom chtěli přesný model, museli bychom změřit důkladněji přenosy a dbát větší pozornosti saturaci, nelinearitám a pásmu necitlivosti. Tak jsem musel doladit ty složky PID regulátorů tak, aby reguloval překmitu.

Algoritmus přepínání mezi regulátory je vyřešen Matlab/function Embedde, přesný kód je v (Výpis 1). Na konci jsem tvořil virtuální simulační schéma, používal jsem i simulinky, které už poskytuje v Matlabu z HUMUSOFT.

Vybral jsem téma na řízení magnetický závěs protože v budoucnu se budu zabývat dalším problémem z magnetické levitace.

## 5.Zdroje

### 5.1 Literatura použité elektronické pomůcky

- [1] Doc. Ing. Petr Horáček, CSc. **Systémy a modely** . Nakladatelství ČVUT, Thárkurova1, 16041, Praha 6, v červenci 2000.
- [2] Doc. Ing. Kateřina Hyniová, CSc. **Řídicí technika** . Nakladatelství ČVUT, Thárkurova1, 16041, Praha 6, v lednu 2006.
- [3] Doc. Ing. Jan John, CSc. **Systém a řízení** . Vydavatelství ČVUT, Praha 2003
- [4] Fuka, J. , John, J. a Kutil, M. (<http://dce.felk.cvut.cz/sari/>), **Učebnice SARI**[online] Poslední revize 2006-03-01 [cit. 2006-05-20].
- [5] J. David Powell, Gene F. Franklin, Abbas Emami-Naeini: **Feedback Control of Dynamic Systems**. Prentice Hall; 4 edition, 2002, ISBN: 0130323934
- [6] G.conte, C. H. Moog and A. M. Perdon **Nonlinear Control Systems An Algebraic Setting** Springer, London, 1999.
- [7] Matlab/simulink – HUMUSOFT 2007A
- [8] *Wikipedie - Otevřená encyklopedie* [online] (<http://cs.wikipedia.org/wiki/Maglev>)

### 5.2 Programy:

Matlab R2006A/Simulink/RTT

## 6. Seznam příloh

### 6.1 Tištěné přílohy

Pravidla na simulinky

### 6.2 Elektronické přílohy

- [1] elektronická podoba tohoto dokumentu v PDF
- [2] simulačními schémata systému :
  - a. lineární a nelineární model magnetického závěsu Amira
  - b. algoritmus (simulační schéma) jak překlenout nelineární pásmo a nejrychleji dosáhnout pracovního bodu
  - c. simulační schéma systému s PID regulátory v pracovních bodech.
  - d. algoritmus(simulační schéma)) přepínání mezi regulátory
  - e. virtuální simulink systému VRT AMIRA
- [3] ukázky video regulovaného reálného modelu

## 7. Příloha

Pravidla na simulinky: V CD nalezete soubor VRT\_Amira pro spuštění simulinku.

Pracovní body jsou 3:  $(u_0, i_0, h_0) = (0,369[V], 0,369[A], 0,003[m])$

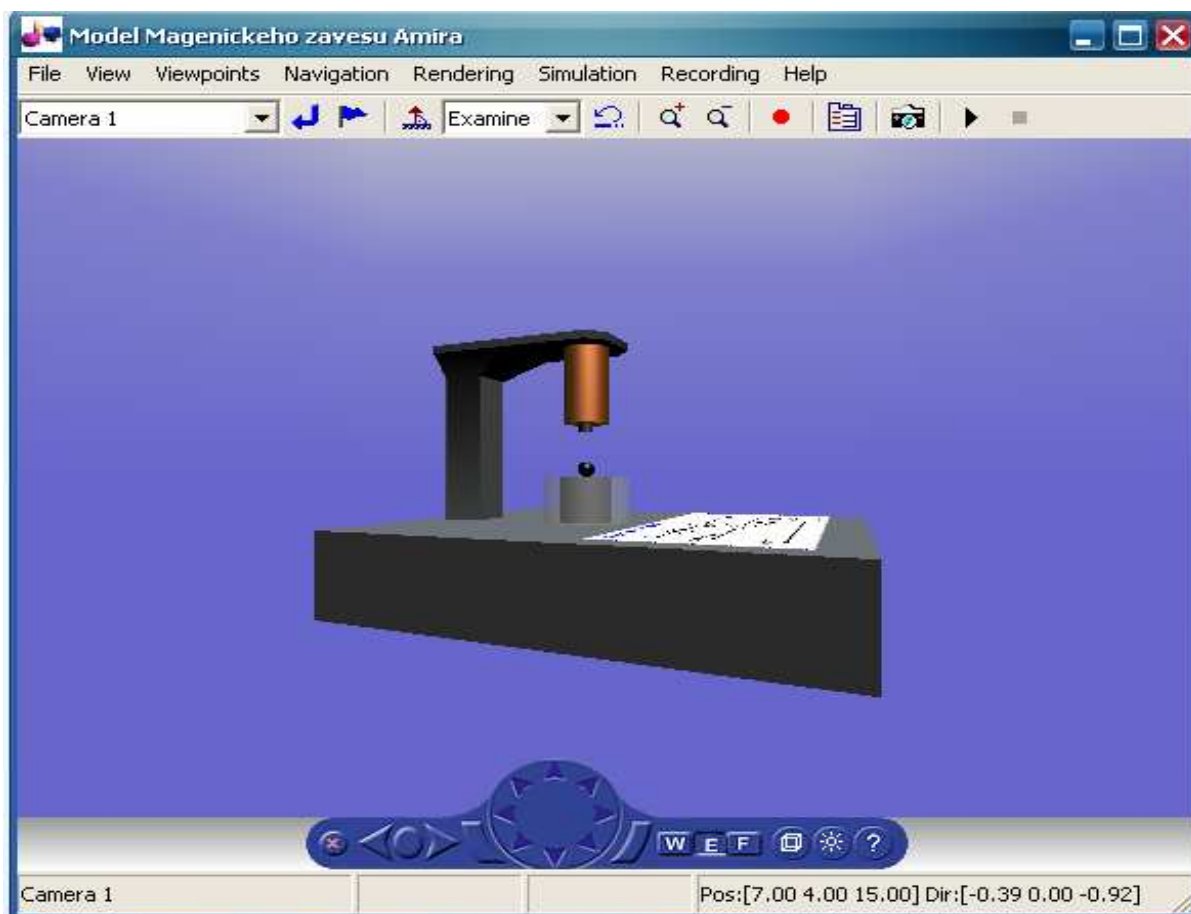
$$(u_0, i_0, h_0) = (0,427[V], 0,427[A], 0,0035[m])$$

$$(u_0, i_0, h_0) = (0,488[V], 0,488[A], 0,004[m])$$

a dle každého se přísluší jeden vhodný regulátor typu PID. Pro každý regulátor jsem dělal jeden simulink, po spuštění simulinku, vám bude vygenerovat graf, který ukazuje, že systém reguluje na pracovní bod.

Pak s přepínáním mezi regulátory, stačí přepínáte *Switch* mezi pracovní body, automaticky simulink najde vhodný regulátor pomocí bloku *Embedde algoritmus prepínani*. Pro spuštění Virtuální simulink, proved'te jako výše a klikněte na blok *VR\_virtulani simulink*, hned se zobrazí okénko *Model Magnetickeho zavesu Amira*. Můžete podle toho sledovat jak se hýbá magnetický závěs a drží se v pracovním bodě. Dále máte možnost sledovat pohyb magnetického závěsu dle úhlu pozorování pomocí *Camera1, Pohled zblizka, Camera3*... Jinak můžete používat *Zoom In* pro zvětšení zobrazení.





Obr.3.6 : Virtuální model magnetického závěsu Amira

