

Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra řídicí techniky

Automatické řízení pro RC drag racing: maximální zrychlení a efektivní brzdění

David Krňávek

Vedoucí práce: doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.
Studijní program: Kybernetika a robotika
Květen 2024

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Krňávek**

Jméno: **David**

Osobní číslo: **499230**

Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**

Zadávací katedra/ústav: **Katedra řídicí techniky**

Studijní program: **Kybernetika a robotika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Automatické řízení pro RC drag racing: maximální zrychlení a efektivní brzdění

Název bakalářské práce anglicky:

Automatic control for RC drag racing: maximal acceleration and effective braking

Pokyny pro vypracování:

Vycházejte z (vlastního) předchozího projektu, jehož cílem bylo modernizovat instrumentaci na existujícím RC modelu auta.

Sestavte matematický model dynamiky RC modelu auta, včetně motorů a senzorů. Model implementujte v prostředí Simulink. Hodnoty parametrů, které nebudou známy z datasheetů, určete z grey-box identifikací z experimentálních dat. Vytvořený matematický model ověřte oproti (jiným) experimentálním datům.

Navrhnete architekturu řídicího systému pro úlohu drag race (jízda pouze rovně na úseku několika metrů, z klidu nebo s rozjezdem, s očekávaným prokluzováním při velkém zrychlení, s nutností maximálního brzdění v závěru, opět s očekávaným prokluzováním): co z měřených veličin bude použito, a zda ve zpětné nebo přímé vazbě.

S využitím matematického modelu navrhnete řídicí systém (algoritmus) pro úlohu drag race. Algoritmus implementujte na zvolené prototypovací platformě řady TI C2000 s využitím nástroj Simulink/Embedded Coder pro generování kódu.

Provedte experimenty s navrženým regulátorem. Ověřte shodu se simulacemi. Vyhodnoťte dosaženou kvalitu řízení.

Seznam doporučené literatury:

[1] C2000 Microcontroller Blockset <https://www.mathworks.com/products/ti-c2000-microcontroller.html>

[2] Kohout, Jan. „Vehicle traction control algorithms for low speeds“. Bachelor's thesis, Czech Technical University in Prague, 2023. https://support.dce.felk.cvut.cz/mediawiki/images/7/73/Bp_2023_kohout_jan.pdf.

[3] Rajamani, Rajesh. Vehicle Dynamics and Control. 2. vyd. Mechanical Engineering Series. New York, NY: Springer, 2012.

[4] Ravizzoli, Carlo. „Identification and control of an RC car for drifting purposes“. M.Sc. thesis, Politecnico di Milano, 2017. <https://www.politesi.polimi.it/handle/10589/137501>.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D. katedra řídicí techniky FEL

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **05.02.2024**

Termín odevzdání bakalářské práce: **24.05.2024**

Platnost zadání bakalářské práce: **21.09.2025**

doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval zejména svému vedoucímu práce doc. Zdeňku Hurákovi za to, že mi umožnil pracovat na tomto projektu, a za cenné rady v průběhu celé práce. Dále bych rád poděkoval doc. Tomáši Hanišovi za poskytnutí platformy a nasměrování v úvodu projektu.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Abstrakt

Tato práce se zabývá vývojem platformy a řídicích algoritmů pro RC drag racing. To zahrnuje úpravy existujícího vozidla, vytvoření matematického modelu jeho dynamiky, zpracování dat ze senzorů a nakonec návrh samotného řízení prokluzu. Cílem je platforma použitelná pro případné soutěže v rámci výuky.

Klíčová slova: RC auto, poměr prokluzu, LQR, odometrie, dopředná dynamika

Vedoucí práce: doc. Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

Abstract

This thesis describes development of platform and control algorithms for RC drag racing. That consists of alterations of existing vehicle, mathematical description of its dynamics, processing of available signals and finally design of slip controller. The goal is a platform suitable for student competitions.

Keywords: RC car, slip ratio, LQR, odometry, longitudinal dynamics

Title translation: Automatic control for RC drag racing: maximal acceleration and effective braking

Obsah

1 Úvod	1
1.1 Cíl práce	1
1.2 Motivace	1
1.3 Struktura práce	1
2 Popis experimentální platformy	3
2.1 Hardware	3
2.1.1 Řídicí jednotka	3
2.1.2 Řízení motorů	4
2.1.3 Rádiový přijímač	6
2.1.4 Magnetický enkodér	7
2.1.5 IMU	8
2.1.6 Bluetooth modul	9
2.2 Software	10
3 Model dopředné dynamiky vozidla	11
3.1 Rozhraní mezi pneumatikou a vozovkou	11
3.2 Vazební graf dopředné dynamiky vozidla	13
3.3 Stavový popis dopředné dynamiky vozidla	15
3.4 Implementace modelu v Simulinku	15
3.5 Experimentální identifikace parametrů	16
4 Odhadování rychlosti vozidla	19
4.1 Odometrie	19
4.1.1 Metoda měření frekvence	20
4.1.2 Metoda měření periody	20
4.1.3 Metoda CSDT	21
4.2 Akcelerometr	21
4.3 Komplementární filtr	22
5 Návrh řídicího systému	25
5.1 Řízení prokluzu	26
5.1.1 Linearizace modelu	26
5.1.2 Návrh LQR	28
5.2 Řízení uražené vzdálenosti	31
6 Výsledky experimentů	33
7 Závěr	37
Bibliografie	39

Obrázky

2.1 Znázornění použité platformy ...	3
2.2 Blokové schéma komunikace MCU s periferiemi	4
2.3 Vývojová deska s F28379D (zdroj [2])	5
2.4 Řídicí jednotka motorů VESC 4.12 (zdroj [3])	6
2.5 Průběh otáček motorů	6
2.7 Záznam měření uražené vzdálenosti	8
2.8 Výstup akcelerometru	9
2.9 Výstup gyroskopu	9
2.10 Schéma procesu tvorby softwaru	10
3.1 Kartáčový model pneumatiky, převzato z [9]	12
3.2 Závislost třecí síly na poměru prokluzu	13
3.3 Vazební graf dopředné dynamiky vozidla	14
3.4 Zjednodušený vazební graf dopředné dynamiky vozidla	14
3.5 Vazební graf dopředné dynamiky vozidla s doplněnou kauzalitou ...	15
3.6 Model dopředné dynamiky implementovaný v Simulinku	16
3.7 Porovnání naměřených dat se simulací - skoková změna z ustáleného stavu (obrázek je výstupem Parameter estimatoru) .	17
3.8 Porovnání naměřených dat se simulací - manuálně nastavovaný proud	18
3.9 Porovnání naměřených dat se simulací - rozjezd ze stacionárního stavu	18
4.1 Znázornění systému odhadování rychlosti	19
4.2 Schéma komplementárního filtru	23
4.3 Porovnání vstupů a výstupu komplementárního filtru	23
5.1 Schéma řídicího systému	25
5.2 Znázornění koordinace lidského operátora a zásahů regulátoru	26
5.3 Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - úhlová rychlost motoru	27
5.4 Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - rychlost vozidla	27
5.5 Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - poměr prokluzu	28
5.6 Blokové schéma LQR s integrálním řízením	29
5.7 Test LQR v simulaci	30
5.8 Test LQR na skutečném vozidle	30
5.9 Test regulátoru vzdálenosti v simulaci - rychlost a vzdálenost ...	32
5.10 Test regulátoru vzdálenosti v simulaci - poměr prokluzu	32
6.1 Nejrychlejší drag race řízený lidským operátorem	33
6.2 Drag race s prokluzem řízeným LQR	33
6.3 Drag race s řízením uražené vzdálenosti	34

Tabulky

2.1 Rozložení použitých pinů řídicí desky	5
2.2 Závislost šířky pásma na nastavení ODR	8
2.3 Složení zprávy odeslané přes bluetooth	10
3.1 Parametry modelu	17

Kapitola 1

Úvod

1.1 Cíl práce

Cílem této práce je navrhnout řídicí systém pro dopřednou dynamiku RC modelu autíčka tak, aby s ním bylo možné provozovat závody drag race. Drag race je závod ve zrychlení na rovné krátké dráze, tedy brzdění tradičně není součástí závodu. My ho rozšíříme právě ještě o brzdění.

1.2 Motivace

Úloha řízení dopředné dynamiky vozidla je běžnou součástí řídicích systémů většiny kolových vozidel. Je součástí systémů, které pomáhají řidičům s rozjezdem za zhoršených povětrnostních podmínek, nebo s udržením ovladatelnosti vozidla během prudkého brzdění. Extrémním případem je třeba zmíněný drag race, kde podmínky jsou téměř ideální, ovšem samotné vozidlo je natolik výkonné, že dochází naprosto běžně k velkému prokluzu pneumatik. Proto jsme se rozhodli vyvinout platformu, se kterou bude možné vyvíjet a testovat různé přístupy k řešení této úlohy například i v rámci výuky některých předmětů na katedře řídicí techniky.

1.3 Struktura práce

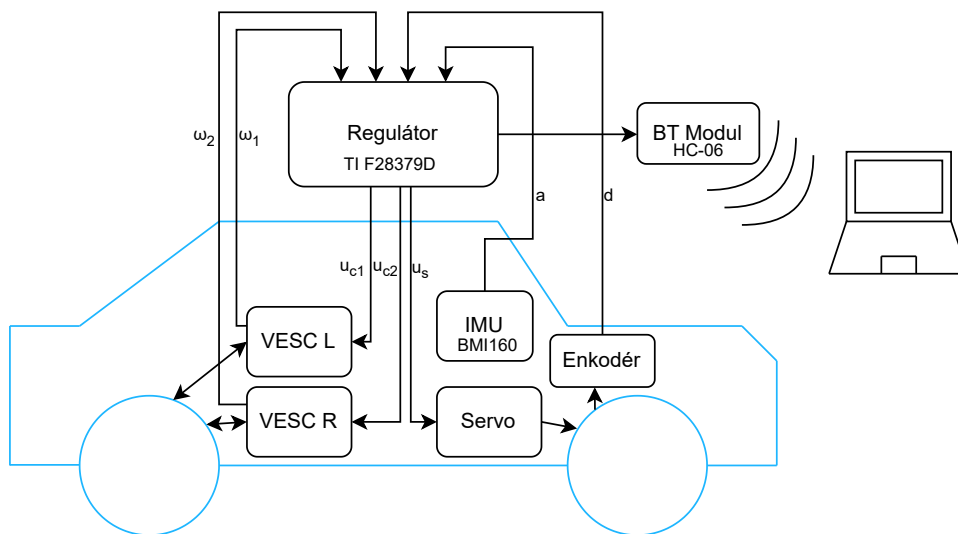
Nejprve popíšeme samotnou testovací platformou - RC model autíčka, řídicí jednotku a dostupné senzory. Následně vytvoříme matematický model popisující dopřednou dynamiku autíčka včetně trakce, a na základě experimentů získáme neznámé parametry. Poté se podíváme více do hloubky na způsob zpracování dat získaných z dostupných senzorů, a závěrem teoretického rozboru navrhne příklad možného způsobu řízení dopředné dynamiky vozu. Nakonec vyhodnotíme výsledky skutečných experimentů a porovnáme je se simulací.

Kapitola 2

Popis experimentální platformy

2.1 Hardware

Pro prototypování algoritmů řízení trakce jsme upravili RC autíčko, které vzniklo v rámci diplomové práce Lukáše Hostačného[1]. Je řízeno mikrokontrolerem, který přijímá hodnotu plynu a pokyny k zatáčení od rádiového přijímače, a ty následně předává řídicím jednotkám motorů a servomotoru pro zatáčení. Informace o stavu vozidla získává z IMU, magnetického enkodéru a od řídicích jednotek motorů. Různé měřené veličiny dále může vysílat pomocí bluetooth modulu do počítače k dalšímu zpracování.



Obrázek 2.1: Znázornění použité platformy

Na obrázku 2.1 vidíme schématickou představu použité platformy. Dále se budeme podrobněji zabývat jednotlivými komponenty.

2.1.1 Řídicí jednotka

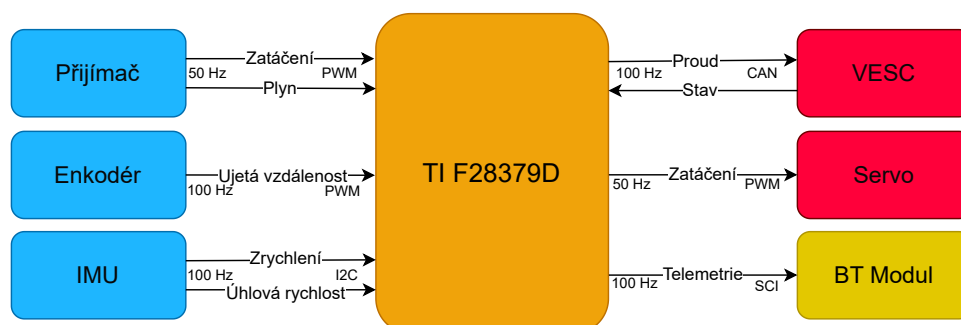
Pro volbu řídicí jednotky byla rozhodující kritéria jako podpora Embedded Coderu, rozhraní CAN, I2C, a alespoň 5 časovačů pro zachycení výstupních

signálů radiového přijímače, řízení servomotoru a zachycení pulzů z rotačního enkodéru. Dále byla rozhodujícím faktorem dostupnost řídicí jednotky.

Vzhledem ke skvělé podpoře Embedded Coderu jsme zvolili vývojovou desku od Texas Instruments z řady C2000, s mikroprocesorem F28379D[2]. Její specifikace jsou následující:

- Dvě 32bitová jádra s frekvencí až 200 MHz
- Dva moduly CAN
- Moduly pro sériovou komunikaci
- 3 SPI moduly
- 2 I2C moduly
- 6 eCAP modulů pro zachycení PWM s podporou kvadrurních enkodérů (eQEP)
- Generátory PWM

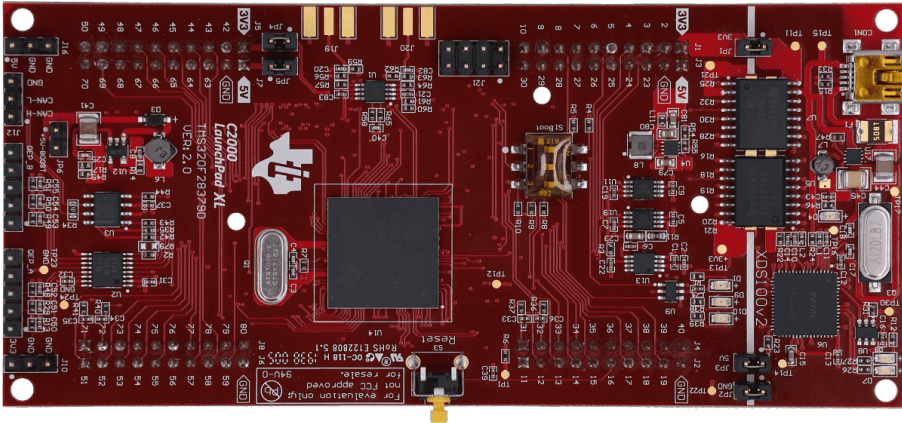
Na obrázku 2.2 vidíme znázornění komunikace řídicí desky s periferiemi, na obrázku 2.3 pak samotnou desku, a v tabulce 2.1 rozložení použitých pinů desky.



Obrázek 2.2: Blokové schéma komunikace MCU s periferiemi

■ 2.1.2 Řízení motorů

RC autíčko má 2 motory. Každý z nich je řízen vlastní jednotkou VESC 4.12[3], která komunikuje s řídicí jednotkou přes rozhraní CAN. Jednotka u levého motoru má CAN ID 0x00, a jednotka u pravého motoru 0x01. Třetí číslicí CAN ID určíme typ příkazu. Pro naši aplikaci je nejdůležitější příkaz s ID 0x1XX, což je nastavení proudu, kde data budou 32bitové celé číslo udávající proud v mA. Maximální proud pro naše motory je 40 A, ale používáme omezení na 25 A. Tyto zprávy s požadavkem na proud posíláme oběma jednotkám každých 10 ms. Motory také můžeme řídit střídou (ID 0x0XX), nebo přímo požadavkem na otáčky (ID 0x3XX). Pak bude použit regulátor otáček implementovaný přímo v řídicích jednotkách. Jednotky nám vrací každých 10 ms zprávu s



Obrázek 2.3: Vývojová deska s F28379D (zdroj [2])

Signál	Modul	GPIO	Pin
PWM Steering In	eCAP1	20	J14-1
PWM Throttle In	eCAP2	21	J14-2
PWM Encoder A	eQEP2	54	J15-1
PWM Encoder B	eQEP2	55	J15-2
Time Stamp Gen In	eCAP6	57	J15-3
Time Stamp Gen Out	ePWM5	8	J8-78
CAN Tx	CAN_A	4	J4-36
CAN Rx	CAN_A	5	J4-35
PWM Steering Out	ePWM1	0	J4-40
BT Tx	SCI_C	56	J5-44
BT Rx	SCI_C	139	J5-43
IMU SDA	I2C_A	104	J1-10
IMU SCL	I2C_A	105	J1-9

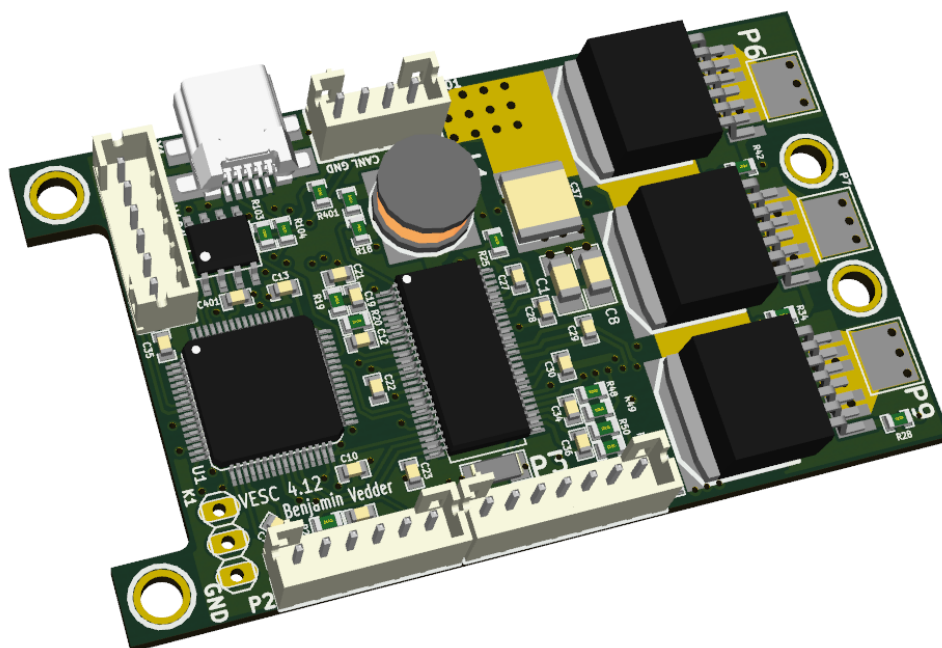
Tabulka 2.1: Rozložení použitých pinů řídicí desky

ID 0x9XX, která obsahuje ve spodních 4 bajtech elektrické otáčky motoru (ERPM), v dalších dvou bajtech proud v ampérech vynásobený desíti, a v posledních dvou bajtech střidu. Pro komunikaci využíváme modul CAN_A, s nastavenou přenosovou rychlostí 500000 bit/s.

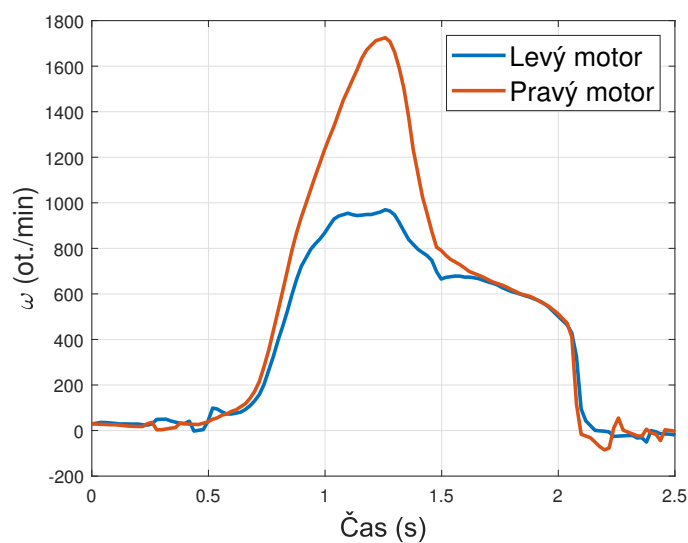
Každý náš motor má 14 pólů, tedy 7 pólových dvojic. Přepočít elektrických otáček na mechanické tedy vypadá následovně:

$$RPM = \frac{ERPM}{7} \text{ (ot./min)}. \quad (2.1)$$

Na průběhu 2.5 vidíme průběh otáček obou motorů během krátké jízdy na velmi kluzkém povrchu. V tomto případě se pravý motor otáčí rychleji než levý, i přesto, že vozidlo jede rovně. Protože jsou zadní kola nezávisle hnaná,



Obrázek 2.4: Řídicí jednotka motorů VESC 4.12 (zdroj [3])



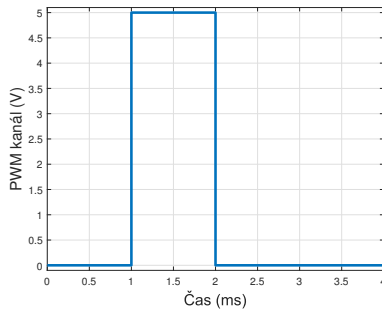
Obrázek 2.5: Průběh otáček motorů

každé může mít jiný prokluz. Vozidlo pak může mít tendenci zatáčet, a bude potřeba manuálních korekcí.

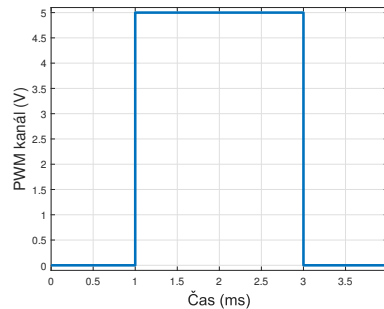
2.1.3 Rádioový přijímač

Autíčko ovládáme pomocí běžného komerčně dostupného ovladače. Signál z něj na palubě autíčka přijímá jemu odpovídající radiový přijímač, který následně přijaté pokyny předá řídicí jednotce ve formě PWM signálu. Ten

má frekvenci 50 Hz, a šířka pulzu se pohybuje v rozmezí 1-2 ms, kde 1,5 ms znamená nulový plyn, případně žádné zatočení, 1 ms znamená “plný plyn” vzad případně maximální zatočení vlevo a 2 ms znamená “plný plyn” vpřed, případně maximální zatočení vpravo. První kanál patří zatáčení, druhý plynu.



(a) : Minimální délka pulzu



(b) : Maximální délka pulzu

Pro zachycení prvního kanálu používáme v řídicí jednotce modul eCAP1, pro druhý pak eCAP2. Řídicí servo komunikuje naprosto stejným způsobem jako tento přijímač, takže požadavek pro zatáčení předáváme modulu ePWM1, který je k němu napojen, jen s drobnými korekcemi. Plyn přepočítáváme na proud v mA, který posíláme přes CAN výše uvedeným způsobem.

2.1.4 Magnetický enkodér

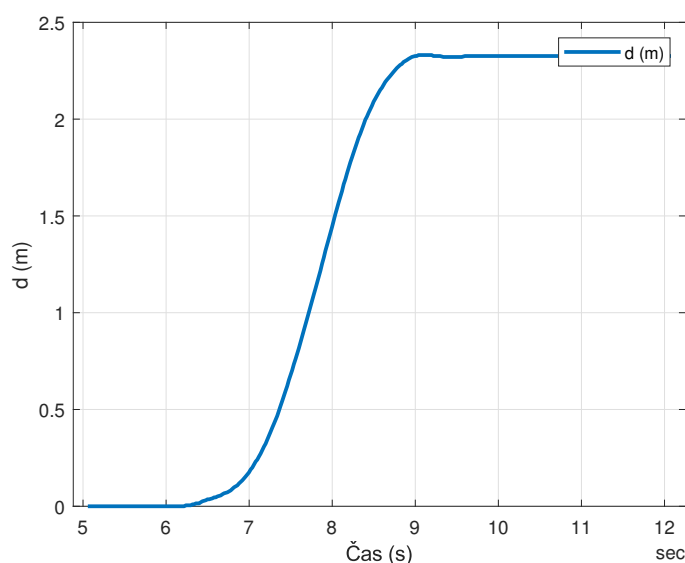
Pro měření ujeté vzdálenosti používáme magnetický enkodér Pololu[4]. Tento enkodér používá dvě Hallovy sondy pro generování kvadrurního PWM signálu s dvaceti pulzy na otáčku, který zachycujeme modulem eQEP2. Takto můžeme kromě ujeté vzdálenosti a rychlosti určit i směr pohybu. Magnet enkodéru je připevněn k diferenciálu přední nápravy. Ten má poměr 2,6 otáčky na jednu plnou otáčku přední nápravy. Obvod kol je 0,251 m, takže ujetou vzdálenost určíme podle vztahu

$$d = \frac{p \cdot o_w}{N_T \rho} = \frac{p \cdot 0,251}{20 \cdot 2,6}, \quad (2.2)$$

kde d je vzdálenost v metrech, p je počet přijatých pulzů, o_w je obvod předního kola a ρ je převodový poměr diferenciálu. Z tohoto vztahu taktéž vyplývá, že nejnižší měřitelná ujetá vzdálenost, je něco okolo 5 milimetrů. Přesněji tedy nebudeme schopni měřit.

Pomocí dat z enkodéru budeme následně odhadovat také rychlost. Více viz. sekce 4.1.

Na obrázku 2.7 vidíme záznam měření uražené vzdálenosti během rozjezdu a následného zastavení po necelých 2,5 metrech. Jelikož jsme z kvadrurního signálu z enkodéru schopni určit i směr, vidíme, že během zastavení autíčko trochu “cukne” směrem dozadu (viz. překmit po 9 s).



Obrázek 2.7: Záznam měření uražené vzdálenosti

2.1.5 IMU

Pro její dobrou podporu Embedded Coderu jsme zvolili IMU BMI160[5]. Ta obsahuje 3osý akcelerometr a 3osý gyroskop. Její parametry jsou

- Nastavitelný rozsah akcelerometru ± 2 g, ± 4 g, ± 8 g, nebo ± 16 g
- Nastavitelný rozsah gyroskopu ± 125 $^{\circ}/s$, ± 250 $^{\circ}/s$, ± 500 $^{\circ}/s$, ± 1000 $^{\circ}/s$, nebo ± 2000 $^{\circ}/s$
- 16bitový datový výstup
- Výstupní frekvence (ODR - output data rate) nastavitelná v rozsahu 12,5-1600 Hz u akcelerometru, nebo 25-3200 Hz u gyroskopu

Na nastaveném ODR závisí vnitřní dolní propust, která určuje šířku pásma (viz. tabulka 2.2).

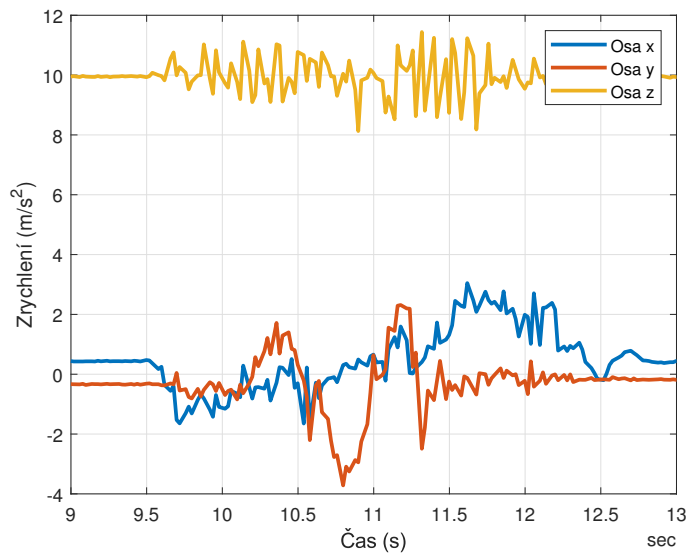
ODR (Hz)	12,5	25	50	100	200	400	800	1600	3200
f_{ma} (Hz)	5,06	10,12	20,25	40,5	80	162	324	684	x
f_{mg} (Hz)	x	10,7	20,8	39,9	74,6	136,6	254,6	523,9	890

Tabulka 2.2: Závislost šířky pásma na nastavení ODR

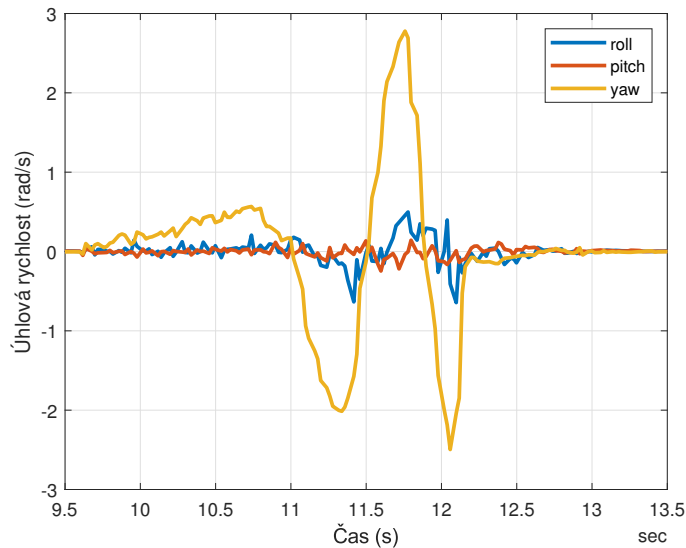
My používáme ODR nastavené na 100 Hz, jelikož to odpovídá frekvenci se kterou budeme data z akcelerometru (i jiných senzorů) v průběhu programu číst. Šířka pásma akcelerometru tedy je 40,5 Hz, a šířka pásma gyroskopu 39,9 Hz.

Modul IMU[6] komunikuje s centrální řídicí jednotkou přes I2C. Připojen je k modulu I2C_A a jeho adresa je 0x69.

Průběhy 2.8 a 2.9 byly pořízeny během zrychlení na dva metry s mírnými zatáčkami. Na průběhu z akcelerometru 2.8 vidíme, že se vliv gravitačního



Obrázek 2.8: Výstup akcelerometru



Obrázek 2.9: Výstup gyroskopu

zrychlení, který je dominantní na ose z, propisuje i do osy x a y (viz. offset v klidu). To je způsobeno tím, že náprava autíčka není nikdy úplně rovně, a také poloměr předních kol je menší než poloměr zadních kol. Detailnější popis našeho využití akcelerometru se nachází v sekci 4.2.

2.1.6 Bluetooth modul

Pro snadný přenos dat při testování používáme bluetooth modul HC-06[7]. Ten komunikuje s řídicí jednotkou přes sériovou linku SCI_C s přenosovou rychlostí 921600 bit/s. Takto je možné data posílat pouze po jednotlivých bajtech, a vzhledem k tomu, že všechna naše data jsou čtyř bajtová, je třeba

každá data uvozovat a uzavírat dalším znakem. Tímto můžeme rovněž odlišit o která data se jedná. První zdroj dat uvozujeme znakem 'S' a ukončujeme znakem 'E', a každý další zdroj znakem následujícím v ASCII tabulce. K datům navíc přibalujeme časovou známku (čas od spuštění programu v ms), která má taktéž čtyři bajty.

V tuto chvíli je použitý software schopen odesílat až šest zdrojů dat. Všechna data, která jsou ze své podstaty velmi malá, jako ujetá vzdálenost v metrech a výstupy IMU násobíme před odesláním 1000. Před uložením k dalšímu zpracování je pak v počítači opět vydělíme, a ukládáme je pokud možno v základních jednotkách.

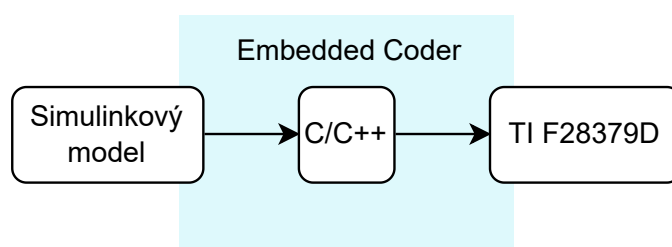
Bajt	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Obsah	Hlavička	Data			Časová známka			Terminační symbol		

Tabulka 2.3: Složení zprávy odeslané přes bluetooth

Data jsou průběžně přijímána a vykreslována skriptem v Matlabu. Data ukládáme v open source formátu HDF5 pro další zpracování.

2.2 Software

Pro vývoj algoritmů řízení budeme používat prostředí Simulink, a tak je žádoucí i celý software řídicí jednotky navrhovat s použitím rozšíření Embedded Coder v Simulinku (pro naši řídicí desku od TI konkrétně C2000 Microcontroller Blockset [8]). Toto rozšíření stejně jako Simulink Coder slouží k přeložení Simulinkového zdrojového kódu do C/C++, ovšem výsledný kód lépe optimalizuje pro použití v embedded aplikacích. Jsme tak schopni v jednom Simulinkovém modelu implementovat jak navržené řídicí algoritmy, tak i obsloužit všechny periferie MCU, jako vstupně-výstupní brány a časovače pro zachycení PWM.



Obrázek 2.10: Schéma procesu tvorby softwaru

Kapitola 3

Model dopředné dynamiky vozidla

Pro návrh regulátoru potřebujeme znát matematický model dopředné dynamiky našeho vozidla. Nejprve se podíváme na způsoby modelování třecí síly mezi pneumatikou a vozovkou. Zbytek systému budeme modelovat s použitím výkonových vazebních grafů. Z těch získáme jak stavový popis systému, tak i model pro Simulink. Následně využijeme data naměřená při experimentech pro získání zbývajících neznámých parametrů.

3.1 Rozhraní mezi pneumatikou a vozovkou

Existuje mnoho různých přístupů k modelování rozhraní mezi pneumatikou a vozovkou. Pro základní fyzikální představu použijeme kartáčový model pneumatiky[9].

Kartáčový model uvažuje pneumatiku jako soubor pružných elementů. Při volném odvalování kola bez zrychlení či brzdění, jsou tyto elementy kolmé k obvodní hraně ráfku, a v místě kontaktu i k povrchu silnice. Rychlost konců elementů v kontaktu s vozovkou můžeme definovat jako

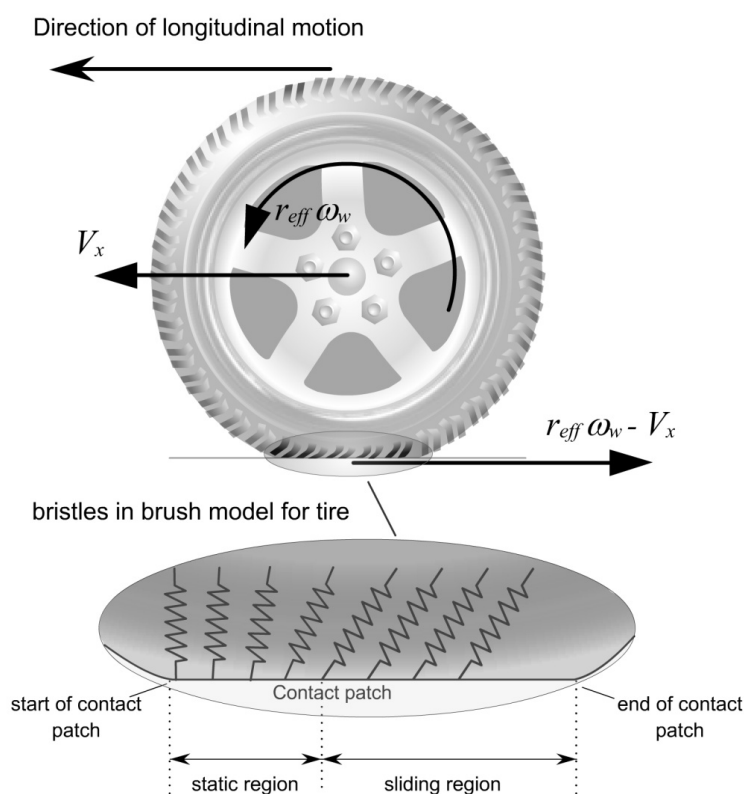
$$v_s = r_w \omega_w - v_c, \quad (3.1)$$

kde r_w je poloměr kola, ω_w je úhlová rychlost kola a v_c je dopředná rychlost vozidla. Rychlost v_s bude při volném odvalování bez prokluzu nulová. Pokud vozidlo začne zrychlovat, dojde v místě kontaktu hnaného kola s vozovkou k prokluzu. Elementy pneumatiky se začnou naklánět směrem pohybu vozidla (viz. obr. 3.1) a vzniká třecí síla úměrná velikosti prokluzu. Obdobná situace nastane při brzdění. Definujeme poměr prokluzu jako

$$\sigma = \frac{r_w \omega_w - v_c}{r_w \omega_w} \quad \text{při zrychlení} \quad (3.2)$$

$$\sigma = \frac{r_w \omega_w - v_c}{v_c} \quad \text{při brzdění.} \quad (3.3)$$

Ten se tedy bude pohybovat v rozmezí od -1 při úplném prokluzu během brzdění do 1 při úplném prokluzu během zrychlení.



Obrázek 3.1: Kartáčový model pneumatiky, převzato z [9]

Pro malé hodnoty poměru prokluzu (závisí na povrchu, ale přibližně do 0,1) je vztah mezi třecí silou a poměrem prokluzu téměř lineární. Pro větší hodnoty již bude potřeba třecí sílu modelovat pomocí Pacejkova “kouzelného” vzorce (Pacejka magic formula [10]). Ten má tvar

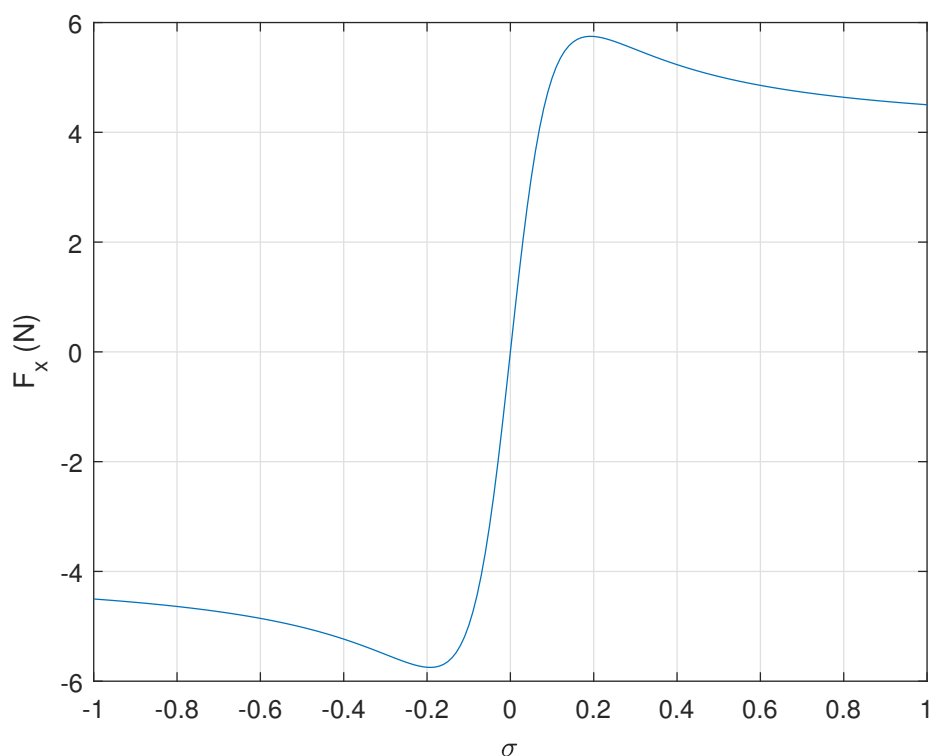
$$F_x(\sigma) = D \sin \{C \arctan [B\sigma - E(B\sigma - \arctan (B\sigma))]\}, \quad (3.4)$$

kde B je faktor tuhosti, C je faktor tvaru, D udává maximální hodnotu křivky a E je faktor zakřivení. Jednotlivé koeficienty nemají samy o sobě zřejmý fyzikální význam, a je tak třeba je získat z experimentálních dat. Na obrázku 3.2 můžeme vidět, jaký přibližně bude mít tvar křivka závislosti třecí síly na poměru prokluzu.

Podobným způsobem lze modelovat také laterální třecí sílu, ovšem s odlišnou sadou parametrů. Laterální třecí síla poté bude funkcí úhlu prokluzu. Vlivy zatáčení a celou laterální dynamiku vozidla v této práci zanedbáme. Při vhodném řízení dopředného prokluzu by mělo být ve schopnostech operátora udržet autíčko v přímém směru, ovšem je to jednoznačně prostor pro další zlepšení. Zde akorát ještě zmíníme, že kombinace třecích sil tvoří tzv. třecí elipsu. Platí

$$F_{\text{celk}} = \sqrt{\frac{F_x^2}{D_x^2} + \frac{F_y^2}{D_y^2}} \leq \mu F_z, \quad (3.5)$$

kde μ je koeficient tření a F_z je normálová síla působící na pneumatiky.

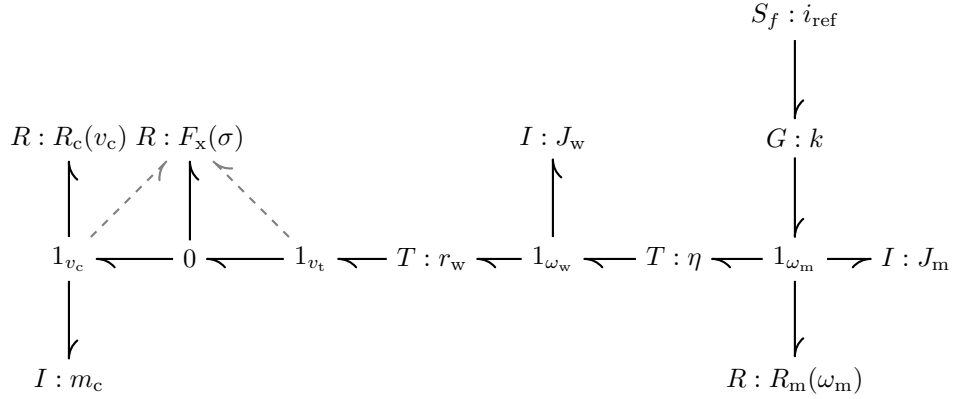


Obrázek 3.2: Závislost třecí síly na poměru prokluzu

3.2 Vazební graf dopředné dynamiky vozidla

Pro modelování dopředné dynamiky vozidla jako celku použijeme metodu výkonových vazebních grafů[11]. Pro zjednodušení modelujeme dynamiku jako pro jednostopé vozidlo. Vstupem našeho systému je referenční proud motoru. Ten v našem grafu bude reprezentovat zdroj toku. Motor poté můžeme modelovat pouze jako zobecněný gyrátor. Točivý moment na hřídeli motoru je přímo úměrný přes konstantu k referenčnímu proudu. První uzel typu 1 bude představovat úhlovou rychlost na hřídeli motoru. Na tu bude navázán moment setrvačnosti motoru a ztráty modelované jako kvadratická funkce úhlové rychlosti. Mezi motorem a koly je řemenový převod. Poddajnost řemenu prozatím zanedbáme, jelikož neočekáváme, že by modelování této dynamiky mělo zásadní přínos, a získáme tak výrazně jednodušší model. Nicméně počítáme s možností tuto dynamiku doplnit, pokud nezískáme uspokojivý model bez ní. Budeme ho tak modelovat pouze jako zobecněný transformátor. Tím získáme úhlovou rychlost kola, která bude představovat druhý uzel typu 1. Na ten bude navázán moment setrvačnosti kola. Další zobecněný transformátor představuje poloměr kola, čímž získáme tečnou rychlost na obvodu pneumatiky, která představuje další uzel typu 1. Poslední uzel typu 1 bude navázán na rychlost vozidla. Na ten bude navázána setrvačnost daná hmotností vozidla a ztráty opět modelované jako kvadratická funkce rychlosti. Mezi tyto poslední uzly typu 1 umístíme uzel typu 0, na který bude navázán

modulovaný rezistor představující třecí sílu na pneumatice. Ta, jak jsme ukázali v předchozí sekci, je funkcí poměru prokluzu, který je zase funkcí rychlosti vozidla a tečné rychlosti na pneumatice.



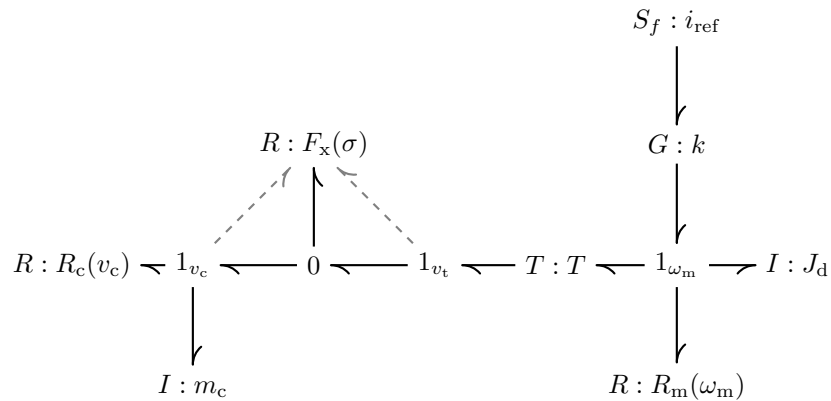
Obrázek 3.3: Vazební graf dopředné dynamiky vozidla

Pokud ponecháme vazební graf v tomto tvaru, v následujícím kroku při doplňování kauzality nastane problém. Dynamika motoru a kola je napevno provázána zobecněným transformátorem, a tak se jedná o systém s přeurednou kauzalitou. Graf můžeme ponechat v této podobě, a tuto kolizi vyřešit až při hledání stavového popisu, ale jednodušším řešením bude zahrnout moment setrvačnosti kola již do momentu setrvačnosti navázaném na úhlovou rychlost motoru. Tím získáme nový moment setrvačnosti

$$J_d = J_m + \eta^2 J_w, \quad (3.6)$$

kde η je převodový poměr řemenového převodu. Tím nám také zobecněné transformátory splynou do jednoho s modulem

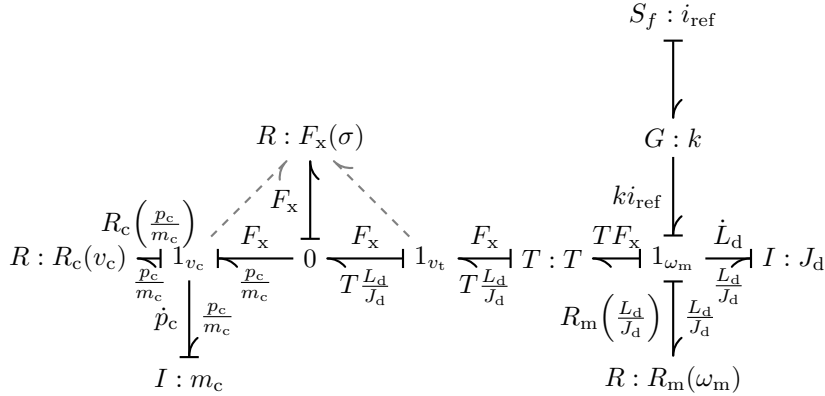
$$T = \eta r_w. \quad (3.7)$$



Obrázek 3.4: Zjednodušený vazební graf dopředné dynamiky vozidla

3.3 Stavový popis dopředné dynamiky vozidla

Stavový popis můžeme standardní procedurou vyčíst z vazebního grafu. Začneme doplněním kauzality do vazebního grafu. Našimi stavovými proměnnými budou hybnost vozidla p_c a moment hybnosti pohonného systému L_d . Z nich na zobecněných setrvačnostech určíme rychlost, respektive úhlovou rychlost, a ty propagujeme dále grafem, dokud nebudeme schopni určit stavový popis.



Obrázek 3.5: Vazební graf dopředné dynamiky vozidla s doplněnou kauzalitou

Stavový popis našeho systému tedy je

$$\dot{L}_d = ki_{\text{ref}} - \eta r_w F_x(\sigma) - R_m\left(\frac{L_d}{J_d}\right) \quad (3.8)$$

$$\dot{p}_c = F_x(\sigma) - R_c\left(\frac{p_c}{m_c}\right). \quad (3.9)$$

V našem případě bude ovšem vhodnější pracovat s úhlovými a translačními rychlostmi, než s hybností a momentem hybnosti. Stavový popis tedy upravíme do tvaru

$$\dot{\omega}_m = \frac{ki_{\text{ref}} - \eta r_w F_x(\sigma) - R_m(\omega_m)}{J_m + \eta^2 J_w} \quad (3.10)$$

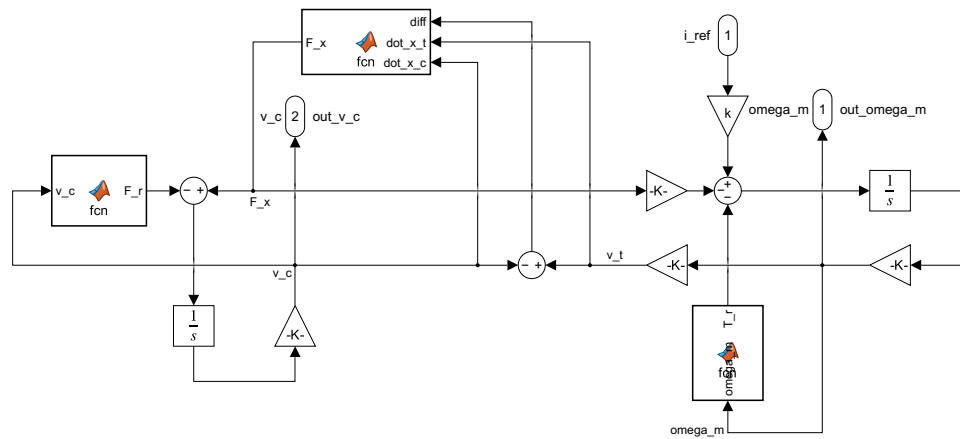
$$\dot{v}_c = \frac{F_x(\sigma) - R_c(v_c)}{m_c}, \quad (3.11)$$

kde

$$\sigma = \frac{\eta r_w \omega_m - v_c}{\max(\eta r_w \omega_m, v_c)}. \quad (3.12)$$

3.4 Implementace modelu v Simulinku

Po doplnění kauzality do vazebního grafu můžeme jednoduše z grafu také vyčíst jak bude vypadat jemu odpovídající Simulinkové schéma. To nám poslouží především k určení dosud neznámých parametrů modelu, a později také k testování navrženého regulátoru. Hotové schéma vidíme na obrázku 3.6.



Obrázek 3.6: Model dopředné dynamiky implementovaný v Simulinku

3.5 Experimentální identifikace parametrů

Z dokumentace vozidla [1] známe převodový poměr řemenového převodu a parametry motorů. Vozidlo zvážíme a změříme rozměry kol. Z těch můžeme vypočítat přibližný odhad jejich momentu setrvačnosti. Jelikož většinu hmotnosti kola tvoří pneumatika, budeme uvažovat kola jako pás hmoty o rozměrech pneumatiky.

$$J_w = \frac{1}{2} m_w (r_{in}^2 + r_{out}^2) \quad (3.13)$$

Zbytek parametrů určíme z experimentálních dat pomocí nástroje Parameter Estimator z Design Optimization Toolboxu. Ten využívá metodu nejmenších čtverců. Ztráty pohonného systému a valivé tření modelujeme jako kvadratické funkce. Původně jsme zkoušeli pouze lineární, ovšem nedařilo se nám dosáhnout dobré shody s experimentálními daty. Proto mají R_c a R_m tři koeficienty. Například

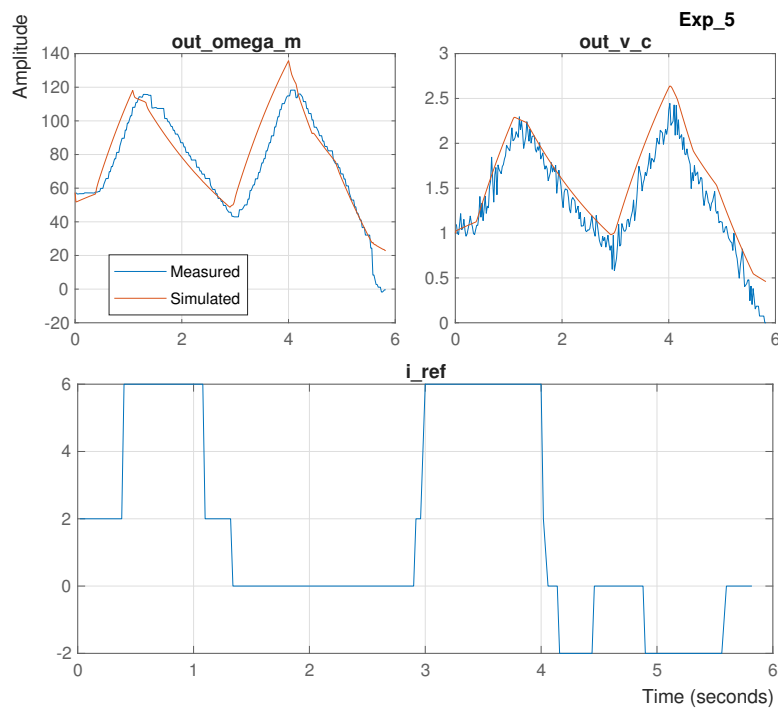
$$R_c(v_c) = R_{c2}v_c^2 + R_{c1}v_c + R_{c0}. \quad (3.14)$$

Průběhy, ze kterých parametry odhadujeme, jsou skokové změny z ustálené jízdy při vstupním referenčním proudu 2 A na akceleraci při vstupním referenčním proudu 9, nebo 12 A. Z experimentů vyplynulo, že moment setrvačnosti rotoru motoru je oproti momentu setrvačnosti kol zanedbatelný.

Na obrázku 3.7 vidíme porovnání experimentálních dat se simulací na průběhu podobném, jako jsou průběhy použité k odhadu parametrů, tedy skoková změna proudu z ustálené jízdy při vstupním proudu 2 A. Podobně i při experimentu na obrázku 3.8 začínáme s již rozjetým vozidlem v ustáleném stavu, ale vstupní proud je řízen plynule lidským operátorem. Oproti tomu experiment na obrázku 3.9 začíná ve stacionárním stavu. Tento průběh odpovídá naměřeným datům nejhůře, jelikož nijak nemodelujeme nelinearity dynamiky řídicích jednotek motorů okolo nulových otáček. Ony nelinearity, v kombinaci s faktem, že poměr prokluzu (rovnice 3.2) není pro nulovou

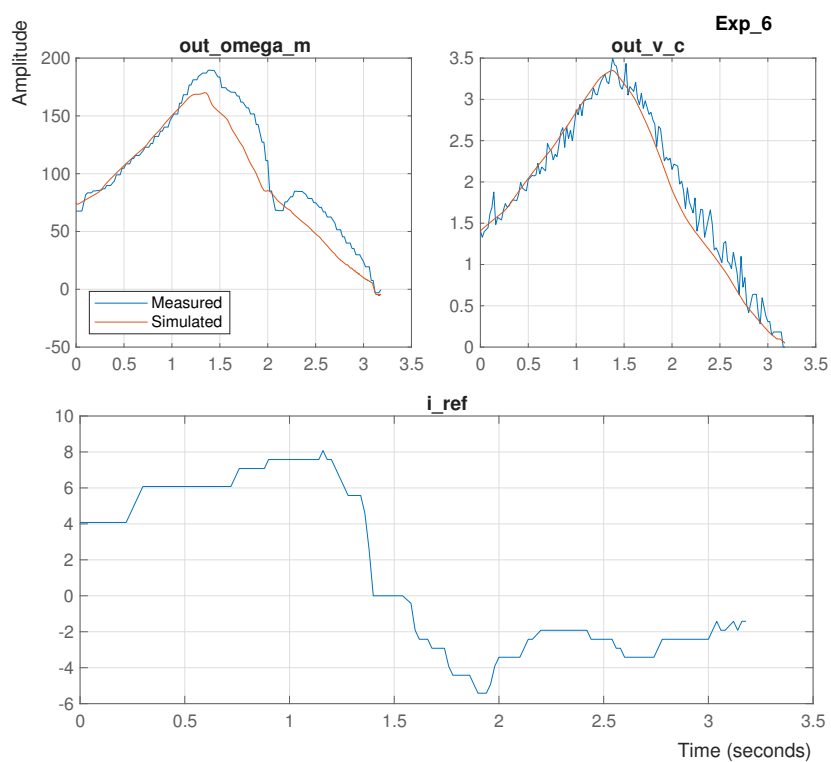
Parametr	Hodnota	Jednotka
η	1/2,125	-
k	$2 \cdot 9,22$	$\text{mNm} \cdot \text{A}^{-1}$
r_w	0,0425	m
J_w	$2 \cdot 0,000295$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
m_c	1,8	kg
J_m	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
R_{m0}	0,0067	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
R_{m1}	$3 \cdot 10^{-4}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
R_{m2}	$4,4 \cdot 10^{-7}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
R_{c0}	0,04	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
R_{c1}	0,0241	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
R_{c2}	$3 \cdot 10^{-3}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$
B	5,1165	-
C	2,3775	-
D	5,7491	-
E	1	-

Tabulka 3.1: Parametry modelu

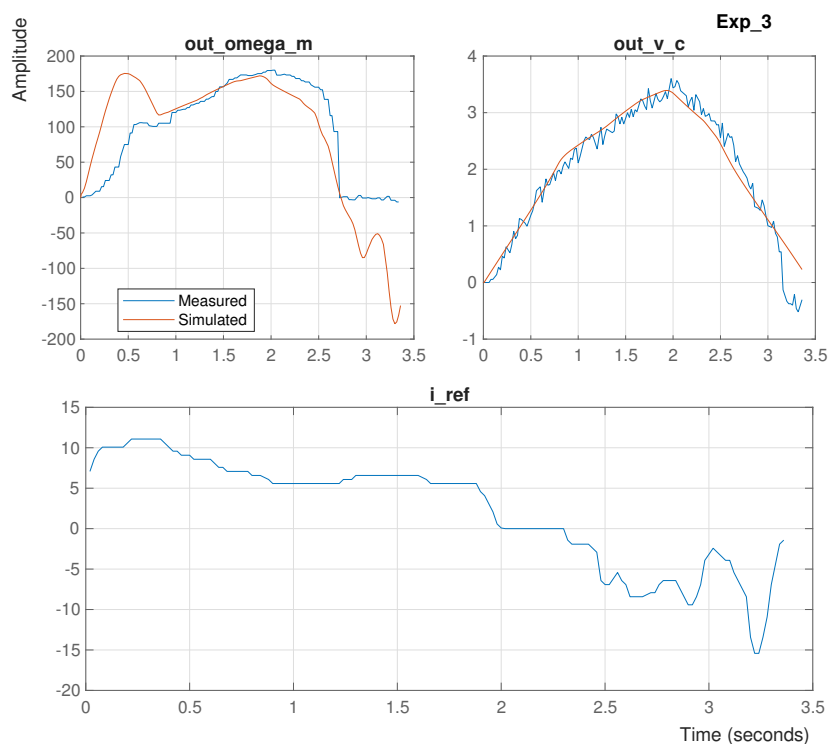


Obrázek 3.7: Porovnání naměřených dat se simulací - skoková změna z ustáleného stavu (obrázek je výstupem Parameter estimatoru)

rychlost definován, vedou k závěru, že nejspíše nebudeme schopni prokluz řídit od nulové rychlosti.



Obrázek 3.8: Porovnání naměřených dat se simulací - manuálně nastavovaný proud

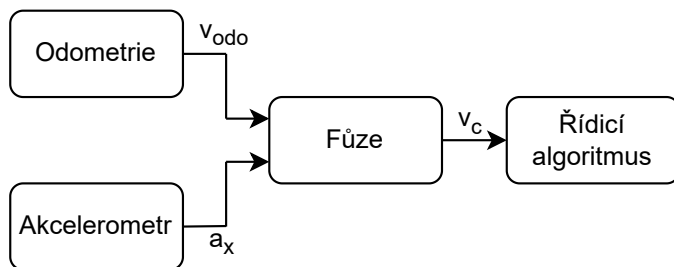


Obrázek 3.9: Porovnání naměřených dat se simulací - rozjezd ze stacionárního stavu

Kapitola 4

Odhadování rychlosti vozidla

Pro správnou funkci regulátoru budeme potřebovat co nejpřesnější odhad rychlosti vozidla, jelikož výpočet poměru prokluzu je velmi citlivý i na malé odchylky. Proto budeme používat fúzi dat z rotačního enkodéru a dat z akcelerometru.



Obrázek 4.1: Znázornění systému odhadování rychlosti

4.1 Odometrie

Naše vozidlo využívá rotační inkrementální enkodér připevněný na diferenciálu předních nehnaných kol. Ten je tvořen rotujícím diskem osazeným magnety a dvěma Hallovými sondami. Máme tak dva výstupní signály tvořeny vzájemně fázově posunutými obdélníkovými pulzy. Díky tomu můžeme určit jak úhel a úhlovou rychlost, tak i směr otáčení. Každý pulz odpovídá určitému uraženému úhlu. Náš enkodér má disk s 20 pulzy na otáčku. Jeden pulz tak odpovídá úhlu

$$\theta_p = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ rad.} \quad (4.1)$$

To bude odpovídat uražené vzdálenosti (viz. rovnice 2.2)

$$d = \frac{1 \cdot 0,251}{20 \cdot 2,6} = 4,827 \text{ mm.} \quad (4.2)$$

Dále se budeme zabývat metodami odhadování úhlové (potažmo tedy i translační) rychlosti. Podrobněji jsou tyto metody zpracovány v bakalářské práci [12].

4.1.1 Metoda měření frekvence

Metoda měření frekvence spočívá v počítání přijatých pulzů po konstantní dobu T_p . Ta je v našem případě 10 ms. Úhlovou rychlost poté určíme podle

$$\hat{\omega} = \frac{N\theta_p}{T_p} = \frac{2\pi N}{N_r T_p} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (4.3)$$

kde N je počet přijatých pulzů, N_r je počet pulzů na otáčku a θ_p je úhel odpovídající jednomu pulzu. Rychlost našeho vozidla určíme obdobně podle vztahu

$$\hat{v}_{\text{odo}} = \frac{N o_w}{N_r \rho T_p} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (4.4)$$

kde o_w je obvod předního kola a ρ je převodový poměr diferenciálu.

Pokud se vozidlo pohybuje pomalu, a během měřicí periody T_p přichází pouhé jednotky pulzů, zařazení pulzu na hranici mezi jednotlivými periodami má veliký vliv na výsledek odhadu rychlosti. Maximální chyba odhadu rychlosti touto metodou je rovna rychlosti odpovídající jednomu pulzu, tedy

$$\Delta \hat{v}_{\text{odo}} = \frac{1 \cdot 0,251}{20 \cdot 2,6 \cdot 0,01} = 0,483 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.5)$$

Vzhledem k tomu, že při našem experimentu dosahujeme rychlostí do $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, není tato metoda příliš vhodná.

4.1.2 Metoda měření periody

Opačným přístupem je metoda měření periody. Ta spočívá v měření uběhlého času mezi dvěma sousedními pulzy. Úhlovou rychlost tedy určíme ze vztahu

$$\hat{\omega} = \frac{\theta_p}{T} = \frac{2\pi}{N_r T} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (4.6)$$

kde T je čas měřený časovačem řídicí jednotky. Rychlost vozidla poté bude dána vztahem

$$\hat{v}_{\text{odo}} = \frac{o_w}{N_r \eta T} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.7)$$

Chyba metody měření periody je dána rozlišením časovače řídicí jednotky. Čím kratší je měřený pulz, tím větší je relativní chyba tohoto měření. Proto je metoda měření periody naopak vhodná především pro nízké rychlosti. Náš mikrokontroler používá oscilátor o frekvenci 200 MHz, rozlišení časovače tedy teoreticky je až 5 ns, v naší konfiguraci je to ovšem 640 ns. Pokud budeme uvažovat rychlost vozidla $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, doba trvání jednoho pulzu bude

$$T = \frac{0,251}{20 \cdot 2,6 \cdot 5} = 965,385 \text{ } \mu\text{s}. \quad (4.8)$$

Relativní chyba měření doby pulzu tedy v takovém případě bude

$$\delta T = \frac{0,640}{965,385} = 0,066 \%. \quad (4.9)$$

To by tedy pro naši aplikaci nebyl problém, jelikož tímto vznikne chyba v řádu tisícín m/s. Stále je pro nás ale vhodnější metoda, kde by docházelo k periodickému volání bloku provádějícího odhad. Je tak mnohem snadnější určit, že se vozidlo nehýbe vůbec. Proto prozkoumáme ještě další metodu.

4.1.3 Metoda CSDT

Metoda CSDT kombinuje předešlé dva přístupy. Využívá konstantního časového okna, ale ukládá si časy od začátku prvního a posledního pulzu v tomto okně. Pro vyšší rychlosti, kdy během okna přijde více pulzů se tak jedná v podstatě o metodu měření frekvence s korekcí času o první a poslední pulz. Pokud během časového okna přijde právě jeden pulz, metoda se poté chová obdobně jako metoda měření periody. Pokud nepřijde pulz žádný, ukládáme počet uplynulých časových oken mezi pulzy. Odhad úhlové rychlosti touto metodou je dán vztahem

$$\hat{\omega} = \frac{N\theta_p}{mT_p + \Delta T_{i-m} - \Delta T_i} = \frac{2\pi N}{N_r(mT_p + \Delta T_{i-m} - \Delta T_i)} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (4.10)$$

kde m je počet časových oken, ΔT_{i-m} je korekce prvního časového okna a ΔT_i je korekce posledního časového okna. Vztah pro rychlost našeho vozidla poté bude mít tvar

$$\hat{v}_{\text{odo}} = \frac{N\omega_w}{N_r\eta(mT_p + \Delta T_{i-m} - \Delta T_i)} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.11)$$

Chyba je zde dána stejně jako u metody měření periody rozlišením použitého časovače. Zde ovšem nenastane problém u vyšších rychlostí, jelikož se tato chyba vztahuje pouze na okraje měřeného časového okna.

CSDT není výpočetně ani implementačně výrazně náročnější než předchozí dvě, a tak použijeme právě tuto metodu.

4.2 Akcelerometr

Akcelerometr je zařízení, které měří zrychlení vůči pozorovateli ve volném pádu, nikoli zrychlení vůči souřadnicovému systému akcelerometru. Měříme tak v podstatě vše, kromě gravitačního zrychlení. V klidu proto neměříme nulové zrychlení, ale působení podložky proti gravitačnímu zrychlení. Proto na výstupu akcelerometru, který má osu z zarovnanou se směrem gravitačního zrychlení naměříme hodnotu odpovídající $+g$.

Akcelerometr v našem vozidle je konstruován technologií MEMS[13] (mikroelektromechanický systém). V pouzdře se tak nachází odpružený útvar s velmi jemnými obdélníkovými výběžky. Měříme elektrickou kapacitu mezi tímto útvarem a pevnými pláty připevněnými ke kostře. Ta se mění v závislosti na vychýlení odpruženého útvaru při akceleraci.

Uvažujme, že povrch na kterém provedeme experiment, je rovný. Z pohledu roviny tvořené osami x a y je osa x akcelerometru je zarovnaná se směrem dopředného pohybu vozidla, ovšem přední kola vozidla mají o 2,5 mm menší

poloměr než kola zadní. To je dostatečné vychýlení akcelerometru, aby se působení prostředí proti gravitačnímu zrychlení promítalo i do osy x . Hodnoty zrychlení měřené v klidu získáme experimentálně, a před použitím dat z akcelerometru je budeme kompenzovat. Dalším důležitým faktem je, že naše vozidlo má podvozek určený do terénu, a tak je velmi měkký. Vozidlo má proto tendenci se usazovat v různých polohách. Rovněž můžeme očekávat, že bude měření ovlivněno náklonem vozidla při akceleraci a brzdění.

4.3 Komplementární filtr

Výsledný odhad rychlosti vozidla získáme fúzí odhadu z odometrie získaného metodou CSDT a integrovaného zrychlení v ose x . K této fúzi použijeme komplementární filtr [14]. To je metoda, pomocí které můžeme zkombinovat více zdrojů nesoucích stejnou informaci frekvenčně závislým váhováním. Jeho výstup můžeme popsat rovnicí (zde jsou všechny proměnné Laplaceovy obrazy)

$$\hat{v}_c(s) = G(s)\hat{v}_{accx}(s) + (1 - G(s))\hat{v}_{odo}(s), \quad (4.12)$$

kde G je přenosová funkce váhovacího členu. Obecně tato metoda umožňuje kombinovat užitečnou informaci jednoho zdroje v jednom frekvenčním pásmu, s užitečnou informací v jiném frekvenčním pásmu druhého zdroje. V našem případě bude G horní propust, jelikož ní násobíme integrovaný výstup z akcelerometru. Takový průběh nebude citlivý na vysokofrekvenční šumy, ale potíže popsané v předchozí sekci mohou způsobit driftování jeho hodnoty. Tento drift bude horní propustí potlačen. Přenosová funkce $1 - G$ tak bude odpovídat dolní propusti, jež bude filtrovat rušení na vyšších frekvencích signálu z odometrie. Aby došlo k potlačení onoho šumu, musí být mezní frekvence dolní propusti poměrně nízká. Zvolme například základní frekvenci očekávaného užitečného signálu. Uvažujme jen velmi krátký rozjezd a opětovné zabrzdění, dohromady například 1,5 s. Celá perioda takového průběhu by pak trvala 3 s. Mezní frekvence je poté rovna

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{3} \text{ Hz}, \quad (4.13)$$

$$\omega_0 = 2\pi f = 2,09 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.14)$$

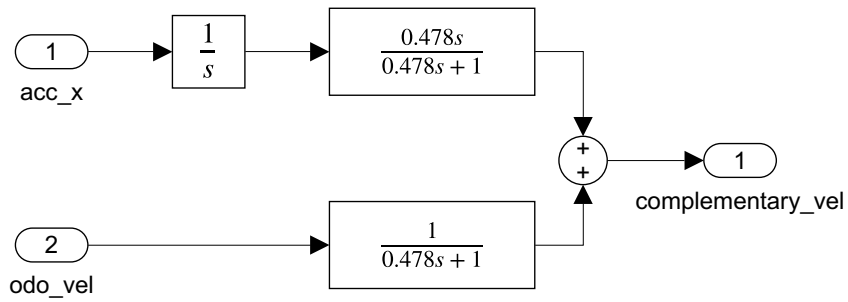
Přenosové funkce váhovacích členů jsou poté následující

$$G = \frac{\frac{1}{\omega_0}s}{\frac{1}{\omega_0}s + 1} = \frac{0,478s}{0,478s + 1}, \quad (4.15)$$

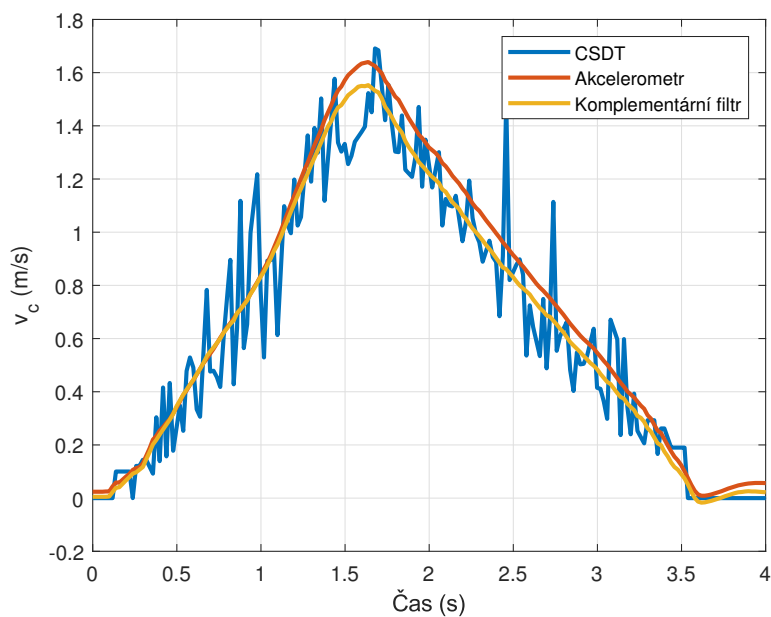
$$1 - G = \frac{1}{0,478s + 1}. \quad (4.16)$$

Poté již zbývá jen filtr implementovat jako model v Simulinku, viz. obrázek 4.2.

Na obrázku 4.3 vidíme porovnání výstupu komplementárního filtru, a jeho vstupů. Rychlost odhadovaná z výstupu enkodéru je značně zatížena šumem,



Obrázek 4.2: Schéma komplementárního filtru



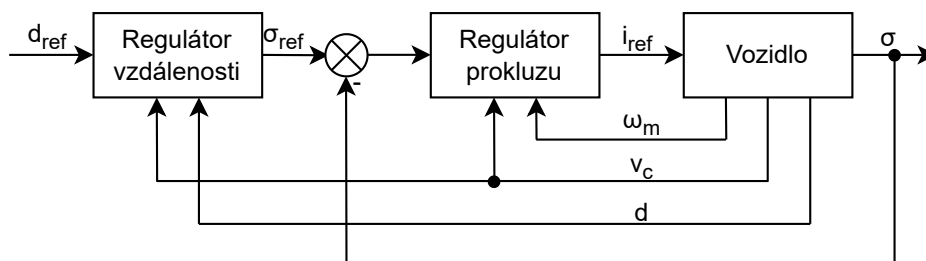
Obrázek 4.3: Porovnání vstupů a výstupu komplementárního filtru

proto na tento signál aplikujeme výše uvedenou dolní propust. Integrál měření z akcelerometru takový problém nemá. Vidíme ovšem, že ačkoli je tento signál v klidu na začátku měření nulový, na konci měření, kde je vozidlo v mírně odlišné pozici, signál ujíždí. To je téměř potlačeno ve vyfiltrovaném signálu.

Kapitola 5

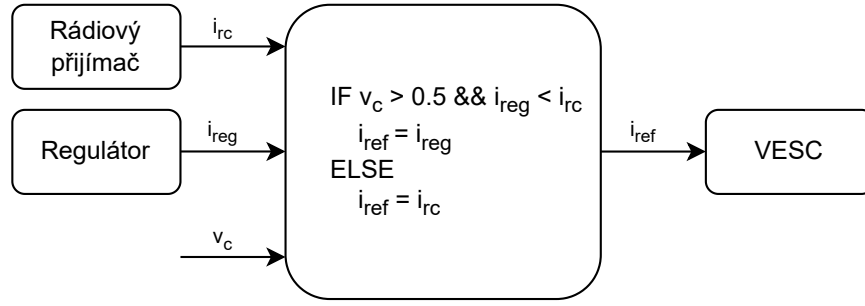
Návrh řídicího systému

Máme matematický model dynamiky vozidla, a jsme schopni s dostatečnou přesností měřit jeho stavové veličiny. Nyní potřebujeme navrhnout řídicí systém, který nám umožní provádět závody typu drag race. Jak jsme ukázali v sekci 3.1, třecí síla pneumatik je funkcí prokluzu. Pro co nejefektivnější zrychlení i brzdění tedy budeme potřebovat regulovat právě prokluz. A jelikož cílovým experimentem bude jízda na konkrétní vzdálenost, druhou regulovanou veličinou bude právě uražená vzdálenost.



Obrázek 5.1: Schéma řídicího systému

Jak již bylo zmíněno dříve, nebudeme schopni prokluz regulovat od nulové rychlosti. Během experimentů tak úvodní rozjezd do 0,5 m/s obstará lidský operátor manuálně. Rozjezd i tak bude ze startovní čáry (nejedná se tedy o letmý start), jelikož tímto bude ovlivněno pouze prvních pár desítek centimetrů jízdy. Jak je tento rozhodovací proces implementován je znázorněno na obrázku 5.2. Druhým rozhodovacím kritériem je to, že referenční proud určený regulátorem musí být nižší než referenční proud nastavený lidským operátorem manuálně. Tím je zachována možnost lidského operátora do experimentu zasáhnout, pokud to bude třeba například z důvodu bezpečnosti. V praxi taková jízda probíhá tak, že operátor položí autíčko na startovní čáru, zadá “plný plyn”, těsně po rozjezdu přebere kontrolu regulátor, a operátor dobrzdí opět až posledních pár desítek centimetrů k cíli. Ohledně replikovatelnosti experimentu, je problém právě toto dobrždění, jelikož je náročné odhadnout jak rychle se ještě autíčko pohybuje.



Obrázek 5.2: Znázornění koordinace lidského operátora a zásahů regulátoru

5.1 Řízení prokluzu

5.1.1 Linearizace modelu

Nejprve však potřebujeme nalézt lineární aproximaci našeho modelu. Nelineární stavový popis jsme získali v sekci 3.3 a má tvar

$$\dot{\omega}_m = \frac{ki_{\text{ref}} - \eta r_w F_x(\sigma) - R_m(\omega_m)}{J_m + \eta^2 J_w} \quad (5.1)$$

$$\dot{v}_c = \frac{F_x(\sigma) - R_c(v_c)}{m_c}. \quad (5.2)$$

K němu nyní doplníme, že výstupem našeho systému bude právě poměr prokluzu. Ten má při akceleraci tvar

$$y = \sigma = \frac{\eta r_w \omega_m - v_c}{\eta r_w \omega_m}. \quad (5.3)$$

Linearizaci provedeme v pracovním bodě

$$\mathbf{P} = (\omega_{m0} \ v_{c0} \ y_0 \ i_{\text{ref}0}) = (30 \ 0,55 \ 0,0833 \ 2), \quad (5.4)$$

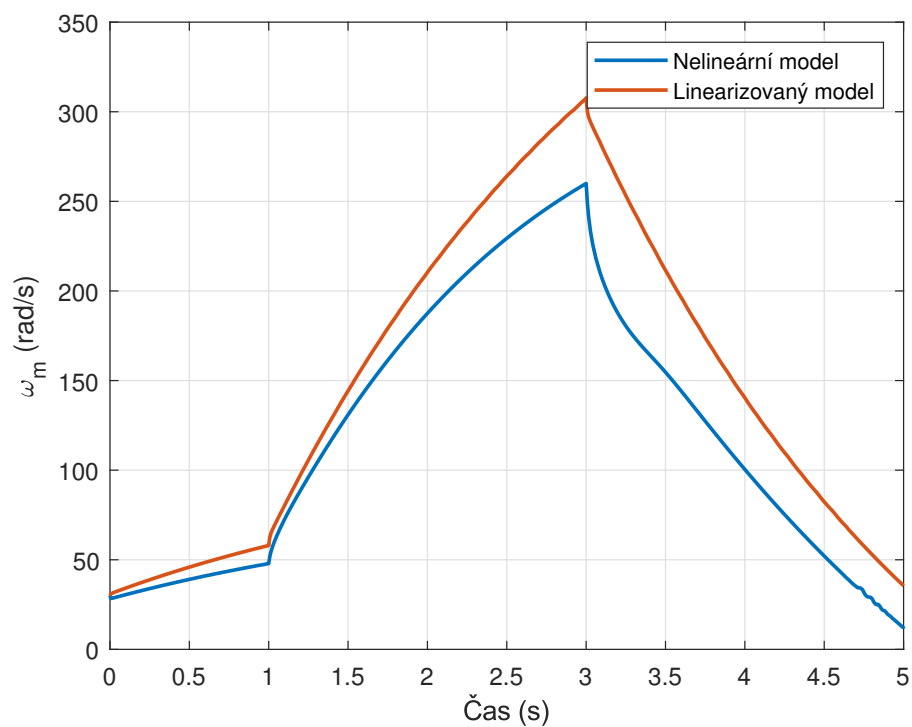
což odpovídá jízdě v ustáleném stavu z experimentů pro estimaci parametrů modelu. Také je to oblast, ve které má třecí síla téměř lineární průběh, a tak nejspíše nebude třeba hledat linearizovaný model zvlášť pro případ brzdění. Matice linearizovaného systému budou mít tvar

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\omega}_m}{\partial \omega_m} & \frac{\partial \dot{\omega}_m}{\partial v_c} \\ \frac{\partial \dot{v}_c}{\partial \omega_m} & \frac{\partial \dot{v}_c}{\partial v_c} \end{pmatrix} \Big|_{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} -148,5 & 7962,1 \\ 0,5 & -28,9 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

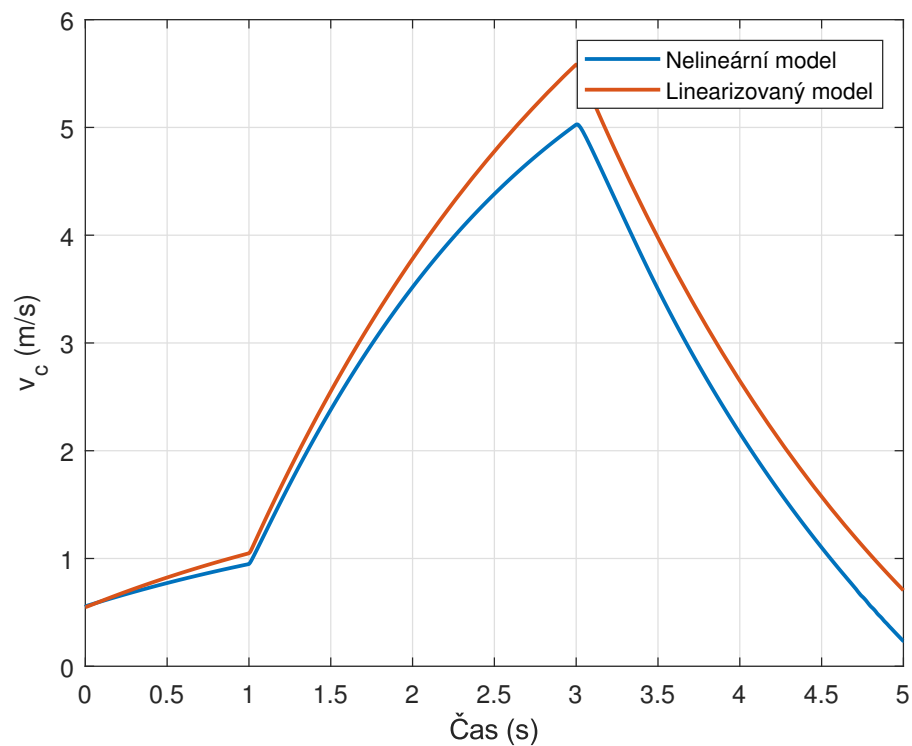
$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\omega}_m}{\partial i_{\text{ref}}} \\ \frac{\partial \dot{v}_c}{\partial i_{\text{ref}}} \end{pmatrix} \Big|_{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} 141,1324 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \omega_m} & \frac{\partial y}{\partial v_c} \end{pmatrix} \Big|_{\mathbf{P}} = (0,0306 \ -1,6667) \quad (5.7)$$

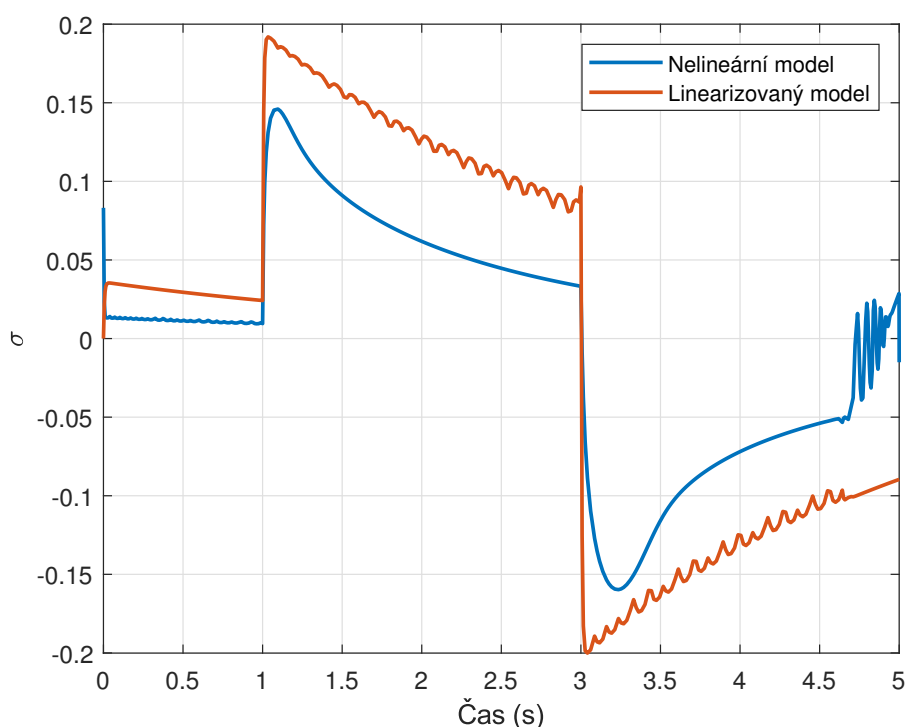
$$\mathbf{D} = \frac{\partial y}{\partial i_{\text{ref}}} \Big|_{\mathbf{P}} = 0 \quad (5.8)$$



Obrázek 5.3: Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - úhlová rychlost motoru



Obrázek 5.4: Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - rychlost vozidla



Obrázek 5.5: Porovnání nelineárního s linearizovaným modelem - poměr prokluzu

Průběhy na obrázcích výše jsou simulace skoku vstupního proudu ze 2 A na 9 A, a poté brzdění se vstupním proudem -3 A, tedy hodnoty přibližně podobné reálnému experimentu. Na obrázku 5.5 vidíme, že po čase 4,5 s, kdy klesá rychlost blíže k nulovým hodnotám, ztrácí výpočet prokluzu smysl. Také vidíme, že se průběhy úhlové rychlosti a rychlosti vozidla mezi nelineárním a linearizovaným modelem tolik neliší, ale poměr prokluzu se především ve vyšších hodnotách chová odlišně. Třecí síla pneumatik je pro vysoké poměry prokluzu značně nelineární, a tak v těchto oblastech nebude linearizovaný model sedět.

■ 5.1.2 Návrh LQR

LQR je metoda návrhu stavové zpětné vazby [15]. Regulátor navržený tímto způsobem minimalizuje funkci

$$J(u) = \int_0^{\infty} [z^T(t)\mathbf{Q}z(t) + u^T(t)\mathbf{R}u(t)] dt, \quad (5.9)$$

kde z je vektor regulovaných veličin (typicky stavy), u je akční zásah regulátoru a \mathbf{R} a \mathbf{Q} jsou váhovací matice. Toto váhování umožňuje hledat kompromis mezi energií akčního zásahu a rychlostí odezvy regulovaných veličin. Akční zásah je poté dán vztahem

$$u = \mathbf{F}x(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_c x(t) \quad (5.10)$$

kde \mathbf{P}_c je symetrické pozitivně definitní řešení algebraické Riccatiho rovnice

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c \mathbf{A} - \mathbf{P}_c \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_c + \mathbf{Q} = 0. \quad (5.11)$$

Samotná stavová zpětná vazba zaručuje regulaci stavových veličin, ovšem my potřebujeme aby systém sledoval referenci. Proto zavedeme další zpětnou vazbu z výstupu, a přidáme integrátor jeho odchylky od reference.

Vektor z tedy bude v našem případě

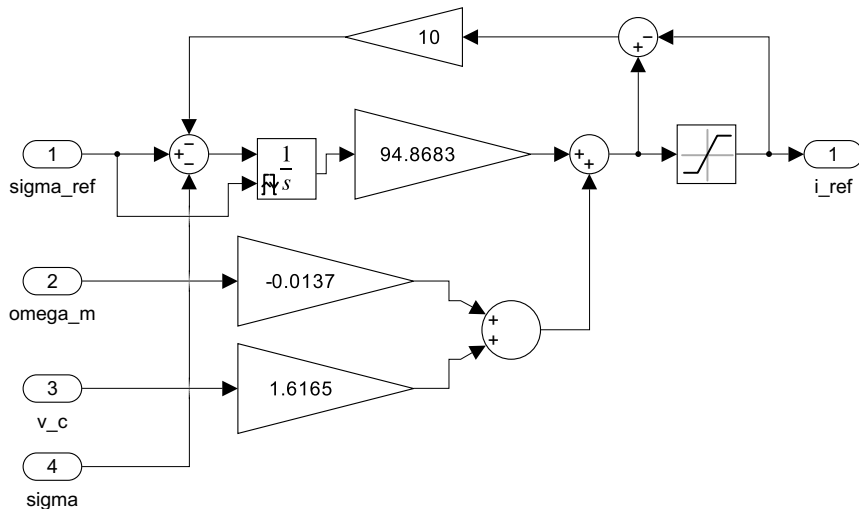
$$z = \begin{pmatrix} \omega_m \\ v_c \\ x_i \end{pmatrix}, \quad (5.12)$$

kde x_i je integrál odchylky výstupu od reference. Matice \mathbf{Q} bude diagonální matice 3x3 a \mathbf{R} je pouze skalár, jelikož náš systém má jeden vstup. Rozšířený systém má stavový popis

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{v}_c \\ \dot{x}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_m \\ v_c \\ x_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix} i_{\text{ref}} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} r. \quad (5.13)$$

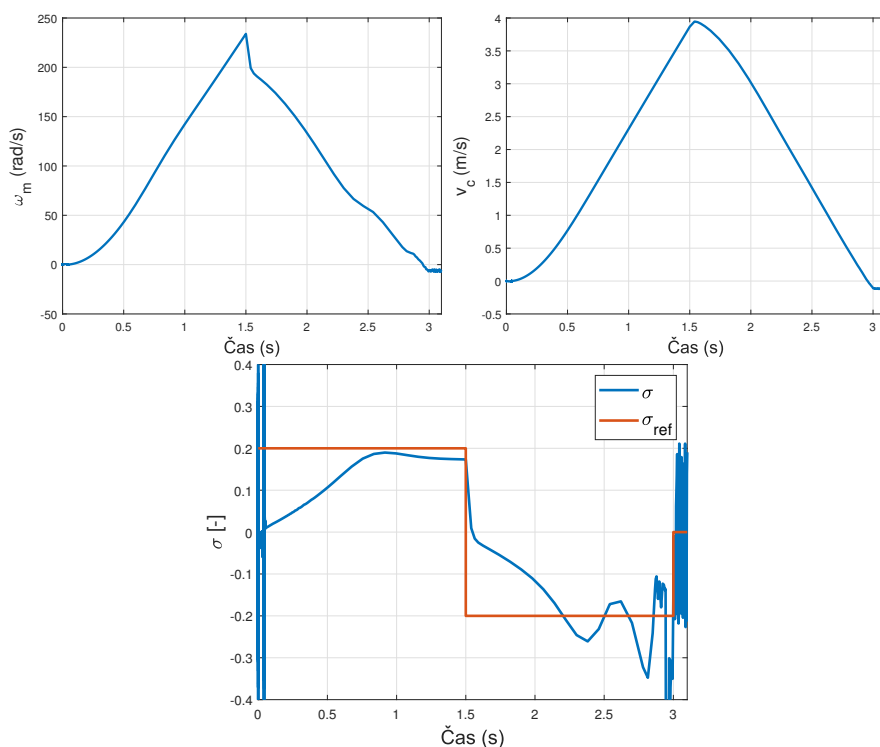
Pro řešení úlohy využijeme funkci Matlabu lqi[16]. Jejím vstupem je stavový popis systému (původního) a váhy \mathbf{Q} a \mathbf{R} , jejím výstupem je pak matice \mathbf{F} , řešení Riccatiho rovnice a póly uzavřené smyčky. Takto jsme získali zesílení pro stavovou zpětnou vazbu

$$\mathbf{F} = (0,0137 \quad -1,6165 \quad -94,8683). \quad (5.14)$$

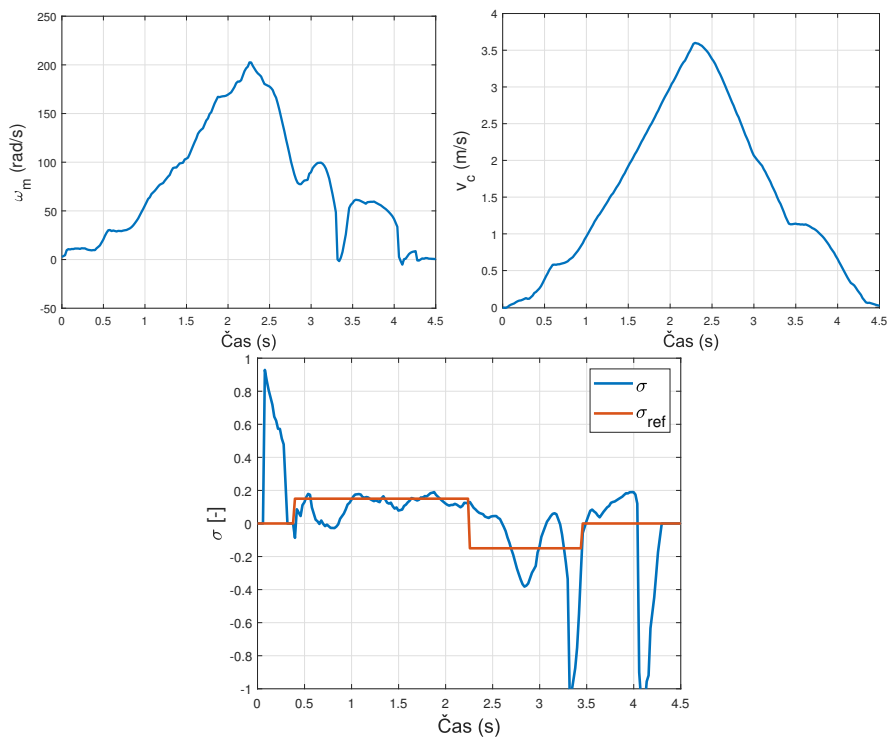


Obrázek 5.6: Blokové schéma LQR s integrálním řízením

Na obrázku 5.7 vidíme simulaci fungování LQR na modelu vytvořeném v sekci 3.4. Referenční poměr prokluzu $\pm 0,2$ je generován kombinací



Obrázek 5.7: Test LQR v simulaci



Obrázek 5.8: Test LQR na skutečném vozidle

skokových funkcí. Průběh je simulován od v_c a ω_m odpovídajících pracovnímu bodu \mathbf{P} . Regulátor v simulaci nedosahuje nulové odchylky od referenční hodnoty prokluzu, ale tato odchylka je velmi malá. Během brzdění poměr prokluzu okolo reference kmitá. Na obrázku 5.8 vidíme test stejného regulátoru na skutečném vozidle. V rychlostech pod 0,5 m/s je vozidlo řízeno lidským operátorem, ve vyšších rychlostech přebírá kontrolu nad referenčním proudem regulátor. První 3 metry jízdy je referenční poměr prokluzu nastaven na 0,2, zbylé 3 metry pak $-0,2$. Během akcelerace regulátor rychle dosáhne požadovaného poměru prokluzu a udržuje ho se zákmity do 30 % požadované referenční hodnoty. Během brzdění regulátor nedokáže udržet referenční hodnotu prokluzu. Kola mají velmi vysokou tendenci se zablokovat a rozkmit tak přesahuje i 100 % referenční hodnoty prokluzu.

5.2 Řízení uražené vzdálenosti

Jelikož náš experiment obnáší akceleraci i brzdění na dráze o známé délce, potřebujeme během jízdy generovat vhodnou referenční hodnotu poměru prokluzu pro regulátor popsany v předchozí sekci. Nejjednodušším přístupem je mít fixní bod na trase, ve kterém přepneme z hodnoty odpovídající maximálnímu zrychlení, na hodnotu odpovídající maximálnímu brzdění. Takový přístup je velmi snadný na implementaci ovšem postrádá robustnost. Druhou možností je navrhnout další regulátor, jehož výstupem bude právě tato reference. Vezměme si systém, se stavovým popisem

$$\dot{v}_c = \frac{F_x(\sigma) - R_c(v_c)}{m_c} \quad (5.15)$$

$$\dot{d} = v_c \quad (5.16)$$

$$y = d, \quad (5.17)$$

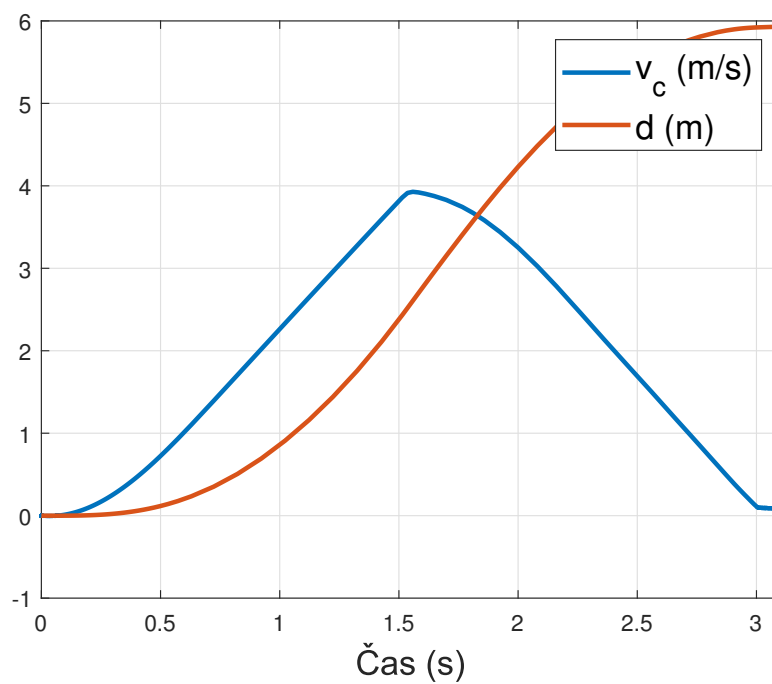
kde d je uražená vzdálenost, poměr prokluzu σ je jeho vstup, a stavová veličina v_c odpovídá předchozímu systému. Postupem shodným se sekci 5.1.1 tento systém linearizujeme v pracovním bodě

$$\mathbf{P} = (v_{c0} \quad d_0 \quad \sigma_0) = (0,55 \quad 0,125 \quad 0,0833). \quad (5.18)$$

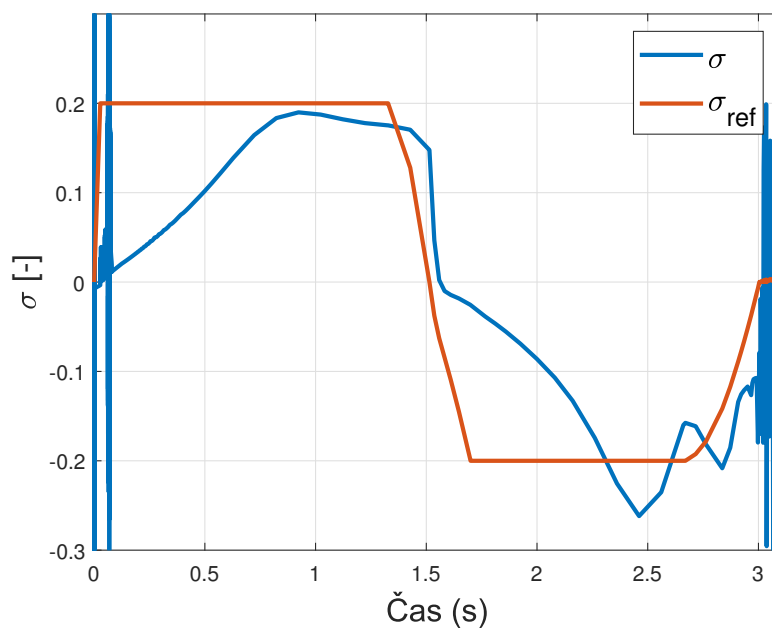
Pro tento systém navrhne další LQR s integrálním řízením a zařadíme ho před LQR pro řízení prokluzu. Při ladění tohoto LQR klademe důraz především na naprosto minimální výchylku nad referenční hodnotu ujeté vzdálenosti. Matice zesílení stavové zpětné vazby v tomto případě bude

$$\mathbf{F} = (0,3829 \quad 1,2773 \quad -1,1952). \quad (5.19)$$

Na obrázcích 5.9 a 5.10 vidíme simulaci celého systému obou regulátorů zapojených za sebou s referenční vzdáleností 6 metrů. Jízda je z klidu do klidu, takže na okrajích vidíme segmenty, kde poměr prokluzu není správně definován. Ujetá vzdálenost má nulový překmit. Poměr prokluzu má během akcelerace odchylku přibližně 10 % od reference a při brzdění kolem reference kmitá s odchylkou do 30 %.



Obrázek 5.9: Test regulátoru vzdálenosti v simulaci - rychlost a vzdálenost

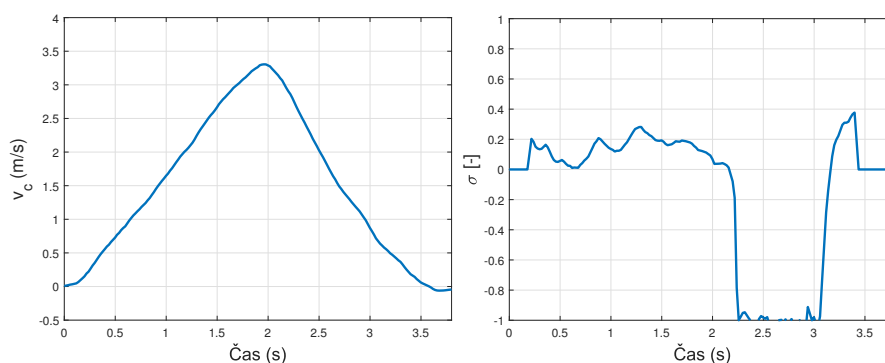


Obrázek 5.10: Test regulátoru vzdálenosti v simulaci - poměr prokluzu

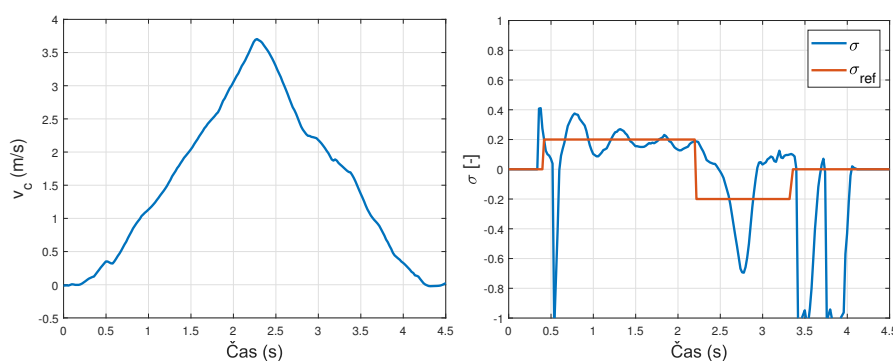
Kapitola 6

Výsledky experimentů

Experiment spočíval v jízdě na vzdálenost šesti metrů z klidu do klidu. Hodnotili jsme především dobu trvání jízdy, ale také přesnost uražené vzdálenosti a maximální dosaženou rychlost. V předchozí kapitole jsme provedli naprosto shodný test v simulaci (obrázky 5.9 a 5.10). Při maximálním referenčním prokluzu 0,2 by tedy na této vzdálenosti mělo být možné dosáhnout rychlosti 4 m/s, a mělo by být možné ji urazit za 3 s.



Obrázek 6.1: Nejrychlejší drag race řízený lidským operátorem



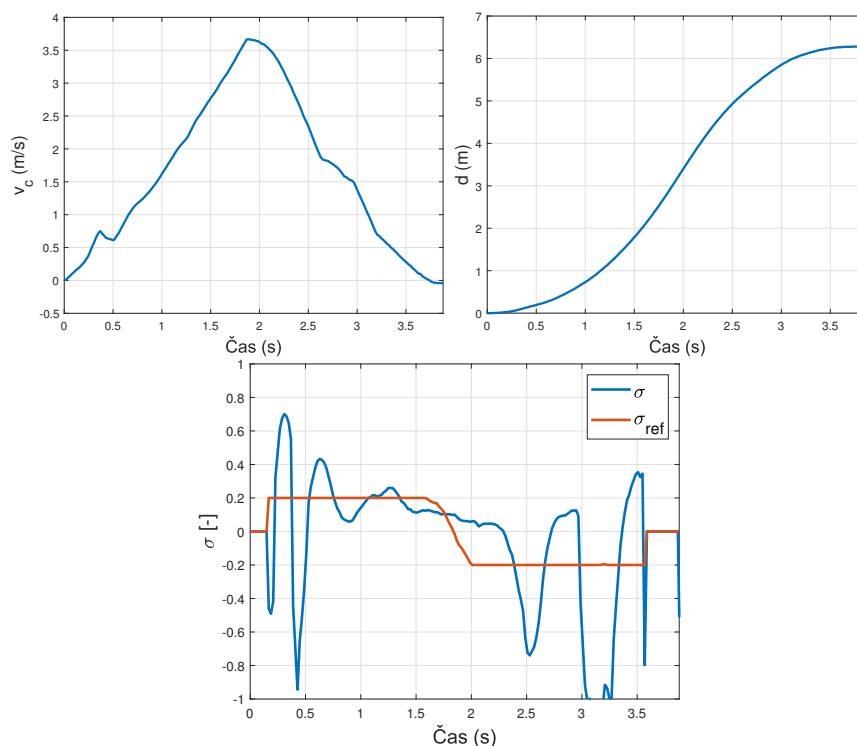
Obrázek 6.2: Drag race s prokluzem řízeným LQR

Na obrázku 6.1 vidíme průběh rychlosti a poměru prokluzu při nejzdařenějším experimentu řízeným člověkem. Měření vzdálenosti u tohoto experimentu spočívalo pouze v jízdě od značky ke značce, takže její přesnost vyhodnotit

nemůžeme. Pouze lze podotknout, že je pro člověka velice náročné odhadnout v jaké části dráhy začít brzdit. Z průběhu poměru prokluzu je zřejmé, že zatímco akceleraci může i člověk regulovat poměrně solidně, v podstatě celé brzdění probíhalo se zablokovanými koly. Celkový čas jízdy na 6 m je pak 3,6 s. Maximální dosažená rychlost je zde 3,3 m/s.

Pro porovnání, na obrázku 6.2 vidíme průběh jízdy s prokluzem řízeným LQR (zatím bez řízení uražené vzdálenosti). Naměřená uražená vzdálenost při tomto pokusu je 6,7 m, což je částečně způsobeno tím, že vozidlo nejelo zcela rovně, a také o kousek přešlo koncovou značku. Z průběhu rychlosti vidíme moment těsně po překročení rychlosti 0,3 m/s, kdy přebírá kontrolu regulátor prokluzu (později přenastaveno na 0,5 m/s). Tím bohužel dojde k malému zdržení. Z průběhu poměru prokluzu vidíme, že až na počáteční překmit prokluz kmitá v rozsahu do 30 % od reference. Brzdění zde bylo bohužel překaženo předčasným zásahem operátora. Kvůli nezdařenému brzdění a překročení vzdálenosti 6 m je celkový čas jízdy 4,06 s. Maximální dosažená rychlost je však 3,7 m/s.

Akcelerace z 0,3 m/s na dosažené maximum u obou těchto průběhů trvala 1,7 s, ovšem toto maximum je v případě LQR o 0,4 m/s vyšší. S navrženým regulátorem tedy je jistě možné podávat lepší výkony v případě akcelerace.



Obrázek 6.3: Drag race s řízením uražené vzdálenosti

Na obrázku 6.3 již vidíme výsledek experimentu provedeného s implementovaným kompletním řídicím systémem znázorněným na obrázku 5.1. Na průběhu poměru prokluzu vidíme krátké protočení kol během rozjezdu před tím, než při rychlosti 0,5 m/s převezme kontrolu regulátor prokluzu. Tento

přechod se nedaří udělat příliš plynule, a tak dochází ke krátkému zákmitu malého brzdného proudu, který ovšem na okamžik zablokuje hnaná kola a tím rozjezd prodlouží přibližně o 0,2 s. Maximální dosažená rychlost je pak 3,65 m/s a celková uražená vzdálenost 6,25 m. Celkový čas jízdy je zde 3,7 s, tedy stále o 0,1 s pomalejší než nejzdařenejší manuálně řízený pokus. Řízení prokluzu během brzdění zde stále nedosahuje příliš vysoké kvality. Kola mají vysokou tendenci se blokovat, a tak regulátor nedokáže udržet referenční hodnotu. Vozidlo je ovšem během brždění stále ovladatelné, zatímco při manuálním řízení plynu dochází k naprostému zablokování kol, a často úplně ztratě kontroly nad zatáčením.

Stávajícím problémem je celková koordinace provedení experimentu. Jelikož poměr prokluzu není v nulových rychlostech definován a řídicí jednotky motorů mají okolo nulových otáček podivné nelinearity, je nutné zachovat částečnou manuální ovladatelnost pro rozjezd a finální dobrzdění. To ovšem způsobí již zmíněný krátký schod v akceleraci, a také chyby v celkové uražené vzdálenosti, jelikož v závěru brzdí opět člověk. To zhoršuje replikovatelnost výsledků, jelikož není zcela vyloučen lidský faktor.

Kapitola 7

Závěr

Upravil jsem existující vozidlo a doplnil ho o vyhovující řídicí jednotku a senzory. Představil jsem možnosti modelování třecí síly pneumatik a sestavil jsem matematický model dopředné dynamiky našeho vozidla. Z experimentálních dat jsem dourčil jeho parametry. Prověřil jsem různé možnosti odhadu rychlosti vozidla a navrhnul jsem komplementární filtr, který dokázal potlačit nedostatky jednotlivých zdrojů dat. Navrhnul jsem řídicí systém složený z regulátoru prokluzu a regulátoru uražené vzdálenosti, a celý systém otestoval jak v simulaci na dříve vytvořeném modelu, tak i při experimentu se skutečným vozidlem.

Regulátor prokluzu dosáhnul uspokojivých výsledků při akceleraci jak v simulaci, tak při experimentu na skutečném vozidle. Brzdit dokáže stále lépe než lidský operátor, a bez úplného zablokování kol, ovšem nedokáže regulovat na referenční hodnotu prokluzu bez velikého rozkmitu.

Regulátor uražené vzdálenosti prokázal svoje kvality především v simulaci. Vzhledem k povaze reálného experimentu je obtížné hodnotit výsledky skutečně uražené vzdálenosti, ovšem prokázal i zde svou funkčnost.

Zlepšení by potřebovalo celkové provedení experimentu, jelikož velká část nedostatků v naměřených datech vypovídá především o nedokonalé koordinaci řídicího systému a lidského operátora.

Jedním z důvodů problému s regulováním prokluzu je fakt, že model je založen na lineární aproximaci v bodě, kde je závislost třecí síly na prokluzu skutečně téměř lineární, a to jak pro kladné, tak i záporné hodnoty, ovšem optimální hodnota prokluzu pro maximální zrychlení či brzdění se již nachází mimo toto pásmo. Řízení založené na modelu linearizovaném tímto způsobem tak nedosahuje takových kvalit. Jelikož má naše vozidlo nezávisle poháněná kola, dalším prostorem pro zlepšení, je rozdělit řídicí systém na dva, a řídit prokluz každého kola zvlášť.

Bibliografie

- [1] Hostačný Lukáš. „Měřicí systém pro pozemní vozidla“. In: (29. led. 2019). Accepted: 2019-02-20T10:58:21Z Publisher: České vysoké učení technické v Praze. Vypočetní a informační centrum. URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/80345> (cit. 24. 04. 2024).
- [2] *LAUNCHXL-F28379D Development kit* / TI.com. URL: <https://www.ti.com/tool/LAUNCHXL-F28379D> (cit. 24. 04. 2024).
- [3] Benjamin Vedder. *VEDDERB BLDC*. original-date: 2014-01-09T14:18:46Z. 23. dub. 2024. URL: <https://github.com/vedderb/bldc> (cit. 24. 04. 2024).
- [4] *Pololu - Magnetic Encoder Pair Kit for 20D mm Metal Gearmotors, 20 CPR, 2.7-18V*. URL: <https://www.pololu.com/product/3499> (cit. 24. 04. 2024).
- [5] *Inertial Measurement Unit BMI160*. Bosch Sensortec. URL: <https://www.bosch-sensortec.com/products/motion-sensors/imus/bmi160/> (cit. 24. 04. 2024).
- [6] *SEN0250 - Senzor Pohybu, I2C BMI160 6-Osý Inerciální, pro Arduino Vývojové Desky*. URL: <https://cz.farnell.com/dfrobot/sen0250/i2c-6-axis-motion-sensor-arduino/dp/3517944> (cit. 24. 04. 2024).
- [7] *Sakul.cz - Bluetooth HC-06*. URL: <https://www.sakul.cz/bluetooth-hc-06/n> (cit. 24. 04. 2024).
- [8] *C2000 Microcontroller Blockset*. URL: <https://www.mathworks.com/products/ti-c2000-microcontroller.html> (cit. 24. 04. 2024).
- [9] Rajesh Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Mechanical Engineering Series. Boston, MA: Springer US, 2012. ISBN: 978-1-4614-1433-9. DOI: 10.1007/978-1-4614-1433-9. URL: <https://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-1433-9> (cit. 19. 02. 2024).
- [10] Hans Bastiaan Pacejka a Igo Besselink. *Tire and vehicle dynamics*. 3d edition. Oxford Waltham: Butterworth-Heinemann Elsevier, 2012. ISBN: 978-0-08-097016-5.
- [11] Forbes T. Brown. *Engineering System Dynamics: A Unified Graph-Centered Approach, Second Edition*. 2. vyd. Boca Raton: CRC Press, 12. ún. 2015. 1059 s. ISBN: 978-0-429-12238-5. DOI: 10.1201/b18080.

- [12] Gurtner Martin. „Pokročilé metody návrhu velmi přesného řízení pohybu“. In: (4. čvc. 2013). Accepted: 2013-07-04T00:17:37Z Publisher: České vysoké učení technické v Praze. Vypočetní a informační centrum. URL: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/18413> (cit. 17. 05. 2024).
- [13] Derek K. Shaeffer. „MEMS inertial sensors: A tutorial overview“. In: *IEEE Communications Magazine* 51.4 (dub. 2013). Conference Name: IEEE Communications Magazine, s. 100–109. ISSN: 1558-1896. DOI: 10.1109/MCOM.2013.6495768. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6495768> (cit. 03. 05. 2024).
- [14] Walter Higgins. „A Comparison of Complementary and Kalman Filtering“. In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* AES-11.3 (květ. 1975), s. 321–325. ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/TAES.1975.308081. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4101411/> (cit. 16. 04. 2024).
- [15] Panos J. Antsaklis a Anthony N. Michel. *A Linear Systems Primer*. 2007th edition. Boston Basel Berlin: Birkhäuser, 25. zář. 2007. 533 s. ISBN: 978-0-8176-4460-4.
- [16] *Linear-Quadratic-Integral control - MATLAB lqi*. URL: <https://www.mathworks.com/help/control/ref/ss.lqi.html> (cit. 06. 05. 2024).