České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Návrh decentralizovaného PID regulátoru pro model čtyřválcové vodárny

Praha, 2013 **Autor: Tomáš Bäumelt**

Poděkování

Děkuji především vedoucímu bakalářské práce Doc. Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za jeho cenné rady a vedení bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za jejich velkou podporu a trpělivost během studia.

Prohlášení autora práce

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 24.5.2013

podpis autora práce

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá návrhem decentralizovaného PID regulátoru pro systémy s více vstupy a více výstupy. Těžištěm práce je frekvenční metoda využívající Nyquistovy analýzy stability a maxima citlivostní funkce. Předností této návrhové metody je garance stability celkového systému a možnost měnit parametry regulace pomocí ladicího faktoru. Dále je tato metoda testována na modelu čtyřválcové vodárny se zpožděním, konkrétně na dvou odlišných konfiguracích. Nakonec jsou dosažené výsledky porovnány se standardně používanou metodou návrhu pomocí matice relativních zesílení RGA.

Abstract

Bachelor thesis deals with design of decentralized PID controller for systems with multiple inputs and multiple outputs. The focus of this work is a frequency design method based on Nyquist stability analysis and maximum of sensibility function. The advantage of this design method is that it guarantees the stability of the overall closed-loop system and provides an option to tune and find an optimal controller. Next this design method is tested on two different configurations of quadruple tank model with dead-times. At the end the results are compared with a common used design method based on Relative Gain Array.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: **Tomáš Bäumelt**

Studijní program: Kybernetika a robotika
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Návrh decentralizovaného PID regulátoru pro model čtyřválcové vodárny**

Pokyny pro vypracování:

1. Vytvořte přehled algoritmů pro návrh PID regulátorů pro řízení systémů s více vstupy a výstupy.
2. Otestujte metodu návrhu založenou na maximu citlivostní funkce na různých konfiguracích modelu čtyřválcové vodárny se zpožděním.
3. Porovnejte dosažené výsledky se standardně používanými metodami návrhu.

Seznam odborné literatury:

D. Shneiderman, Z.J. Palmor: Properties and control of the quadruple-tank process with multivariable dead-times. Journal of Process Control 20 (2010) 18–28.
A. Gargallo Narro: Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis and sensitivity circle. Master thesis, CTU in Prague, 2012.
R. Losos: Řízení vícerozměrných systémů pomocí PID regulátorů. Diplomová práce, ČVUT v Praze, 2011.

Vedoucí: Doc.Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2013/2014

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta elektrotechnická

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 21. 2. 2013

Obsah

Seznam obrázků **ix**

Seznam tabulek **xi**

1 Úvod **1**

2 MIMO systémy a algoritmy návrhu PID regulátorů **3**

2.1 Mnoharozměrové systémy 3

2.1.1 Vnější popis 3

2.1.2 Stavový popis 4

2.1.3 Nuly a póly MIMO systémů 4

2.1.4 Párování a určení míry interakcí 5

2.2 Algoritmy pro návrh PID regulátorů pro MIMO systémy 6

2.2.1 Metody návrhu decentralizovaných PID regulátorů 6

2.2.1.1 Rozvazbení 7

2.2.1.2 Frekvenční metody 7

2.2.2 Regulátory s obecnou strukturou 7

3 Popis modelu a konfigurací čtyřválcové vodárny **9**

3.1 Mechanický popis modelu 9

3.2 Matematický popis modelu 10

3.3 Konfigurace vodárny 13

3.3.1 Nuly a fázovost systému 13

3.3.2 Vybrané konfigurace systému 14

3.4 Srovnání odezev nelineárního a linearizovaného modelu 17

4 Návrh řízení založený na Nyquistově analýze stability **19**

4.1 Zobecněné Nyquistovo kritérium stability pro MIMO systémy 19

4.2 Návrh decentralizovaného PI regulátoru 21
4.2.1 Oblast stability diagonálního subsystému 22
4.2.2 Oblast stability celkového systému 23
4.2.3 Výběr parametrů PI regulátoru 24
4.3 Návrh PI regulátoru pomocí ladicího faktoru 25
4.3.1 Minimálně fázový systém 26
4.3.2 Neminimálně fázový systém 30
4.4 Shrnutí dosažených výsledků 35

5 Porovnání výsledků s návrhem pomocí RGA **37**
5.1 Porovnání výsledků pro MP systém 37
5.1.1 Návrh metodou umístění pólů 38
5.2 Porovnání výsledků pro NMP systém 40
5.2.1 Návrh metodou umístění pólů 40

6 Závěr **43**

Literatura **45**

A Obsah přiloženého CD **I**

Seznam obrázků

3.1 Schéma prostorového uspořádání vodárny 10
3.2 Oblasti minimálně a neminimálně fázového systému 14
3.3 Nuly a póly Padého aproximace 3. řádu 15
3.4 Výřez z okolí počátku obrázku 3.3 16
3.5 Jednotkové skoky vstupů 17
3.6 Odezvy lineariz. a nelin. systému 17
3.7 Jednotkové skoky vstupů 17
3.8 Odezvy lineariz. a nelin. systému 17

4.1 Schéma zapojení s decentralizovaným regulátorem 20
4.2 Hranice oblasti stability M_{d1} a M_{d2} pro $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ 23
4.3 Výsledné oblasti stability celého systému 24
4.4 Nyquistova křivka se superponovanými Gershgorinovými kružnicemi . . . 26
4.5 Simulinkové schéma zapojení pro řízení MP systému 27
4.6 Oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q 27
4.7 Referenční hodnoty r_1 a r_2 28
4.8 Odezvy MP systému na skok reference v závislosti na parametru Q . . . 28
4.9 Akční zásahy v závislosti na parametru Q 29
4.10 Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.2$ 30
4.11 Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.6$ 30
4.12 Simulinkové schéma zapojení pro řízení NMP systému 31
4.13 Oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q 31
4.14 Výřez oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q 32
4.15 Referenční hodnoty r_1 a r_2 32
4.16 Odezvy NMP systému na skok reference v závislosti na parametru Q . . 33
4.17 Akční zásahy v závislosti na parametru Q 33
4.18 Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0$ 34

4.19 Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.35$ 34

5.1 Porovnání regulace různě navrženými regulátory 39
5.2 Porovnání akčních zásahů různě navržených regulátorů 39
5.3 Porovnání regulace NMP systému různě navrženými regulátory 41
5.4 Porovnání akčních NMP systému zásahů různě navržených regulátorů . . 42

Seznam tabulek

3.1 Číselné hodnoty konstant modelu 11
3.2 Pracovní body konfigurací systému 15
3.3 Nuly a póly aproximovaného systému 16

4.1 Parametry PI regulátorů pro různé poloměry Q 27
4.2 Překmity a doby ustálení regulovaných veličin 29
4.3 Parametry PI regulátorů pro různé poloměry Q 32
4.4 Překmity a doby ustálení regulovaných veličin 33

5.1 Konstanty PI regulátorů pro MP systém 38
5.2 Srovnání různých metod návrhu regulátoru pro MP systém 40
5.3 Konstanty PI regulátorů pro NMP systém 41
5.4 Srovnání různých metod návrhu regulátoru pro NMP systém 42

Kapitola 1

Úvod

Hlavní náplní této bakalářské práce je otestovat vybranou metodu návrhu decentralizovaného PID regulátoru na různých konfiguracích modelu čtyřválcové vodárny se zpožděním. Nejprve je uveden základní přehled algoritmů návrhu PID regulátorů pro řízení systémů s více vstupy a výstupy.

Studium těchto tzv. mnoharozměrových systémů je dnes již velmi významným oborem, počátky hlubšího zkoumání sahají do doby 60. let 20. století, kdy se rovněž začala široce rozvíjet moderní teorie řízení. Významným rozdílem těchto systémů oproti systémům s jedním vstupem a výstupem (SISO) je přítomnost systémových interakcí, které ztěžují návrh řízení. Vzniklo proto mnoho různých pokročilých algoritmů a metod pro návrh regulátorů. Jmenujme např. robustní metody minimalizace H_∞ nebo μ-syntézu. Výsledkem těchto metod jsou regulátory s obtížněji realizovatelnou obecnou strukturou.

Na druhé straně lze pro řízení mnoharozměrových systémů stále použít s dobrými výsledky klasické PID regulátory, které mají výhodu snadné implementace v průmyslových procesech. Tyto PID regulátory mají decentralizovanou strukturu, tedy řídí pouze jeden výstup. Návrh varianty tohoto regulátoru (PI) je v této práci realizován pomocí frekvenční metody, která je založena na zobecněném Nyquistově kritériu stability, jež zaručuje stabilitu celkového systému. Při návrhu jsou systémové interakce reprezentovány Gershgorinovými kružnicemi superponovanými na Nyquistovu křivku. Dále je tato metoda rozšířena tak, že umožňuje pomocí ladicího faktoru nalézt PI regulátor, který vyhovuje požadavkům řízení.

Následně je metoda použita pro návrh regulace výšek hladin modelu čtyřválcové vodárny, který představuje nelinární model se dvěma vstupy a dvěma výstupy s dopravním zpožděním. Model je linearizován v pracovních bodech pro dvě různé konfigurace, kterých lze dosáhnout vhodným nastavením ventilů. Nakonec jsou výsledky této metody

porovnány se standardně používanou metodou návrhu pomocí matice *RGA*.

Výpočty a simulace byly prováděny v programovém prostředí Matlab a Simulink R2012b.

Kapitola 2

MIMO systémy a algoritmy návrhu PID regulátorů

V této kapitole budou nejprve uvedeny základní vlastnosti MIMO systémů, a poté budou představeny vybrané metody návrhu PID regulátorů pro řízení systémů s více vstupy a výstupy.

2.1 Mnoharozměrové systémy

Mnoharozměrové systémy, také nazývané MIMO (Multiple Input Multiple Output) systémy, jsou takové systémy, jež mají vícenásobné vstupy a výstupy.

Poznámka: V dalším textu budou vektorové funkce jako např. $\mathbf{x}(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ či $\mathbf{y}(s) : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^n$ často zkráceně nazývány pouze jako vektory. Ve stejném duchu budou i maticové funkce $\mathbf{A}(s) : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^{m \times n}$ nazývány pouze jako matice. □

2.1.1 Vnější popis

Uvažujme obecně systém s n vstupy a m výstupy, označme Laplaceův obraz vstupního vektoru jako $\mathbf{u}(s)$ a výstupního vektoru jako $\mathbf{y}(s)$. Potom je přenosová matice $\mathbf{G}(s)$

definována následovně

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1(s) \\ \vdots \\ y_m(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(s)} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & \dots & g_{mn}(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}(s)} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(s) \\ \vdots \\ u_n(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(s)}. \tag{2.1}$$

Tedy $\mathbf{G}(s) \in \mathbb{C}^{m \times n}$ a jednotlivé prvky jsou rovny přenosům ze vstupu $u_j(s)$ na výstup $y_i(s)$

$$g_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{u_j(s)}. \tag{2.2}$$

Obecně je matice $\mathbf{G}(s)$ nediagonální, tedy existuje alespoň jeden vstup u_i, který ovlivňuje alespoň jeden výstup y_j, $i \neq j$. Je-li matice $\mathbf{G}(s)$ diagonální, pak systém neobsahuje žádné interakce, tedy vstup u_i ovlivňuje pouze výstup y_i.

2.1.2 Stavový popis

Stavový popis lineárního časově neproměnného (LTI) MIMO systému lze psát v maticové formě jako

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \end{aligned} \tag{2.3}$$

kde $\mathbf{x}(t)$ značí stavový vektor, $\mathbf{u}(t)$ vektor vstupů a $\mathbf{y}(t)$ vektor výstupů. Vektor počátečních podmínek označíme jako $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0^-)$. Pro nulové počáteční podmínky $\mathbf{x}_0 = \mathbf{o}$ lze ze stavového popisu získat přenosovou matici jako

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}\left[s\mathbf{I} - \mathbf{A}\right]^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}. \tag{2.4}$$

2.1.3 Nuly a póly MIMO systémů

Nula MIMO systému je definována jako hodnota komplexní frekvence $s = z$, pro kterou ztrácí přenosová matice $\mathbf{G}(s)$ plnou hodnost. Nejsou to tedy nuly jednotlivých přenosů. Oproti tomu pól je definován jako hodnota $s = p$, pro kterou je některý prvek matice $\mathbf{G}(s)$ roven ∞, je to tedy přímo pól některého z přenosů matice $\mathbf{G}(s)$. V případě systému s n vstupy a n výstupy lze nuly a póly získat [1] z determinantu $\mathbf{G}(s)$

$$\det\left(\mathbf{G}(s)\right) = \frac{\Pi_{i=1}^{l}(s - z_i)}{\Pi_{i=1}^{n}(s - p_i)}, \tag{2.5}$$

kde z_i jsou nuly systému a p_i póly systému. Narozdíl od SISO systémů je u mnoharozměrových systémů kromě hodnot nul a pólů také důležitý jejich směr. Podle [1] pro vstupní a výstupní směry nul platí

$$\mathbf{G}(z_i)\mathbf{u}_{z_i} = 0\mathbf{y}_{z_i}. \tag{2.6}$$

Vstupní nulový směr $\mathbf{u}_{z_i}$ představuje směr vstupů, který nemá vliv [2]. Výstupní nulový směr $\mathbf{y}_{z_i}$ poskytuje informaci o tom, které výstupy lze obtížně řídit [1, 2]. Pomocí rozkladu matice $\mathbf{G}(z_i) \in \mathbb{C}^{m\times n}$ podle singulárních čísel lze získat vstupní a výstupní směry pro nulu z_i.

Podle polohy nul rozlišujeme MIMO systémy na minimálně a neminimálně fázové. Pokud platí

$$z_i < 0 \quad \forall i, \tag{2.7}$$

pak je systém minimálně fázový. Pokud je alespoň jedna nula kladná, pak je systém neminimálně fázový. Vstupní a výstupní směry pólů jsou definovány vztahem [1]

$$\mathbf{G}(p_i)\mathbf{u}_{p_i} = \infty\mathbf{y}_{p_i} \tag{2.8}$$

a lze je opět získat pomocí rozkladu podle singulárních čísel matice $\mathbf{G}(p_i)$. Poloha pólů stejně jako u SISO systémů rozhoduje i o stabilitě MIMO systému. Pokud platí

$$\Re\{p_i\} < 0 \quad \forall i, \tag{2.9}$$

pak je systém stabilní.

2.1.4 Párování a určení míry interakcí

Pokud je čtvercová matice přenosů $\mathbf{G}(s)$ nediagonální, pak je žádoucí vyšetřit, kterými vstupy jsou nejsilněji ovlivňovány které výstupy. Tento tzv. problém párování lze vyřešit pomocí matice RGA, která je definována jako

$$RGA(\mathbf{G}) = \Lambda(\mathbf{G}) = \mathbf{G}(0) \times \mathbf{G}(0)^{-\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \dots & \lambda_{nn} \end{bmatrix}, \tag{2.10}$$

kde operace $\times$ značí Schurův součin, tedy násobení matic po prvcích. Hodnota λ_{ij} reprezentuje míru působení vstupu u_j na výstup y_i. Řízení páru $(u_j - y_i)$ je podle [1] možné, pokud

$$\lambda_{ij} \in \langle 0.67, 1.5\rangle. \tag{2.11}$$

2.2 Algoritmy pro návrh PID regulátorů pro MIMO systémy

V moderní teorii řízení vzniklo mnoho pokročilých metod návrhu regulátorů pro řízení systémů s více vstupy a výstupy. Regulátory se často vyznačují prediktivním chováním (např. MPC, LQ), proto je nutné řešit v reálném čase množství optimalizačních úloh. Naproti tomu stojí regulátory z klasické teorie řízení, zejména v průmyslových procesech velmi používaný PID regulátor a jeho různé redukované varianty (PI, PD, P). Nyní bude uveden přehled základních metod návrhu PID regulátorů pro řízení MIMO systémů.

Existuje několik základních tříd regulátorů, které se navzájem liší svou strukturou:

- centralizovaný (jediný) regulátor,
- decentralizovaný regulátor,
- nediagonální regulátor s obecnou strukturou.

Nejpoužívanější strukturou pro PID regulátor je diagonální decentralizovaná varianta, pro kterou budou nyní představeny různé metody návrhu.

2.2.1 Metody návrhu decentralizovaných PID regulátorů

Přenosovou matici $\mathbf{K}(s)$ diagonálního regulátoru lze psát jako

$$\mathbf{K}(s) = \operatorname{diag}\left[k_1(s), \ldots, k_n(s)\right], \tag{2.12}$$

nediagonální prvky (přenosy) jsou tedy nulové. Regulátor s takovouto strukturou lze použít samozřejmě v případě, kdy je matice přenosů $\mathbf{G}(s)$ taktéž diagonální nebo téměř diagonální, tzn. v systému probíhají malé interakce. Pak lze úlohu návrhu PID regulátoru pro MIMO systém přeformulovat na úlohu nalezení n PID regulátorů pro řízení n samostatných SISO systémů. Lze tedy použít klasické SISO metody návrhu jako:

- umístění pólů charakteristického polynomu,
- geometrické místo kořenů (root locus),
- frekvenční metody,
- polynomiální metody.

Složitějším případem je přenosová matice $\mathbf{G}(s)$, která již není diagonální. Pro zjištění míry interakcí lze použít matici RGA (2.10) a pokud existují páry, které splňují kritérium (2.11), pak lze opět s uspokojivými výsledky použít standardní SISO metody.

Problémem použití těchto SISO metod v případě, že matice přenosů $\mathbf{G}(s)$ není zcela diagonální, je, že požadavky na řízení, které byly při návrhu použity k výpočtu (např. překmit atd.), se nepodaří zpravidla při regulaci MIMO systému dodržet. Důvodem jsou právě systémové interakce, a proto je ladění takovéhoto regulátoru poněkud obtížné. Dalším problémem zanedbání interakcí je ztráta plné kontroly nad stabilitou systému při návrhu.

2.2.1.1 Rozvazbení

Pokročilejší metodou, která opět využívá k řízení decentralizovaný PID regulátor, je dvoustupňový návrh [2]. V prvním kroku je provedeno tzv. rozvazbení (decoupling) systému, kdy je navržen člen s přenosovou maticí $\mathbf{D}(s)$, který diagonalizuje matici přenosů $\mathbf{G}(s)$. Tedy

$$[\mathbf{G}(s)\mathbf{D}(s)]_{ij} = 0 \quad \forall_{i \neq j}. \tag{2.13}$$

Rozvazbení je buď navrženo dynamicky pro všechny frekvence, např. $\mathbf{D}(s) = \mathbf{G}^{-1}(s)$, nebo pouze pro zvolenou frekvenci (steady-state decoupling). V druhém kroku provedeme opět návrh SISO metodami, neboť přenosová matice $\mathbf{G}(s)\mathbf{D}(s)$ je již diagonální. Problémem této metody je ovšem velká citlivost na chyby a změny v parametrech [2].

2.2.1.2 Frekvenční metody

Velkou skupinou metod návrhu decentralizovaného PID regulátoru jsou metody frekvenční. Mnoho z těchto metod je založeno na zobecněném Nyquistově kritériu stability, jež poskytuje garanci stability celkového systému. Pro toto kritérium bylo představeno několik návrhů ladění PID regulátorů, např. zobecněná fázová bezpečnost [1] nebo vzdálenost Gershgorinových kružnic od kritického bodu $-1 + 0j$ [1, 3], což je metoda, která byla testována na modelu čtyřválcové vodárny v kapitole 4 této práce.

2.2.2 Regulátory s obecnou strukturou

Při návrhu diagonálních PID regulátorů se nemusí zcela podařit splnit požadavky na řízení, ovšem výhodou těchto metod je relativní jednoduchost nalezení parametrů regulátoru při návrhu. Regulátor s obecnou strukturou poskytuje mnohem větší možnosti pro

regulaci, na druhou stranu stavový prostor parametrů je mnohem větší a je dosti obtížné efektivně aplikovat nějakou metodu ladění. Pro návrh regulátorů s obecnou strukturou lze použít například polynomiální metody.

Kapitola 3

Popis modelu a konfigurací čtyřválcové vodárny

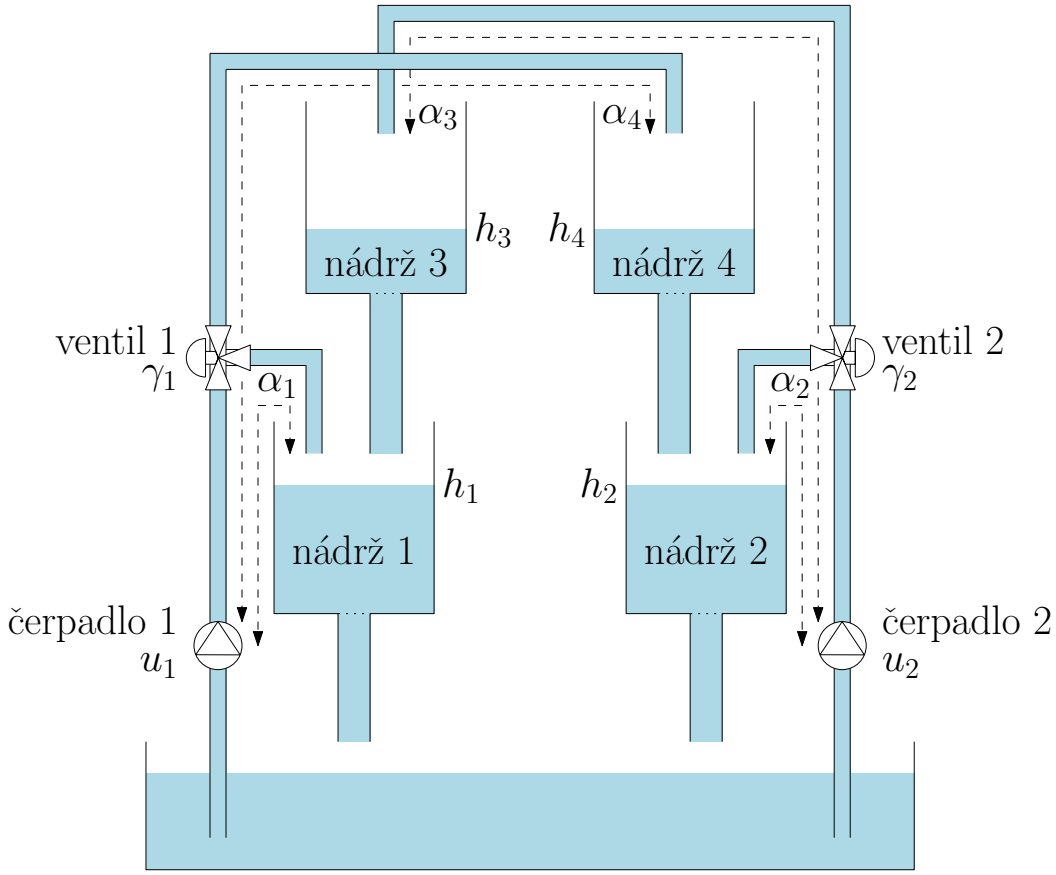
V této kapitole se nachází matematicko-fyzikální popis modelu čtyřválcové vodárny s dopravním zpožděním. Jelikož se jedná o soustavu obyčejných nelineárních diferenciálních rovnic, je tento popis linearizován ve zvolených pracovních bodech.

Dále jsou uvedeny dvě základní konfigurace modelu, které způsobují jeho zcela odlišnou kvalitativní povahu a mají významný vliv pro návrh regulátoru.

3.1 Mechanický popis modelu

Model čtyřválcové vodárny sestává ze čtyř nádrží, které jsou vzájemně propojeny trubicemi. Zdrojem tlaku jsou dvě napětím řízená čerpadla, nad nimiž se objemové toky dělí pomocí proporcionálních ventilů.

Kapalina proudící od čerpadel nabírá určité dopravní zpoždění, než vteče do jednotlivých nádrží. Situaci vystihuje obr. 3.1, kde $\alpha_i (i = 1, \ldots, 4)$ značí právě dopravní zpoždění.



Obrázek 3.1: Schéma prostorového uspořádání vodárny

3.2 Matematický popis modelu

Soustavu diferenciálních rovnic popisujících dynamiku vodárny lze odvodit z rovnice kontinuity a Bernoulliho rovnice [4] v následujícím tvaru

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}h_1(t)}{\mathrm{d}t} &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1(t)} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1(t-\alpha_1) \\
\frac{\mathrm{d}h_2(t)}{\mathrm{d}t} &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2(t)} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_2(t-\alpha_2) \\
\frac{\mathrm{d}h_3(t)}{\mathrm{d}t} &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3}v_2(t-\alpha_3) \\
\frac{\mathrm{d}h_4(t)}{\mathrm{d}t} &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_1(t-\alpha_4),
\end{aligned} \tag{3.1}$$

kde h_i [cm] jsou výšky hladin v jednotlivých nádržích, v_j [V] jsou napětí na čerpadlech, a_i [cm^2] jsou obsahy odtokových otvorů, A_i [cm^2] jsou obsahy dna nádrží, g [cm $\cdot$ s^{-2}] je tíhové zrychlení, $\gamma_j \in \langle 0, 1 \rangle$ [-] jsou poměry otevření ventilů, k_j [cm$^3 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}] jsou převodní konstanty čerpadel a α_i [s] jsou již zmiňovaná dopravní zpoždění. Hodnoty jednotlivých parametrů jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Číselné hodnoty konstant modelu

A_1, A_3	28
A_2, A_4	32
a_1, a_3	0.071
a_2, a_4	0.057
k_1	3.33
k_2	3.35
g	981
α_1	5
α_2	6
α_3	8
α_4	10

Stavovými proměnnými systému jsou jednotlivé výšky hladin

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) & x_4(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} h_1(t) & h_2(t) & h_3(t) & h_4(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{3.2}$$

Vstupy systému jsou napětí na čerpadlech

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} v_1(t) & v_2(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{3.3}$$

Výstupy systému jsou výšky hladin v 1. a 2. nádrži

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{3.4}$$

Pro účely linearizace zavedeme odchylkové proměnné

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t) &= h_i(t) - h_i^0, \quad i = 1, \ldots, 4, \\ \hat{u}_j(t) &= v_j(t) - v_j^0, \quad j = 1, 2, \\ \hat{y}_j(t) &= \hat{x}_j(t), \quad j = 1, 2, \end{aligned} \tag{3.5}$$

kde $h_i^0 (i = 1, \ldots, 4)$ a $v_j^0 (j = 1, 2)$ jsou souřadnice pracovního bodu v ekvilibriu. Podobně jako v [5] lze nalézt stavové rovnice linearizovaného systému

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}(t)}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \sum_{i=1}^{4} \mathbf{B}_i \hat{\mathbf{u}}(t - \alpha_i) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t), \end{aligned} \tag{3.6}$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix}, \tag{3.7}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.8}$$

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix}, \tag{3.9}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

a časové konstanty $T_i (i = 1, \ldots, 4)$ v matici $\mathbf{A}$ jsou rovny

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i^0}{g}}, \quad i = 1, \ldots, 4. \tag{3.11}$$

Ze stavového popisu lze získat matici přenosů systému $\mathbf{G}(s)$, která je dána jako

$$\hat{\mathbf{y}}(s) = \mathbf{G}(s)\hat{\mathbf{u}}(s) = \mathbf{C}\left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{4} \mathbf{B}_i \cdot e^{-s\alpha_i} \right) \hat{\mathbf{u}}(s), \tag{3.12}$$

tedy

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 T_1 k_1}{A_1(1+sT_1)} e^{-s\alpha_1} & \frac{(1-\gamma_2)T_1 k_2}{A_1(1+sT_1)(1+sT_3)} e^{-s\alpha_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)T_2 k_1}{A_2(1+sT_2)(1+sT_4)} e^{-s\alpha_4} & \frac{\gamma_2 T_2 k_2}{A_2(1+sT_2)} e^{-s\alpha_2} \end{bmatrix}. \tag{3.13}$$

3.3 Konfigurace vodárny

Zásadní vliv na chování systému a pro návrh regulátoru mají nuly přenosové matice. U jednorozměrných (SISO) systémů způsobují nuly přenosové funkce, které leží v pravé polovině komplexní s-roviny, zpočátku obrácený průběh odezvy systému. Takovýto systém nazýváme neminimálně fázový a je obtížněji řiditelný než systém s minimální fází. Dále bude tedy ukázáno, kterými parametry vodárny lze měnit povahu systému mezi minimálně a neminimálně fázovým.

3.3.1 Nuly a fázovost systému

Nuly přenosové matice $\mathbf{G}(s)$ lze nalézt dle [5] jako kořeny čitatele

$$\begin{aligned}\det\left(\mathbf{G}(s)\right) =& \frac{\gamma_1\gamma_2 T_1 T_2 k_1 k_2/(A_1 A_2)}{\Pi_{i=1}^{4}(1+sT_i)}\left((1+sT_3)(1+sT_4)e^{-s(\alpha_1+\alpha_2)}\right.\\ &\left.-\frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_1\gamma_2}\,e^{-s(\alpha_3+\alpha_4)}\right),\end{aligned} \tag{3.14}$$

získáme je tedy jako kořeny výrazu v závorkách rovnice (3.15).

$$e^{-s(\alpha_1+\alpha_2)}\left((1+sT_3)(1+sT_4)-\frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_1\gamma_2}\,e^{s(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)}\right)=0 \tag{3.15}$$

Označíme-li součet zpoždění jako $\beta=\sum_{i=1}^{4}\alpha_i$, pak nuly $\mathbf{G}(s)$ jsou kořeny

$$(1+sT_3)(1+sT_4)-\frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_1\gamma_2}\,e^{s\beta}=0. \tag{3.16}$$

Jelikož v případě našeho modelu vodárny je $\beta=-7\leq 0$, závisí poloha nul systému dle [5, **Lemma 1**] na hodnotě výrazu

$$|N(0)|=\frac{(1-\gamma_1)(1-\gamma_2)}{\gamma_1\gamma_2}\,. \tag{3.17}$$

Podle [5, **Lemma 1**] mohou nastat dva případy:

(i) $|N(0)|<1$, pak $\mathbf{G}(s)$ nemá žádné neminimálně fázové (NMP) nuly nezávislé na zpoždění;

(ii) $|N(0)|>1$, pak $\mathbf{G}(s)$ má alespoň jednu NMP nulu a počet těchto nul se zvyšuje, pokud β klesá.

Poznámka: Komplexní funkce $e^{s\beta}$ komplexní proměnné s je funkce periodická, tudíž počet nul $\mathbf{G}(s)$ je nekonečný. Jsou to tedy nuly závislé na zpoždění. Významný vliv ale mají jen NMP nuly tzv. dominantní, tj. nuly, které mají malou reálnou část (nachází se blízko imaginární ose). V případě (i) není takováto nula žádná (všechny nedominantní), v případě (ii) je jedna NMP nula nezávislá na zpoždění, ostatní NMP nuly závislé na zpoždění se přibližují imaginární ose s tím, jak β klesá. □

Nastavení ventilů tedy podle [4, 5] rozhoduje o tom, zda má systém NMP nuly či ne. Pro

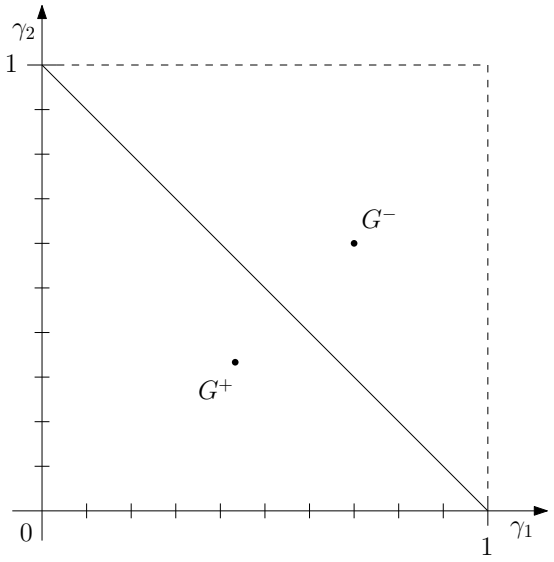
$$0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1 \tag{3.18}$$

je systém neminimálně fázový a pro

$$1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2 \tag{3.19}$$

je systém minimálně fázový.

Na obr. 3.2 je rovina $\gamma_1 - \gamma_2$ nastavení ventilů [4], kde G^- značí minimálně fázový systém a G^+ neminimálně fázový systém.



Obrázek 3.2: Oblasti minimálně a neminimálně fázového systému

3.3.2 Vybrané konfigurace systému

V souladu s nerovnicemi (3.19) a (3.18) byly pro MP a NMP systém zvoleny konstanty proporcionálních ventilů a vypočítány souřadnice pracovních bodů v ekvilibriu.

Tabulka 3.2: Pracovní body konfigurací systému

	$\mathbf{G}^-(s)$ – MP	$\mathbf{G}^+(s)$ – NMP
γ_1, γ_2	0.7, 0.6	0.43, 0.34
v_1^0, v_2^0	3.5, 3	3, 3.1456
h_1^0, h_2^0	15, 14.237	12.8, 13.5
h_3^0, h_4^0	1.634, 1.918	4.89, 5.087

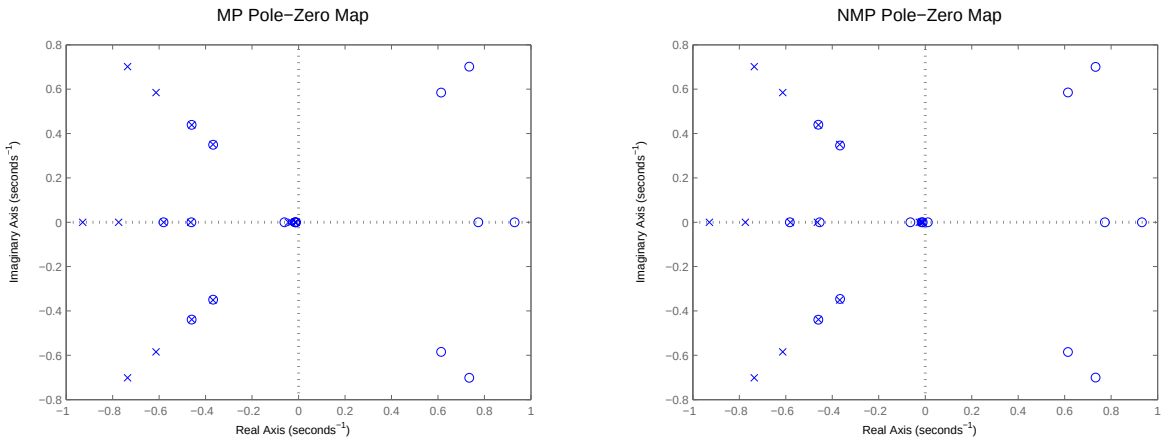
Přenosová matice minimálně fázového systému je dle vztahu (3.12)

$$\mathbf{G}^-(s) = \begin{bmatrix} \frac{5.7413\, e^{-5s}}{1+68.9645s} & \frac{3.3004\, e^{-8s}}{(1+68.9645s)(1+22.7618s)} \\ \frac{2.9859\, e^{-10s}}{(1+95.6456s)(1+35.1059s)} & \frac{6.0077\, e^{-6s}}{1+95.6456s} \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

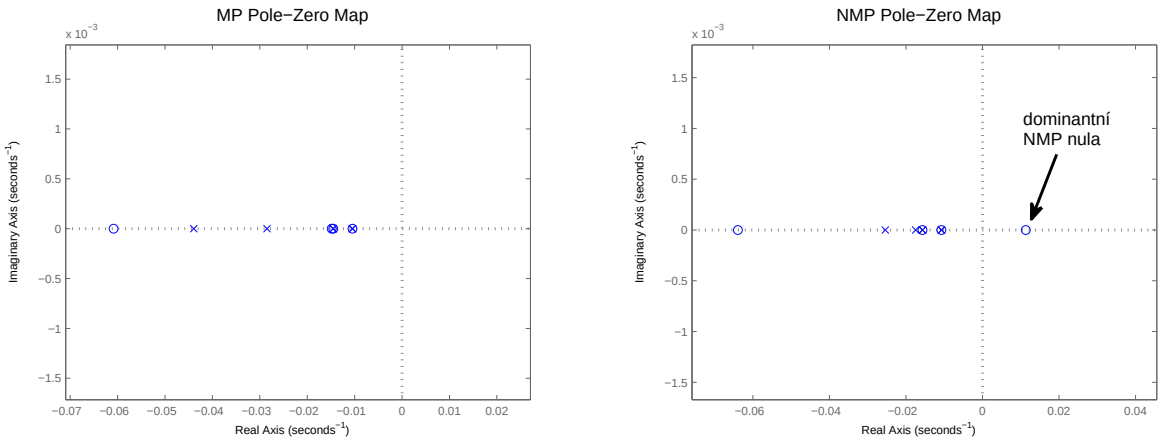
a neminimálně fázového systému

$$\mathbf{G}^+(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.2579\, e^{-5s}}{1+63.7067s} & \frac{5.0306\, e^{-8s}}{(1+63.7067s)(1+39.3763s)} \\ \frac{5.5245\, e^{-10s}}{(1+93.1371s)(1+57.1724s)} & \frac{3.3151\, e^{-6s}}{1+93.1371s} \end{bmatrix}. \tag{3.21}$$

Počet nul a pólů přenosových matic je sice nekonečný, ale pomocí Padého aproximace lze kvazipolynomy úspěšně aproximovat polynomy [6]. Nuly a póly Padého aproximace 3. řádu jsou zobrazeny na obr. 3.3 (zvětšené okolí počátku je na obr. 3.4), přesné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3.3, kde je dominantní NMP nula zvýrazněna šedou barvou.



Obrázek 3.3: Nuly a póly Padého aproximace 3. řádu



Obrázek 3.4: Výřez z okolí počátku obrázku 3.3

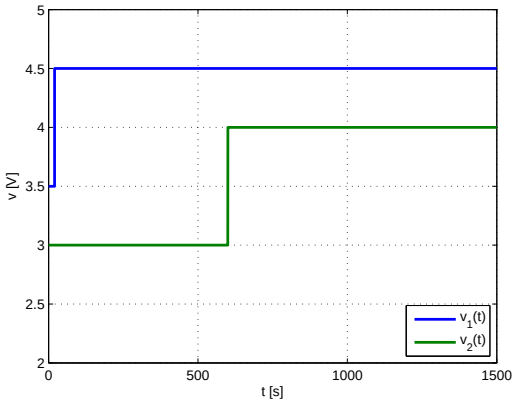
Tabulka 3.3: Nuly a póly aproximovaného systému

$\mathbf{P}_3^-(s) \approx \mathbf{G}^-(s)$		$\mathbf{P}_3^+(s) \approx \mathbf{G}^+(s)$	
nuly	**póly**	**nuly**	**póly**
-0.0105	-0.0105	-0.0107	-0.0107
-0.0145	-0.0105	$+0.0113$	-0.0107
-0.0148	-0.0145	-0.0157	-0.0157
-0.0608	-0.0145	-0.0639	-0.0157
-0.4612	-0.0285	-0.4545	-0.0175
$-0.3673 \pm 0.3493j$	-0.0439	$-0.3666 \pm 0.3460j$	-0.0254
-0.5812	-0.4644	-0.5826	-0.4644
$-0.4598 \pm 0.4390j$	$-0.3678 \pm 0.3509j$	$-0.4598 \pm 0.4398j$	$-0.3678 \pm 0.3509j$
$+0.7737$	-0.5805	$+0.7728$	-0.5805
$+0.6134 \pm 0.5849j$	$-0.4597 \pm 0.4386j$	$+0.6143 \pm 0.5851j$	$-0.4597 \pm 0.4386j$
$+0.9300$	-0.7741	$+0.9324$	-0.7741
$+0.7348 \pm 0.7014j$	$-0.6130 \pm 0.5848j$	$+0.7329 \pm 0.7007j$	$-0.6130 \pm 0.5848j$
–	-0.9289	–	-0.9289
–	$-0.7356 \pm 0.7018j$	–	$-0.7356 \pm 0.7018j$

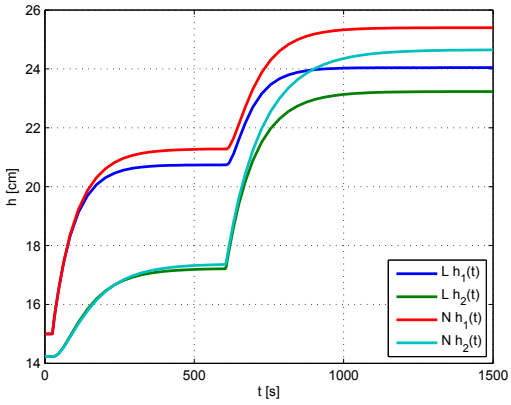
3.4 Srovnání odezev nelineárního a linearizovaného modelu

V předchozí sekci byly představeny dvě konfigurace vodárny, pro každou z nich zvolen pracovní bod a sestavena přenosová matice. Nyní bude ověřena platnost linearizovaného systému v okolí pracovního bodu porovnáním odezev se systémem nelineárním, odezvy by tedy měly být velice podobné.

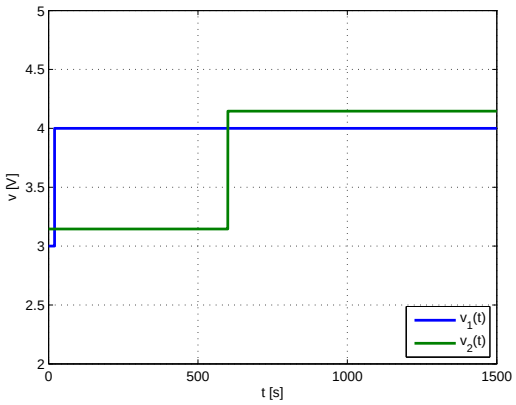
Odezvy na jednotkový skok vstupů (obr. 3.5) minimálně fázového systému z pracovního bodu jsou na obrázku 3.6. Neminimálně fázový systém je na obr. 3.7 a 3.8. Písmenem L v legendě je míněn linearizovaný systém, písmenem N nelineární systém.



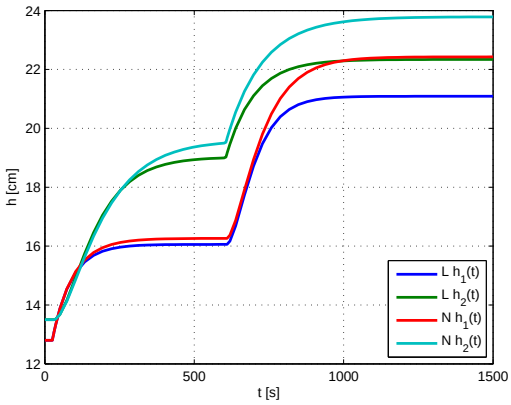
Obrázek 3.5: Jednotkové skoky vstupů



Obrázek 3.6: Odezvy lineariz. a nelin. systému



Obrázek 3.7: Jednotkové skoky vstupů



Obrázek 3.8: Odezvy lineariz. a nelin. systému

Na obr. 3.6 a 3.8 lze pozorovat, že odezvy linearizovaného a nelineárního systému jsou skutečně velmi podobné, nevzdálí-li se příliš od pracovního bodu.

Kapitola 4

Návrh řízení založený na Nyquistově analýze stability

V této kapitole bude představena návrhová metoda decentralizovaného PID regulátoru pro řízení čtyřválcové vodárny, která využívá Nyquistovy analýzy stability. Vzhledem k pomalé dynamice vodárny není nutné navrhovat plnou verzi PID regulátoru, neboť požadavkům řízení plně vyhovuje PI regulátor.

Tato metoda patří mezi metody frekvenční a vyznačuje se hned několika přednostmi [7]. Za prvé garantuje celkovou stabilitu zpětnovazebního systému a za druhé není omezena řádem systému ani přítomností dopravního zpoždění. Vyžaduje pouze frekvenční odezvu každého páru vstup-výstup. Metoda bude testována nejen na MP konfiguraci vodárny, pro kterou je ostatně až zbytečně pokročilá, ale zejména na NMP konfiguraci, kde se již velmi významně projevují systémové interakce.

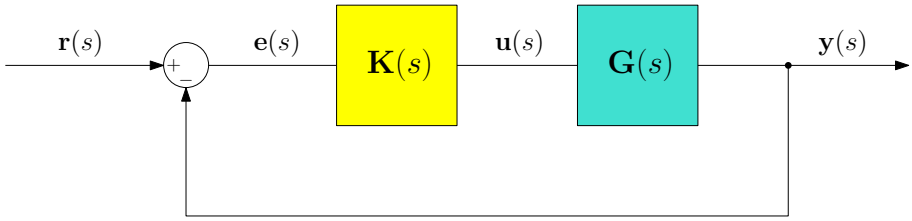
Proto je nejprve nutné zjistit oblast stability celkového systému, a poté vhodnou metodou vybrat parametry pro každý PI regulátor. Následně bude ukázána metoda, která kromě zajištění celkové stability umožňuje specifikovat chování systému pomocí ladicího faktoru.

4.1 Zobecněné Nyquistovo kritérium stability pro MIMO systémy

Zobecněné Nyquistovo kritérium stability lze obecně použít pro systém s n vstupy, n výstupy a přenosovou maticí $\mathbf{G}(s)$, který je zpětnovazebně řízen decentralizovaným PI regu-

látorem $\mathbf{K}(s)$. Matici $\mathbf{G}(s)$ je nejprve nutné uspořádat tak, aby na hlavní diagonále byly umístěny přenosy párů vstup-výstup, které lze získat např. pomocí matice relativních zesílení (RGA).

Schéma zpětnovazebního systému $\mathbf{T}(s)$ je na obr. 4.1,



Obrázek 4.1: Schéma zapojení s decentralizovaným regulátorem

kde

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & \dots & g_{nn}(s) \end{bmatrix}, \tag{4.1}$$

a matice decentralizovaného PI regulátoru je

$$\mathbf{K}(s) = \operatorname{diag}\left[k_1(s), \dots, k_n(s)\right] = \begin{bmatrix} k_1(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & k_n(s) \end{bmatrix}, \tag{4.2}$$

kde jednotlivé PI regulátory mají přenos

$$k_l(s) = \frac{k_{pl}s + k_{il}}{s}, \quad l = 1, \dots, n. \tag{4.3}$$

Laplaceovy obrazy na obr. 4.1 představují v časové doméně následující vektory signálů:

- $\mathbf{r}(t)$ - reference,
- $\mathbf{e}(t)$ - regulační odchylka, tj. $\mathbf{e}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{y}(t)$,
- $\mathbf{u}(t)$ - akční zásah,
- $\mathbf{y}(t)$ - výstup systému.

Matice přenosů zpětnovazebního systému $\mathbf{T}(s)$ je definována jako přenos z reference na výstup, tedy

$$\mathbf{y}(s) = \underbrace{\mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\left[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)\right]^{-1}}_{\mathbf{T}(s)}\mathbf{r}(s), \tag{4.4}$$

kde $\mathbf{I}$ značí jednotkovou matici.

Diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ obsahuje pouze přenosy z hlavní diagonály systému $\mathbf{T}(s)$

$$\tilde{\mathbf{T}}(s) = \operatorname{diag}\left[\frac{g_{ll}(s)k_l(s)}{1 + g_{ll}(s)k_l(s)}\right], \quad l = 1, \ldots, n, \tag{4.5}$$

podobně

$$\tilde{\mathbf{G}}(s) = \operatorname{diag}\left[g_{11}(s), \ldots, g_{nn}(s)\right]. \tag{4.6}$$

Věta 4.1 ([7]): *Předpokládejme, že $\mathbf{G}(s)$ a $\tilde{\mathbf{G}}(s)$ mají stejný počet pólů v pravé polorovině a že $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ je stabilní. Pak přenos uzavřené smyčky $\mathbf{T}(s)$ je stabilní, pokud*

$$|1 + g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)| > \sum_{r=1, r\neq l}^{n} |g_{rl}(j\omega)k_l(j\omega)| \quad \forall l, \omega. \tag{4.7}$$

Nerovnice (4.7) představuje kritérium sloupcové diagonální dominance a lze ji interpretovat tak [7, 1], že zpětnovazební systém $\mathbf{T}(s)$ je stabilní, pokud je jeho diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ stabilní a zároveň Nyquistovy křivky otevřené smyčky $g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)$ se superponovanými kružnicemi o poloměru

$$\sum_{r=1, r\neq l}^{n} |g_{rl}(j\omega)k_l(j\omega)| \tag{4.8}$$

neobkrouží v komplexní rovině kritický bod $-1 + 0j$. Kružnice o poloměru (4.8) se nazývají Gershgorinovy kružnice a představují velikosti systémových interakcí.

4.2 Návrh decentralizovaného PI regulátoru

Nyní bude ukázána metoda návrhu decentralizovaného PI regulátoru pro model čtyřválcové vodárny využívající poznatků z předchozí části (Věty 4.1).

4.2.1 Oblast stability diagonálního subsystému

Jedním z předpokladů Věty 4.1 je stabilita diagonálního subsystému $\tilde{\mathbf{T}}(s)$. Pro určení oblasti stability, kterou označíme jako M_{dl}, použijeme Nyquistovo kritérium, neboť se jedná o stabilizaci n SISO systémů $g_{ll}(s)$ n regulátory $k_l(s)$. Tedy Nyquistova křivka otevřené smyčky $g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)$ nesmí v komplexní rovině obkroužit bod $-1+0j$.

Parametrický popis hranice oblasti stability diagonálního subsystému M_{dl} dostaneme dle [1] postupnou úpravou rovnice

$$\tilde{\mathbf{G}}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega) = -\mathbf{I}, \quad \forall\omega, \tag{4.9}$$

tedy

$$g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega) = -1, \quad \forall l, \omega. \tag{4.10}$$

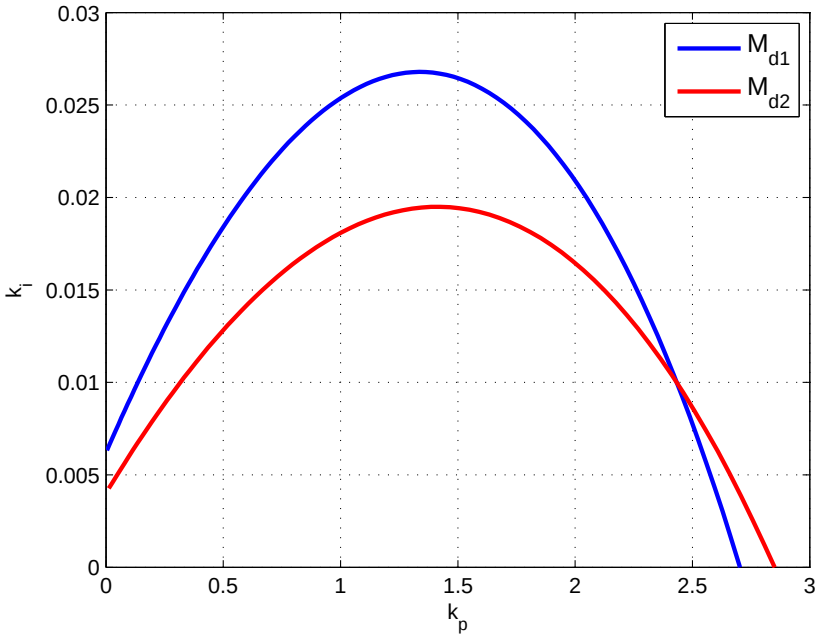
Rovnici (4.10) dále upravíme do tvaru

$$(a_{ll}(\omega) + jb_{ll}(\omega))\left(\frac{k_{il} + j\omega kpl}{j\omega}\right) = -1, \quad \forall l, \omega, \tag{4.11}$$

kde $a_{ll}(\omega) = \Re\{g_{ll}(j\omega)\}$ a $b_{ll}(\omega) = \Im\{g_{ll}(j\omega)\}$. Navíc zavedeme označení pro modul frekvenčního přenosu $r_{ll}(\omega) = |g_{ll}(j\omega)|$. Řešením rovnice (4.11) je dle [7, 1]

$$\begin{aligned} k_{pl} &= -\frac{a_{ll}(\omega)}{r_{ll}^2(\omega)}, \\ k_{il} &= -\omega\frac{b_{ll}(\omega)}{r_{ll}^2(\omega)}. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Hranici oblasti M_{dl} parametrů PI regulátoru, pro kterou je diagonální subsystém $\tilde{\mathbf{T}}(s)$ stabilní, lze získat pro $0 \leq \omega < \infty$. Příklad takovéto oblasti, která byla vypočítána pomocí funkce `calc_freq_diag.m`, je na obr. 4.2.



Obrázek 4.2: Hranice oblasti stability M_{d1} a M_{d2} pro $\tilde{\mathbf{T}}(s)$

4.2.2 Oblast stability celkového systému

Kritérium sloupcové diagonální dominance (4.7) lze pomocí vztahů (4.3) a $g_{ll}(j\omega) = a_{ll}(\omega) + jb_{ll}(\omega)$ po sérii algebraických úprav získat ve tvaru

$$k_{pl}^2\left(r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)\right) + k_{il}^2\frac{r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)}{\omega^2} + 2\left(k_{pl}a_{ll}(\omega) + k_{il}\frac{b_{ll}(\omega)}{\omega}\right) + 1 > 0, \quad \forall l, \omega, \tag{4.13}$$

kde

$$R_l(\omega) = \sum_{r=1, r\neq l}^{n} \left|g_{rl}(j\omega)\right|. \tag{4.14}$$

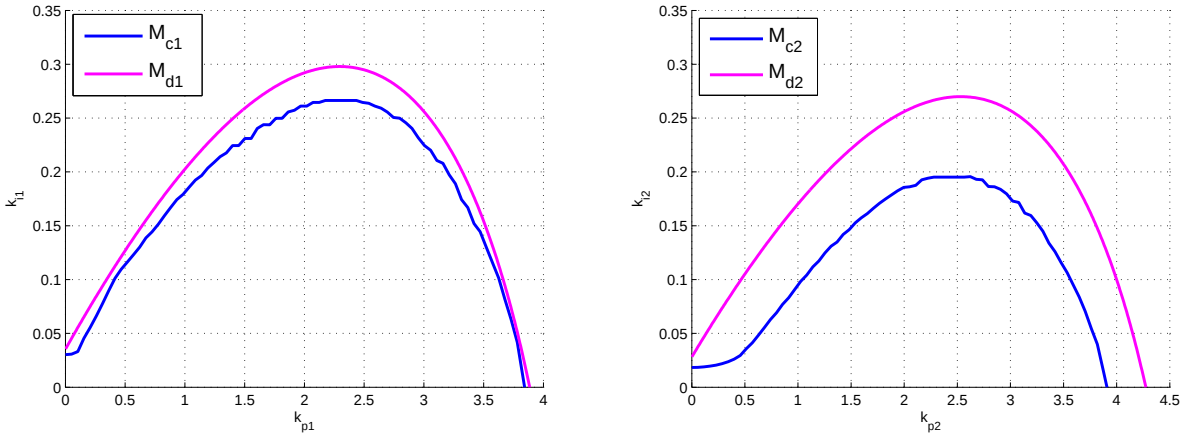
Oblast stability celého systému M_{cl} pro l-tý PI regulátor dostaneme splněním nerovnice (4.13) pro $0 \leq \omega < \infty$.

Finální oblast zajišťující stabilitu celkového systému získáme podle [7, 1] jako

$$M_l = M_{dl} \bigcap M_{cl}. \tag{4.15}$$

Výsledná oblast stability byla vypočítána pomocí funkce `controllers_region.m`, kde je nerovnice (4.13) řešena tak, že jsou postupně voleny hodnoty k_{pl} z intervalu, pro které je diagonální subsystém stabilní. Pro vypočtené hodnoty k_{il} je poté testována platnost ne-

rovnice (4.13) pro všechny frekvence. Ukázka výsledné oblasti stability celkového systému je na obr. 4.3 pod modrými křivkami.



Obrázek 4.3: Výsledné oblasti stability celého systému

4.2.3 Výběr parametrů PI regulátoru

Ze vztahu 4.15 jsme sice získali oblast parametrů, pro které je celkový systém $\mathbf{T}(s)$ stabilní, nicméně zůstává otázkou, kterou dvojici parametrů (k_{pl}, k_{il}) a podle jakého kritéria z celé oblasti vybrat.

Jednou z možných metod je metoda použitá v [1, 3]. Uvažujme hodnoty parametru k_{il} jako funkci proměnné k_{pl}, tedy $k_{il} = f(k_{pl})$. Pak tato metoda vybere hodnoty parametrů

$$\begin{aligned} k_{pl}^* &= \arg\max_{k_{pl}} f(k_{pl}), \\ k_{il}^* &= \max_{k_{pl}} f(k_{pl}). \end{aligned} \tag{4.16}$$

Tato metoda tedy vybere maximimální hodnotu k_{il} a jí příslušnou hodnotu k_{pl}, což poskytuje velmi dobré výsledky při řízení [1, 3]. Další metoda výběru parametrů např. vychází z návrhu PI regulátoru metodou Zieglera-Nicholse [1], kterou se ale zabývat nebudeme.

Použijeme metodu, která vychází z výběru (4.16), pouze bude mírně modifikována. Uvažujme případ, kdy $f(k_{pl})$ bude na svém celém definičním oboru $\langle 0, k_{plmax}\rangle$ nerostoucí či dokonce klesající funkcí. Pak by bylo nanejvýš nevhodné, pokud by výběr proběhl striktně podle (4.16), neboť by byla pravděpodobně vybrána dvojice $(0, k_{ilmax})$, tedy

s nulovou proporcionální složkou PI regulátoru. V tomto případě provedeme výběr následujícím způsobem.

Jestliže je $f(k_{pl})$ na celém $\langle 0, k_{plmax}\rangle$ nerostoucí, potom

$$\begin{aligned} k_{pl}^* &= \arg\max_{k_{pl}} \left(k_{pl} \cdot f(k_{pl})\right), \\ k_{il}^* &= \frac{1}{k_{pl}^*} \max_{k_{pl}} \left(k_{pl} \cdot f(k_{pl})\right). \end{aligned} \tag{4.17}$$

Tedy je vybrána taková dvojice (k_{pl}^*, k_{il}^*), pro kterou je jejich součin maximální ze všech dvojic. Výběr dvojice realizuje funkce `selecting_kp_ki.m`.

4.3 Návrh PI regulátoru pomocí ladicího faktoru

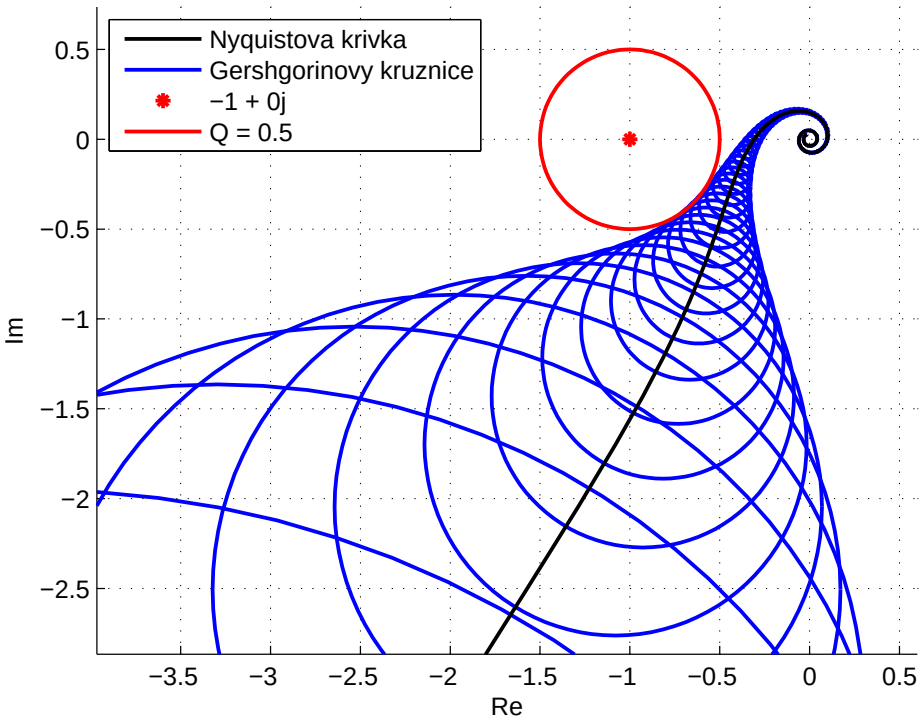
V předchozí části bylo ukázáno, jak najít oblast parametrů PI regulátoru zajišťující celkovou stabilitu systému. Podmínkou bylo, aby Gershgorinovy kružnice superponované na Nyquistovu křivku neobkroužily v komplexní rovině bod $-1 + 0j$. Nyní bude tato podmínka upravena tak, aby Gershgorinovy kružnice neobkroužily kružnici o poloměru Q se středem v bodě $-1 + 0j$. Volbou velikosti poloměru Q lze tedy specifikovat požadavky řízení. Kritérium sloupcové diagonální dominance (4.7) je nyní ve tvaru

$$|1 + g_{ll}(j\omega)k_l(j\omega)| - Q > \sum_{r=1, r\neq l}^{n} |g_{rl}(j\omega)k_l(j\omega)| \quad \forall l, \omega. \tag{4.18}$$

Nerovnici (4.18) lze po sérii algebraických úprav převést do tvaru [3]

$$\begin{aligned} &k_{pl}^2 \left(r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)\right) + k_{il}^2 \frac{r_{ll}^2(\omega) - R_l^2(\omega)}{\omega^2} + 2\left(k_{pl} a_{ll}(\omega) + k_{il}\frac{b_{ll}(\omega)}{\omega}\right) \\ &+ 1 - 2QR_l(\omega)\sqrt{k_{pl}^2 + \frac{k_{il}^2}{\omega^2}} - Q^2 > 0, \quad \forall l, \omega. \end{aligned} \tag{4.19}$$

Jako zpětnou kontrolu správnosti výpočtu a návrhu si lze nechat vykreslit Gershgorinovy kružnice pomocí funkce `gersh_band.m`, příklad je na obr. 4.4.



Obrázek 4.4: Nyquistova křivka se superponovanými Gershgorinovými kružnicemi

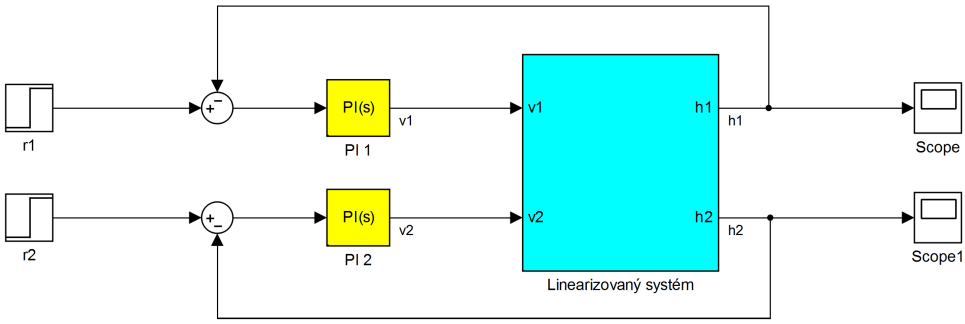
Nyní bude tato metoda aplikována při návrhu decentralizovaného PI regulátoru pro dvě různé konfigurace čtyřválcové vodárny, a to s minimální a neminimální fází.

4.3.1 Minimálně fázový systém

Nejprve je nutné uspořádat matici přenosů $\mathbf{G}^{-}(s)$ tak, aby na hlavní diagonále byly nejvhodnější páry vstup-výstup pro řízení regulační smyčky. Páry určíme pomocí matice RGA pro ustálený stav [1], tedy $s = 0$.

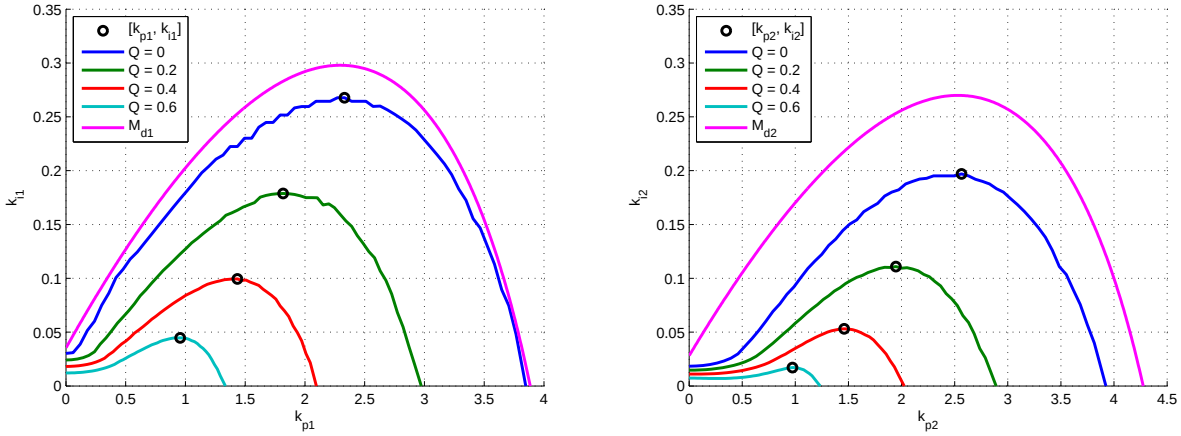
$$RGA^{-} = \mathbf{G}^{-}(0) \times \mathbf{G}^{-}(0)^{-\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1.4 & -0.4 \\ -0.4 & 1.4 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Z matice (4.20) vyplývá podle (2.11), že nejvhodnějšími páry budou $(u_1 - y_1)$ a $(u_2 - y_2)$. Simulinkové schéma zapojení decentralizovaného PI regulátoru je na obr. 4.5.



Obrázek 4.5: Simulinkové schéma zapojení pro řízení MP systému

Vypočítané oblasti stability pro různé poloměry Q jsou na obr. 4.6, kde PI regulátor 1 reguluje pár $(u_1 - y_1)$ a PI regulátor 2 pár $(u_2 - y_2)$. Vybrané hodnoty parametrů PI regulátoru podle (4.16) a (4.17) jsou označeny černým kroužkem.



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

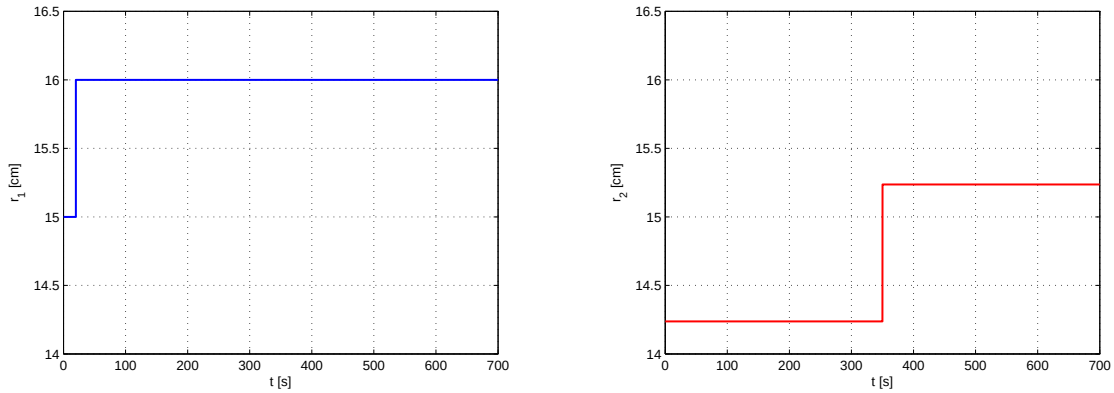
Obrázek 4.6: Oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q

Přesné hodnoty vybraných parametrů (k_{pl}, k_{il}) jsou uvedeny v tabulce 4.1.

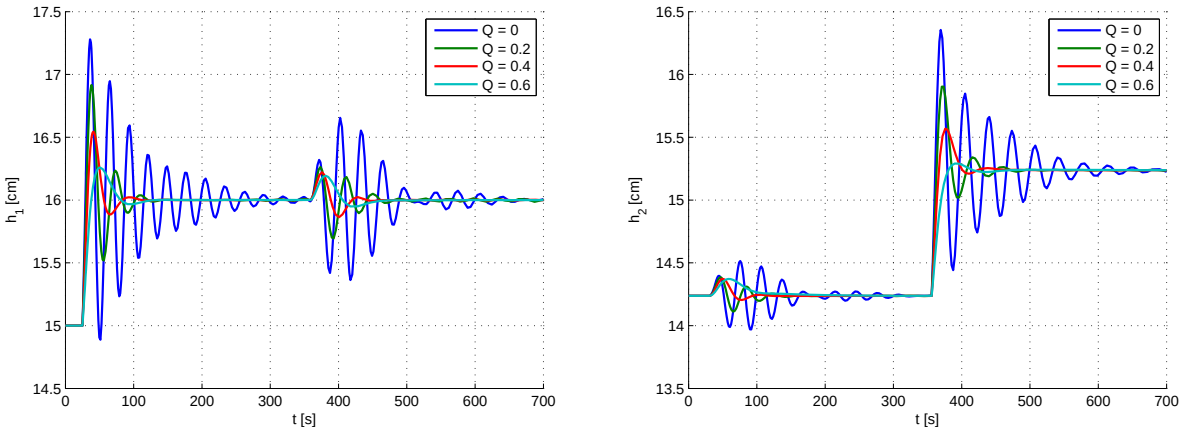
Tabulka 4.1: Parametry PI regulátorů pro různé poloměry Q

Q	k_{p1}	k_{i1}	k_{p2}	k_{i2}
0	2.3312	0.2677	2.5646	0.1969
0.2	1.8171	0.1788	1.9466	0.1109
0.4	1.4346	0.0994	1.4599	0.0531
0.6	0.9564	0.0447	0.9733	0.0171

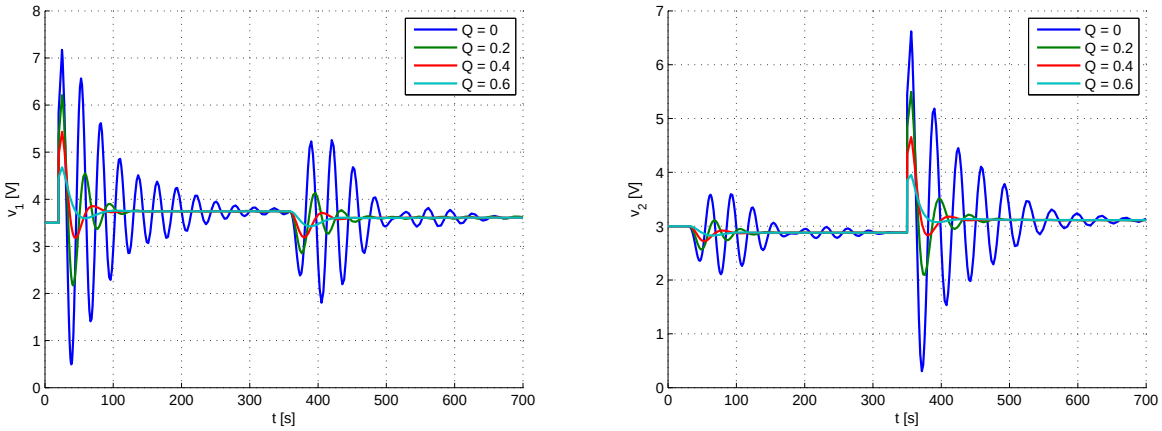
Odezvy na jednotkový skok reference z pracovního bodu, viz obr. 4.7, pro vypočtené PI regulátory jsou na obr. 4.8. Na obrázku 4.9 jsou vykresleny akční zásahy.



Obrázek 4.7: Referenční hodnoty r_1 a r_2



Obrázek 4.8: Odezvy MP systému na skok reference v závislosti na parametru Q



Obrázek 4.9: Akční zásahy v závislosti na parametru Q

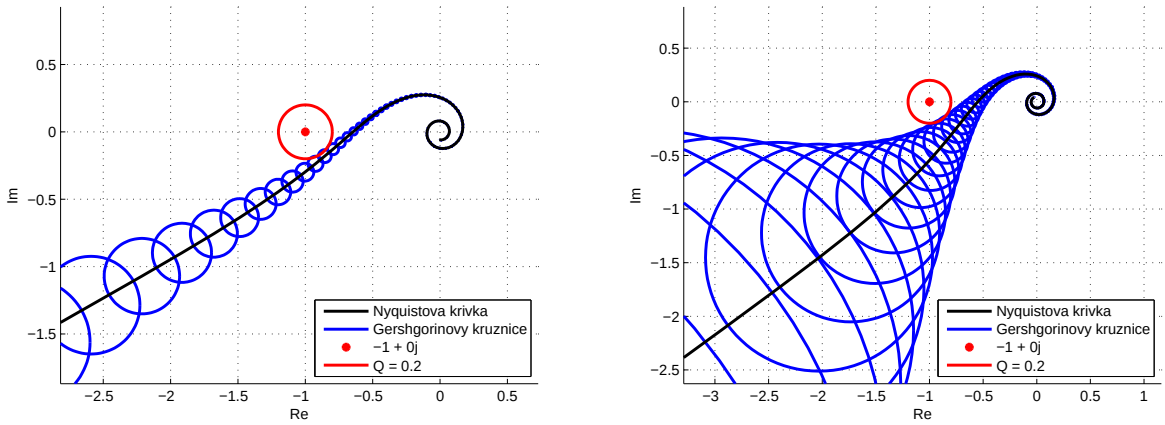
V tabulce 4.2 jsou uvedeny procentuální překmity OS_l a doby ustálení T_{sl} v závislosti na parametru Q.

Tabulka 4.2: Překmity a doby ustálení regulovaných veličin

	h_1		h_2	
Q	OS_1 [%]	T_{s1} [s]	OS_2 [%]	T_{s2} [s]
0	127.98	331	111.78	303
0.2	91.5	96	66.6	114
0.4	54.32	78	33.1	65
0.6	25.45	87	5.3	58

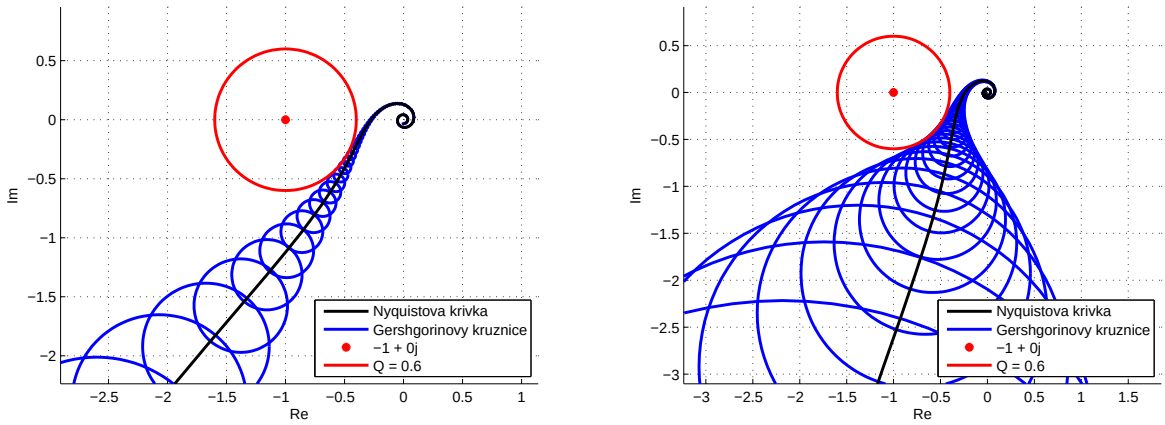
Z obrázku 4.8 a tabulky 4.2 lze vyvodit, že pro nižší hodnoty parametru Q je regulátor příliš agresivní a dochází k velkému překmitu a době ustálení. Naopak např. pro hodnotu $Q = 0.6$ je řízení systému již velmi přijatelné, neboť dochází jen k malému překmitu žádané hodnoty a ustálení probíhá také vcelku rychle.

Pro kontrolu návrhu a stability celého systému jsou na obrázcích 4.10 a 4.11 vykresleny Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.2$ a pro $Q = 0.6$.



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

Obrázek 4.10: Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.2$



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

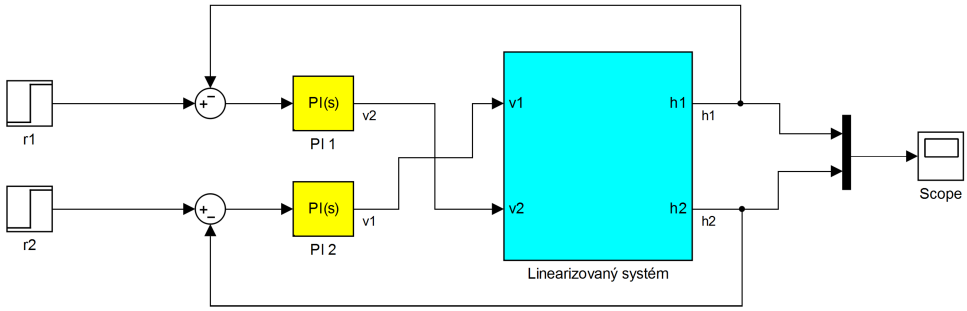
Obrázek 4.11: Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.6$

4.3.2 Neminimálně fázový systém

Tato konfigurace vodárny s jednou dominantní NMP nulou je pro řízení mnohem obtížnější, neboť zde již probíhají velké systémové interakce, a tudíž jsou také oblasti stability mnohem menší než u MP systému. Nejprve je opět nutné určit nejvhodnější páry (vstup-výstup) [7] pomocí matice RGA pro ustálený stav ($s = 0$).

$$RGA^{+} = \mathbf{G}^{+}(0) \times \mathbf{G}^{+}(0)^{-\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -0.6357 & 1.6357 \\ 1.6357 & -0.6357 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Z matice (4.21) a (2.11) vyplývá narozdíl od MP systému, že nejvhodnějšími páry budou $(u_2 - y_1)$ a $(u_1 - y_2)$. Proto musí být akční zásahy v simulinkovém schématu na obr. 4.12 vedeny křižně.

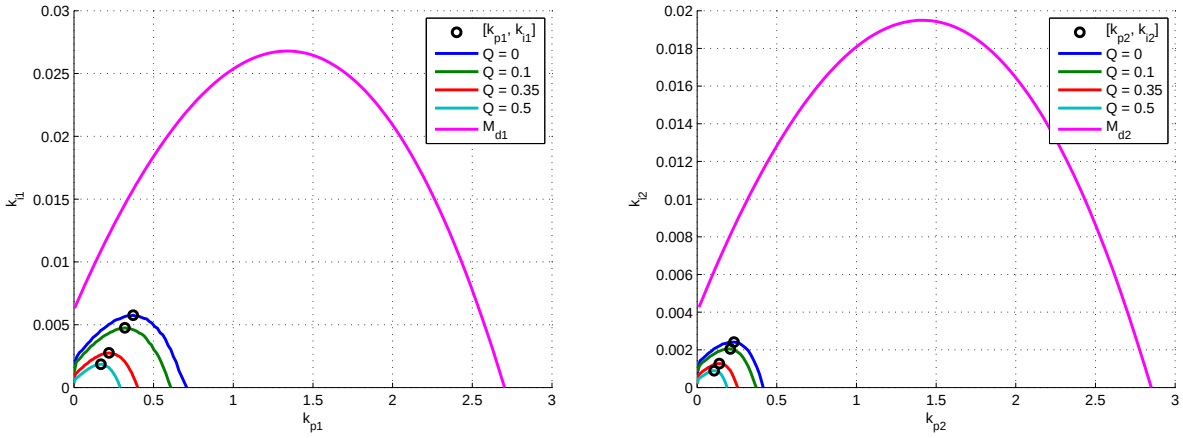


Obrázek 4.12: Simulinkové schéma zapojení pro řízení NMP systému

Zároveň musí být přenosová matice $\mathbf{G}^+(s)$ upravena pro další výpočty podle nalezeného párování do tvaru

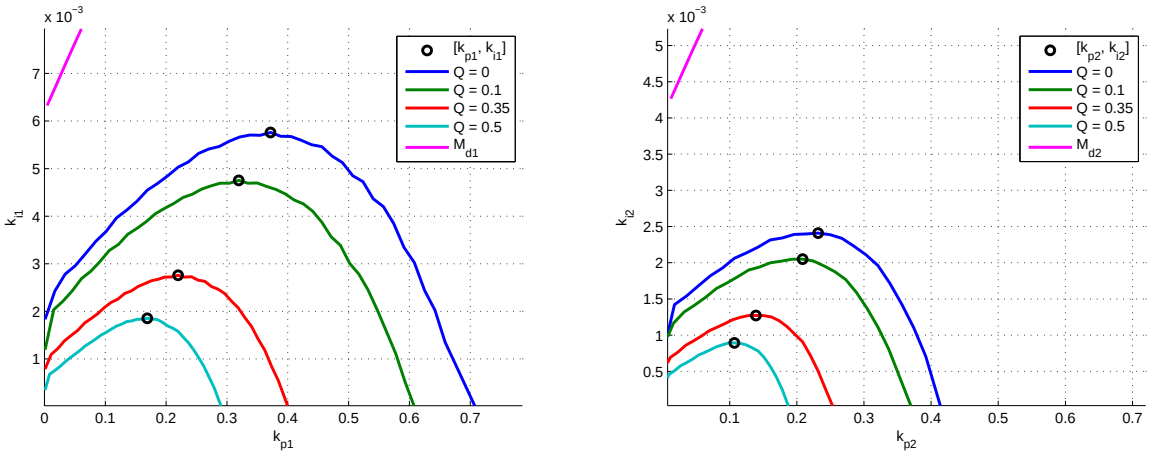
$$\mathbf{G}_*^+(s) = \begin{bmatrix} g_{12}^+(s) & g_{11}^+(s) \\ g_{22}^+(s) & g_{21}^+(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5.0306\, e^{-8s}}{(1+63.7067s)(1+39.3763s)} & \frac{3.2579\, e^{-5s}}{1+63.7067s} \\ \frac{3.3151\, e^{-6s}}{1+93.1371s} & \frac{5.5245\, e^{-10s}}{(1+93.1371s)(1+57.1724s)} \end{bmatrix}. \qquad (4.22)$$

Vypočítané oblasti stability pro zvolené poloměry Q jsou na obr. 4.13, vybrané hodnoty parametrů PI regulátoru podle (4.16) a (4.17) jsou opět označeny černým kroužkem, zvětšené výřezy oblasti stability jsou na obr. 4.14.



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

Obrázek 4.13: Oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q



(a) PI reg. 1

(b) PI reg. 2

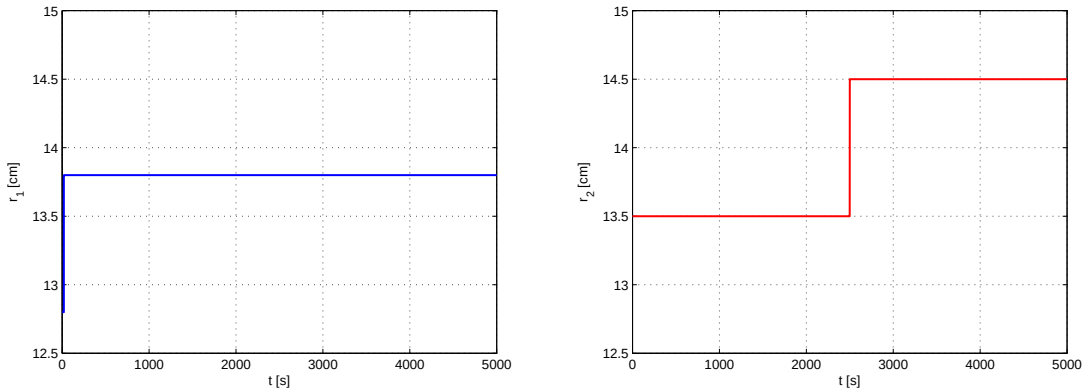
Obrázek 4.14: Výřez oblasti stabilních parametrů v závislosti na faktoru Q

V tabulce 4.3 jsou opět uvedeny přesné hodnoty vybraných parametrů (k_{pl}, k_{il}).

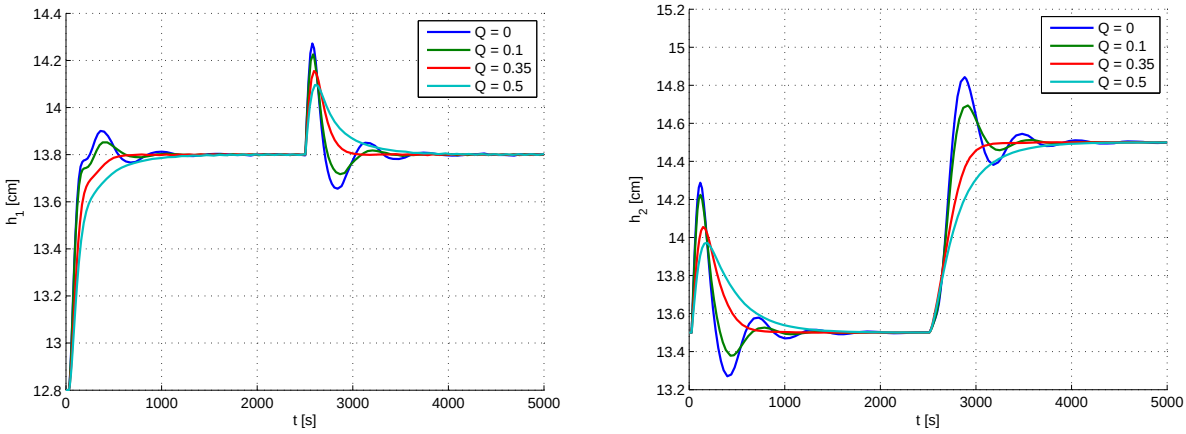
Tabulka 4.3: Parametry PI regulátorů pro různé poloměry Q

Q	k_{p1}	k_{i1}	k_{p2}	k_{i2}
0	0.3716	0.0058	0.2317	0.0024
0.1	0.3193	0.0048	0.2085	0.0020
0.35	0.2196	0.0028	0.1390	0.0013
0.5	0.1689	0.0019	0.1069	0.0009

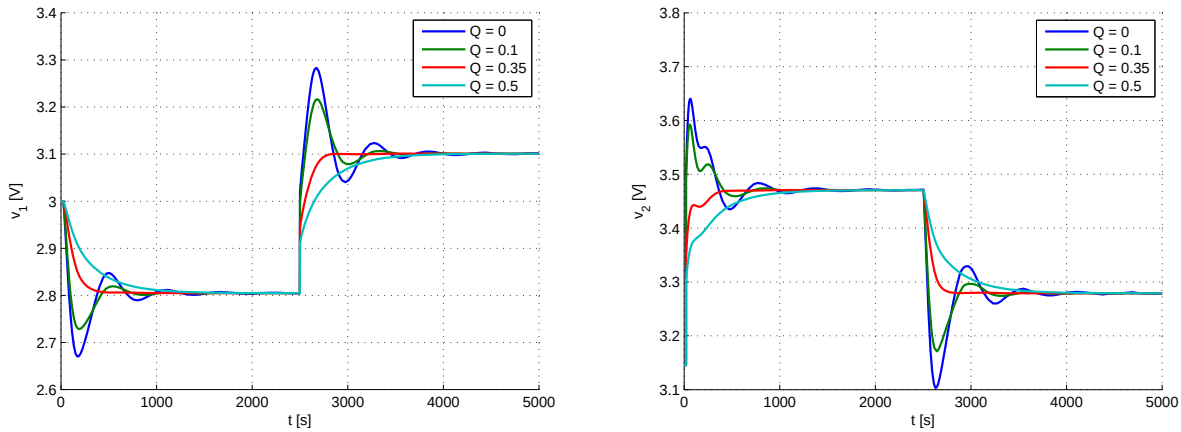
Na obr. 4.16 jsou vykresleny odezvy na jednotkový skok reference z pracovního bodu (obr. 4.15) v závislosti na faktoru Q. Akční zásahy jsou vykresleny na obrázku 4.17.



Obrázek 4.15: Referenční hodnoty r_1 a r_2



Obrázek 4.16: Odezvy NMP systému na skok reference v závislosti na parametru Q



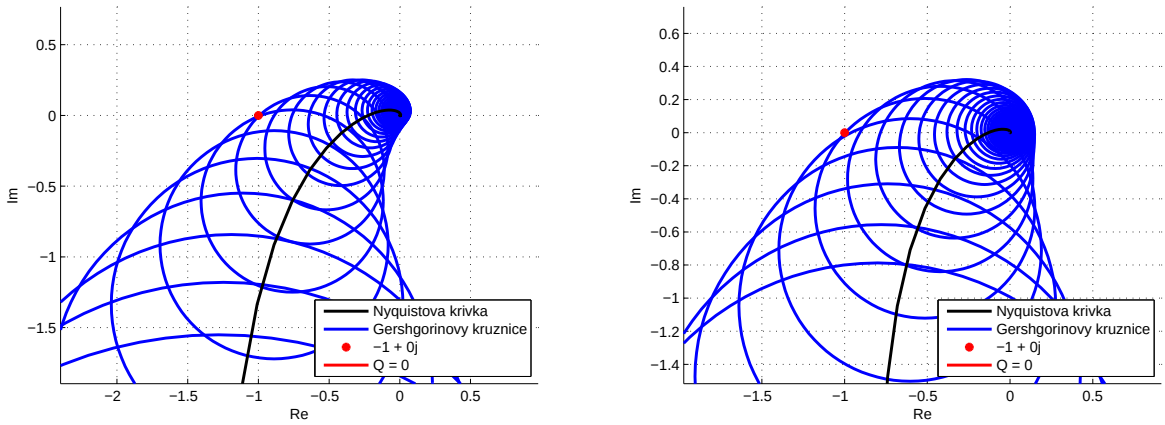
Obrázek 4.17: Akční zásahy v závislosti na parametru Q

Tabulka 4.4: Překmity a doby ustálení regulovaných veličin

	h_1		h_2	
Q	OS_1 [%]	T_{s1} [s]	OS_2 [%]	T_{s2} [s]
0	8.93	799	33.82	1044
0.1	5.27	605	19.17	824
0.35	0	452	0	581
0.5	0	1122	0	1210

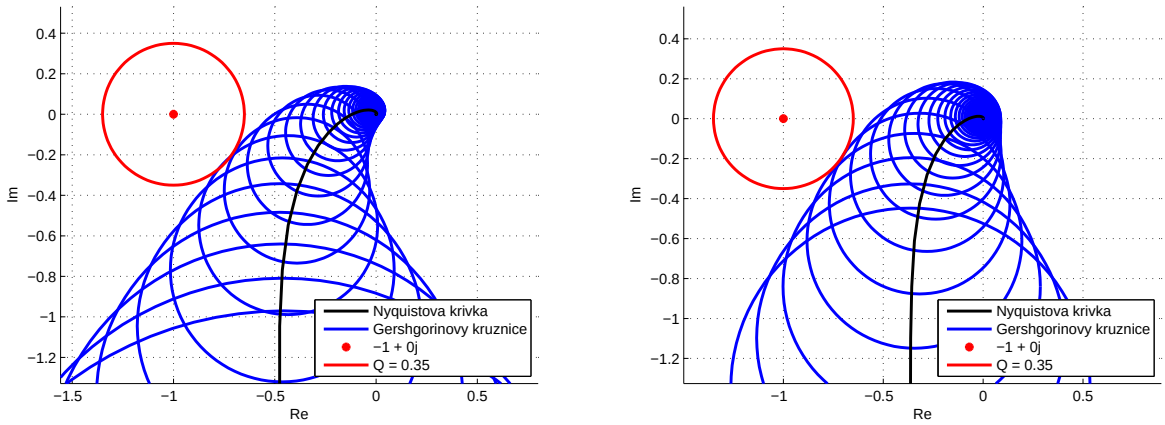
Z tabulky 4.4 lze snadno vypozorovat, že doby ustálení jsou o mnoho delší než u MP konfigurace vodárny. To samozřejmě není překvapující, neboť již na obr. 4.13 je vidět, jak malé jsou oblasti stability parametrů PI regulátorů. Nelze tedy nasadit tak rychlé regulátory jako u MP konfigurace, neboť by došlo k destabilizaci celého systému. Z tabulky 4.4 také plyne, že nejlepší výsledky poskytoval PI regulátor navržený pro ladicí faktor $Q = 0.35$.

Na obrázcích 4.18 a 4.19 jsou pro ověření návrhu a stability celého systému vykresleny Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0$ a pro $Q = 0.35$.



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

Obrázek 4.18: Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0$



(a) PI reg. 1 (b) PI reg. 2

Obrázek 4.19: Gershgorinovy kružnice pro $Q = 0.35$

4.4 Shrnutí dosažených výsledků

V této kapitole byla úspěšně otestována metoda návrhu založená na Nyquistově analýze stability na dvou různých konfiguracích modelu čtyřválcové vodárny. Výběr parametrů PI regulátoru byl proveden pomocí maxima citlivostní funkce a metoda byla dále rozšířena o ladicí faktor, pomocí něhož lze lépe naplnit požadavky regulace.

Z výsledků regulace pro různé faktory Q vyplývá, že s jeho zvyšující se hodnotou se přirozeně zmenšují oblasti stabilních parametrů PI regulátoru a systém je regulován méně agresivněji, tj. pouze s malým překmitem žádané hodnoty a samozřejmě o to pomalejší dobou náběhu.

Kapitola 5

Porovnání výsledků s návrhem pomocí RGA

V kapitole 4 byla představena a použita metoda návrhu decentralizovaného PI regulátoru s využitím Nyquistova kritéria stability. Cílem této kapitoly je porovnat dosažené výsledky s jinou standardně používanou metodou. K tomuto účelu byla vybrána hojně používaná metoda návrhu pomocí matice relativních zesílení RGA (Relative Gain Array) s následným využitím metody umístění pólů.

5.1 Porovnání výsledků pro MP systém

Z matice RGA pro MP systém (4.20) vyplývají jako nejvhodnější páry pro řízení $(u_1 - y_1)$ a $(u_2 - y_2)$. Schéma zapojení regulátorů a soustavy je shodné jako na obr. 4.5. Pro přenosy

$$\begin{aligned} g_{11}(s) &= \frac{0.08325}{s + 0.0145}, \\ g_{22}(s) &= \frac{0.06281}{s + 0.01046}, \end{aligned} \tag{5.1}$$

bude použita SISO metoda návrhu pomocí umístění pólů charakteristického polynomu uzavřené smyčky s tím, že neuvažujeme dopravní zpoždění systému.

5.1.1 Návrh metodou umístění pólů

Přenosy (5.1) jsou prvního řádu a lze je psát v obecném tvaru

$$g_{ll}(s) = \frac{K}{s+p} = \frac{b(s)}{a(s)}\,. \tag{5.2}$$

Pro řízení použijeme opět PI regulátory, jejichž přenos je ve tvaru

$$k_l(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = \frac{q(s)}{p(s)}\,. \tag{5.3}$$

Charakteristický polynom uzavřené smyčky je roven levé straně rovnice

$$a(s)p(s) + b(s)q(s) = c(s), \tag{5.4}$$

kde polynom $c(s)$ na pravé straně je char. polynom 2. stupně, který požadujeme.

$$c(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \tag{5.5}$$

Poměrné tlumení ζ a přirozená frekvence ω_n jsou rovny

$$\zeta = -\frac{\ln(OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(OS/100)}}\,, \quad \omega_n \doteq \frac{4}{\zeta T_s}\,. \tag{5.6}$$

Ve vztazích (5.6) představuje $OS\,[\%]$ procentuální překmit a $T_s\,[\mathrm{s}]$ dobu ustálení. Vztahy (5.2), (5.3) a (5.5) dosadíme do rovnice (5.4)

$$s^2 + (p + Kk_p)s + Kk_i = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \tag{5.7}$$

a porovnáním koeficientů u příslušných mocnin obdržíme parametry PI regulátoru

$$k_p = \frac{2\zeta\omega_n - p}{K}\,, \quad k_i = \frac{\omega_n^2}{K}\,. \tag{5.8}$$

Pro zvolené hodnoty $OS_1 = OS_2 = 3\,\%$, $T_{s1} = 80\,\mathrm{s}$ a $T_{s2} = 130\,\mathrm{s}$ jsou v tabulce 5.1 uvedeny vypočtené konstanty PI regulátorů.

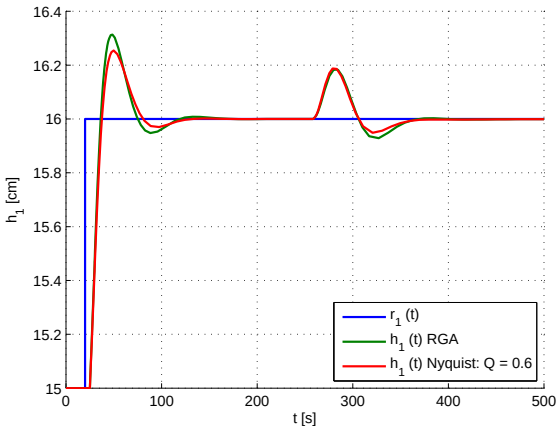
Tabulka 5.1: Konstanty PI regulátorů pro MP systém

regulátor	k_p	k_i
k_1	1.027	0.054
k_2	0.813	0.027

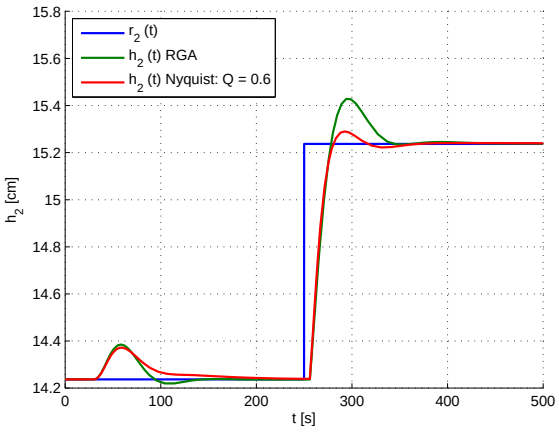
Vypočtené PI regulátory byly otestovány při simulaci na skokové změny reference. Zároveň byly výsledky porovnány s regulátory navrženými pomocí Nyquistovy analýzy

stability v předchozí kapitole. Vybrán byl regulátor s nejlepšími výsledky, tedy navržený pro ladicí faktor $Q = 0.6$.

Porovnání simulačních výsledků realizuje skript `confront_Nyq_RGA.m`. Srovnání průběhů regulovaných veličin je na obr. 5.1, na obr. 5.2 je srovnání akčních zásahů. V tabulce 5.2 je poté porovnání překmitu a doby ustálení mezi oběma návrhovými metodami.

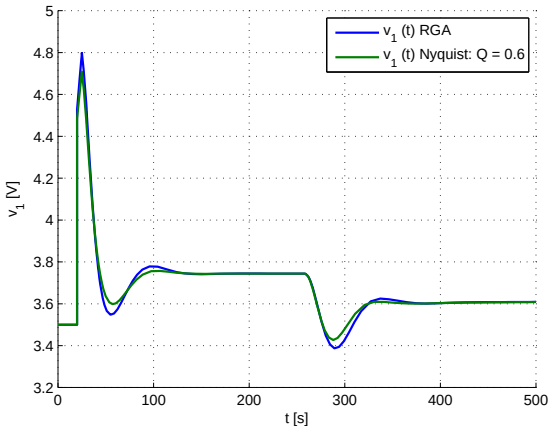


(a) Řízení výšky hladiny h_1

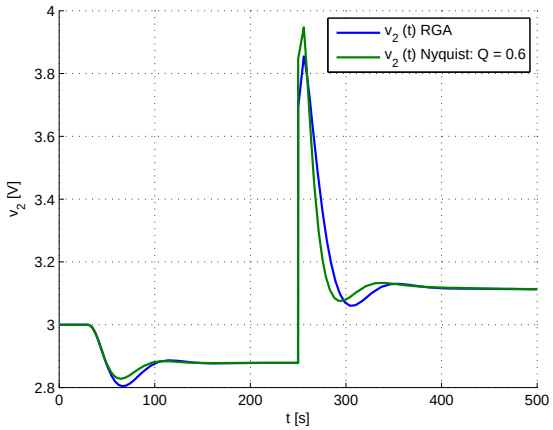


(b) Řízení výšky hladiny h_2

Obrázek 5.1: Porovnání regulace různě navrženými regulátory



(a) Akční zásahy čerpadla 1



(b) Akční zásahy čerpadla 2

Obrázek 5.2: Porovnání akčních zásahů různě navržených regulátorů

Tabulka 5.2: Srovnání různých metod návrhu regulátoru pro MP systém

	h_1		h_2	
metoda	OS_1 [%]	T_{s1} [s]	OS_2 [%]	T_{s2} [s]
Nyquist	25.45	87	5.3	58
RGA	31.3	88	19.1	84

Ze srovnání vyplývá, že výsledky obou metod jsou velice podobné, nicméně mírně lepších výsledků dosáhla metoda založená na Nyquistově analýze stability.

5.2 Porovnání výsledků pro NMP systém

Z matice RGA pro NMP systém (4.21) vyplývají tentokrát jako nejvhodnější páry pro řízení $(u_1 - y_2)$ a $(u_2 - y_1)$. Schéma zapojení regulátorů a soustavy je shodné s tím na obr. 4.12. Opět bude použita SISO metoda návrhu pomocí umístění pólů charakteristického polynomu uzavřené smyčky pro přenosy

$$\begin{aligned} g_{12}(s) &= \frac{5.0306}{2508.534s^2 + 103.083s + 1}, \\ g_{21}(s) &= \frac{5.5245}{5324.872s^2 + 150.31s + 1}, \end{aligned} \tag{5.9}$$

kde neuvažujeme dopravní zpoždění.

5.2.1 Návrh metodou umístění pólů

Přenosy (5.9) jsou již druhého řádu, tj. v obecném tvaru

$$g_{rl}(s) = \frac{K}{(s + p_1)(s + p_2)} = \frac{b(s)}{a(s)}. \tag{5.10}$$

Opět navrhujeme PI regulátory, jejichž obecný přenos zůstává stejný jako ve vztahu (5.3). Rovnice (5.4) také zůstává stejná, avšak charakteristický polynom $c(s)$, který požadujeme, je již 3. stupně

$$c(s) = (s + \alpha\omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2). \tag{5.11}$$

Vztahy (5.10), (5.3) a (5.11) opět dosadíme do rovnice (5.4) a podle [8] získáme rovnici

$$s^3+(p_1+p_2)s^2+(p_1p_2+Kk_p)s+Kk_i = s^3+(\alpha\omega_n+2\zeta\omega_n)s^2+(\alpha 2\zeta\omega_n^2+\omega_n^2)s+\alpha\omega_n^3. \quad (5.12)$$

Porovnáním koeficientů u příslušných mocnin obdržíme parametry PI regulátoru a parametr ω_n

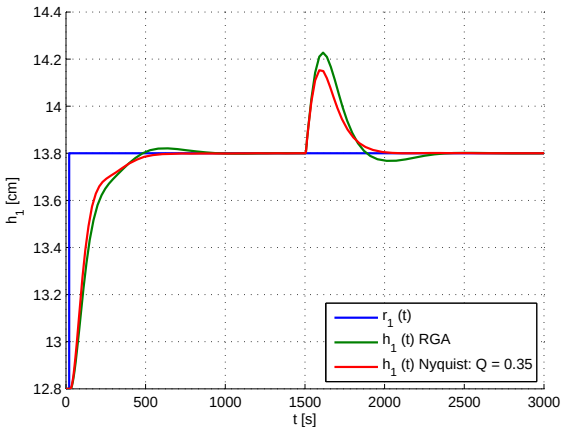
$$\omega_n = \frac{p_1+p_2}{\alpha+2\zeta}, \quad k_p = \frac{\alpha 2\zeta\omega_n^2+\omega_n^2-p_1p_2}{K}, \quad k_i = \frac{\alpha\omega_n^3}{K}. \quad (5.13)$$

V tabulce 5.3 jsou uvedeny vypočtené konstanty PI regulátorů pro zvolené hodnoty $OS_1 = OS_2 = 5\,\%$ a $\alpha = 1$.

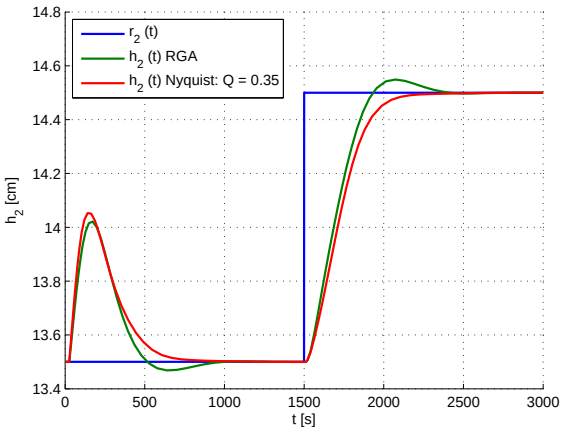
Tabulka 5.3: Konstanty PI regulátorů pro NMP systém

regulátor	k_p	k_i
k_1	0.1550	0.0026
k_2	0.1417	0.0016

Vypočtené PI regulátory byly opět otestovány při simulaci na skokové změny reference. Výsledky byly rovněž porovnány s regulátory navrženými pomocí Nyquistovy analýzy stability z předchozí kapitoly, kde byl vybrán regulátor s nejlepšími výsledky ($Q = 0.35$). Srovnání průběhů regulovaných veličin je na obr. 5.3, na obr. 5.4 je srovnání akčních zásahů a konečně v tabulce 5.4 je porovnání překmitu a doby ustálení mezi oběma návrhovými metodami.

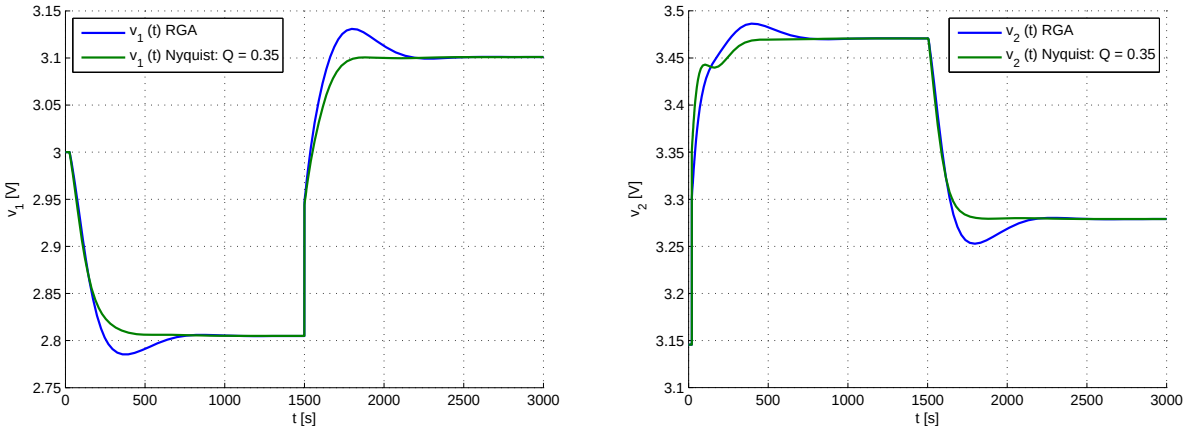


(a) Řízení výšky hladiny h_1



(b) Řízení výšky hladiny h_2

Obrázek 5.3: Porovnání regulace NMP systému různě navrženými regulátory



(a) Akční zásahy čerpadla 1

(b) Akční zásahy čerpadla 2

Obrázek 5.4: Porovnání akčních NMP systému zásahů různě navržených regulátorů

Tabulka 5.4: Srovnání různých metod návrhu regulátoru pro NMP systém

	h_1		h_2	
metoda	OS_1 [%]	T_{s1} [s]	OS_2 [%]	T_{s2} [s]
Nyquist	0	452	0	581
RGA	2.06	636	4.89	761

Ze srovnání návrhových metod pro NMP systém plyne, že lepších výsledků (nulového překmitu a poměrně krátké doby ustálení) dosahovala metoda založená na Nyquistově analýze stability.

Kapitola 6

Závěr

V kapitole 2 byly uvedeny základní vlastnosti MIMO systémů a také vytvořen přehled algoritmů pro návrh PID regulátorů pro tyto systémy.

V kapitole 3 byl představen model čtyřválcové vodárny se zpožděním a jeho matematický popis pomocí nelineárních diferenciálních rovnic. Systém byl linearizován v pracovním bodě a byl proveden rozbor vlivu konfigurace ventilů na umístění nul systému. Vhodným nastavením ventilů byly získány dvě odlišné konfigurace modelu. Minimálně fázový systém, který je snazší pro řízení, a neminimálně fázový systém, který je již mnohem obtížněji řiditelný. Platnost linearizovaného modelu v okolí pracovního bodu byla ověřena porovnáním odezev s modelem nelineárním.

V kapitole 4 byla popsána frekvenční metoda návrhu decentralizovaného PI regulátoru založená na Nyquistově analýze stability. Byly vypočteny oblasti stabilních parametrů a podle daného kritéria vybrány nejvhodnější parametry. Dále byla metoda rozšířena o ladicí faktor, který reprezentuje vzdálenost regulovaného systému od oblasti nestability. Vykreslením Gershgorinových kružnic byla ověřena správnost návrhu. Následně byly pro různé hodnoty ladicího faktoru simulovány regulace výšek hladin pro minimálně a neminimálně fázovou konfiguraci vodárny. V tabulkách byly uvedeny hodnoty charakteristických veličin regulace (procentuální překmit a doba ustálení).

V poslední kapitole byl proveden návrh decentralizovaného PI regulátoru pomocí standardně používané metody RGA. Výsledky této metody a frekvenční metody z předchozí kapitoly byly porovnány při simulacích. Opět byly porovnány překmity a doby ustálení. Z porovnání vyplývá, že lepších výsledků (menšího překmitu a doby ustálení) dosahovala metoda založená na Nyquistově analýze stability a maximu citlivostní funkce. Výraznější rozdíl se projevil u NMP konfigurace vodárny. Je ale potřeba zmínit, že frekvenční metoda garantuje celkovou stabilitu a navíc umožňuje poměrně dobré ladění pomocí faktoru Q.

Použitím RGA metody a metody umístění pólů probíhalo ladění podstatně hůře, neboť vlivem systémových interakcí se zvolené hodnoty překmitů a dob ustálení z výpočtů často dosti lišily od skutečného průběhu regulace.

Z dosažených výsledků lze vyvodit, že výhody metody z kapitoly 4 založené na maximu citlivostní funkce jsou výraznější tím více, čím jsou v systému více zastoupené interakce. Potom je zejména garance stability velmi cennou vlastností této metody.

Literatura

[1] Losos, R.. Řízení vícerozměrných systémů pomocí PID regulátorů. Master's thesis; Czech Technical University in Prague; Czech Republic; 2011.

[2] Šebek, M.. Automatické řízení 2013. Přednáška 27 – Systémy s více vstupy a výstupy; 2013. URL `http://www.polyx.com/_ari/slajdy/Bas-ARI-27-MIMO.pdf`.

[3] Gargallo Narro, A.. Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis and sensitivity circle. Master's thesis; Czech Technical University in Prague; Czech Republic; 2012.

[4] Johansson, K.. The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero. Control Systems Technology, IEEE Transactions on 2000;8(3):456–465.

[5] Shneiderman, D., Palmor, Z.. Properties and control of the quadruple-tank process with multivariable dead-times. Journal of Process Control 2010;20:18–28.

[6] Šebek, M.. Automatické řízení 2013. Přednáška 25 – Dopravní zpoždění; 2013. URL `http://www.polyx.com/_ari/slajdy/Bas-ARI-25-TimeDelay.pdf`.

[7] Chen, D., Seborg, D.. Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability analysis. Journal of Process Control 2003;13(1):27–39.

[8] Šebek, M.. Automatické řízení 2013. Přednáška 11 – Regulátory; 2013. URL `http://www.polyx.com/_ari/slajdy/Bas-ARI-11-Controllers.pdf`.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

K této práci je přiloženo CD, na kterém jsou uloženy zdrojové kódy, literatura a textová podoba BP. Obsah adresářů:

- models — `simulinkové modely`
- matlab — `matlabovské skripty a funkce`
- literature — `použitá literatura`
- textBP — `text BP ve formátu pdf`