

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



Rozvrhování pohybu dopravníku
v galvanické lince

Bakalářská práce

Autor: Jan Peldřimovský

Praha, 2011

Vedoucí práce: Ing. Petr Havel, Ph.D.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Jan Peldřimovský

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: **Rozvrhování pohybu dopravníku v galvanické lince**

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s principy fungování a konfigurací zadané galvanické linky
2. Nastudujte si metody rozvrhování založené na celočíselném programování používané pro tento typ problémů
3. Proveďte optimalizaci chodu linky s důrazem na dosažení nejnižšího výrobního taktu linky
4. Vhodným způsobem verifikujte funkčnost optimálního rozvrhu

Seznam odborné literatury:

Dodá vedoucí práce

Vedoucí: Ing. Petr Havel, Ph.D.

Platnost zadání: do konce zimního semestru 2010/2011



prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



prof. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 13. 12. 2010

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze, _____

_____ podpis

Poděkování

Děkuji Ing. Petru Havlovi, Ph.D. za vedení, věnovaný čas a cenné rady při tvorbě této bakalářské práce. Také bych chtěl poděkovat firmám B:TECH a.s. a Ganes s.r.o. za možnost řešit toto zajímavé téma.

Abstrakt

Práce se zabývá optimalizací rozvrhování pohybu dopravníků v galvanické lince. Popisuje problém rozvrhování dopravníků pomocí smíšeného celočíselného lineárního programování. Navržený model může být použit v lineárních galvanických linkách, ve kterých může být na společné dráze více dopravníků, umožňuje vícenásobné využití jednoho stanoviště během cyklu a umožňuje použití více identických stanovišť na jednom kroku procedury. Dále je v práci vyzkoušeno několik solverů řešících zformulovaný optimalizační problém a je porovnáván jejich výkon a cena.

Abstract

The thesis deals with optimization of hoist scheduling in electroplating line. It describes hoist scheduling problem with mixed-integer linear programming. Designed model can be used at linear electroplating lines which contain one or more hoists on shared track, allows multiple usage of single tanks within a cycle and line may be equipped with identical tanks used as parallel resources. This work also contains performance and price comparisons of several solvers for mixed-integer linear programming.

Obsah

List of Figures	vii
List of Tables	viii
1 Úvod	1
1.1 Zadání a popis problému	1
1.1.1 Principy fungování	2
1.2 Konfigurace zadané galvanické linky	2
1.2.1 Navrhované řešení	4
2 MILP model galvanické linky	8
2.1 Smíšené celočíselné lineární programování	8
2.2 Rešerše	8
2.3 Popis linky a použité konstanty	9
2.4 Rozhodovací proměnné	10
2.5 Kritérium optimality	11
2.6 Omezující podmínky	11
2.6.1 Obecné předpoklady	11
2.6.2 Doba louhování	12
2.6.3 Doba louhování - více nádrží	13
2.6.4 Určení pořadí přejezdů	18
2.6.5 Zajištění možnosti přesunu	18
2.6.6 Vícenásobné využití nádrží	23
2.6.7 Zamezení srážky dopravníků	25
2.7 Nevýhody modelu	31
3 Testování modelu a dosažené výsledky	32
3.1 Použitý software	32

3.2	Rozvrhování dopravníků v recepturách zadané galvanické linky	33
3.3	Ověření výsledků	43
3.4	Případové studie	44
4	Software vhodný k řešení zadané optimalizační úlohy	46
4.1	Formulace MILP modelu	46
4.2	Testované solvery	46
4.3	Porovnání solverů	47
4.4	Návrh implementace pro komerční využití	49
5	Závěr	50
	Použitá literatura	52
	Přílohy	I

Seznam obrázků

1.1	Principiální schéma galvanické linky	2
1.2	Schéma zadané galvanické linky	3
2.1	Umístování dávek do nádrží při více použitých nádržích na jednom kroku	14
2.2	Úprava doby vyzdvižení a spouštění při použití více nádrží	15
2.3	Úprava maximální a minimální doby louhování při použití více nádrží . .	16
2.4	Zakázané zóny	19
2.5	Zamezení kolize	20
2.6	Použití nádrže pro více kroků receptury - varianta a	24
2.7	Použití nádrže pro více kroků receptury - varianta b	24
2.8	Použití nádrže pro více kroků receptury - varianta c	25
2.9	Možné situace při křížení cest dvou dopravníků během přesunu dávky. . .	26
2.10	Situace při křížení drah dopravníků	27
3.1	Grafické znázornění rozvrhování dopravníků v receptuře „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“	37
3.2	Grafické znázornění rozvrhování dopravníků ve třech cyklech v receptuře „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“	38
3.3	Grafické znázornění rozvrhování dopravníků v receptuře „Zn-Ni - závěsy, varianta I“	41
3.4	Grafické znázornění rozvrhování dopravníků ve třech cyklech v receptuře „Zn-Ni - závěsy, varianta I“	42

Seznam tabulek

1.1	Receptura zadané galvanické linky „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“	5
1.2	Receptura zadané galvanické linky „Zn-Ni alkalické - závěsy, varianta I“	6
3.1	Upravená receptura „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“	35
3.2	Řešení receptury „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“	36
3.3	Řešení receptury „Zn-Ni - závěsy, varianta I“	39
3.4	Řešení receptury „Zn-Ni - závěsy, varianta I“	40
3.5	Porovnání doby cyklu pro zadané receptury při různých parametrech linky.	45
4.1	Doba řešení receptů při použití různých solverů	48

Kapitola 1

Úvod

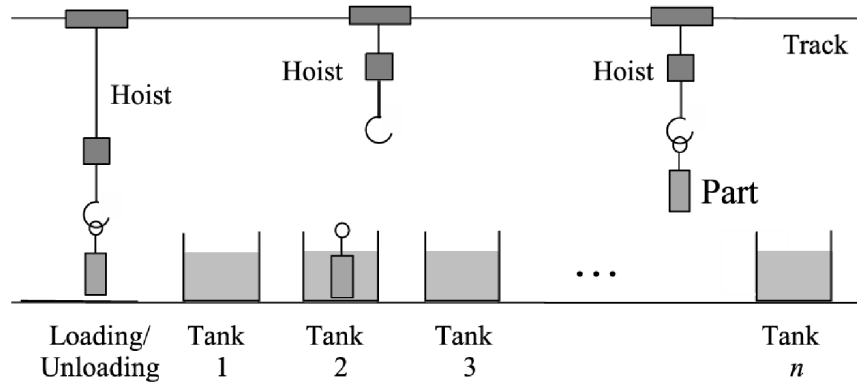
Ve výrobním procesu mnoha průmyslových odvětví prochází výrobek několika stanovišti, mezi kterými je přepravován dopravníky. Efektivita výrobního procesu je silně ovlivněna rozvrhováním pohybu dopravníků. Z toho důvodu je nezbytné, aby bylo rozvrhování dopravníků dobře navrženo. Galvanické pokovování je průmyslová oblast, kde hraje tato problematika klíčovou roli v množství vyprodukovaných výrobků.

1.1 Zadání a popis problému

Cílem této práce je seznámení se s problematikou rozvrhování dopravníků a navržení programu, který po obdržení všech důležitých parametrů linky vrátí takový rozvrh dopravníků, který vyhoví podmínkám výroby a zajistí nejkratší dobu cyklu. Práce nalezne uplatnění ve stávajících galvanických linkách při návrhu optimálního rozvrhování dopravníků nebo při zjišťování, jaký vliv by měla na množství vyprodukovaných výrobků změna parametrů (rychlost dopravníků, zvýšení počtu nádrží). Práce může být využita i při návrhu nových galvanických linek.

Zadavatelem práce je firma B:TECH a.s. zabývající se průmyslovou automatizací. Výsledky práce jsou aplikovány na model reálné galvanické linky společnosti, který poskytla společnost Ganes s.r.o. zabývající se výrobou a řízením galvanických linek.

1.1.1 Principy fungování



Obrázek 1.1: Principiální schéma galvanické linky [10]

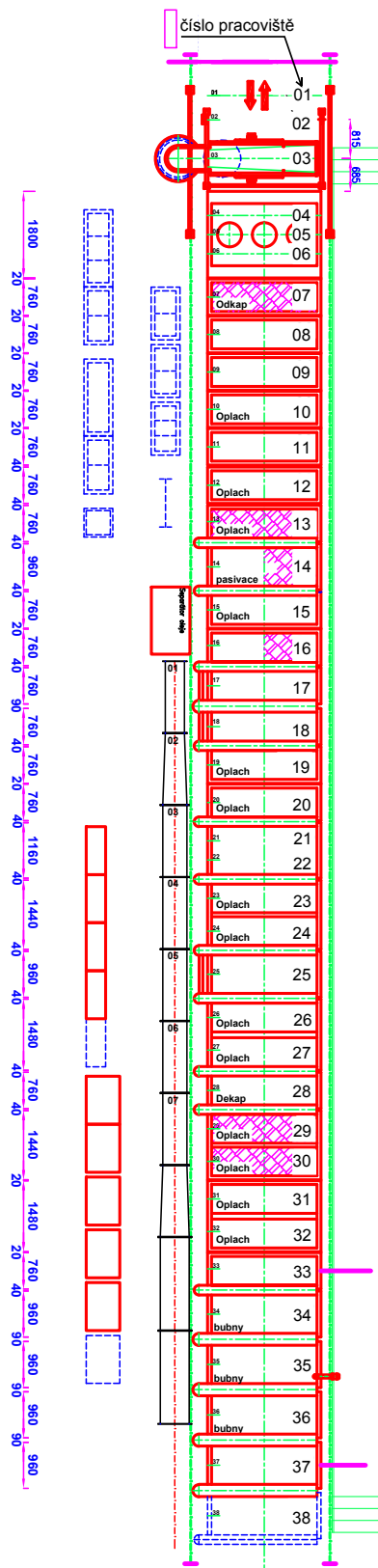
Galvanická linka (schéma na obr. 1.1 převzaté z [10]) se skládá z nakládací a vykládací plošiny, mnoha stanovišť, či nádrží (bude používáno zaměnitelně), které mají ve výrobním procesu různou úlohu (odmaštění, moření, oplachy, pokovování, dekapování, atd.) a dopravníků, které přemísťují výrobky mezi stanovišti. Výrobky mohou být mezi stanovišti přepravovány po jednom či více kusech (pro přepravované výrobky bude použit termín dávka).

Na jedné galvanické lince lze vyrábět množství různých výrobků, ty ale vyžadují různé výrobní postupy, tzv. receptury. Receptura je sekvence vybraných stanovišť, kterými výrobek musí projít, přičemž pro každé stanoviště je definována minimální doba, po kterou zde dávka musí setrvat, a maximální doba, kterou nesmí překročit.

1.2 Konfigurace zadané galvanické linky

Zadaná galvanická linka je vyobrazena na obr. 1.2. Nakládací i vykládací plošina je umístěna na začátku linky. Linka se skládá z 38 stanovišť (včetně nakládací a vykládací plošiny). Dávky jsou přepravovány pomocí tří dopravníků umístěných nad nádržemi.

Každý dopravník může pracovat jen v omezeném rozsahu nad určitými stanovišti. První dopravník má rozsah od 1. do 18. stanoviště, druhý dopravník má rozsah od 16. do 31. stanoviště a třetí dopravník má rozsah od 20. do 38. stanoviště. Dopravníky kolem sebe nemohou projíždět, jelikož by došlo k jejich kolizi.



Obrázek 1.2: Schéma zadané galvanické linky

Výrobky jsou na nakládací plošině navěšeny na lehké nebo těžké závěsy či jsou vsypány do tzv. bubnu. Během jedné receptury se používá pouze jedna z těchto možností.

Dávka přepravovaná dopravníkem je nejdříve vyzdvižena těsně nad nádrž, kde se výrobky nechají po zadanou dobu okapat, poté jsou vyzdviženy do horní polohy, ve které jsou přepravy až nad nádrž, která je na dalším kroku receptury a do které je dávka spuštěna (vytahování bez okapu i spuštění trvá 7s). Nenaložený dopravník přejíždí mezi nádržemi v dolní poloze, což umožní kratší dobu přesunu. V práci je zanedbána dynamika dopravníků a počítá se s tím, že dopravníky se pohybují konstantní rychlostí 25m/s.

V tabulce 1.1 a 1.2 jsou zobrazeny příklady receptur pro zadanou galvanickou linku (všechny receptury jsou v příloze v souboru „receptury.xls“). Po každý krok receptury je uveden operační čas, tedy minimální a maximální doba, po kterou smí dávka zůstat v nádrži. V případě, není uveden rozsah, ale jen jedno číslo, dávka musí zůstat v nádrži po přesně stanovenou dobu. Dále je v receptuře uvedeno, jak dlouho musí dávka zůstat nad nádrží, aby výrobky okapaly. Uvedeny musí být také pozice nádrží, ty jsou vyjádřena číslem pracoviště. Posledním nezbytným údajem je počet nádrží, které se na jednom kroku procedury používají.

V tabulce 1.1 se jedná o první variantu alkalického zinkování, při kterém jsou výrobky umístěny v bubnech. Z nakládací plošiny, kde jsou bubny naplněny, je dávka přesouvána přes nádrže s chemickými odmaštěními, mořeními, elektrolytickým odmaštěním a dekapováním, mezi kterými je oplachována, až do jedné ze tří nádrží, ve kterých probíhá zinkování. Poté se dávka vrací zpět sérií oplachů až k vykládací plošině, kde jsou bubny otevřeny a následně vysypány. V tabulce 1.2 je uvedena receptura „Zn-Ni alkalické - závěsy, varianta I“. Receptura je obdobná předchozímu příkladu, výrobky jsou však umístěny na závěsech, samotné pokovování probíhá v jiných nádržích, které jsou pouze dvě a před tím než jsou výrobky svěšeny je závěs umístěn do jedné ze tří nádrží, ve kterých probíhá sušení. V tomto rozvrhu může být matoucí položka v názvu operace „Plnění bubnů“. Toto je však uvedeno v zadaných recepturách. Nejspíše se zde provádí práce spojené s navěšování závěsů.

1.2.1 Navrhované řešení

Pro minimalizaci výrobního cyklu je vhodné využít smíšeného celočíselného lineárního programování (MILP - mixed integer linear programming). Zvolením vhodných podmínek je možné získat rozvrh, který splňuje požadavky na délku louhování a během něhož nedojde ke kolizi dopravníků. MILP model systému pro cyklické rozvrhování linek s více

Krok Procedury	Operační čas [min]	Okap bubnů [s]	Číslo pracoviště	Počet nádrží	Název operace
1	dle taktu	0	02	1	Plnění bubnů
2	5 - 8	15	17	1	Chemické odmaštění I
3	5 - 8	15	18	1	Chemické odmaštění II
4	1	10	19	1	Oplach
5	1	15	20	1	Oplach
6	5 - 8	20	21	1	Moření I
7	5 - 8	20	22	1	Moření II
8	1	10	23	1	Oplach
9	1	15	24	1	Oplach
10	1 - 5	15	25	1	Elektrolytické odmaštění
11	1	10	26	1	Oplach
12	1	15	27	1	Oplach
13	5 - 10	20	28	1	Dekapování oceli
14	1	10	29	1	Oplach
15	1	15	30	1	Oplach
16	30 - 120	30	34	3	Zinkování
17	1	15	33	1	Ekonomický oplach
18	1	15	32	1	Oplach
19	1	10	31	1	Oplach
20	1 - 3	15	09	1	Teplý oplach
21	dle taktu	0	02	1	Otvírání vík bubnů
22	dle taktu	0	03	1	Vysypání bubnů

Tabulka 1.1: Receptura zadané galvanické linky „Zinkování alkalické -
bubny, varianta I“

Krok Procedury	Operační čas [min]	Okap bubnů [s]	Číslo pracoviště	Počet nádrží	Název operace
1	dle taktu	0	01	1	Navěšování - závěsy
2	dle taktu	0	02	1	Plnění bubnů
3	5 - 8	15	17	1	Chemické odmaštění I
4	5 - 8	15	18	1	Chemické odmaštění II
5	1	10	19	1	Oplach
6	1	15	20	1	Oplach
7	5 - 8	20	21	1	Moření I
8	5 - 8	20	22	1	Moření II
9	1	10	23	1	Oplach
10	1	15	24	1	Oplach
11	1 - 5	15	25	1	Elektrolytické odmaštění
12	1	10	26	1	Oplach
13	1	15	27	1	Oplach
14	5 - 10	20	28	1	Dekapování oceli
15	1	10	29	1	Oplach
16	1	15	30	1	Oplach
17	30 - 120	30	34	2	Zn-Ni
18	1	15	39	1	Oplach
19	1	15	32	1	Oplach
20	1	10	31	1	Oplach
21	1 - 3	15	09	1	Teplý oplach
22	10 - 20	0	04	3	Sušení
23	dle taktu	0	03	1	Svěšení závěsů

Tabulka 1.2: Receptura zadané galvanické linky „Zn-Ni alkalické - závěsy,
varianta I“

dopravníky, znásobenými nádržemi a vícenásobným využitím jedné nádrže během cyklu je uveden v kapitole 2.

Pro implementaci MILP modelu galvanické linky je použito prostředí Matlab [5], využívající toolbox Yalmip [8]. Tato kombinace umožňuje snadný a přehledný zápis MILP modelu.

Pro řešení MILP modelu je využito solveru Gurobi [3], který patří mezi programy, které tento typ úloh řeší nejrychleji. To je důležité, jelikož problém rozvrhování dopravníků je NP úplná úloha, takže není řešitelná v polynomiálním čase. S přibývajícím počtem stanovišť se výrazně zvyšuje doba výpočtu. Proto je vhodné využít software, který tento typ úloh řeší co nejrychleji.

Matlab a Gurobi jsou použity pro vytvoření a testování prototypového modelu. Zadaná úloha je dosti složitá a proto bylo vhodné použít tyto programy, ve kterých lze úlohu snadno a přehledně implementovat a se kterými řešení netrvá příliš dlouho, aby bylo možné ověřit funkčnost a odladit nedostatky. Jelikož jsou však tyto aplikace poměrně drahé, tak jsou v kapitole 4 uvedeny alternativní způsoby řešení.

Kapitola 2

MILP model galvanické linky

2.1 Smíšené celočíselné lineární programování

Smíšené celočíselné lineární programování je soubor metod umožňující výběr optimální varianty při daném kritériu optimality a daných omezujících podmínkách. Cílem je nalezení optimálních hodnot proměnných, maximalizace či minimalizace hodnoty kritérií a splnění všech omezení.

Proměnné mohou nabývat reálných, celočíselných a binárních hodnot. Omezující podmínky jsou pak formulovány jako lineární rovnice a nerovnice, ve kterých jsou použity konstanty a proměnné.

2.2 Rešerše

Pro nalezení vhodného modelu galvanické linky jsem provedl rešerši několika článků a prací zabývajících se tímto tématem. Článek [13] se zabývá klasifikací problému rozvrhování dopravníků. Díky tomu jsem věděl, kterým směrem se ubírat.

Zadaný problém nejlépe popisuje článek [9]. Obsahuje model galvanické linky s vícenásobným využitím jedné nádrže během cyklu, několika nádržemi na jednom kroku receptury a s požitím více dopravníků. Tento model je rozšířen o možnost čekání dopravníku nad nádrží před uskutečněním přesunu podle článku [12]. Dalším rozšířením je nalezení optimálního množství nádrží na jednom kroku. Pro toto rozšíření byly užitečné některé závěry z [12].

Obrázky použité v této kapitole jsou převzaty z [9] a proto neobsahují rozhodovací

proměnnou w_i popisující čekání nad nádrží.

2.3 Popis linky a použité konstanty

V galvanické lince je N_T nádrží, nad kterými se pohybuje N_H shodných dopravníků konstantní rychlostí po stejné dráze (nemohou se míjet). Receptura se skládá z N_P kroků, kdy na kroku i je používána nádrž P_i . Doba přesunu prázdného dopravníku mezi nádržemi na kroku i a j je vyjádřen konstantou $e_{i,j}$. Doba přesunu dávky d_i z nádrže i do následující nádrže $i + 1$ je součtem vyzvednutí (zdvihnutí a odkapu) dávky T_i^L , přesunu dopravníku $e_{i,i+1}$ a spuštění dávky T_{i+1}^U . Dávka zůstává v nádrži i v rozmezí mezi minimální dobou louhování L_i a maximální dobou louhování U_i . Konstanta δ udává časový minimální časový odstup mezi dopravníky. Určuje tedy jak blízko se k sobě dopravníky mohou dostat.

Velký důraz je potřeba věnovat konstantě M , která v kombinaci s binárními proměnnými zajišťuje automatické splnění omezující podmínky. Velikost musí být větší než délka cyklu, avšak není vhodné volit tuto konstantu příliš velkou, protože při práci s příliš velkými čísly může dojít v počítači k numerickým nepřesnostem.

	$\forall i, j \in \{0 \dots N_P + 1\}$
N_P	Počet nádrží
N_H	Počet dopravníků
N_P	Počet korekčních procedur
P_i	Číslo nádrže na kroku i
n_i	Počet shodných nádrží na kroku i
$e_{i,j}$	Doba přesunu dopravníku mezi nádržemi na kroku i a j
T_i^L	Doba vyzvednutí dávky na kroku i
T_i^U	Doba spuštění dávky na kroku i
d_i	Doba přesunu dávky z nádrže na kroku i do nádrže na kroku $i + 1$
L_i	Minimální doba louhování na kroku i
U_i	Maximální doba louhování na kroku i
δ	Minimální časový odstup mezi dopravníky
M	Číslo větší, než délka cyklu T

2.4 Rozhodovací proměnné

Rozvrh dopravníků je cyklický s periodou T . Dávka na kroku i je dopravníkem vyzvednuta v čase t_i nad nádrž, kde čeká po dobu w_i , než je přesunuta k další nádrži. Přesun dávky z nádrže i je vykonán dopravníkem k , což je vyjádřeno binární proměnnou z_i^k . Který z přesunů i a j začíná dříve je vyjádřeno v binární proměnné y_{ij} . Jestli dávka v nádrži na kroku i včetně přesunu překročí dobu cyklu T určuje binární proměnná s_i . Na kroku i je využito l z přítomných n_i nádrží, což je vyjádřeno binární proměnnou m_i^l . Pořadí přesunů i, j , kterým se překrývají cesty tak, že by mohlo dojít ke kolizi, určují binární proměnné x_{ij}^δ .

$$\forall i, j \in \{0 \dots N_P + 1\}, \forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall l \in \{1 \dots n_i\}$$

T	Délka cyklu
t_i	Začátek přesunu na kroku i
w_i	Doba čekání nad nádrží na kroku i
y_{ij}	$\begin{cases} 1 & \text{pokud přesun na kroku } i \text{ začíná před přesunem na kroku } j \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}$
z_i^k	$\begin{cases} 1 & \text{pokud přesun na kroku } i \text{ vykonává dopravník } k \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}$
s_i	$\begin{cases} 1 & \text{pokud doba louhování dávky na kroku } i \text{ včetně předcházejícího přesunu} \\ & \text{nepřekročí dobu cyklu} \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}$
m_i^l	$\begin{cases} 1 & \text{pokud je na kroku } i \text{ využito } l \text{ nádrží} \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}$
x_{ij}^λ	$\begin{cases} 1 & \text{pokud se přesun na kroku } i \text{ uskuteční před přesunem na kroku } j \\ 0 & \text{jindy} \end{cases}$

Proměnnou z_i^k je potřeba upravit tak, aby přesně popisovala linku. Pokud se dopravník k nemůže dostat k některým nádržím i protože jsou mimo jeho rozsah, nastavíme hodnotu této proměnné na $z_i^k = 0$. Pokud naopak chceme, aby byl přejezd i vykonán konkrétním dopravníkem k nastavíme hodnotu této proměnné na $z_i^k = 1$.

2.5 Kritérium optimality

Kritériem optimality je nalezení nejkratší doby cyklu (taktu) T .

$$\min T \tag{2.1}$$

2.6 Omezující podmínky

2.6.1 Obecné předpoklady

Určíme, že cyklus bude začínat v čase 0 (2.2). Doba cyklu tímto nebude ovlivněna a výsledek bude přehlednější. Dále v podmínkách (2.3) a (2.4) určíme, že čas přesunu a doba čekání nebudou mít zápornou hodnotu.

$$t_0 = 0 \tag{2.2}$$

$$t_i \geq 0 \tag{2.3}$$

$$w_i \geq 0 \tag{2.4}$$

Doba cyklu je omezena dvěma způsoby. Nový cyklus nesmí nastat dříve, než začne poslední přejezd, což zajišťuje podmínka (2.5).

Dále pak nový cyklus nesmí začít dříve, než se první dopravník dostane k nakládací plošině po svém posledním přesunu. Tento čas získáme přičteme-li k době, kdy první dopravník vykoná poslední přesun v cyklu ($t_i + w_i + d_i$) přejezd k nakládací plošině (e_{i+1, P_0}). Pokud není přesun uskutečněn prvním pojezdem, je podmínka splněna automaticky. Rozhodovací proměnná z_i^k nabývá hodnoty 0 a člen $M(1 - z_i^1)$ zvýší velikost pravé strany tak, že je podmínka splněna vždy.

Podmínka (2.7) je obdobou (2.6) pro první přesun ($t_0 = 0$).

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1 \dots N_P\} \\ t_i \leq T \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$t_i + w_i + d_i + e_{i+1,0} \leq T + M(1 - z_i^1) \tag{2.6}$$

$$w_0 + d_0 + e_{1,0} \leq T \tag{2.7}$$

Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

2.6.2 Omezující podmínky pro dobu louhování

Aby byla doba louhování v určených mezích zajišťují podmínky pro dobu louhování (2.8) - (2.11). Tyto podmínky mohou být použity pouze pro případ, kdy je na každém kroku použita pouze jedna nádrž. Podmínky umožňující použití více nádrží na jednom kroku jsou rozšířením těchto podmínek a jsou uvedeny níže.

Doba louhování na kroku i je rozdíl mezi časem, kdy je dávka přivezena do nádrže a kdy je z nádrže odvezena. Přivezena je z nádrže na předchozím kroku v čase $t_{i-1} + w_{i-1} + d_{i-1}$. Odvezena je v čase t_i .

Podmínky (2.8) a (2.9) zajišťují případ, kdy není překročen začátek nového cyklu při přesunu do nádrže ani během louhování. V opačném případě jsou podmínky splněny automaticky. V podmínce (2.8) je to způsobeno tím, že při překročení cyklu je $t_i < (t_{i-1} + w_{i-1} + d_{i-1})$. Rozdíl $t_i - (t_{i-1} + w_{i-1} + d_{i-1})$ bude záporný a tím pádem menší než U_i . V podmínce (2.9) je automatické splnění podmínky zajištěno členem Ms_i . V případě, že je překročen začátek nového cyklu $s_i = 1$ a člen Ms_i převáží levou stranu nerovnice.

$$\forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

$$t_i - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) \leq U_i \quad (2.8)$$

$$t_i - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) + Ms_i \geq L_i \quad (2.9)$$

Podmínky (2.10) a (2.11) jsou obdobou pro případ, kdy je překročen začátek nového cyklu. Z nádrže na kroku $i-1$ je přesunuta dávka v čase t_{i-1} . Během přesunu a následného louhování je překročen začátek nového cyklu. Přesun z nádrže i tedy začíná v cyklu dalším. To zohledníme přičtením délky cyklu k času přesunu z nádrže $t_i + T$. V případě, že začátek nového cyklu překročen není, podmínky jsou splněny automaticky. V podmínce (2.10) je to zajištěno členem $M(1 - s_i)$. V případě, že není překročen začátek nového cyklu $s_i = 0$ a člen $M(1 - s_i)$ převáží levou stranu nerovnice. V podmínce (2.11) je v případě, kdy není překročen začátek nového cyklu $t_i > t_{i-1} + w_{i-1} + d_{i-1}$. Rozdíl $(t_i + T) - (t_{i-1} + w_{i-1} + d_{i-1})$ tedy bude větší než délka cyklu, která je pro případ použití jedné nádrže na každém kroku větší než doba louhování.

$$\forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

$$(t_i + T) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) \leq U_i + M(1 - s_i) \quad (2.10)$$

$$(t_i + T) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) \geq L_i \quad (2.11)$$

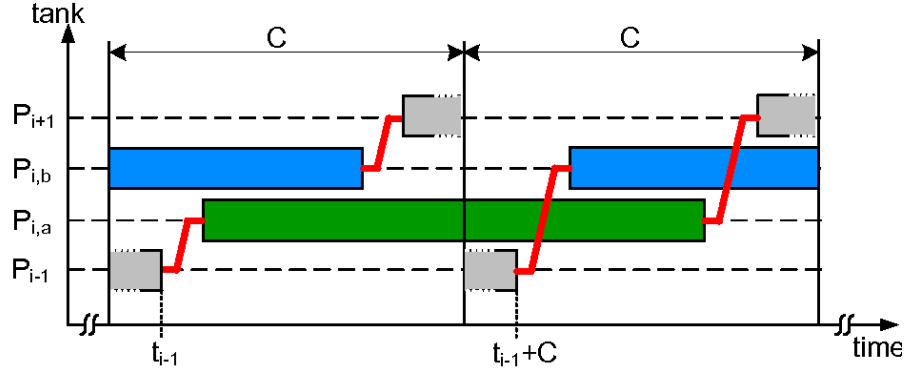
Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

2.6.3 Omezující podmínky pro dobu louhování při použití více nádrží na jednom kroku

Pokud je na některém kroku velmi dlouhá doba louhování, která by výrazně prodlužovala délku cyklu, je na tomto kroku místo jedné nádrže použito nádrží více. Předpokládá se, že se jedná o identické nádrže, které jsou umístěny vedle sebe. V jednotlivých cyklech se dávky střídavě umísťují do těchto nádrží. Příklad je znázorněn na obr. 2.1. Zde se používají dvě nádrže nádrže na kroku i znázorněné jako $P_{i,a}$ a $P_{i,b}$. Dávky se střídavě umísťují do první a do druhé nádrže (dávka umístěná v nádrži je znázorněna obdélníkem). Přesun dávky je znázorněn červeně.

Tyto omezující podmínky zajistí, že dávky zůstanou v nádržích v zadaném intervalu a navíc zjistí kolik z přítomných nádrží je vhodné na každém kroku používat, aby byl výsledný rozvrh optimální.

Doba louhování při použití dvou nádrží, jako na obr. 2.1, je rozdíl mezi časem $t_{i-1} + w_{i-1} + di - 1$, kdy je dávka do nádrže přivezena a časem $t_i + T$, kdy je odvezena. K času t_i , kdy se dávka na kroku i odváží z nádrže bylo nutné přičíst délku cyklu T , aby se oba časy vztahovali ke stejné dávce. V případě, že by byly použity tři nádrže, čas odvezení z nádrže by byl $t_i + 2T$. Obecně platí, že při použití l nádrží je dávka přivezená v čase $t_{i-1} + w_{i-1} + di - 1$ odvezena v čase $t_i + T(l - 1)$. Je zřejmé, že při použití více nádrží, je doba louhování vždy delší, než délka cyklu.



Obrázek 2.1: Umisťování dávek do nádrží při více použitých nádržích na jednom kroku. C je délka cyklu. $P_{i,a}$ a $P_{i,b}$ jsou shodné nádrže používané na kroku i . Červeně jsou označeny přesuny přejezdů a obdélníky značí dávky umístěné v nádržích [9]

Abychom znali optimální počet používaných nádrží, zavedeme si binární rozhodovací proměnnou m_i^l . Je-li na kroku i použito l nádrží, $m_i^l = 1$, v opačném případě $m_i^l = 0$ ((2.12)), kde l má rozsah od jedné, do počtu nádrží n_i na kroku i .

$$\forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

$$\sum_{l=1}^{n_i} m_i^l = 1 \quad (2.12)$$

Pro použití více nádrží můžeme využít upravené omezující podmínky pro dobu louhování (2.8) až (2.11), ve kterých k t_i přičteme $T(l-1)$ a přidáme člen $M(1-m_i^l)$, který zajistí, že podmínka bude splněna automaticky, pokud se l nebude rovnat počtu použitých nádrží.

$$\forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

$$t_i + T(l-1) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) \leq U_i + M(1-m_i^l) \quad (2.13)$$

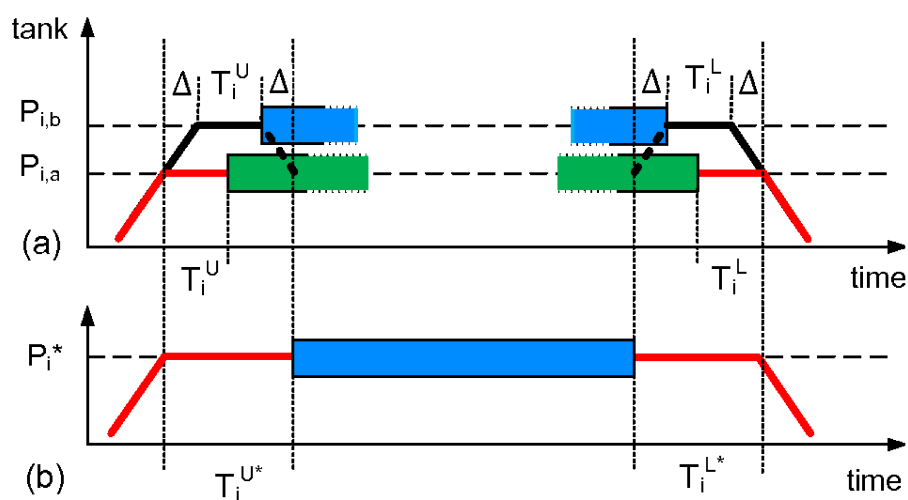
$$t_i + T(l-1) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) + M(s_i + (1-m_i^l)) \geq L_i \quad (2.14)$$

$$(t_i + T) + T(l-1) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) \leq U_i + M(2-s_i - m_i^l) \quad (2.15)$$

$$(t_i + T) + T(l-1) - (t_{i-1} + d_{i-1} + w_{i-1}) + M(1-m_i^l) \geq L_i \quad (2.16)$$

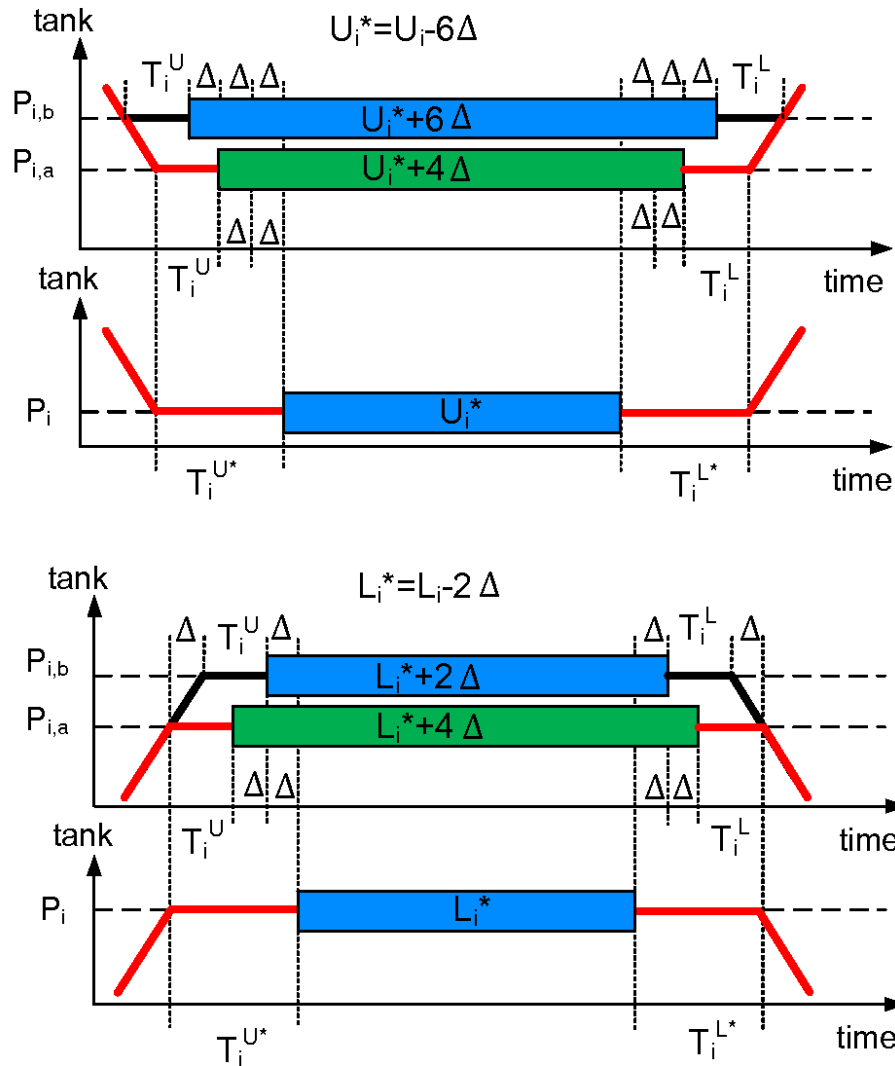
Při použití více nádrží nahradíme podmínky (2.8) až (2.11) podmínkami (2.13) až (2.16) (můžeme je však využít i v případě, že více nádrží použito není)

V modelu se však s více nádržemi pracuje, jako by byla použita jen jedna nádrž P_i do které je v čase $t_{i-1} + w_{i-1} + di - 1$ přivezena dávka a ze které je v čase t_i odvezena. Tento přístup umožní využít ostatní omezující podmínky, ve kterých pouze upravíme několik konstant. Upravit se musí doba vyzdvižení, doba spouštění, minimální doba louhování a maximální doba louhování. Důvodem je, že doba přesunu dopravníku bude jiná pro každou nádrž použitou na kroku i (obr. 2.2 a obr. 2.3). Maximální rozdíl mezi délkami přesunu Δ je doba přesunu dopravníků mezi nádržemi používanými na kroku i , které jsou nejdále od sebe.



Obrázek 2.2: Úprava doby vyzdvižení a spouštění při použití více nádrží [9]

Proč je nutné upravit dobu vyzdvižení a spouštění je patrné z obr. 2.2. K nejbližší nádrži dorazí dopravník o dobu Δ později než k nejbližší. Poté co vyloží dávku, mu trvá po dobu Δ , než se vrátí nad první nádrž (aby byl dopravník nad první nádrží požadujeme proto, že tuto nádrž používáme v ostatních podmínkách jako náhradu za všechny ostatní nádrže na kroku i).



Obrázek 2.3: Úprava maximální a minimální doby louhování při použití více nádrží [9]

Po úpravě doby vyzdvižení a spouštění je nezbytné upravit také maximální a minimální dobu louhování (obr. 2.3). Nejdelší možné prodloužení louhování je dobu o 6Δ (obr. 2.3 nahoře), kdy dopravník přiváží dávku rovnou k nádrži $P_{i,b}$, která je nejvzdálenější od nádrže $P_{i,a}$ uvažované jako nádrž používaná na kroku i (v modelu se uvažuje, jako by byla použita jen jedna nádrž P_i). O toto prodloužení musíme zkrátit maximální délku louhování, jinak by dávky mohli zůstat v nádrži déle, než je povoleno. Minimální dobu louhování zkrátíme o dobu 2Δ , protože minimálně o tuto dobu se louhování vždy prodlouží. Kdybychom minimální dobu louhování nezkrátili, neporušili bychom zadání na dobu louhování, ale nemuseli bychom najít optimální řešení, protože

dávka by v nádrži zůstávala déle než je nutné.

Ve všech nádržích bude těmito opatřeními zaručeno, že louhování bude delší než je stanovené minimum a kratší, než maximum. Pro jednotlivé nádrže se však může lišit skutečná doba louhování až o 2Δ v závislosti na umístění nádrže. Tato doba však bude pravděpodobně zanedbatelná oproti době, kterou dávky stráví v nádržích.

Při použití více nádrží je tedy potřeba nahradit konstanty T_i^L , T_i^U , d_i , L_i a U_i podle (2.17) až (2.21). Člen $\sum_l = 1_H^N(l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)}$ vyjadřuje dobu přesunu Δ mezi nejvzdálenějšími nádržemi. Konstanta $e_{i(1),i(2)}$ je doba přesunu mezi sousedními nádržemi a $\sum_l = 1_H^N(l-1)m_i^l$ nám udává nad kolika nádržemi je potřeba přejet ($m_i^l = 1$ pokud je na kroku i využito l nádrží, pro jiné množství nádrží je $m_i^l = 0$)

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

$$T_i^L = T_i^L + 2 \sum_{l=1}^{n_i} (l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)} \quad (2.17)$$

$$T_i^U = T_i^U + 2 \sum_{l=1}^{n_i} (l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)} \quad (2.18)$$

$$d_i = d_i + 2 \sum_{l=1}^{n_i} (l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)} + 2 \sum_{l=1}^{n_{i+1}} (l-1)m_{i+1}^l e_{i+1(1),i+1(2)} \quad (2.19)$$

$$L_i = L_i - 2 \sum_{l=1}^{n_i} (l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)} \quad (2.20)$$

$$U_i = U_i - 6 \sum_{l=1}^{n_i} (l-1)m_i^l e_{i(1),i(2)} \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

Tento model více nádrží na jednom kroku je kombinací modelů z článků [9, 12]. V článku [9] je tento model uveden bez rozhodovací proměnné m_i^l a využívá rovnou všechny nádrže, které se na každém kroku nacházejí. Pokud je však na nějakém kroku přítomno příliš mnoho nádrží, je pro daný model receptura neřešitelná. Článek [12] řeší tento nedostatek zavedením rozhodovací proměnné určující počet používaných nádrží. Neřeší však ovlivnění konstant T_i^L , T_i^U , L_i a U_i .

2.6.4 Omezující podmínky pro určení pořadí přejezdů

Podmínky (2.23), (2.24) určují rozhodovací proměnnou y_{ij} vyjadřující, který z přesunů i , j bude začínat dříve. Pokud začíná přesun i před j , rozdíl $t_j - t_i > 0$ a aby byla podmínka (2.23) splněna, musí být $y_{ij} = 1$. Pokud přesun j začíná před přesunem i , podmínka je splněna automaticky ($t_j - t_i < 0$). Podmínka (2.24) pak zajistí, že pokud bude $y_{ij} = 1$, tak $y_{ji} = 0$ a naopak (pouze jeden z přesunů může být první)

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

$$t_j - t_i \leq M y_{ij} \quad (2.23)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad (2.24)$$

Podmínka (2.25) určuje, že každý přejezd bude vykonán pouze jedním dopravníkem.

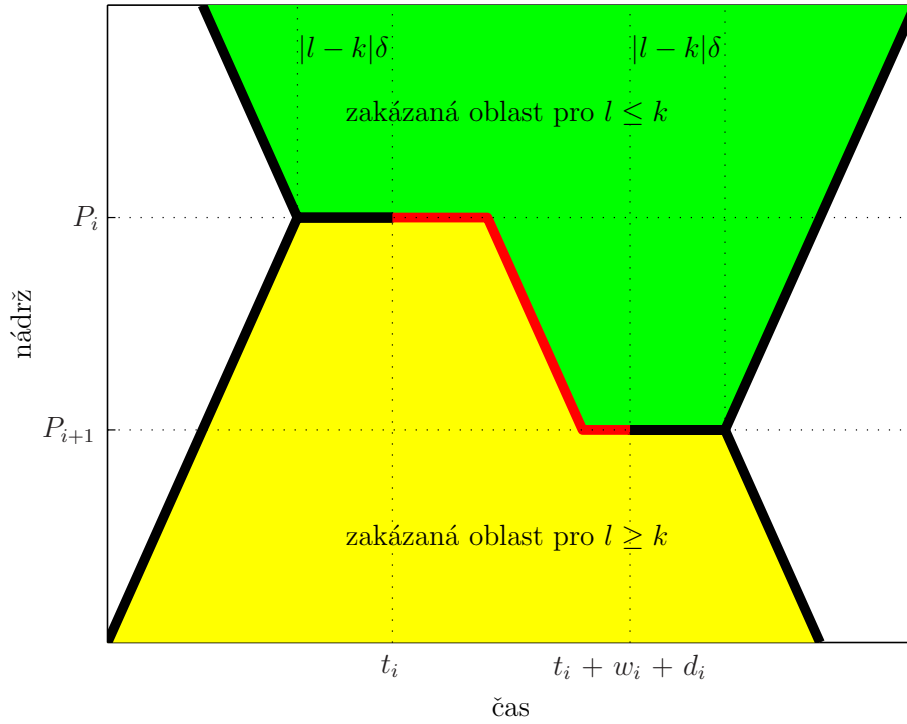
$$\forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

$$\sum_{k=1}^{N_H} z_i^k = 1 \quad (2.25)$$

Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

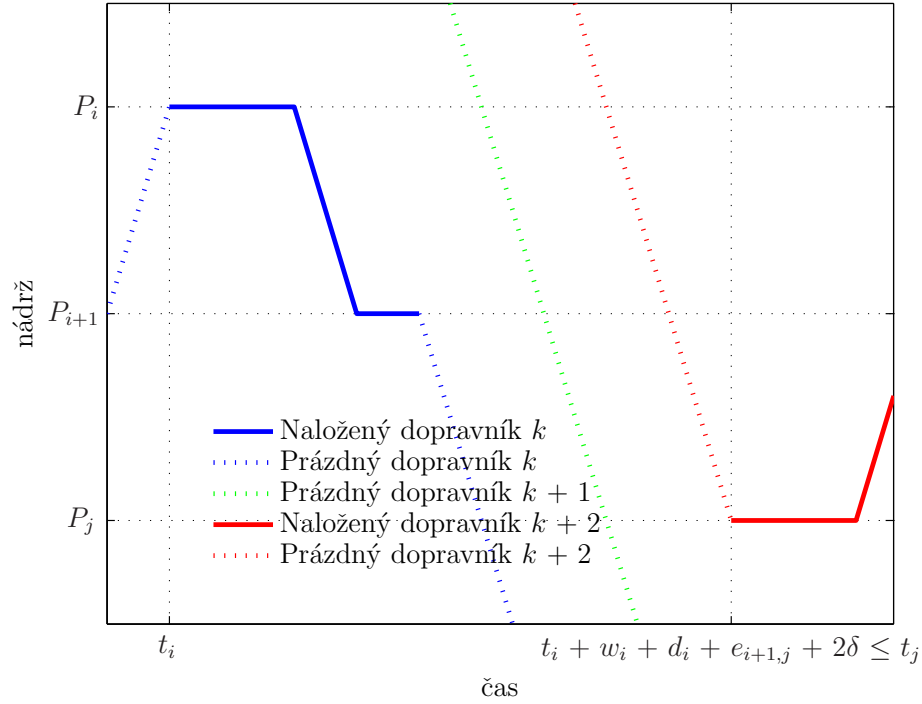
2.6.5 Omezující podmínky pro zajištění možnosti přesunu

Dopravníky pracují na shodné dráze a nemohou se míjet. To je zobrazeno na obr. 2.4. Přesun i je vykonán dopravníkem k , potom pro ostatní dopravníky l , které jsou vzdálenější od začátku linky než k platí, že se nesmí vyskytnout nad nádrží j , která je blíže k začátku linky než nádrž i , v časovém intervalu od $t_i - |l - k|\delta - e_{i,j}$ do $t_{i+1} + w_{i+1} + d_{i+1} + |l - k|\delta + e_{i+1,j}$ (na obrázku žlutá oblast). Pro dopravník l bližší k začátku linky než k platí, že se nesmí vyskytovat nad nádrží j vzdálenější o začátku linky než i taktéž v časovém intervalu od $t_i - |l - k|\delta - e_{i,j}$ do $t_{i+1} + w_{i+1} + d_{i+1} + |l - k|\delta + e_{i+1,j}$ (na obrázku zelená oblast).



Obrázek 2.4: Zakázané zóny. Vztah mezi dopravníkem k (červeně) a ostatními dopravníky l

Podmínka (2.26) zajišťuje případ, kdy je přesun i realizován dopravníkem k ($z_i^k = 1$), umístěným blíže k začátku linky, než dopravník l , který vykonává přesun j ($\sum_{l=k}^{N_H} z_j^l = 1$), přičemž přesun i končí v nádrži, která je dále od začátku linky než nádrž j ($P_{i+1} > P_j$), a začíná dříve než přesun j ($y_{ij} = 1$). Aby se dopravník l nedostal do zakázané zóny dopravníku k , nesmí přesun začínat dříve, než po době kdy nad nádrží j přejede dopravník k ($t_i + d_i + w_i + e_{i+1,j}$) a všechny další dopravníky mezi k a l , přičemž odstup mezi jednotlivými dopravníky je δ ($\sum_{l=k}^{N_H} (l - k)\delta z_j^l$).



Obrázek 2.5: Příklad zamezení kolize, zajištěný omezující podmínkou (2.26)

Příklad zamezení kolize, zajištěný podmínkou (2.26) je na obr. 2.5. Dopravník k realizující přesun i se musí po dopravení dávky do nádrže na kroku $i + 1$ přesunout do takové polohy, aby nepřekážel dopravníku $k + 2$. Uhnout ale musí i dopravník $k + 1$, takže přesun j může začít nejdříve po době 2δ poté, co se nad nádrž j dostane dopravník k .

Podmínky jsou splněny automaticky, pokud přesun j začíná před přesunem i , přesun i není vykonán dopravníkem k a přesun j není vykonán dopravníkem l , který je umístěn dále od začátku linky než dopravník k . To je zajištěno členem $M(3 - y_{ij} - z_i^k - \sum_{l=k}^{N_H} z_j^l)$.

Obdobou podmínky (2.26) je podmínka (2.27), která zajišťuje případ, kde je přesun j vykonáván dopravníkem l umístěným blíže k začátku linky než dopravník k a kde je nádrž do které je přesunuta dávka z nádrže i dopravníkem k blíže k začátku linky než nádrž j .

$\forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$

pokud $P_{i+1} \geq P_j$

$$t_i + d_i + w_i + e_{i+1,j} + \sum_{l=k}^{N_H} ((l-k)\delta z_j^l) \leq t_j + M(3 - y_{ij} - z_i^k - \sum_{l=k}^{N_H} z_j^l) \quad (2.26)$$

pokud $P_{i+1} \leq P_j$

$$t_i + d_i + w_i + e_{i+1,j} + \sum_{l=1}^k ((k-l)\delta z_j^l) \leq t_j + M(3 - y_{ij} - z_i^k - \sum_{l=1}^k z_j^l) \quad (2.27)$$

Podmínky (2.28) a (2.29) jsou obdobou podmínek (2.26) a (2.27) pro případ, kdy přesun j začíná před přesunem i . Porovnáme tedy přesun i s přesunem j v následujícím cyklu $(t_j + T)$. Aby byla podmínka splněna automaticky, nemusíme zkoumat, zda i začíná před j , protože v tom případě je $t_i < t_j$ a podmínka bude splněna vždy.

$\forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$

pokud $P_{i+1} \geq P_j$

$$t_i + d_i + w_i + e_{i+1,j} + \sum_{l=k}^{N_H} ((l-k)\delta z_j^l) \leq (t_j + T) + M(2 - z_i^k - \sum_{l=k}^{N_H} z_j^l) \quad (2.28)$$

pokud $P_{i+1} \leq P_j$

$$t_i + d_i + w_i + e_{i+1,j} + \sum_{l=1}^k ((k-l)\delta z_j^l) \leq (t_j + T) + M(2 - z_i^k - \sum_{l=1}^k z_j^l) \quad (2.29)$$

Dále musíme zajistit, že přesun nezačne uvnitř zakázané zóny (omezující podmínky (2.30) až (2.33)). V případě, že přesun i vykonávaný dopravníkem k začíná po přesunu j vykonávaným dopravníkem l umístěným dále od začátku linky než k , kdy je nádrž $i + 1$ dále od začátku linky než nádrž j , může přesun i začít až poté, co dopravník j uvolní místo v čase $t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i}$. Toto je zajištěno omezující podmínkou (2.30).

Podmínky jsou splněny automaticky, pokud přesun i začíná před přesunem j , přesun i není vykonán dopravníkem k a přesun j není vykonán dopravníkem l , který je umístěn dále od začátku linky než dopravník k .

Obdobou omezující podmínky (2.30) je omezující podmínka (2.31). Ta zajišťuje případ, kdy přesun i vykonávaný dopravníkem k začíná po přesunu j vykonávaným dopravníkem l umístěným blíže k začátku linky než k a kdy je nádrž $i + 1$ blíže k začátku linky než nádrž j .

$$\forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_{i+1} \geq P_j$

$$t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i} + \sum_{l=k}^{N_H} ((l-k)\delta z_j^l) \leq t_i + M(3 - y_{ji} - z_i^k - \sum_{l=k}^{N_H} z_j^l) \quad (2.30)$$

pokud $P_{i+1} \leq P_j$

$$t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i} + \sum_{l=1}^k ((k-l)\delta z_j^l) \leq t_i + M(3 - y_{ji} - z_i^k - \sum_{l=1}^k z_j^l) \quad (2.31)$$

Obdobou omezujících podmínek (2.30) a (2.31) jsou omezující podmínky (2.32) a (2.33), které jsou použity v případě, že přesun i začíná v následujícím cyklu. Upravíme tedy čas přesunu i na $t_i + T$.

$$\forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_{i+1} \geq P_j$

$$t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i} + \sum_{l=k}^{N_H} ((l-k)\delta z_j^l) \leq (t_i + T) + M(2 - z_i^k - \sum_{l=k}^{N_H} z_j^l) \quad (2.32)$$

pokud $P_{i+1} \leq P_j$

$$t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i} + \sum_{l=1}^k ((k-l)\delta z_j^l) \leq (t_i + T) + M(2 - z_i^k - \sum_{l=1}^k z_j^l) \quad (2.33)$$

Podmínky (2.30) až (2.33) jsem do modelu přidal. V článku [9] se tyto podmínky nenachází a bez nich se přejezdy dopravníků vyskytovaly v zakázaných zónách.

Podmínka (2.34) je obdobou podmínky (2.26) pro první přesun zajištěný prvním dopravníkem.

$$\forall k \in \{1 \dots N_H\}, \forall i \in \{1 \dots N_P\}$$

pokud $P_1 \geq P_i$

$$t_0 + d_0 + w_0 + e_{1,i} + \sum_{l=1}^{N_H} ((l-1)\delta z_i^l) \leq t_j \quad (2.34)$$

Pokud dávka během přesunu do nádrže i a následného louhování vstoupí do nového cyklu, je potřeba zajistit, že dopravník odvázející dávku z nádrže i bude v dostatečné

vzdálenosti při příjezdu dopravníku s další dávkou této nádrže (2.35). Mezi časem $t_i + T_i^L + w_i$, kdy je dávka odvezena z nádrže i , a časem $t_{i-1} + T_{i-1}^L + w_{i-1} + e_{i-1,i}$, kdy je do nádrže i přivezena další dávka, musí být časový rozdíl minimálně δ , aby se dopravníky nesrazily. Pokud není překročen začátek nového cyklu, podmínka je díky $M(1-s_i)$ splněna automaticky ($s_i = 0$).

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1 \dots N_P\} \\ t_i + T_i^L + w_i + \delta \leq t_{i-1} + T_{i-1}^L + w_{i-1} + e_{i-1,i} + M(1 - s_i) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Jelikož první krok je vždy zajišťován prvním pojezdem, je třeba zajistit, aby se první pojezd stihl dostat k dalšímu přesunu který je jím realizován. To zajišťuje podmínka (2.36). Než se první dopravník dostane k nádrži i , musí nejprve převést dávku do první nádrže a poté přejet k nádrži i ($t_0 + d_0 + w_0 + e_{1,i}$). Podmínka je splněna automaticky, pokud přejezd i není vykonán prvním dopravníkem.

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1 \dots N_P\} \\ t_0 + d_0 + w_0 + e_{1,i} \leq t_i + M(1 - z_i^1) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

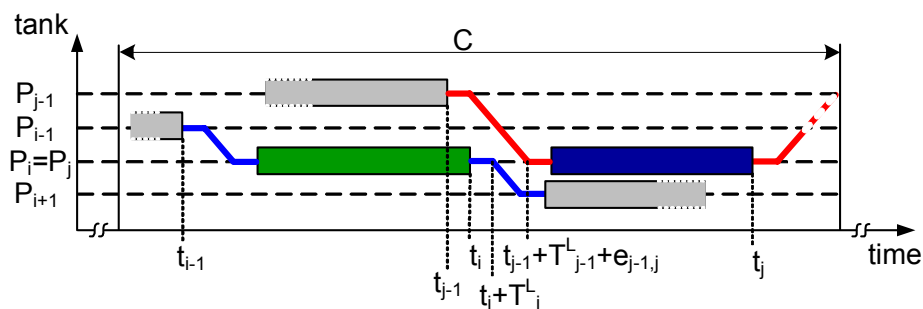
2.6.6 Omezující podmínky pro vícenásobné použití nádrží

Pokud se požívá jedna nádrž pro více kroků receptu (je do ní během cyklu dávka umístěna několikrát), je potřeba zajistit, aby do nádrže nebylo v jeden čas umístěno více dávek a v případě použití více dopravníků musíme zabránit jejich kolizi. Dopravník převážející dávku musí být v dostatečné vzdálenosti od nádrže, když je do ní dopravena dávka jiným dopravníkem.

Dávka se z nádrže i přesouvá v čase $t_i + w_i + T_i^L$. Další dávka je dopravníkem přivezena v čase $t_{j-1} + T_{j-1}^L + w_{j-1} + e_{j-1,j}$, který nesmí být dříve než $t_i + w_i + T_i^L + \delta$, tedy o δ později po odvezení přítomné dávky z nádrže.

Tento problém musíme ošetřit pro případ, kdy začátek nového cyklu není překročen ani jedním z kroků i, j ((2.37)), kdy je překročen jen jedním z nich ((2.38) a (2.38)) a kdy je překročen oběma ((2.39) a (2.40)).

Případ, kdy ani na jednom z kroků i, j není překročen začátek nového cyklu, je zobrazen na obr. 2.6 a řeší ho podmínka (2.37). Podmínka je splněna automaticky, pokud je na jednom z kroků i, j překročen začátek nového cyklu, nebo pokud začíná přesun j před i .



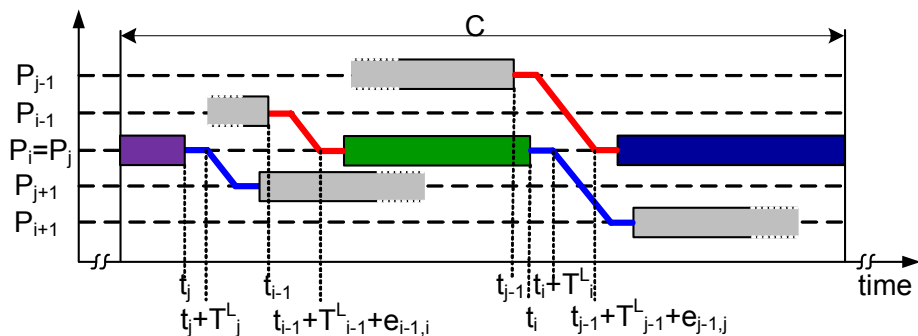
Obrázek 2.6: Použití nádrže pro více kroků receptury, kdy ani na jednom z kroků i, j není překročen začátek nového cyklu [9]

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i = P_j$

$$t_i + T_i^L + w_i + \delta \leq t_{j-1} + T_{j-1}^L + w_{j-1} + e_{j-1,j} + M(3 - (1 - s_i) - (1 - s_j) - y_{ij}) \quad (2.37)$$

Případy, kdy je na kroku i překročen začátek nového cyklu a na kroku j není, je zobrazen na obr. 2.7 a řeší ho podmínky (2.38) (levá část obr. 2.7) a (2.39) (pravá část obr. 2.7). Podmínky jsou splněny automaticky, pokud je na kroku j překročen začátek nového cyklu nebo pokud na kroku i není překročen začátek nového cyklu.



Obrázek 2.7: Použití nádrže pro více kroků receptury, kdy je na kroku i překročen začátek nového cyklu a na kroku j není [9]

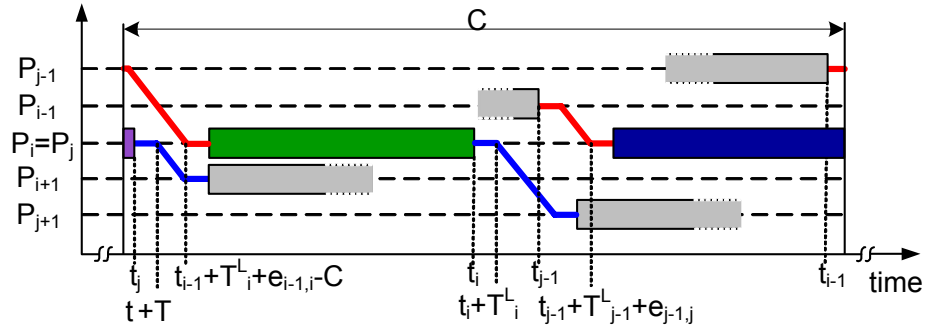
$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i = P_j$

$$t_j + T_j^L + w_j + \delta \leq t_{i-1} + T_{i-1}^L + w_{i-1} + e_{i-1,i} + M(2 - (1 - s_i) - s_j) \quad (2.38)$$

$$t_i + T_i^L + w_i + \delta \leq t_{j-1} + T_{j-1}^L + w_{j-1} + e_{j-1,j} + M(2 - (1 - s_i) - s_j) \quad (2.39)$$

Případy, kdy je na kroku j překročen začátek nového cyklu a na kroku i není, je zobrazen na obr. 2.8 a řeší ho podmínky (2.40) (levá část obr. 2.8) a (2.41) (pravá část obr. 2.8). V podmínce (2.40) musíme porovnávat přesun j s přesunem $i - 1$, který začal v předcházejícím cyklu ($t_{i-1} - T$), jinak bychom porovnávali přesuny, které si neodpovídají. Podmínky jsou splněny automaticky, pokud je na kroku i překročen začátek nového cyklu nebo pokud přesun i začíná před j .



Obrázek 2.8: Použití nádrže pro více kroků receptury, kdy je na kroku j překročen začátek nového cyklu a na kroku i není [9]

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i = P_j$

$$t_j + T_j^L + w_j + \delta \leq (t_{i-1} - T) + T_{i-1}^L + w_{i-1} + e_{i-1,i} + M(3 - s_j - s_i - y_{ji}) \quad (2.40)$$

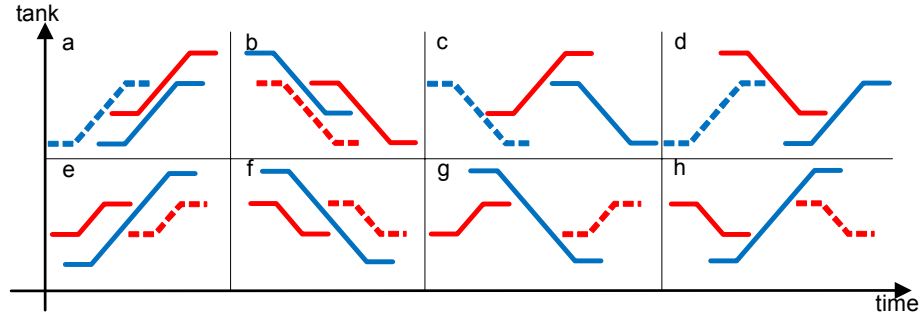
$$t_i + T_i^L + w_i + \delta \leq t_{j-1} + T_{j-1}^L + w_{j-1} + e_{j-1,j} + M(3 - s_i - s_j - y_{ji}) \quad (2.41)$$

Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

2.6.7 Omezující podmínky pro zamezení srážky dopravníků

Pokud nemá receptura podobu vzestupné sekvence stanovišť od nakládací plošiny na začátku výrobní linky k vykládací plošině na konci linky ($P_i < P_{i+1}$), musíme zajistit,

aby nedošlo ke křížení drah dopravníků, přepravujících dávku. Křížení drah, která mohou nastat závisí na počáteční a koncové poloze dopravníků, je celkem osm. Jsou vyobrazeny na obr. 2.9 a řeší je podmínky (2.45) - (2.66).



Obrázek 2.9: Možné situace při křížení cest dvou dopravníků během přesunu dávky. Plně a čárkovaně je znázorněno možné alternativy v pořadí přejezdů pro danou situaci. Přesun i modře, přesun j červeně [9]

Abychom mohli určit pořadí přejezdů, zavedeme binární proměnné x_{ij}^λ , kde $\lambda = \{1, 2, 3\}$. Hodnota x_{ij}^λ je 1 pokud se přejezd i uskuteční před přejezdem j (nad nádrží, kde jsou u sebe dopravníky nejbliže bude nejdříve dopravník vykonávající přesun i a až poté dopravník vykonávající přesun j) a $x_{ij}^\lambda = 0$ pokud se přejezd i uskuteční po přejezdu j .

Proměnná x_{ij}^1 určuje pořadí přejezdů pro případ, kdy oba přesuny začínají během jednoho cyklu, x_{ij}^2 pro případ, kdy přesun i začíná v následujícím cyklu po přesunu j a x_{ij}^3 pro případ, kdy přesun i začíná v cyklu předcházejícím před přesunem j .

Podmínky (2.42), (2.43) a (2.44) zajišťují, že jedna z proměnných x_{ij}^λ , x_{ji}^λ bude mít hodnotu 1 a druhá 0.

$$x_{ij}^1 + x_{ji}^1 = 1 \quad (2.42)$$

$$x_{ij}^2 + x_{ji}^2 = 1 \quad (2.43)$$

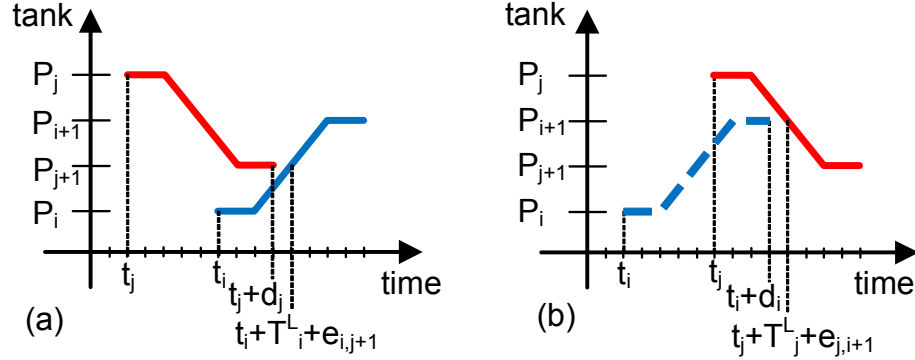
$$x_{ij}^3 + x_{ji}^3 = 1 \quad (2.44)$$

Podmínky (2.45) až (2.50) ošetřují situaci na obr. 2.9d (v detailu na obr. 2.10), kde $P_i < P_{j+1} \leq P_{i+1} < P_j$.

Případ, kdy se přesun j uskuteční před přesunem i , je zobrazen na obr. 2.10a a pro jeho řešení jsou použity podmínky (2.45), (2.47) a (2.49). Musíme zaručit, že dopravníky se k sobě nedostanou blíže než δ . Kritické místo se nachází nad nádrží $j + 1$. Dopravník

vykonávající přesun j se nad toto místo dostane v čase $t_j + d_j + w_j$. Dopravník vykonávající přesun i se na toto místo smí dostat nejdříve o δ později. Čas, kdy se k tomuto místu dostane je $t_i + T_i^L + w_i + e_{i,j+1}$. Pokud je přesun j uskutečněn po přesunu i , je podmínka splněna automaticky. To zaručuje člen Mx_{ij}^λ , kde $x_{ij}^\lambda = 1$.

Případ, kdy se přesun i uskuteční před přesunem j , je zobrazen na obr. 2.10b a pro jeho řešení jsou použity podmínky (2.46), (2.48) a (2.50). Je analogií předchozího.



Obrázek 2.10: Situace při křížení drah dopravníků, kde $P_i < P_{j+1} \leq P_{i+1} < P_j$ [9]

Pokud oba přesuny začínají v témže cyklu, jsou použity podmínky (2.45) a (2.46)

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

$$\text{pokud } P_i < P_{j+1} \leq P_{i+1} < P_j$$

$$t_j + d_j + w_j + \delta \leq t_i + T_i^L + w_i + e_{i,j+1} + Mx_{ij}^1 \quad (2.45)$$

$$t_i + d_i + w_i + \delta \leq t_j + T_j^L + w_j + e_{j,i+1} + Mx_{ji}^1 \quad (2.46)$$

Pokud přesun i začíná v následujícím cyklu po přesunu j , jsou použity podmínky (2.47) a (2.48). Zde je potřeba upravit čas přesunu i (jelikož začíná v následujícím cyklu po přesunu j) na $t_i + T$.

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

$$\text{pokud } P_i < P_{j+1} \leq P_{i+1} < P_j$$

$$t_j + d_j + w_j + \delta \leq (t_i + T) + T_i^L + w_i + e_{i,j+1} + Mx_{ij}^2 \quad (2.47)$$

$$t_i + T + d_i + w_i + \delta \leq t_j + T_j^L + w_j + e_{j,i+1} + Mx_{ji}^2 \quad (2.48)$$

Pokud přesun i začíná v cyklu předcházejícím přesunu j , jsou použity podmínky (2.49) a (2.50). Zde je potřeba upravit čas přesunu i (jelikož začíná v cyklu předcházejícím přesunu i) na $t_i - T$.

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

$$\text{pokud } P_i < P_{j+1} \leq P_{i+1} < P_j$$

$$t_j + d_j + w_j + \delta \leq (t_i - T) + T_i^L + w_i + e_{i,j+1} + Mx_{ij}^3 \quad (2.49)$$

$$(t_i - T) + d_i + w_i + \delta \leq t_j + T_j^L + w_j + e_{j,i+1} + Mx_{ji}^3 \quad (2.50)$$

Případy zobrazené na obr. 2.9a, kde $P_i < P_j < P_{i+1} < P_{j+1}$, a na obr. 2.9b, kde $P_{j+1} < P_{i+1} < P_j < P_i$, můžeme oba řešit shodnými podmínkami (2.51) až (2.57).

Pokud se přesun j uskuteční před přesunem i , kritický úsek se nachází nad nádržemi j až $i + 1$. Tento model počítá s tím, že se dopravníky pohybují konstantní rychlostí, kolizi tedy stačí ošetřit v jednom místě intervalu. Pro zápis omezující podmínky je použito místo nad nádrží j . Dopravník vykonávající přesun j se z tohoto místa dostane v čase $t_j + w_j + T_j^L$. Dopravník vykonávající přesun i se nad nádrž j nesmí dostat dříve než o δ později. Čas, kdy se k tomuto místu dostane je $t_i + w_i + T_i^L + e_{i,j}$. Podmínka je splněna automaticky, pokud se přesun i uskuteční před přesunem j . To zaručuje člen Mx_{ij}^λ , kde $x_{ij}^\lambda = 1$. Případ popisují podmínky (2.51), (2.54) a (2.55).

Pokud se přesun i uskuteční před přesunem j , musíme ošetřit dva kritické úseky, nacházející se nad nádrží j a $i + 1$. Pokud je delší doba vyzdvižení T_j^L než doba spouštění T_{i+1}^U , jsou použity podmínky (2.52) a (2.56) a podmínky (2.53) a (2.57) jsou splněny automaticky. Dopravník vykonávající přesun i se ke kritickému místu nad nádrží j dostane v čase $t_i + w_i + T_i^L + e_{i,j}$. Další dopravník může začít přesun j nejdříve po době δ v čase t_j . Pokud je delší doba spouštění T_{i+1}^U než doba vyzdvižení T_j^L , jsou použity podmínky (2.53) a (2.57) a podmínky (2.52) a (2.56) jsou splněny automaticky. Kritické místo je nad nádrží $i + 1$. Dopravník dokončí přesun i v čase $t_i + w_i + d_i$. Dopravník vykonávající přesun j se nad nádrž $i + 1$ může dostat nejdříve po době δ v čase $t_j + w_j + T_j^L + e_{j,i+1}$. Podmínky jsou splněny automaticky pokud se přesun j uskuteční před přesunem i . To zaručuje člen Mx_{ji}^λ , kde $x_{ji}^\lambda = 1$.

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i < P_j < P_{i+1} < P_{j+1}$ nebo $P_{j+1} < P_{i+1} < P_j < P_i$

$$t_j + w_j + T_j^L + \delta \leq t_i + w_i + T_i^L + e_{i,j} + Mx_{ij}^1 \quad (2.51)$$

$$t_i + w_i + T_i^L + \delta \leq t_j + Mx_{ji}^1 \quad (2.52)$$

$$t_i + w_i + d_i + \delta \leq t_j + w_j + T_i^L + e_{i,j} + Mx_{ji}^1 \quad (2.53)$$

Začíná-li přesun i v cyklu následujícím po začátku přesunu j , upravíme čas přesunu i na $t_i + T$. Zde nekontrolujeme, který z přesunů se uskuteční dříve. Přesun j začíná první a přesun i musí začít po něm, jinak by došlo ke kolizi.

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i < P_j < P_{i+1} < P_{j+1}$ nebo $P_{j+1} < P_{i+1} < P_j < P_i$

$$t_j + w_j + T_j^L + \delta \leq (t_i + T) + w_i + T_i^L + e_{i,j} \quad (2.54)$$

Začíná-li přesun i v cyklu předcházejícím začátku přesunu j , upravíme čas přesunu i na $t_i - T$.

$$\forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j$$

pokud $P_i < P_j < P_{i+1} < P_{j+1}$ nebo $P_{j+1} < P_{i+1} < P_j < P_i$

$$t_j + w_j + T_j^L + \delta \leq (t_i - T) + w_i + T_i^L + e_{i,j} + Mx_{ij}^3 \quad (2.55)$$

$$(t_i - T) + w_i + T_i^L + \delta \leq t_j + Mx_{ji}^3 \quad (2.56)$$

$$(t_i - T) + w_i + d_i + \delta \leq t_j + w_j + T_i^L + e_{i,j} + Mx_{ji}^3 \quad (2.57)$$

Případy zobrazené na obr. 2.9c, kde $P_{i+1} < P_j \leq P_i < P_{j+1}$ jsou řešeny podmínkami (2.58) až (2.61).

Pokud se přesun j uskuteční před přesunem i , kritické místo se nachází nad nádrží i . Dopravník vykonávající přesun j se k tomuto místu dostane v čase $t_j + w_j + T_i^L + e_{i,j}$. Další dopravník může začít přesun i nejdříve o δ později. Čas, kdy se k tomuto místu dostane je t_i . Podmínka je splněna automaticky, pokud se přesun i uskuteční před přesunem j . To zaručuje člen Mx_{ij}^λ , kde $x_{ij}^\lambda = 1$. Případ popisují podmínky (2.58) a (2.60). Pokud se přesun i uskuteční před přesunem j , kritické místo se nachází nad nádrží j a podmínky (2.59) a (2.61) jsou analogií podmínek (2.58) a (2.60).

Začíná-li přesun i v cyklu následujícím po začátku přesunu j , upravíme čas přesunu i na $t_i + T$ a použijeme podmínku (2.60). Zde nekontrolujeme, který z přesunů se uskuteční dříve. Přesun j začíná první a přesun i musí začít po něm, jinak by došlo ke kolizi. Stejně tak upravíme přesun i na $t_i - T$, začíná-li přesun i v cyklu předcházejícím začátek přesunu j a použijeme podmínku (2.61). Také nekontrolujeme, který z přesunů se uskuteční dříve. Přesun i začíná první a přesun j musí začít po něm.

$$\begin{aligned} \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j \\ \text{pokud } P_{i+1} < P_j \leq P_i < P_{j+1} \\ t_j + w_j + T_j^L + e_{i,j} + \delta \leq t_i + Mx_{ij}^1 \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$t_i + w_i + T_i^L + e_{i,j} + \delta \leq t_j + Mx_{ji}^1 \quad (2.59)$$

$$t_j + w_j + T_j^L + e_{i,j} + \delta \leq (t_i + T) \quad (2.60)$$

$$(t_i - T) + w_i + T_i^L + e_{i,j} + \delta \leq t_j \quad (2.61)$$

Všechny zbylé případy zobrazené na obr. 2.9e, kde $P_i < P_j < P_{j+1} < P_{i+1}$, na obr. 2.9f, kde $P_{i+1} < P_{j+1} < P_j < P_i$, na obr. 2.9g, kde $P_{i+1} \leq P_j < P_{j+1} \leq P_i$ a na obr. 2.9h, kde $P_{i+1} \leq P_j < P_{j+1} \leq P_i$, můžeme řešit shodnými podmínkami (2.62) až (2.66).

Tyto omezující podmínky jsou obdobné výše uvedeným. Kritická místa jsou nad nádržemi j a $j + 1$.

$$\begin{aligned} \forall i, j \in \{1 \dots N_P\}, i \neq j \\ \text{pokud } P_i < P_j < P_{j+1} < P_{i+1} \text{ nebo } P_{i+1} < P_{j+1} < P_j < P_i \\ \text{nebo } P_{i+1} \leq P_j < P_{j+1} \leq P_i \text{ nebo } P_i \leq P_{j+1} < P_j \leq P_{i+1} \\ t_j + d_j + \delta \leq t_i + w_i + T_i^L + e_{j,i+1} + Mx_{ij}^1 \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$t_i + w_i + T_i^L + e_{i,j} + \delta \leq t_j + Mx_{ji}^1 \quad (2.63)$$

$$t_j + d_j + \delta \leq (t_i + T) + w_i + T_i^L + e_{j,i+1} + Mx_{ij}^1 \quad (2.64)$$

$$t_j + d_j + \delta \leq (t_i - T) + w_i + T_i^L + e_{j,i+1} + Mx_{ij}^1 \quad (2.65)$$

$$(t_i - T) + w_i + T_i^L + e_{i,j} + \delta \leq t_j + Mx_{ji}^1 \quad (2.66)$$

Omezující podmínky v této sekci podmínky byly získány z [9].

2.7 Nevýhody modelu

Jedinou nevýhodou tohoto modelu je předpoklad konstantní rychlosti pohybu dopravníků. U reálných dopravníků je třeba počítat s dynamikou systému. Zanedbání dynamiky může způsobit dva problémy - kolizi dopravníků a neoptimální rozvrh. Kolize dopravníků je závažný problém, který však může být v modelu kompenzován konstantou δ určující, jak blízko se k sobě dopravníky mohou dostat. Druhým problémem způsobeným zanedbáním dynamiky je získání neoptimálního rozvrhu. Tento problém však nebude nijak výrazný, pokud není chování reálných dopravníků a dopravníků se zanedbanou dynamikou příliš odlišné. V případě, že by bylo nutné uvažovat rozdílnou rychlost pohybu naložených a prázdných dopravníků, bylo by možné model o tuto možnost rozšířit.

Jako další nevýhodu tohoto modelu by bylo možné považovat, že řeší pouze ustálený stav a neumí se vypořádat s přechody mezi recepty. Taková úloha je však mnohem složitější, řeší se odlišnými prostředky a neodpovídá rozsahu této práce.

Kapitola 3

Testování modelu a dosažené výsledky

3.1 Použitý software

Implementace MILP modelu galvanické linky uvedeného v kapitole 2 není triviální úloha a proto jsem zvolil software, který umožní snadnou a přehlednou implementaci a který vypočítá výsledky v krátkém čase. Implementované řešení je prototypový model vhodný k ověření funkčnosti formulované optimalizační úlohy a dalšímu testování. Realizace úlohy v softwaru vhodném ke komerčnímu využití je mnohem složitější. Implementace a testování modelu by byly mnohem náročnější. Bylo by nezbytné řešit velké množství problémů, které se přímo netýkají optimalizační úlohy.

MILP modelu galvanické linky jsem implementoval v prostředí Matlab za využití toolboxu Yalmip. Tato kombinace byla výhodná, jelikož Matlab umožňuje snadnou práci s maticemi a vektory a s pomocí Yalmipu lze snadno a přehledně nadefinovat rozhodovací proměnné a omezující podmínky.

Další výhodou je možnost vykreslení výsledků optimalizace do Ganttova diagramu přímo v tomto prostředí, což je velkou výhodou při rozšiřování modelu a hledání chyb. Při vrácení výsledků optimalizace dojde k jejich bezprostřední vizualizaci a získané řešení je ihned viditelné a snadno analyzovatelné.

K řešení formulované optimalizační úlohy jsem použil solver Gurobi. Zvolil jsem ho proto, že lze snadno propojit s prostředím Matlab a patří mezi nejrychlejší solvery. Jelikož řešení MILP modelu galvanické linky je NP-úplná úloha, řešení složitějších úloh může trvat poměrně dlouhou dobu (při použití málo výkonného přenosného počítače, na kterém

jsem úlohu zpočátku řešil trvalo vyřešení složitějších receptur se solverem Gurobi několik minut).

3.2 Rozvrhování dopravníků v recepturách zadané galvanické linky

Optimalizační úlohu jsem testoval na modelu zadané galvanické linky. Uvádím řešení receptury „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“ uvedené v tab. 1.1 a řešení receptury „Zn-Ni - závěsy, varianta I“ uvedené v tab. 1.2.

Abychom mohli vypočítat rozvrh, potřebujeme znát určité parametry galvanické linky. Musíme znát polohu jednotlivých nádrží a rychlost pohybu dopravníků z nichž získáme dobu přejezdů mezi nádržemi $e_{i,j}$. Dále musíme znát počet dopravníků, jejich rozsahy a musíme určit nádrže, ve kterých si mohou dopravníky předat dávku, pokud má být vykonán přejezd, který nemůže být vykonán jedním dopravníkem kvůli omezenému rozsahu. Dále je nezbytné znát dobu vytahování dávky z nádrže a dobu spouštění dávky do nádrže. V receptuře pak musí být uvedeny použité nádrže (čísla stanovišť), maximální a minimální doba louhování v dané nádrži, doba okapání dávky nad nádrží a počet přítomných nádrží na daném kroku receptury.

Receptury je nejdříve nutné upravit tak, aby vyhovovala uvedenému MILP modelu. Jako nakládací plošina může být použito jen jedno stanoviště, protože v prostor plošiny může být využito v jeden čas pouze jednou dávkou. To by nebylo možné zajistit, kdybychom v MILP modelu používali stanovišť více. Analogie platí pro vykládací stanoviště. Také je nutné přidat nádrže sloužící jako překladiště, bez nichž by rozvrh nemohl být realizován.

V obou uvedených recepturách jsou pracoviště 1,2 a 3, ve kterých jsou nakládány a vykládány dávky, jsou v modelu uvažována jako jedno stanoviště (pracoviště číslo 1). Dále byla do receptury vložena nádrž, která dopravníkům slouží jako překladiště. U obou receptur měl být realizován přesun z 31. do 9. nádrže. Takový přesun však nemůže být vykonán kvůli rozsahům dopravníků. První dopravník nemůže dál než k 18. nádrži a druhý dopravník se nemůže dostat blíže než k 16. nádrži, takže je přidán krok, ve kterém je použita 9. nádrž jako překladiště.

V případě, že dávky nesmí čekat nad nádržemi, nebo smí čekat jen po určitou dobu, určíme maximální hodnotu proměnné w_i , která tuto dobu popisuje.

Po vyřešení optimalizační úlohy získáme délku cyklu T , časy přesunů z jednotlivých nádrží t_i , dobu čekání nad nádržemi, čísla dopravníků vykonávajících přesuny a kolik z nádrží přítomných na kroku procedury má být využito.

Řešení optimalizační úlohy je uvedeno v tabulkách 3.2 a 3.4. Pro každý krok procedury je uveden čas přesunu k další nádrži odpovídající proměnné t_i , doba čekání naloženého dopravníku nad nádrží odpovídající proměnné w_i , dopravník vykonávající přejezd k další nádrži získaný z proměnné z_i^k a počet nádrží, které jsou využity, získaný z proměnné m_i^l . Časy přesunů odpovídají přesunům v jednom cyklu, nevztahují se tedy k jedné dávce a nemají podobu vzestupné sekvence. Délky cyklu vyšly $T = 634s$ pro recepturu „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“ a $T = 733s$ pro recepturu „Zn-Ni - závěsy, varianta I“.

Abychom získali úplné rozvrhování dopravníků, je potřeba dopočítat jak mají být přesouvány prázdné dopravníky. Tím jsem se ale v práci hlouběji nezabýval. Vypočítal jsem pouze jedno z možných řešení, aby bylo možné vykreslit ganttův diagram.

Rozvrhu v tab. 3.2 odpovídá ganttův diagram zobrazený na obr. 3.1. Je na něm znázorněna poloha dopravníků a dávek v čase. Černě je zobrazena dávka v nádrži, červeně první dopravník, zeleně druhý dopravník a modře třetí dopravník. Plně jsou označeny přesuny dávek, čerchovaně přejezdy prázdných dopravníků (ty se mi nepovedlo vykreslit korektně při použití více nádrží, tento nedostatek však není pro vizualizaci rozvrhu příliš závažný).

Z ganttova diagramu lze zjistit, zda nedochází ke kolizím. Kolize dopravníků nastane, pokud se kříží dráhy dopravníků. Pokud se nikde neprotínají čáry odpovídající jednotlivým dopravníkům, ke kolizím nedochází.

Pro názornější zobrazení cyklického rozvrhu je na obr. 3.2 znázorněn stejný rozvrh ve třech po sobě následujících cyklech. V tomto zobrazení můžeme lépe pozorovat, jak dávka prochází linkou. Po naložení je dávka přesouvána dále od začátku linky až k nádržím na pracovištích 35, 36 a 37, odkud je pak přesouvána zpět k začátku linky, kde je dávka vyložena. Lze také vyčíst, že dávka linkou prochází po dobu více než deseti cyklů, přičemž nejdélší dobu (téměř tři cykly) stráví v jedné z nádrží na pracovištích 35, 36 a 37. Dále můžeme lépe sledovat cyklický pohyb jednotlivých dopravníků.

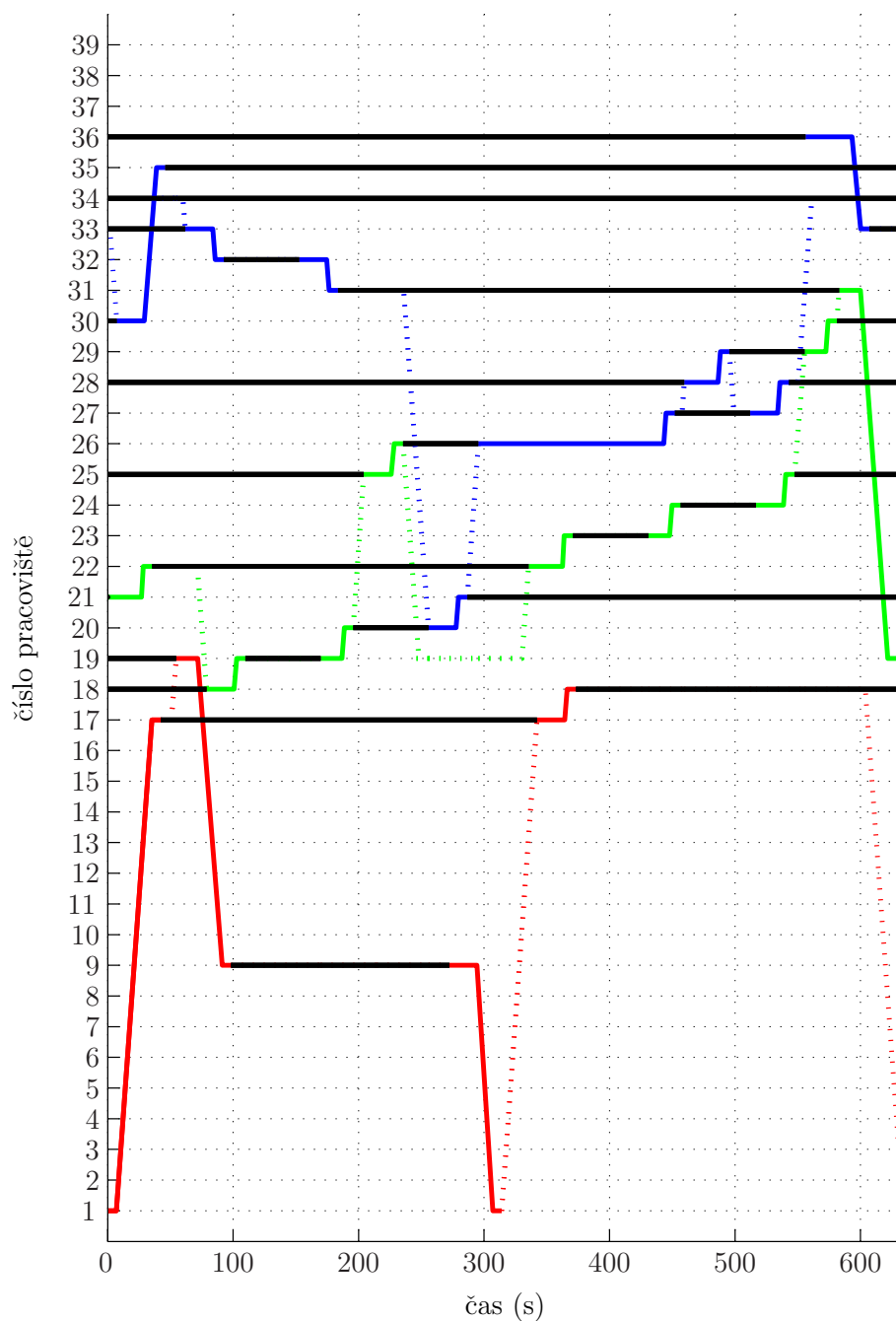
Rozvrhu v tab. 3.4 odpovídají ganttovy diagramy zobrazené na obr. 3.3 a obr. 3.4.

Krok Procedury	Operační čas [min]	Okap bubnů [s]	Číslo pracoviště	Počet nádrží	Název operace
1	2 – 3	0	1	1	Nakládání
2	5 - 8	15	17	1	Chemické odmaštění I
3	5 - 8	15	18	1	Chemické odmaštění II
4	1	10	19	1	Oplach
5	1	15	20	1	Oplach
6	5 - 8	20	21	1	Moření I
7	5 - 8	20	22	1	Moření II
8	1	10	23	1	Oplach
9	1	15	24	1	Oplach
10	1 - 5	15	25	1	Elektrolytické odmaštění
11	1	10	26	1	Oplach
12	1	15	27	1	Oplach
13	5 - 10	20	28	1	Dekapování oceli
14	1	10	29	1	Oplach
15	1	15	30	1	Oplach
16	30 - 120	30	34	3	Zinkování
17	1	15	33	1	Ekonomický oplach
18	1	15	32	1	Oplach
19	1	10	31	1	Oplach
20	0 – 10000	15	19	1	Přeložení dávky
21	2	0	9	1	Teplý oplach
22	2	0	1	1	Vykládání

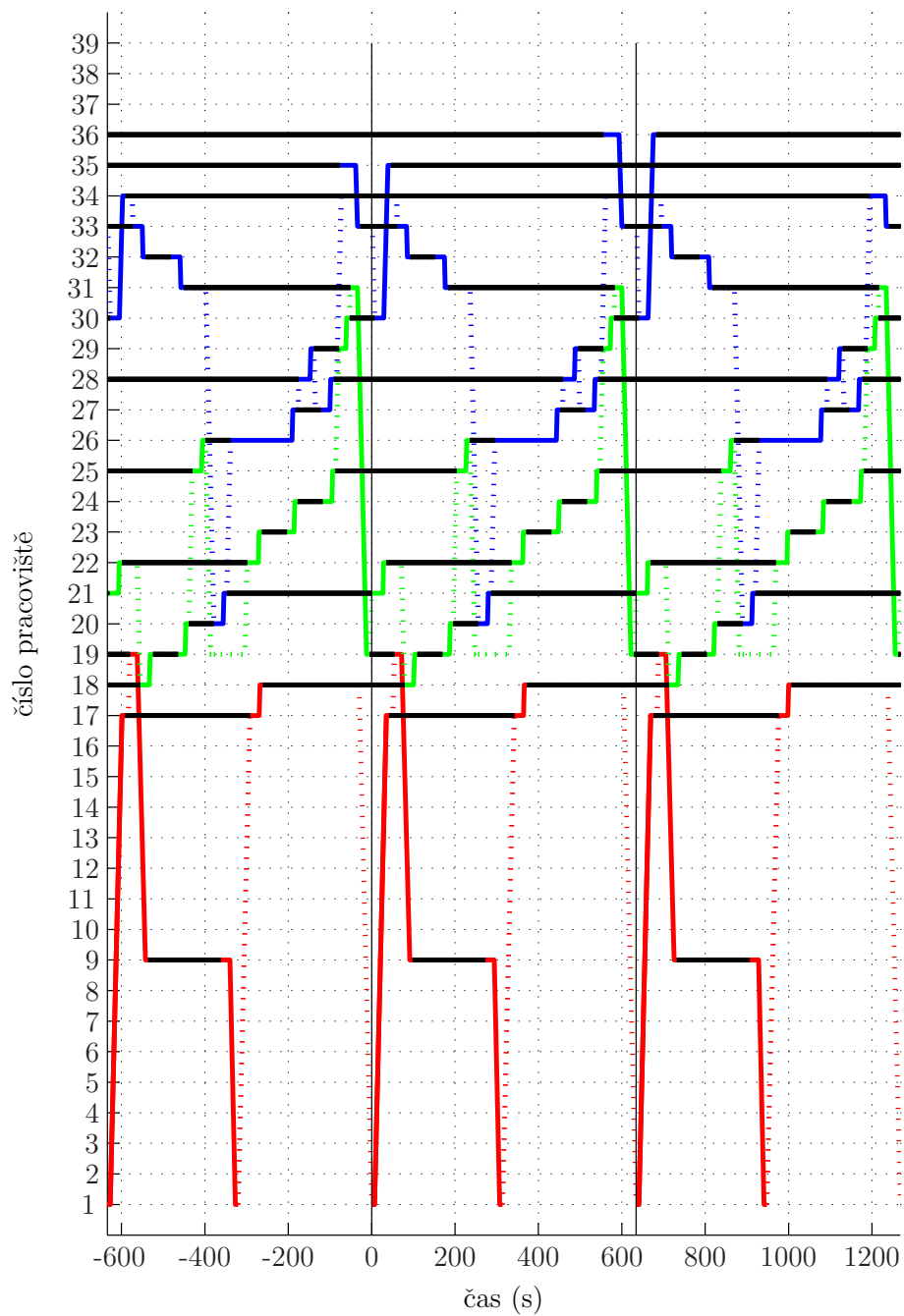
Tabulka 3.1: Receptura zadané galvanické linky „Zinkování alkalické -
bubny, varianta I“ upravená pro MILP model

Krok procedury	Číslo pracoviště	Čas přesunu [s]	Čekání [s]	Použitý dopravník	Počet využitých nádrží	Název operace
1	1	0	0	1	1	Nakládání
2	17	425	0	1	1	Chemické odmaštění I
3	18	130	4	1	1	Chemické odmaštění II
4	19	225	0	2	1	Oplach
5	20	311	65	2	1	Oplach
6	21	253	0	2	1	Moření I
7	22	0	0	2	1	Moření II
8	23	95	0	2	1	Oplach
9	24	181	0	2	1	Oplach
10	25	507	0	2	1	Elektrolytické odmaštění
11	26	599	0	2	1	Oplach
12	27	51	0	2	1	Oplach
13	28	452	0	3	1	Dekapování oceli
14	29	548	0	2	1	Oplach
15	30	0	0	3	1	Oplach
16	34	554	0	3	3	Zinkování
17	33	55	166	3	1	Ekonomický oplach
18	32	311	23	3	1	Oplach
19	31	425	0	2	1	Oplach
20	19	530	0	1	1	Odložení
21	9	58	0	1	1	Teplý oplach
22	1				1	Vykládání

Tabulka 3.2: Rozvrhování dopravníků pro recepturu zadané galvanické linky „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“



Obrázek 3.1: Ganttův diagram znázorňující polohu dopravníku v čase v receptuře „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“. Černě je zobrazena dávka v nádrži, červeně první dopravník, zeleně druhý dopravník a modře třetí dopravník. Plně jsou označeny přesuny dávek, čerchovaně přejezdy prázdných dopravníků.



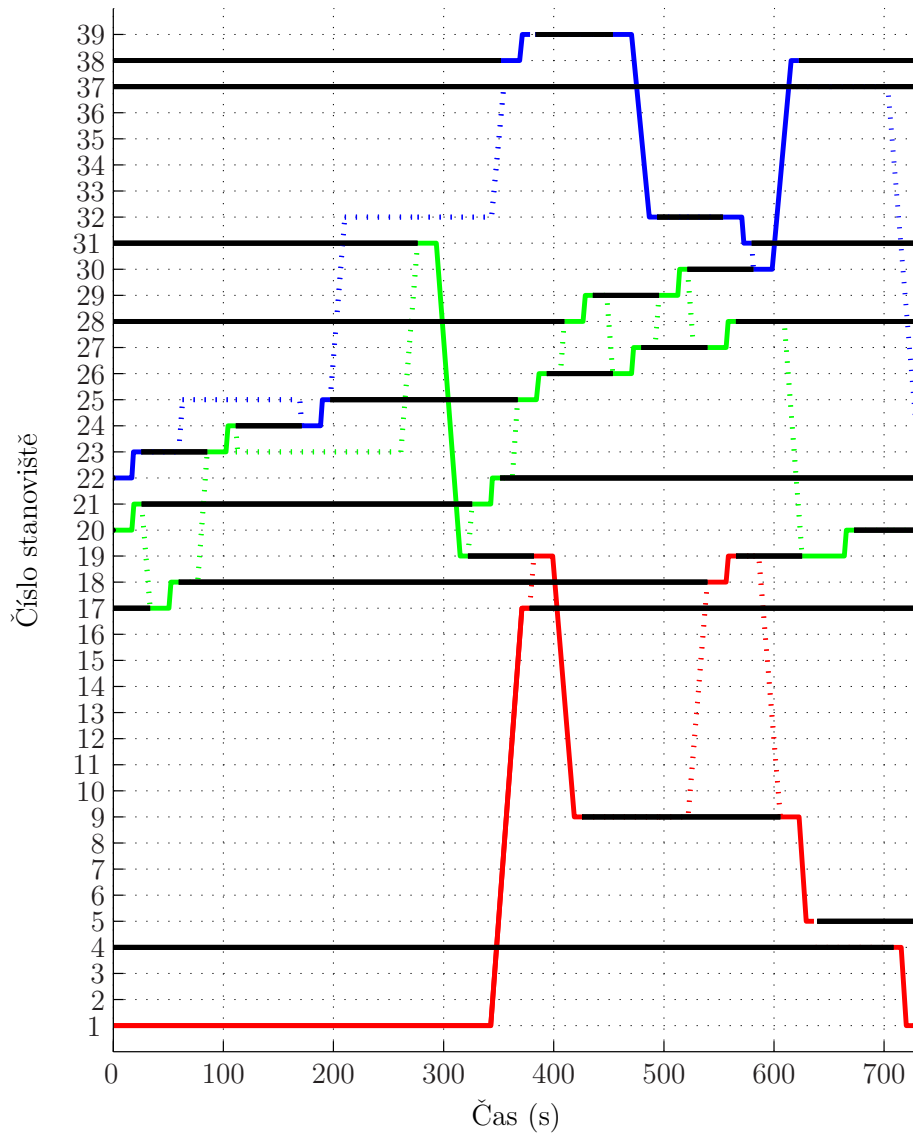
Obrázek 3.2: Ganttův diagram znázorňující polohu dopravníku v čas ve třech po sobě následujících cyklech v receptuře „Zinkování alkalické - bubny, varianta I“. Černě je zobrazena dávka v nádrži, červeně první dopravník, zeleně druhý dopravník a modře třetí dopravník. Plně jsou označeny přesuny dávek, čerchovaně přejezdy prázdných dopravníků.

Krok Procedury	Operační čas [min]	Okap bubnů [s]	Číslo pracoviště	Počet nádrží	Název operace
1	2 - 3	0	1	1	Nakládání
2	5 - 8	15	17	1	Chemické odmaštění I
3	5 - 8	15	18	1	Chemické odmaštění II
4	1	10	19	1	Oplach
5	1	15	20	1	Oplach
6	5 - 8	20	21	1	Moření I
7	5 - 8	20	22	1	Moření II
8	1	10	23	1	Oplach
9	1	15	24	1	Oplach
10	1 - 5	15	25	1	Elektrolytické odmaštění
11	1	10	26	1	Oplach
12	1	15	27	1	Oplach
13	5 - 10	20	28	1	Dekapování oceli
14	1	10	29	1	Oplach
15	1	15	30	1	Oplach
16	30 - 120	30	34	2	Zn-Ni alkalické
17	1	15	39	1	Oplach
18	1	15	32	1	Oplach
19	1	10	31	1	Oplach
20	0 – 10000	0	19	1	Přeložení
21	1 - 3	15	09	1	Teplý oplach
22	10 – 20	0	04	3	Sušení
23	2 – 3	0	1	1	Vykládání

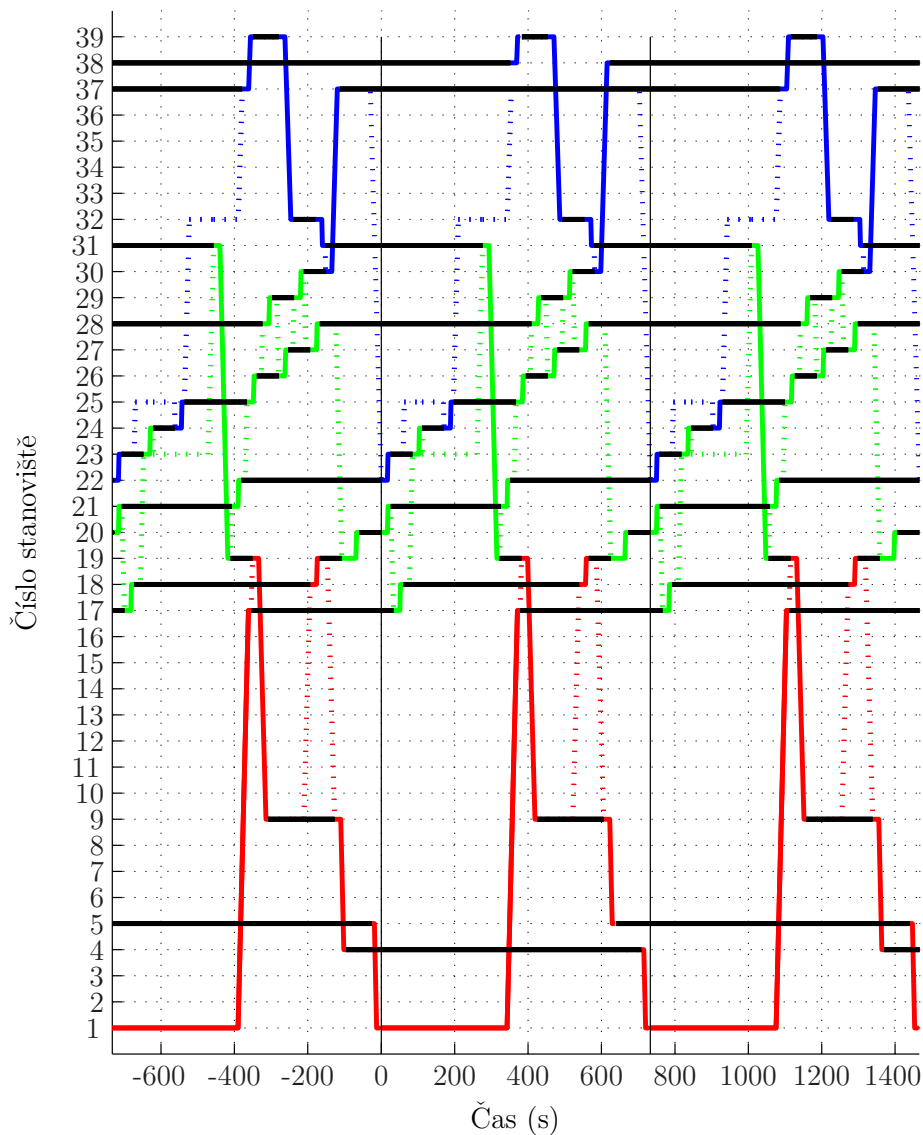
Tabulka 3.3: Receptura zadané galvanické linky „Zn-Ni - závěsy, varianta I“ upravená pro MILP model

Krok procedury	Číslo pracoviště	Čas přesunu [s]	Čekání [s]	Použitý dopravník	Počet využitých nádrží	Název operace
1	1	0	336	1	1	Nakládání
2	17	34	0	2	1	Chemické odmaštění I
3	18	540	0	1	1	Chemické odmaštění II
4	19	626	21	2	1	Oplach
5	20	0	0	2	1	Oplach
6	21	326	0	2	1	Moření I
7	22	0	0	3	1	Moření II
8	23	85	0	2	1	Oplach
9	24	171	0	3	1	Oplach
10	25	367	0	2	1	Elektrolytické odmaštění
11	26	454	0	2	1	Oplach
12	27	540	0	2	1	Oplach
13	28	410	0	2	1	Dekapování oceli
14	29	496	0	2	1	Oplach
15	30	581	0	3	1	Oplach
16	34	355	0	3	2	Zn-Ni alkalické
17	39	454	0	3	1	Oplach
18	32	554	0	3	1	Oplach
19	31	276	0	2	1	Oplach
20	19	382	0	1	1	Přeložení
21	09	606	0	1	1	Teplý oplach
22	04	708	0	1	2	Sušení
23	1				1	Vykládání

Tabulka 3.4: Rozvrhování dopravníků pro recepturu zadané galvanické linky „Zn-Ni - závěsy, varianta I“



Obrázek 3.3: Ganttův diagram znázorňující polohu dopravníku v čase v receptuře „Zn-Ni - závěsy, varianta I“. Černě je zobrazena dávka v nádrži, červeně první dopravník, zeleně druhý dopravník a modře třetí dopravník. Plně jsou označeny přesuny dávek, čerchovaně přejezdy prázdných dopravníků.



Obrázek 3.4: Ganttův diagram znázorňující polohu dopravníku v čas ve třech po sobě následujících cyklech v receptuře „Zn-Ni - závěsy, varianta I“. Černě je zobrazena dávka v nádrži, červeně první dopravník, zeleně druhý dopravník a modře třetí dopravník. Plně jsou označeny přesuny dávek, čerchovaně přejezdy prázdných dopravníků.

3.3 Ověření výsledků

Rozvrh, který jsme získaly je vhodné ověřit. Je nutné zjistit, zda nedochází ke kolizím dopravníků převážejících dávky, zda se prázdný dopravník může bez kolize dostat ke všem přesunům, které vykonává, zda dávky v nádržích zůstávají v zadaném intervalu a zda není v jedné nádrži najednou více dávek.

Jednou z možností je analýza ganttova diagramu. Z toho jsme schopni vyčíst, jestli nedochází ke kolizím dopravníků a jak dlouho dávky zůstávají v nádržích, tedy jestli je doba louhování v zadaném intervalu. Ke kolizi dopravníků nedojde, pokud se čáry odpovídající jednotlivým dopravníkům nikde nekříží.

Další možností je ověření správnosti výpočtem. Pro ověření jsem využil období uvedených omezujících podmínek, ve kterých jsou však nejsou použity pomocné proměnné $y_{i,j}$ a s_i . Pouze pro zjištění, zda nedochází ke kolizi naložených dopravníků jsem omezující podmínky pro zamezení kolize nevyužil a vycházel jsem z počítačové analýzy ganttova diagramu.

Náhradu pomocné proměnné $y_{i,j}$ jsem provedl přímým porovnáním času přesunů t_i a t_j . Proměnnou s_i jsem do výpočtů nemusel zahrnovat vůbec, protože jsem výsledky ověřoval ve dvou po sobě následujících cyklech (proměnná s_i určuje, zda přesun dávky a následné louhování přesahuje do dalšího cyklu. Pokud jsou výsledky počítány ve dvou následujících cyklech, nemusíme kontrolovat, zda dávka přesáhla dobu cyklu).

V nerovnicích, které jsou obdobou omezujících podmínek pak vynecháme všechny binární proměnné. Ty nahradíme tak, že nerovnici počítáme pouze v případě, že binární proměnná má námi požadovanou hodnotu. Pokud se tedy má nerovnice počítat v případě, že $y_{i,j} = 1$ a v případě, že $y_{i,j} = 0$ má být splněna automaticky, řešíme nerovnici pod podmínkou, že $t_i < t_j$, v opačném případě ji řešit nebudeme. Rozvrh je nerealizovatelný v případě, kdy v kterékoli řešené nerovnici hodnoty neodpovídají nerovnosti.

Pro zjištění kolize naložených dopravníků jsem vycházel jsem z programové analýzy ganttova diagramu. Zjišťoval jsem, zda nedochází ke křížení čar reprezentujících pohyb naložených dopravníků. Každý přesun jsem rozdělil na tři části (úsečky). První odpovídala čekání a zdvihání dávky, druhá přesunu naložené dávky nad nádrž na dalším kroku a třetí spouštění dávky do nádrže. Pro každý dopravník jsem tak získal množství úseček reprezentujících přesuny. Dopravníky jsem pak porovnal každý s každým. Pro každou dvojici jsem pak upravil úsečku reprezentující čekání a vyzdvižení dávky tak, že jsem ji prodloužil o dobu kterou mezi sebou dopravníky musí, aby se nesrazili, tedy $|l - k|\delta$ (kde l a k jsou porovnávané dopravníky). Obdobnou úpravu jsem provedl pro úsečku

reprezentující spouštění. Po těchto úpravách jsem zjišťoval zda existuje průsečík mezi kteroukoli dvojicí úseček jednoho a druhého dopravníku. Kolize by nastala v případě, že by byl nalezen alespoň jeden průsečík.

Kolize naložených dopravníků jsem nezjišťoval z nerovnic obdobných omezujícím podmínkám, protože těchto podmínek je velké množství. Zápis by byl velmi složitý zejména kvůli pomocným proměnným $x_{i,j}^{\lambda}$. Výše uvedený způsob je mnohem snazší na naprogramování.

3.4 Případové studie

Tato práce může nalézt uplatnění při tvorbě různých případových studií. Hlavní výhodou je krátká doba výpočtu jednotlivých variant.

Pro názornost uvádím případovou studii vlivu rozsahu dopravníků a rychlosti dopravníků na délku cyklu. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 3.5. Nejdříve jsem spočítal délku cyklu pro původní parametry dopravníků, poté jsem spočítal dva případ, kdy měli dopravníky stejný rozsah, ale jejich rychlost se zvýšila z $25m/min$ na $35m/min$ a nakonec případ, kdy byla rychlost dopravníků stejná jako původní, ale rozsah dopravníků nebyl ničím omezen.

Zvýšení rychlosti dopravníků se více projevilo u receptur 2, 4, 5 a 8 až 14, u ostatních receptur byla délka cyklu zkrácena málo, nebo vůbec. Zrušení omezení rozsahu dopravníků se výrazně projevilo téměř u všech receptur, kromě těch nejjednodušších.

Výsledky takovýchto případových studií by mohli být využity při úvahách nad modernizací galvanické linky.

Receptura	Doba cyklu pro původní parametry	Doba cyklu při zvýšení rychlosti dopravníků o 10m/min	Doba cyklu při neomezeném rozsahu dopravníků
1	634	631	621
2	697	634	621
3	701	696	621
4	796	699	621
5	733	642	620
6	744	734	625
7	744	734	625
8	843	739	628
9	843	739	628
10	843	739	628
11	843	739	628
12	843	739	628
13	843	739	628
14	843	739	628
15	240	233	220
16	240	233	220
17	370	368	350
18	329	329	329
19	329	329	329
20	701	696	621
21	744	734	625
22	329	329	329

Tabulka 3.5: Porovnání doby cyklu pro zadané receptury při různých parametrech linky.

Kapitola 4

Software vhodný k řešení zadané optimalizační úlohy

V kapitole 3 jsem uvedl, že pro řešení jsem využíval kombinaci Matlabu, Yalmipu a Gurobi a výhody jejich využití. Tyto programy byly využity pro tvorbu prototypového modelu. Optimalizační úloha však nemůže být formulována pomocí Matlabu a Yalmipu, protože licence Yalmipu neumožňuje komerční využití. Gurobi pak nemusí být vhodné pro komerční využití vhodné kvůli vysoké ceně. Zaměřím se na solvery, které jsou buď zcela zdarma a nebo je cena licence oproti Gurobi nízká.

4.1 Formulace MILP modelu

K formulaci optimalizační úlohy je vhodné využít některý z modelovacích jazyků pro smíšené celočíselné lineární programování uvedených v [14]

4.2 Testované solvery

Solvery byly testovány na sestavě Intel Core i7 920, 2.67GHz (4 jádra, 8 logických procesorů), 4GB RAM. Solvery Gurobi, SCIP, GLPK a LP_Solve byly testovány pod operačním systémem Windows 7, 64-bit a solver CBC byl testován pod operačním systémem Ubuntu Linux 11.04, 64-bit.

Nekomerční solvery, které je možné využít jsou GLPK [2], LP_Solve [4], CBC [1]. Další

možností je využití solveru SCIP [7], který není zdarma, ale je výrazně levnější než Gurobi. Výsledky testovaných solverů jsou uvedeny v tabulce 4.1 včetně počtu využitých procesorů. Pokud čas výpočtu překročil 20 minut, výpočet byl přerušen (označeno pomlčkou). Solvery SCIP a CBC jsou stejně jako Gurobi schopny paralelního řešení ve více vláknech tzn. využít kapacitu vícejádrových procesorů. GLPK a LP_Solve fungují pouze v jednom vlákne a nehodí se k řešení složitějších úloh s více jak 11 nádržemi, takže jsou k řešení dané úlohy nevhovující.

4.3 Porovnání solverů

Při porovnání výkonu solverů Gurobi, SCIP a CBC vychází nejlépe Gurobi, následované SCIP a nejhůře z této trojice skončilo CBC. Gurobi je rychlejší než SCIP i CBC pro všechny uvedené receptury i v případě, že je použit jen jeden procesor. Jako druhý skončil SCIP, který je sice pro úlohy s menším počtem nádrží o zlomky až jednotky sekund pomalejší než CBC, ale pro rozsáhlejší úlohy je výpočet výrazně kratší. CBC však také nedopadlo špatně a zadanou úlohu dokáže řešit v přijatelném čase.

Při porovnání cen je pořadí solverů opačné. Nejlépe vychází CBC, které je volně dostupné pod Eclipse public licence. Druhý nejlevnější je SCIP, jehož licence stojí 1500€. Nejdražší je Gurobi, jehož základní licence stojí 8500\$. Gurobi však nemusí být takto drahé, pokud je zakoupena Pay-By-The-Day License, která stojí 200\$ za den. Tato licence umožní používání solveru Gurobi na zakoupený počet dní.

Nevýhodou CBC oproti Gurobi a SCIP může být obtížné zprovoznění na operačním systému Windows. CBC je primárně určeno pro UNIXové operační systémy. Předkompilovaná verze CBC na Windows je velmi stará a podporuje pouze řešení s využitím jednoho vlákna. Zkompilovat CBC na Windows tak, aby umožňovalo použití více vláken se mi přes opakované snahy nepodařilo. Proto jsem ho testoval na operačním systému Ubuntu Linux, ve kterém vše fungovalo bez obtíží.

Jednou z možností je také využití optimalizačního serveru NEOS [6], který obsahuje několik různých solverů (včetně SCIP a CBC). Na tento server se nahraje soubor s MILP modelem, ten je vyřešen jedním ze solverů a výsledky jsou zaslány zpět. Tato služba je volně dostupná i pro komerční využití.

Recept	Počet nádrží	Gurobi [8]	SCIP [8]	CBC [8]	GLPK [1]	LP_SOLVE [1]
1	20	8	37	45	-	-
2	18	2	19	25	-	-
3	16	1	9	17	-	-
4	14	1	3	3	-	-
5	21	9	51	437	-	-
6	14	1	6	4	-	-
7	14	1	6	4	-	-
8	11	0	3	1	233	1176
9	13	1	3	2	738	-
10	14	1	4	2	-	-
11	15	1	4	3	-	-
12	12	0	3	1	199	-
13	13	1	3	2	-	-
14	14	1	5	2	-	-
15	3	0	1	0	0	0
16	2	0	1	0	0	0
17	9	1	3	2	39	317
18	7	0	2	0	0	8
19	7	0	2	0	0	9
20	13	2	8	6	-	-
21	11	1	4	2	841	-
22	7	0	2	0	0	8

Tabulka 4.1: Doba řešení receptů při použití různých solverů. V závorkách je uveden počet použitých procesorů. Pomlčka značí, že výpočet trval déle než 20 minut.

4.4 Návrh implementace pro komerční využití

Celý problém může být rozdělen na několik částí. Zadání parametrů linky a receptury, formulace MILP modelu, řešení MILP modelu, vykreslení výsledků a ověření výsledků.

Zadání parametrů linky a receptury závisí na použitém modelovacím jazyku. Pokud to modelovací jazyk umožňuje, je vhodné zapsat data do tabulek v MS Excel, do kterých zapíšeme potřebné vstupní údaje pro MILP model.

V modelovacím jazyku navrhne MILP model pomocí rozhodovacích proměnných a omezujících podmínek. Do takto zformulovaného modelu pak načteme data např. z MS Excel a vytvoříme model konkrétní receptury.

Model konkrétní receptury předáme solveru, který vrátí optimální rozvrh vyjádřený pomocí vyčíslených rozhodovacích proměnných a tyto výsledky uloží do souboru.

Dále je potřeba navrhnout program, který ze získané výsledky vykreslí a ověří.

Kapitola 5

Závěr

Cílem této práce bylo navrhnout metodu pro rozvrhování pohybu dopravníků v galvanické lince.

Jako předloha byla použita galvanická linka, jejíž model poskytla společnost Ganes s.r.o. Na jejím modelu bylo rozvrhování dopravníků testováno. Tato linka je poměrně komplexní, takže do modelu muselo být zahrnuto používání více dopravníků, využití více nádrží na jednom kroku receptury a využití jedné nádrže vícekrát během jednoho cyklu.

Pro řešení tohoto problému bylo využito smíšeného celočíselného lineárního programování. MILP model galvanické linky se skládá z konstant popisujících parametry galvanické linky a danou recepturu, rozhodovacích proměnných, určujících rozvrhování dopravníků, kritéria optimality, což je minimalizace doby cyklu, a omezujících podmínek, popisujících jaké situace smí nebo nesmí nastat.

Po vyřešení optimalizačního problému zformulovaného pomocí MILP modelu získáme plán rozvrhování pohybu dopravníků říkající, kdy a kterými dopravníky jsou přesuny realizovány, jak dlouho je vhodné počkat s dávkou nad nádrží a kolik z přítomných nádrží je vhodné na každém kroku využít, aby byl výsledný rozvrh optimální. Výsledky je pak vykresleny do Ganttova diagramu a je zkontrolována jejich správnost.

Nevýhodou uvedeného MILP modelu je předpoklad konstantní rychlosti pohybu dopravníků. Jelikož není počítáno s dynamikou dopravníků, nezískáme zcela optimální výsledky. Jestliže je však dynamika dopravníků do jisté míry zanedbatelná, získané výsledky nebudou mít k optimálnímu řešení daleko.

Řešení MILP modelu je velmi složité a proto jsem porovnal několik dostupných solverů, které by se k jeho řešení hodily. Pro posouzení případné investice do komerčního solveru by bylo vhodné nejprve vyčíslit finanční přínosy nalezeného optimálního rozvrhu oproti dříve používaným metodám rozvrhování linky. Pro toto vyhodnocení však nebyla

dostupná potřebná data.

Způsob řešení rozvrhování dopravníků uvedenému v této práci by mohl být využit k optimalizaci rozvrhování pohybu dopravníků ve stávajících galvanických linkách, díky čemuž by bylo možné zvýšit produktivitu linek.

Další využití by práce mohla při navrhování či úpravě linek. Díky výsledkům této práce můžeme rovnou získat optimální množství nádrží na kritických místech receptury, které by mohli zpomalovat výrobu. Dále se práce hodí k tvorbě různých případových studií. Může být porovnáván vliv parametrů galvanické linky na délku cyklu. Parametry které mohou být porovnávány jsou například rozsahy, počty a rychlosti dopravníků. Hlavní výhodou při tvorbě případových studií je rychlé získání výsledků.

Použitá literatura

- [1] Coin-Or CBC Website, 2011, [online].
URL <<https://projects.coin-or.org/Cbc>>
- [2] GLPK (GNU Linear Programming Kit) Website, 2011, [online].
URL <<http://www.gnu.org/software/glpk/>>
- [3] Gurobi Optimization Website, 2011, [online].
URL <<http://www.gurobi.com/>>
- [4] LP_Solve 5.5 Website, 2011, [online].
URL <<http://lpsolve.sourceforge.net/>>
- [5] The MathWorks MATLAB Website, 2011, [online].
URL <<http://www.mathworks.com/products/matlab/>>
- [6] NEOS Server for Optimization Website, 2011, [online].
URL <<http://www.neos-server.org/neos/>>
- [7] SCIP - Solving Constraint Integer Programs Website, 2011, [online].
URL <<http://scip.zib.de/>>
- [8] YALMIP Wiki Website, 2011, [online].
URL <<http://yalmip.org/>>
- [9] Fröhlich, R.; Steneberg, S. C.: Optimal cyclic multiple hoist scheduling for processes with loops and parallel resources. In *Proceedings of the 2009 IEEE international conference on Systems, Man and Cybernetics, SMC'09*, Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 2009, ISBN 978-1-4244-2793-2, s. 287–292.
- [10] Jiang, Y.; Liu, J.: Multihoist Cyclic Scheduling With Fixed Processing and Transfer Times. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on*, 2007: s. 435–450, ISSN 1545-5955, doi:10.1109/TASE.2006.884057.

- [11] Leung, J.; Zhang, G.: Optimal cyclic scheduling for printed circuit board production lines with multiple hoists and general processing sequence. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 2003: s. 480 – 484, ISSN 1042-296X, doi:10.1109/TRA.2003.810240.
- [12] Liu, J.; Jiang, Y.; Zhou, Z.: Cyclic scheduling of a single hoist in extended electroplating lines: a comprehensive integer programming solution. *IIE Transactions*, 2002: s. 905–914, ISSN 0740-817X.
- [13] Manier, M.-A.; Bloch, C.: A Classification for Hoist Scheduling Problems. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 2003: s. 37–55, ISSN 0920-6299.
- [14] Podhradský, M.: Modelling languages for optimization, 2010, bachelor thesis, České vysoké učení technické.
- [15] Smola, M.: Paralelní algoritmus pro rozvrhování činnosti přepravníku materiálu, 2007, bakalářská práce, České vysoké učení technické.
- [16] Zhou, Z.; Li, L.: A solution for cyclic scheduling of multi-hoists without overlapping. *Annals of Operations Research*, 2009: s. 5–21, ISSN 0254-5330.

Přílohy

Implementace MILP modelu a soubor se zadanými recepturami je na přiloženém CD.