

**České vysoké učení technické v Praze**

**Fakulta elektrotechnická  
Katedra řídící techniky**



**Bakalářská práce**

# **Systém aktivního tlumení automobilu**

**Praha 2006**

**Erik Markovič**

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá seznámením s principy aktivního tlumení automobilu a návrhem algoritmu řízení tohoto tlumení.

Aktivní tlumení je navrženo na základě dvou hlavních požadavků - komfortu a jízdních vlastností. Tyto dva požadavky se navzájem vylučují a mezi těmito požadavky je nutné zvolit kompromis. Tyto požadavky nelze splnit pasivním tlumením z důvodu jeho neměnného nastavení v výrobě. Aktivní tlumič řeší tento problém přidáním akčního prvku řízeného zdroje síly.

Pro návrh řízení je zvolen čtvrtinový model automobilu, který je složen z jednoho kola, tlumiče, péra, lineárního řízeného zdroje síly a čtvrtiny hmotnosti automobilu. Na tomto modelu jsou pak navrženy a simulovány regulátory PD, LQ a  $H_\infty$ . Se srovnání těchto tří regulátorů vyplývá vhodnost regulace za použití  $H_\infty$  teorie pro aktivní tlumení automobilu a to jak z hlediska vlastností řízeného systému, tak robustnosti.

## **Abstract**

This bachelor thesis is concerned with principles an automotive active suspension controller and design a control algorithm of this suspension.

The active suspension design is based on two main requirements – a comfort and a handling performance. Both of these requirements are contradictory and it's necessary to choose compromise. It's impossible to satisfy them only with passive suspension simultaneously in fact, there is no way to change factory adjustment of passive suspension. The active suspension solves the problem by adding a control power source.

For control design is chosen a quarter car model representation, which is consists of wheel, suspension, spring, linear control power source and quarter car weight. The PD, LQ and  $H_\infty$  controller are designed and simulated on the model. From comparison is resulted that  $H_\infty$  controller is usable for an automotive active suspension, respecting both handling performance and robustness of controlled system.

# OBSAH

1.	Úvod.....	4
2.	Návrh modelu systému .....	6
2.1.	Čtvrtinový model .....	6
2.1.1.	Diferenciální rovnice .....	7
2.1.2.	Stavový popis.....	7
2.1.3.	Diagnostika modelu bez řízeného zdroje.....	8
3.	Teorie $H_{\infty}$ .....	11
3.1.	Norma systému .....	11
3.2.	Výpočet $\infty$ -normy .....	11
3.3.	Neurčitost.....	12
3.4.	Robustní stabilita .....	12
3.5.	Standardní regulační obvod .....	13
3.6.	Návrh řešení $H_{\infty}$ -supotimálního regulátoru.....	14
4.	Návrh regulátoru .....	16
4.1.	PD regulátor .....	16
4.2.	LQ regulátor .....	20
4.3.	$H_{\infty}$ regulátor.....	25
4.4.	Srovnání navržených regulátoru .....	32
5.	Závěr .....	38
	Literatura.....	39

# 1. Úvod

V současné době najdeme v automobilech tlumiče na dvou místech. První místo je tlumení nápravy, jenž je samozřejmě hlavní použití. Další použití je odpružení sedaček, které se používá hlavně v nákladních automobilech, autobusech a pracovních strojích, ale můžeme je najít i u některých osobních automobilů.

V bakalářské práci se zabývám použitím aktivních tlumičů pro tlumení nápravy. Nastavením pružení se snažím splnit dva požadavky cestujících: komfort a zlepšení jízdních vlastností. Aby se vyhovělo ergonomickému a komfortnímu hledisku, tak tlumíme nárazy, které vznikají při jízdě po nerovnostech, a omezíme překmity polohy odpružené části automobilu. Pro komfort můžeme vzít v úvahu, že člověk je nejcitlivější na frekvenci mezi 1-2Hz v horizontálním směru a kolem 4-8 Hz ve vertikálním směru a tudíž je cílem pro zlepšení jízdního komfortu redukovat zesílení na těchto frekvencích. Pro řiditelnost vozidla se omezí kmitání neodpružené hmoty vozidla. To znamená zabránit naklánění vozidla v zatačkách, zajistit neustálý kontakt kola s vozovkou a zabránění předklánění při rozjezdu a brzdění. Uvedené dva základní požadavky jsou si protichůdné. Při návrhu tlumiče je nutné zvolit kompromis mezi komfortem a řiditelností. Je také třeba počítat s proměnným zatížením vozidla.

Standardní pérové tlumiče jsou vzduchové, kapalinové a plynokapalinové. Jsou to pasivní tlumiče, které jsou nastaveny při výrobě. Toto nastavení způsobuje jejich zmenšení robustnosti, kvůli neměnnosti nastavení z výroby. Pro zvýšení jízdního komfortu musí být tlumič vyroben měkce, což splní požadavek komfortu. Pro splnění jízdních vlastností musí být tlumič naopak vyroben tvrdý. Protože se tyto požadavky navzájem vylučují, hledá se kompromis mezi měkkým a tvrdým.

Abychom docílili co nejlepších vlastností komfortu a jízdních vlastností, je nutné měnit charakteristiku tlumení dynamicky podle situace a to přidáním řídícího prvku, čímž vytvoříme aktivní nebo poloaktivní tlumič.

Poloaktivní tlumič je vylepšením standardního kapalinového nebo plynokapalinového tlumiče, kde se využívá obtokových ventilů ve střední části tlumiče. Tato konfigurace mění velikost tlumící síly vzhledem k amplitudě propužení, tj. při klidné jízdě se část pracovní kapaliny přepouští obtokovým kanálem, tím tlumič klade menší odpor a při větší amplitudě je obtok vyrazen a odpor je větší. Výhodou tohoto mechanického principu je spolehlivost a nízká cena, ovšem charakteristiky tlumiče jsou pevně dány bez možnosti operativního řízení [7]. Proto se v této bakalářské práci tímto systémem nezabývám.

Další možností tlumiče je aktivní tlumič, který má akční prvek řízený zdroj síly. Konstrukce může být řešena použitím elektronického řízení tlumiče (CDC – Continuous Damping Control) firmy ZF Sachs, které obsahuje elektromagnetický řídící ventil uzavírající průtočné kanály a umožňuje tak plynulé nastavení své charakteristiky od měkké po tvrdou.

Při návrhu regulovaného systému tlumení automobilu musíme počítat s tím, že některé parametry automobilu se budou v čase měnit (například změna hmotnosti u nákladního automobilu). Časově proměnné parametry automobilu lze částečně eliminovat použitím robustního regulátoru, například regulátor  $H_\infty$ , fuzzy a jiné. Pro návrh robustního regulátoru jsem zvolil regulátor  $H_\infty$ .

V druhé kapitole je popsán model, nad kterým se provádí návrh regulace tlumiče. Pro model tlumiče je zde zvolen čtvrtinový model automobilu.

O  $H_\infty$  normě a návrhu regulátoru pomocí  $H_\infty$  je věnována kapitola třetí. Je zde uvedeno několik způsobů výpočtu normy.

Návrhy regulátorů PD, LG a  $H_\infty$  pro řízení tlumení jsou popsány ve čtvrté kapitole.

V práci se snažím vytvořit návrh regulátoru tak, abych splnil požadavky na komfort, dobré jízdní vlastnosti a robustnost. U komfortu a jízdních vlastností volím kompromis mezi nimi, jelikož se vzájemně vylučují. Chování řízeného systému budu simulovat na modelu automobilu a vytvořím proto čtvrtinový model automobilu. Budu porovnávat různé regulátory mnou navržené z pohledu kvality řízení a citlivosti na změny parametru modelu.

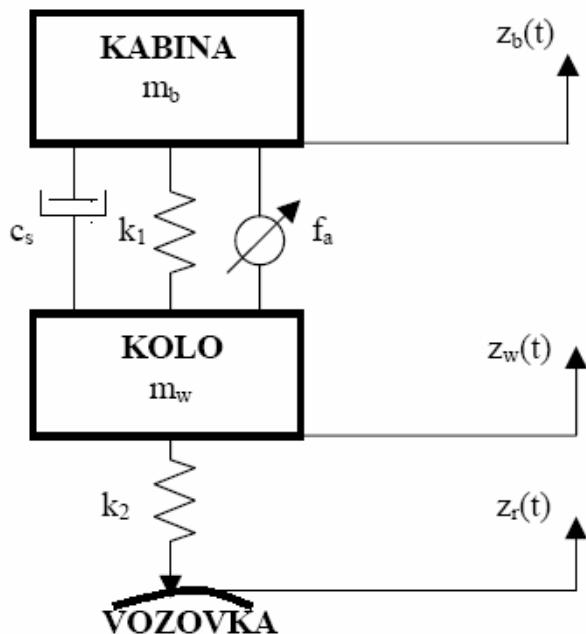
K práci jsem použil integrované prostředí Matlab a jeho nástroje pro modelování a simulaci.

## 2. Návrh modelu systému

V této práci se zaměřuji na návrh čtvrtinového modelu automobilu, který je základním modelem aktivního tlumení automobilu. Na tomto modelu ukáži řízení pomocí metod PD, LQ a  $H_{\infty}$ , kde se ukáže jak důležitá u tohoto modelu je robustnost regulátoru. Zvolením čtvrtinového modelu se mohu zaměřit pouze na vertikální pohyb a horizontální pohyb zanedbat.

### 2.1. Čtvrtinový model

Čtvrtinový model poslouží jako model systému, na kterém se bude simulovat chování řízené regulace s různými regulátory. Uspořádání modelu je zobrazeno na obrázku 2.1.



Obrázek 2.1: Čtvrtinový model automobilu

Čtvrtinový model se skládá z jednoho kola, tlumiče, péra, řízeného zdroje síly a čtvrtiny hmotnosti automobilu.

Model je třeba převést do matematického popisu pomocí pohybových rovnic v diferenciálním tvaru a jejich úprav. K převedení čtvrtinového modelu automobilu na obrázku 2.1 je použito výkonových grafů [2].

### 2.1.1. Diferenciální rovnice

Z obrázku 2.1 sestavíme pohybové rovnice systému:

$$\begin{aligned} m_b \ddot{z}_b &= f_a - k_1(z_b - z_w) - c_s(\dot{z}_b - \dot{z}_w) \\ m_w \ddot{z}_w &= -f_a + k_1(z_b - z_w) - k_2(z_w - z_r) + c_s(\dot{z}_b - \dot{z}_w) \end{aligned} \quad (1)$$

Význam symbolů:

$z_r$  - poloha nerovností vozovky

$z_w$  - poloha osy kola

$z_b$  - poloha odpružené části automobilu

$f_a$  - síla vyvýjená zdrojem síly

$m_b$  - hmotnost odpružené části automobilu ( $m_b = 10900 \text{ kg}$ )

$m_w$  - hmotnost kol a neodpružené části automobilu ( $m_w = 1500 \text{ kg}$ )

$c_s$  - konstanta tlumení tlumiče ( $c_s = 50 \text{ kNm}^{-1}$ )

$k_2$  - konstanta tuhosti pružícího charakteru pneumatiky ( $k_2 = 4900 \text{ kNm}^{-1}$ )

$k_1$  - konstanta tuhosti péra ( $k_1 = 650 \text{ kNm}^{-1}$ )

### 2.1.2. Stavový popis

Pro převod pohybové diferenciální rovnice (1) na stavový popis je třeba nejprve zvolit stavové proměnné. Stavové proměnné jsou zvoleny následovně podle [4]:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_b - z_w \\ x_2 &= z_w - z_r \\ x_3 &= \dot{z}_b \\ x_4 &= \dot{z}_w \\ u_1 &= \dot{z}_r \\ u_2 &= f_a \end{aligned} \quad (2)$$

Potom stavový popis vypadá následovně:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 - x_4 \\ \dot{x}_2 &= x_4 - u_1 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{k_1}{m_b} x_1 - \frac{1}{m_b} u_2 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{k_1}{m_w} x_1 - \frac{k_2}{m_w} x_2 - \frac{1}{m_w} u_2 \end{aligned} \quad (3)$$

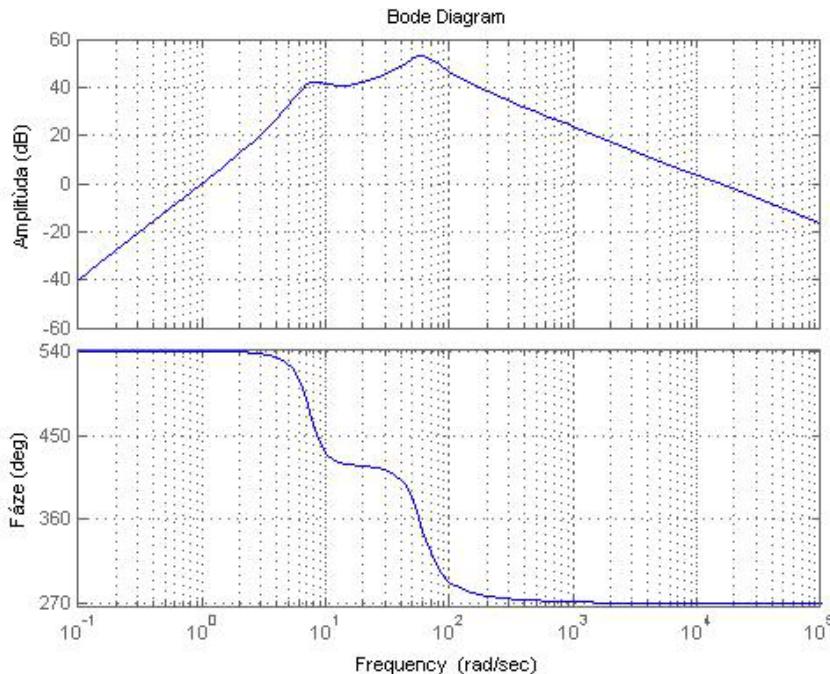
Rovnice můžeme přepsat do maticového tvaru, kde  $\dot{x} = Ax + B_1u_1 + B_2u_2$ , pak jednotlivé matice mají tvar:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_b} & 0 & -\frac{c_s}{m_b} & \frac{c_s}{m_b} \\ \frac{k_1}{m_w} & -\frac{k_2}{m_w} & \frac{c_{s1}}{m_w} & \frac{c_s}{m_w} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_b} \\ -\frac{1}{m_w} \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 2.1.3. Diagnostika modelu bez řízeného zdroje

Základní grafické charakteristiky chování systému popíšeme pomocí pasivního tlumení (model systému bez řízeného zdroje).

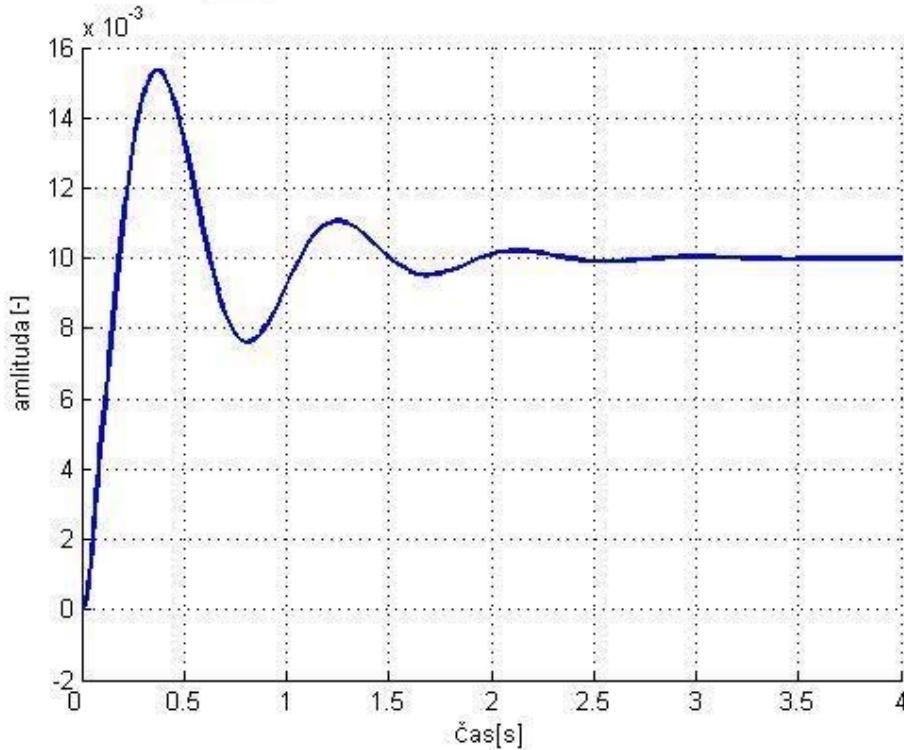
Základním ukazatelem komfortnosti je frekvenční charakteristika přenosu odchylky poruchy povrchu na rychlosť nebo zrychlení odpružené časti a na tíhové působení na vozidlo[11].



Obrázek 2.2: Frekvenční charakteristika pasivního tlumení

Na obrázku 2.2 je frekvenční charakteristika přenosu odchylky poruchy povrchu na zrychlení odpružené časti.

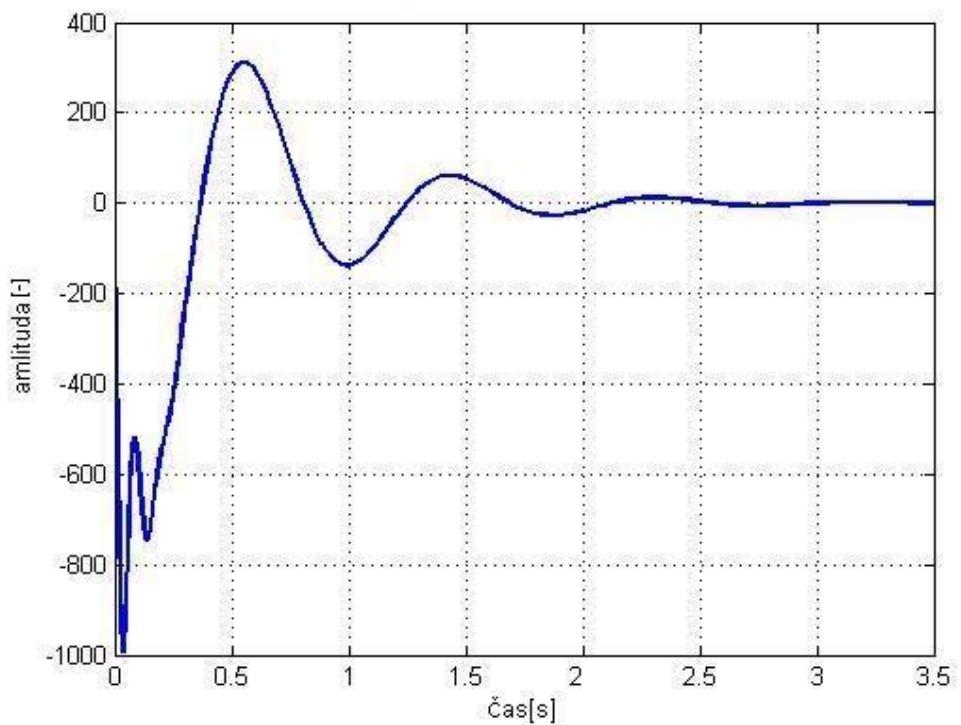
Dalším z ukazatelů pro posouzení komfortu je chování tlumení na poruchu povrchu. Proto následující charakteristikou je odezva polohy odpružené časti na jednotkový skok nerovnosti povrchu.



Obrázek 2.3: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu

Na obrázku 2.3 je zobrazena odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu. Charakteristika je stejná jako odezva polohy odpružené části na jednotkový skok nerovnosti povrchu, neboť se jedna o lineární systém a mohu tedy zderivovat obě strany, vstupní i výstupní, a řešení rovnice se tím nezmění. Zvolil jsem tuto úpravu kvůli implementaci do Matlabu a numerické stabilitě výpočtu.

Pro měření jízdních vlastností zvolíme charakteristiku odezvy změny tříhové síly na jednotkový skok odchylky nerovnosti povrchu, kde opět využijeme linearity a derivace rovnice, a místo odchylky nerovnosti použijeme rychlosť nerovnosti povrchu. Tato charakteristika nám určuje přilnavost pneumatik k povrchu (obrázek 2.4).



Obrázek 2.4: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu

### 3. Teorie $H_\infty$

#### 3.1. Norma systému

V této kapitole vysvětlím  $\infty$ -normy systémů, které jsem použil pro návrh regulátoru. Jiné  $\infty$ -normy (signálů) a jejich vlastnosti jsou například popsány v [1].

Budeme-li uvažovat lineární časově invariantní SISO systém (systém s jedním vstupem a jedním výstupem) s přenosovou funkcí  $G(j\omega)$ , potom je  $\infty$ -norma  $\|G\|_\infty$ :

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (5)$$

Tuto normu lze interpretovat graficky dvěma způsoby:

- Jako maximální hodnotu amplitudové části frekvenční charaktericky systému:  $\max |G(j\omega)|$ .
- Jako vzdálenost v komplexní rovině od počátku k nejvzdálenějšímu bodu Nyquistovy charakteristiky.

U systému MIMO (systém s více vstupy a více výstupy) je třeba zavést pojem singulární čísla matic. Největší singulární číslo konstantní matice  $A$  je odmocnina z největšího vlastního čísla matice  $A^{-T} A$ . Označíme-li  $\bar{\sigma}(A)$  největší singulární číslo matice  $A$ :

$$\bar{\sigma}[A] = \sqrt{\lambda_{\max}(A^{-T} A)},$$

potom je  $\infty$ -norma systému:

$$\|G\|_\infty := \sup \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (6)$$

#### 3.2. Výpočet $\infty$ -normy

$\infty$ -normu můžeme vypočítat pomocí vnějšího nebo vnitřního popisu systému. Jestliže výpočet provádíme pomocí vnějšího popisu, normu určíme buď analyticky pomocí derivace nebo numericky, tím že navzorkujeme amplitudovou frekvenční charakteristiku nebo Nyquistovy charakteristiky přenosu  $G(j\omega)$  u SISO systému. U MIMO systému navzorkujeme frekvenční charakteristiku singulárních čísel.

Výpočet  $\infty$ -normy vycházející z vnitřního popisu využívá matice Hamiltoniánu. Nechť je systém, pro který počítáme  $\infty$ -normy dán:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (7)$$

Pak hledáme nejmenší  $\gamma > 1$  takové, že  $\|G\|_\infty < \gamma$ , tj.

$$\|\gamma^{-1}G\|_\infty = \|\gamma^{-1}(C(sI - A)^{-1}B + D)\|_\infty < 1 \text{ a platí že } \lambda(H_\gamma) \text{ neleží na imaginární ose.}$$

Po úpravě (7) získáme  $H_\gamma$ :

$$H_\gamma = \begin{vmatrix} A + BR^{-1}D^*C & BR^{-1}B^* \\ -C^*(I + DR^{-1}D^*)C & -(A + BR^{-1}D^*C)^* \end{vmatrix} \quad (8)$$

kde  $R = \gamma^2 I - D^*D$ .

Pomocí metody půlení intervalu lze pak získat normu a to splněním podmínky, že matice  $H_\gamma$  neleží na imaginární ose pro zvolené  $\gamma$ . Podrobnější výklad této metody, důkaz věty a algoritmus vyhledávaní  $\gamma$  je v [4].

### 3.3. Neurčitost

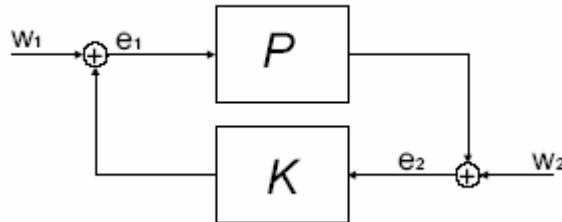
Neurčitost vyjadřuje rozdíl mezi fyzikálním systémem a matematickým modelem, neboť matematický model nemůže přesně popsat reálný fyzikální systém. Zavedením neurčitosti je pak systém popsán množinou všech neurčitých soustav  $P \in \Pi$ . Množina neurčitosti může být:

- strukturovaná: neurčitost vnitřních parametrů modelu,
- nestrukturovaná: frekvenčně závislé prvky, saturační omezení akčních členů a hlavně nemodelovaná dynamika na vyšší frekvenci.

### 3.4. Robustní stabilita

Přepokládejme systém na obrázku 3.1, takový systém je vnitřně stabilní, když matice přenosu (9) je ryzí, reálná, racionální a stabilní(tj. analytická a omezená v pravé polovině).

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -K \\ -P & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + K(I - PK)^{-1}P & K(I - PK)^{-1} \\ (I - PK)^{-1}P & (I - PK)^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$



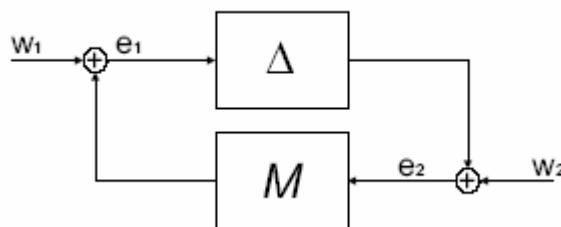
Obrázek 3.1: Standardní regulační obvod.

Regulátor K je robustní vzhledem k vlastnosti V zpětnovazebního řídícího systému, jestliže platí  $V[P_0, K] \Rightarrow V[P, K]$  pro všechny přípustné perturbované soustavy  $P \in \Pi$ , kde  $\Pi$  je množina neurčitých modelů.

Systém je robustně stabilní, když regulátor K zajišťuje vnitřní stabilitu pro všechny soustavy  $P \in \Pi$ . Potom když regulátor K splňuje požadavky na kvalitu pro všechny soustavy  $P \in \Pi$  je dodržena robustní kvalita regulace.

Budeme-li uvažovat model systému podle obrázku 3.2, tak pro určení robustní stability lze použít věty o malém zesílení (“small-gain theorem).[10]

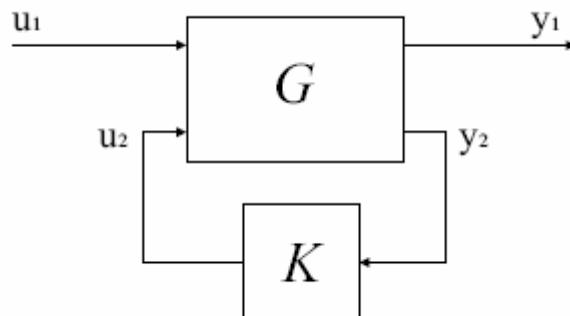
*Nechť  $\Delta$  a  $M$  jsou stabilní přenosy. Zpětnovazební systém na obrázku 3.2 s přenosem  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$  je stabilní právě tehdy, když  $\|M\| < 1$ .*



Obrázek 3.2:  $M - \Delta$  smyčka pro analýz stability

### 3.5. Standardní regulační obvod

Na obrázku 3.3 je zobrazeno základní schéma regulačního obvodu.



Obrázek 3.3: Standardní regulační obvod

Vektory:

- $u_1$  - vnější vstup
- $u_2$  - akční veličina
- $y_1$  - řízený výstup
- $y_2$  - měřený výstup

Přenosy:

- G – soustava rozšířena o váhové funkce
- K - hledaný regulátor

Když přenos přímé větve z  $u_1$  na  $y_1$  označíme jako  $T_{u_1 y_1}$ , pak optimální  $H_\infty$  regulátor nalezneme tak, že nalezneme všechny přípustné (vnitřně stabilizující systém) regulátory  $K(s)$ , pro které je  $\|T_{u_1 y_1}\|_\infty$  minimální. Nalezení optimálního regulátoru je obtížné a v praxi nám postačí suboptimální regulátor, kde se k minimu  $\|T_{u_1 y_1}\|_\infty$  jen blížíme. Hledáme pak všechny regulátory  $K(s)$ , pro které platí  $\|T_{u_1 y_1}\|_\infty < \gamma$ , kde  $\gamma > 0$ . [11].

### 3.6. Návrh řešení $H_\infty$ -suboptimálního regulátoru

Naznačím jen odvození řešení zjednodušeného standardního problému při hledání suboptimálního  $H_\infty$  regulátoru, protože je sice přímočaré, ale výsledek je složen z mnoha maticových operací.

Při návrhu  $H_\infty$ -optimálního regulátoru rozdělujeme vstupy i výstupy do dvou skupin (vstupy: externí a řídící, výstupy: regulované a měřené). Toto rozdělení se ve stavovém modelu projeví rozdělením matice B,C a D na submatice. Zjednodušení spočívá v požadavcích kladených na tvar a vlastnosti stavové realizace systému. Stavovou realizaci přepokládám v tomto tvaru:

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \quad ,(10)$$

kde vlastnosti realizace jsou:

1. dvojice  $(A, B_1)$  je řiditelná, dvojice  $(C_1, A)$  je pozorovatelná
2. dvojice  $(A, B_2)$  je dosažitelná, dvojice  $(C_2, A)$  je rekonstruovatelná
3.  $D_{12}^* [C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad I]$

$$4. \quad \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

Pro další postup nadefinuji dvě matice Hamiltoniánu:

$$\begin{aligned} H_\infty &= \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_2^* - B_2 B_2^* \\ -C_1^* C_1 & -A^* \end{bmatrix}, \quad (11) \\ J_\infty &= \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2} C C_{12}^* - C_2^* C_1 \\ -B_1 C_1^* & -A \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pro hledaný regulátor  $K(s)$  platí  $\|T_{u_1 y_1}\|_\infty < \gamma$ , který existuje jen tehdy, když jsou splněny následující podmínky:

1.  $H_\infty \in \text{dom}(Ric)$  a zároveň  $X_\infty = Ric(H_\infty) > 0$
2.  $J_\infty \in \text{dom}(Ric)$  a zároveň  $J_\infty = Ric(H_\infty) > 0$
3.  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Oblast  $\text{dom}(Ric)$  se skládá z matice Hamiltoniánu  $H$  s vlastnostmi:

- matice  $H$  nemá vlastní čísla na imaginární ose,
- podprostory  $X_-(H) = \text{Im} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$  a  $\text{Im} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$  jsou komplementární.

$Ric(H_\infty)$  je stabilizující řešení algebraické Riccatiho rovnice. Spektrální poloměr  $\rho$  je roven  $\rho(A) = \max |\lambda_i|$ , přičemž  $\lambda_i$  jsou vlastní čísla  $A$ .

Při splnění těchto podmínek má hledaný regulátor stavovou realizaci:

$$K_{sub}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} \hat{(A)}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right] \quad (12)$$

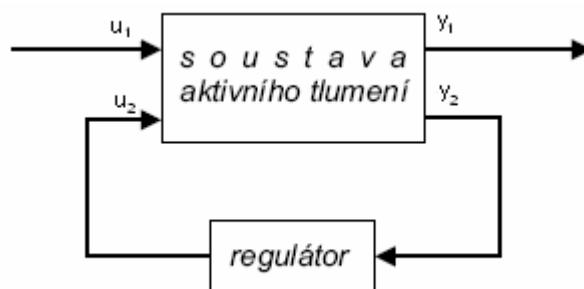
kde

$$\begin{aligned} \hat{A}_\infty &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^* X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \\ F_\infty &= -B_2 X_\infty \\ L_\infty &= -Y_\infty C_2^* \\ Z_\infty &= (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{aligned}$$

Hlubší matematický rozbor  $H_\infty$  teorie lze nalézt v [13]. Potřebné výpočty jsou realizovány pomocí Robust Toolboxu programu Matlab.

## 4. Návrh regulátoru

Uspořádání řízeného systému je na obrázku 4.1. Regulační obvod má dva vstupy a to vstup poruchy  $u_1$  a vstup akční veličiny  $u_2$ . Dále má dva výstupy: výstup ze soustavy  $y_1$  a výstup zpětnovazební do regulátoru  $y_2$ .



Obrázek 4.1: Blokové schéma pro regulační obvod

Navrhovaná regulovaná soustava je víceportový systém, kde každý port obsahuje více signálů. Matice přenosu soustavy z obrázku 4.1:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_3 & P_4 \\ \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

kde velkým tučným písmem jsou označeny matice přenosových funkcí, malým tučným písmem pak vektory. Netučné symboly velkým písmem označují přenosové funkce.

Známe přenos regulátoru  $K$  a hledáme přenos z prvního vstupu na třetí veličinu prvního výstupu za předpokladu uzavřené regulační smyčky, pak jej lze analyticky vypočítat jako:

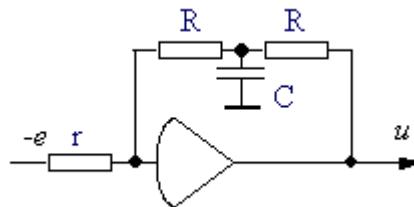
$$P_{u1y1} = P_3 + \frac{\mathbf{P}_1 \mathbf{K} P_4}{1 - \mathbf{P}_2 \mathbf{K}}. \quad (14)$$

Z tohoto je už pak jednoduché pouhým dosazením za přenosy získat výsledný přenos uzavřené smyčky regulované soustavy.

### 4.1. PD regulátor

PD regulátor patří mezi základní regulátory, pro jeho jednoduchou konstrukci a nastavování parametru. Je vylepšením P regulátoru. Skládá se z proporcionalní složky a je rozšířen o derivační člen. Derivační člen bývá doplněn filtrem, který zamezuje přílišnému zesilování vysokofrekvenčního šumů. V počátku regulačního pochodu převládá vliv derivační složky, s narůstajícím

časem pak převládá vliv proporcionální složky a regulátor pracuje s přechodným zvýšeným zesílením.



Obrázek 4.2: Schéma regulátoru PD

$$\text{Přenos PD regulátoru je: } K(s) = \frac{Ds}{\frac{1}{N}s + 1} + P,$$

kde D je derivační konstanta, P je hodnota proporcionální zesílení a N je násobitel určující filtraci v derivačním členu.

## Parametry regulátoru

Pro nalezení konstant PD regulátoru jsem využil simulačního prostředí Simulink programu Matlab. V tomto prostředí jsem sestavil regulační obvod a experimentálně určil parametry regulátoru, tak abych dosáhl co nejlepšího výsledku. Experimentálně jsem určil tyto hodnoty:

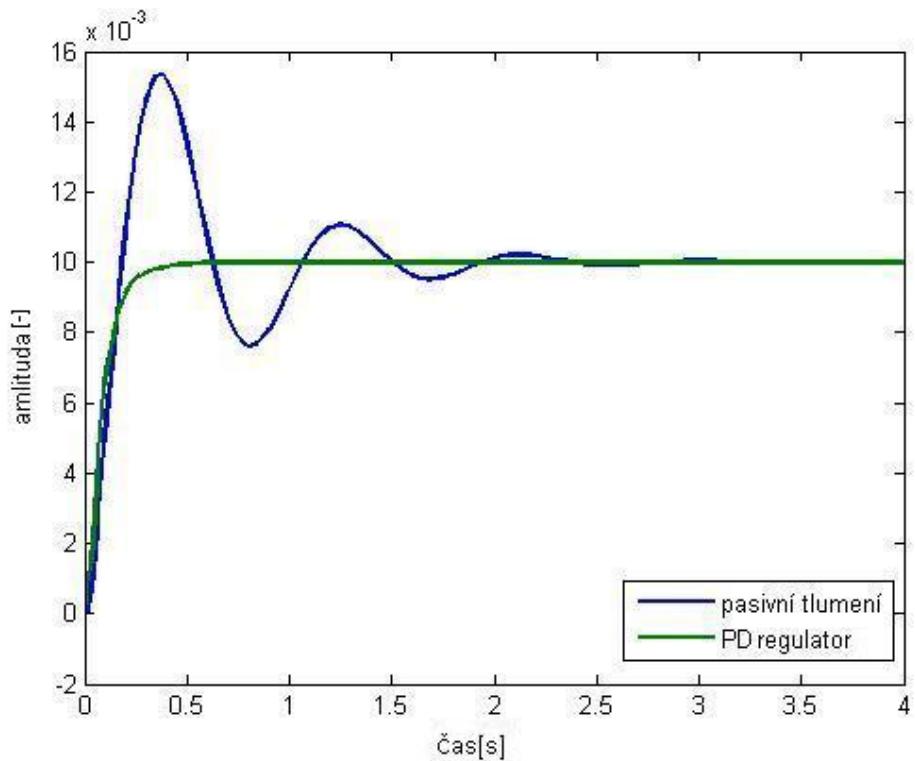
- proporcionální složku  $P = -50\ 000$ ,
- derivační složku  $D = 6500$ ,
- filtrační násobitel zvolím  $N = 100$ .

Obvod není ve standardním odchylkovém tvaru a proto je proporcionální složka záporná.

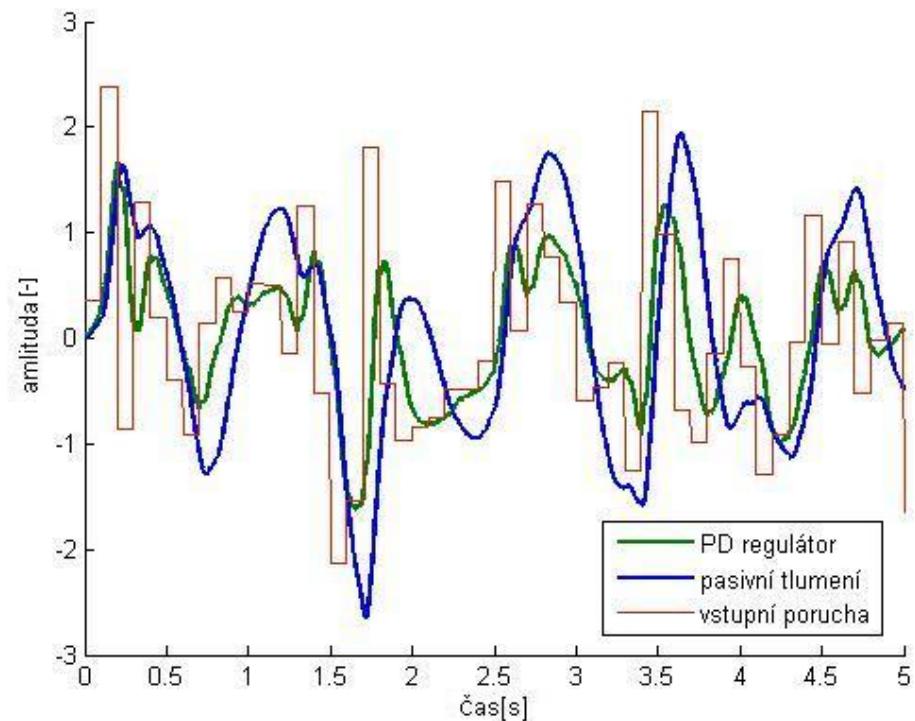
Popis a metody nastavování parametru regulátoru PD jsem čerpal z [3].

## Výsledky měření

Pro diagnostiku schopností regulovat systém jsem opět zvolil simulační prostředí Simulink. Výsledky řízení pomocí regulátoru PD srovnávám s výsledky pasivního tlumení automobilu. Jako první zvolím odezvu rychlosti odpružené části na rychlosť nerovnosti povrchu. Na obrázku 4.3 je odezva na jednotkový skok a na 4.4 je odezva na bílý šum.

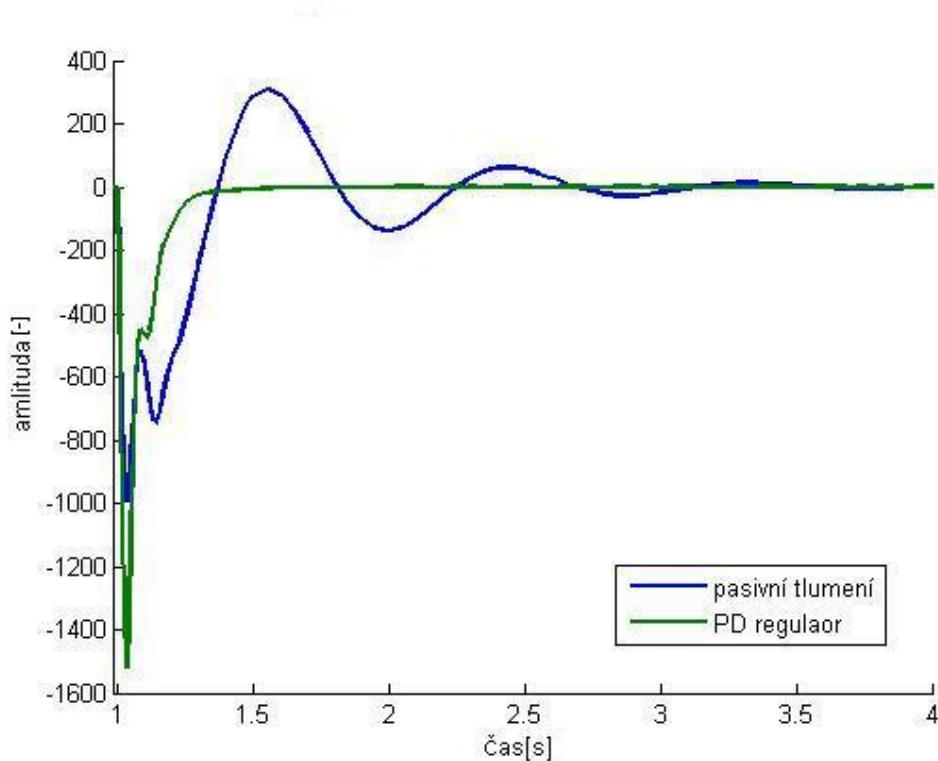


Obrázek 4.3: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



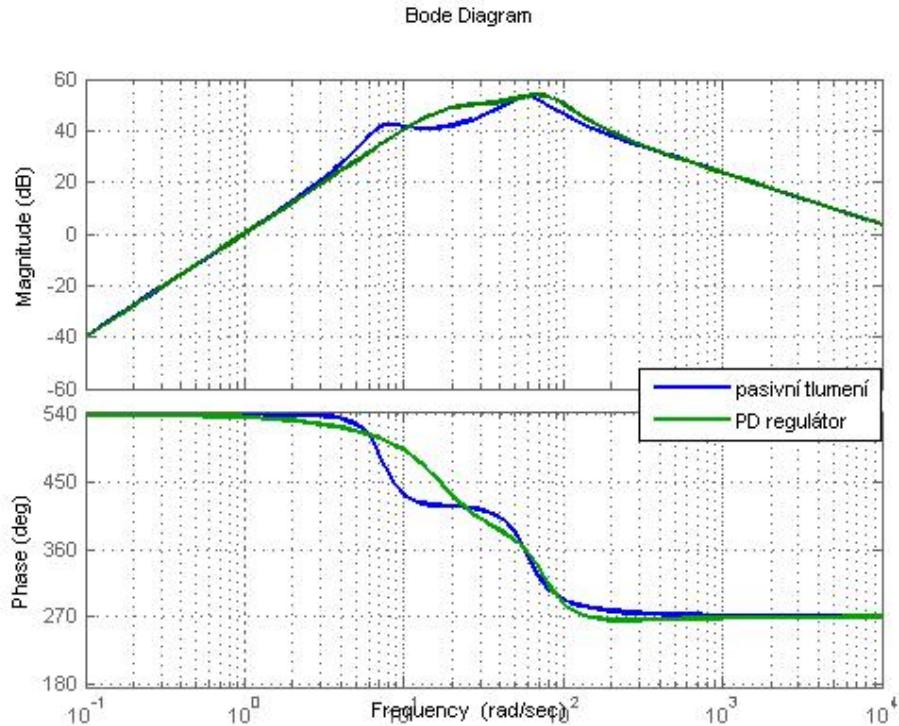
Obrázek 4.4: Odezva rychlosti odpružené části na bílý šum rychlosti nerovnosti povrchu

Další charakteristikou je odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu na obrázku 4.5.



Obrázek 4.5: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu

Frekvenční charakteristika přenosu odchylky poruchy povrchu na zrychlení odpružené části nám určí míru potlačení zrychlení karoserie. Tato charakteristika je zobrazena na obrázku 4.6.



Obrázek 4.6: Frekvenční charakteristika pasivního tlumiče a PD regulátoru

## 4.2. LQ regulátor

LQ regulátor je kvadratický optimální regulátor pro lineární systém. Úlohou tohoto regulátoru je řešit problém optimálního přechodu z daného stavu  $x_0$  do počátku. Lze ji interpretovat například jako úlohu optimální kompenzace poruchy, jejímž působením byl stav systému vychýlen z požadované hodnoty.

LQ regulátor budeme řešit dynamickým programováním. Tato metoda je založena na principu optimality.

Princip optimality:

Přepokládejme, že  $u(\cdot)$  je optimální řídicí posloupnost na horizontu  $t = 0, 1, \dots, N-1$  a že do času  $t$  byla aplikována posloupnost řízení  $u(0), u(1), \dots, u(t-1)$ , která přivedla soustavu do stavu  $x(t)$ . Potom také zbývající hodnoty řízení  $u(t), \dots, u(N-1)$  musejí být optimální řídicí posloupností ve smyslu minimalizace ztrátové funkce  $V(x(t), u_t^{N-1}, t)$  [5].

Ladění LQ regulátoru se provádí nastavováním parametrů optimalizačního kritéria. Jestliže nemáme pevně stanoven koncový stav, ale chceme dosáhnout kompromisu mezi vynaloženou energií řízení a zároveň kompenzovat odchylky stavu systému od jeho nulové hodnoty, dostaneme kvadratické kritérium ve tvaru:

$$J = x^T(T)Q(T)x(T) + \int_0^T x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)dt, \quad (15)$$

kde posloupnost matic  $R(t)$  váží vynaloženou energii řízení a posloupnost matic  $Q(t)$  váží odchylky stavu od nulové hodnoty. Optimální hodnota ztrátové funkce  $V$  je rovna:

$$V^*(x(t);t) = \min_{u(\tau), \tau \in [t,T]} \left\{ x^T(T)Q(T)x(t) + \int_0^T x^T(\tau)Q(\tau)x(\tau) + u^T(\tau)R(\tau)u(\tau)d\tau \right\} \quad (16)$$

Optimální hodnotu ztrátové funkce můžeme odhadnout ve tvaru kvadratické formy i v ostatních časových okamžicích, takže budeme přepokládat:

$$V^*(x(t);t) = \frac{1}{2} x^T(t)P(t)x(t) \quad (17)$$

Můžeme pak odvodit algebraické řešení Riccatiho rovnice, které řeší výše uvedený problém:

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0, \quad (18)$$

kde  $A$  a  $B$  jsou matice stavového popisu a  $P$  hledáme.

Lineární časově proměnný diskrétní systém s počáteční stavem  $x(0) = x_0$  má optimální řízení minimalizující kritérium (15) tvar časově proměnné stavové zpětné vazby:

$$u(t) = -K(t)x(t), \quad (19)$$

kde optimální zesílení (Kalmonovo zesílení) je dán:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (20)$$

Odvození pomocí metody doplnění na úplný čtverec je v [5].

## Kriteriální matice

Nejdříve určíme kvadratické členy z kriteriální funkce  $J$  (15), které je nutné vážit. Pro nároky, které požadujeme, nám stačí vážit tři veličiny pro návrh LQ řízení:

- váha  $k_a$  pro odchylku  $z_b - z_\omega$ , tedy  $x_1$ - kvůli nulové odchylce v ustáleném stavu,
- váha  $k_b$  pro rychlosť odpružené části  $\dot{z}_b$ , tedy  $x_3$ - kvůli potlačení rychlosti a překmitů polohy odpružené části,
- váha  $k_c$  pro akční zásah síly  $f_a$ , tedy  $u_2$ - kvůli omezení velikosti akční veličiny.

Tím že jsme si vybrali signály, které budeme vážit, jsme si zjednodušili kriteriální matici, protože obsahuje jen diagonální prvky. Matici pak lze napsat ve tvaru dosaditelném do kritéria takto:

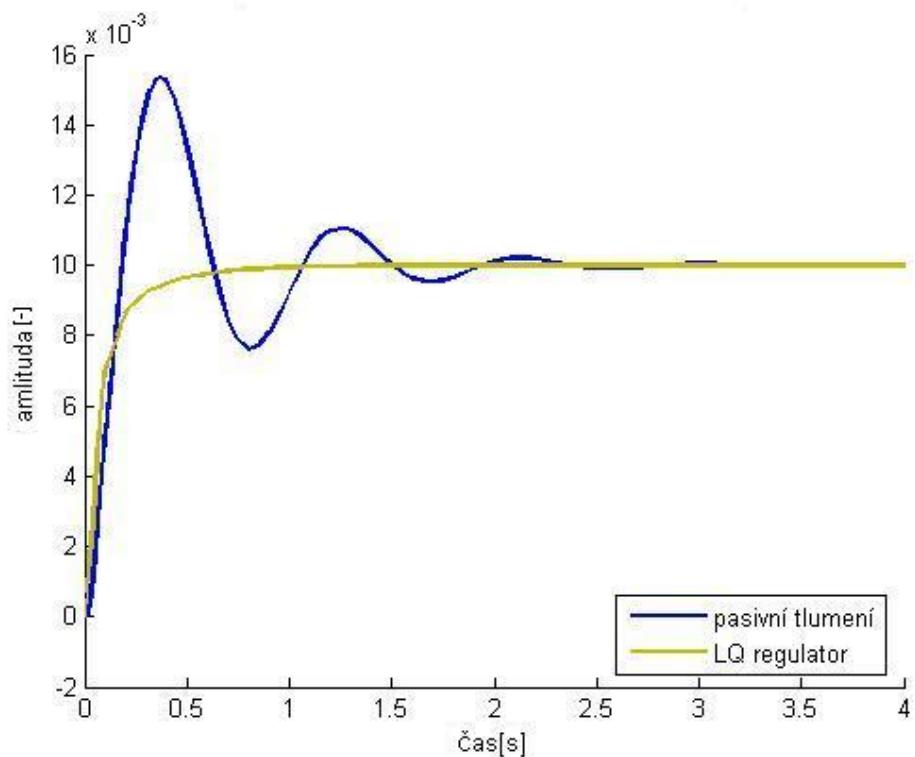
$$Q = \begin{bmatrix} k_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$
$$R = [k_c]$$

Po několika experimentech jsem zvolil váhové konstanty, tak aby splňovali, samozřejmě s určitým kompromisem, požadavky kladené na regulaci.

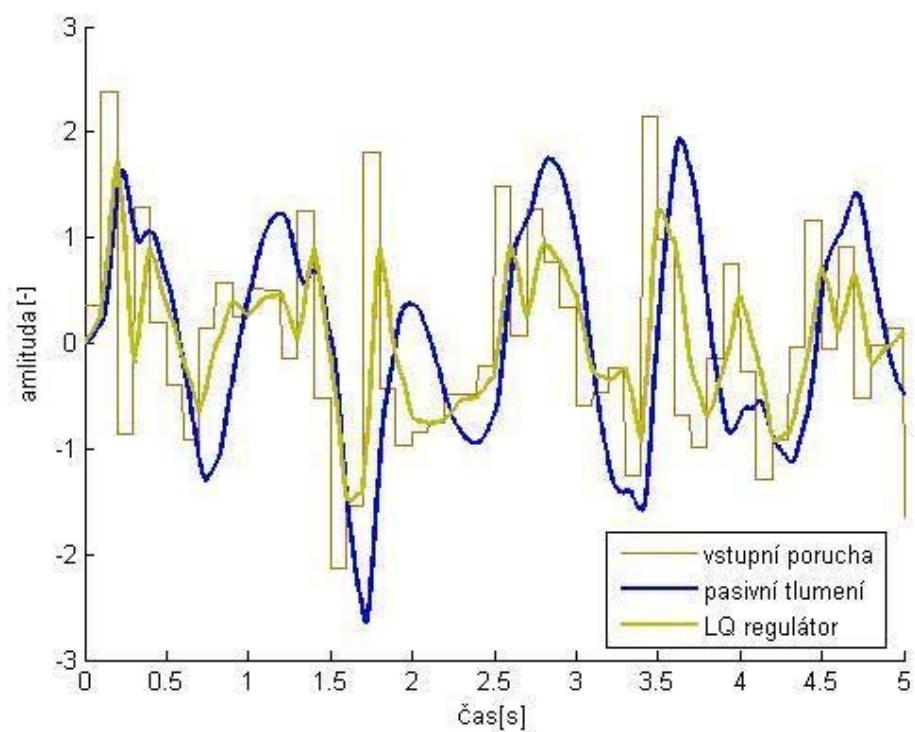
$$\begin{aligned} k_a &= 10^2 \\ k_b &= 5 \cdot 10^2 \quad (22) \\ k_c &= 10^{-8} \end{aligned}$$

## Výsledky měření

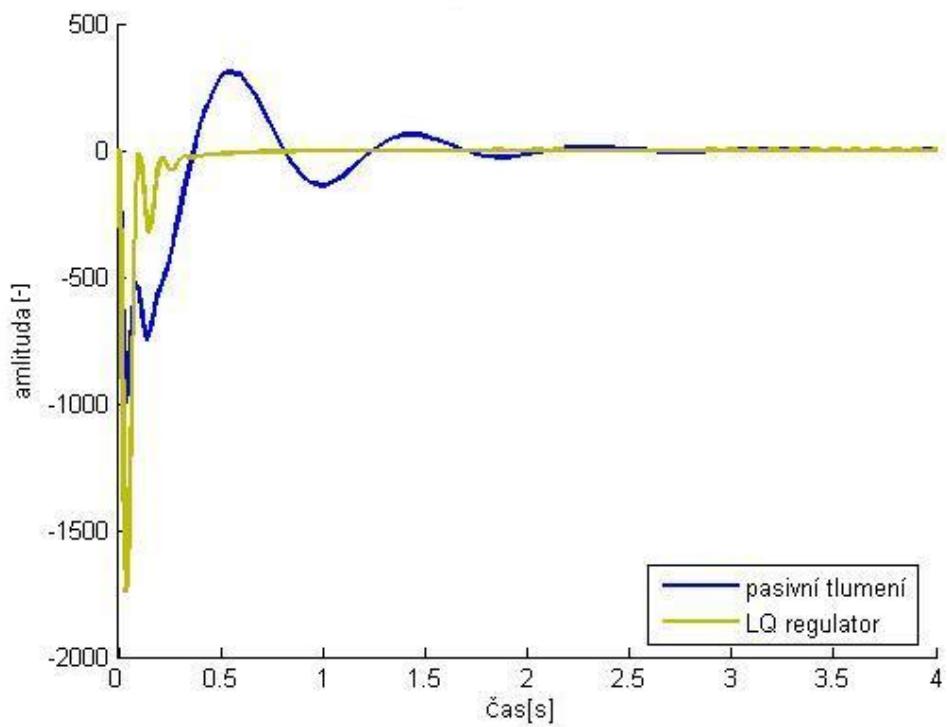
Pro diagnostiku opět použiji Simulink. Stejně jako u PD regulátoru provedeme srovnání s pasivním tlumičem.



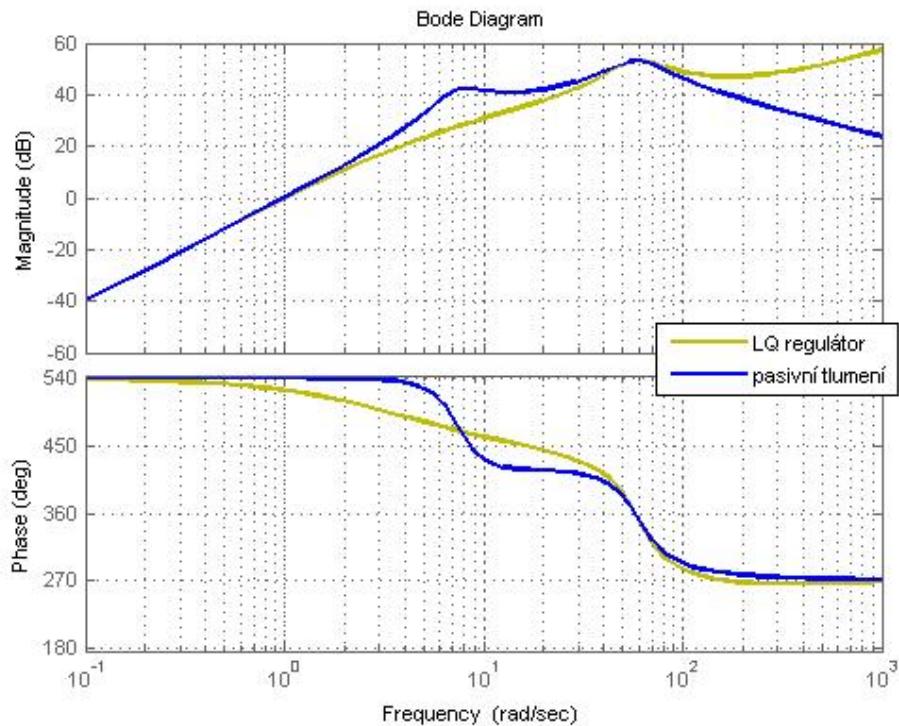
Obrázek 4.7: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



Obrázek 4.8: Odezva rychlosti odpružené části na bílý šum rychlosti nerovnosti povrchu



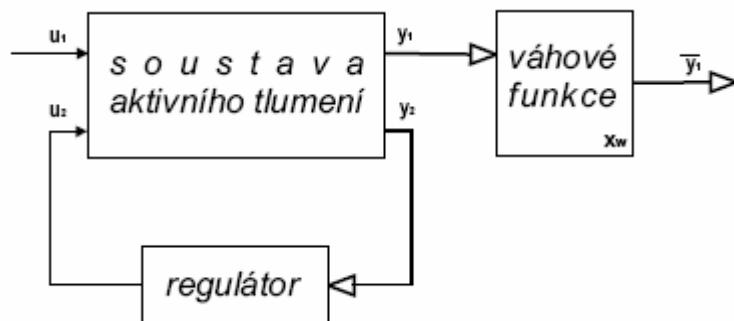
Obrázek 4.9: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



Obrázek 4.10: Frekvenční charakteristika pasivního tlumiče a LQ regulátoru

### 4.3. $H_\infty$ regulátor

Pro vytvoření optimálního regulátoru  $H_\infty$  budeme hledat minimum  $\|T_{u_1 y_1}\|_\infty$ . Váhovými funkcemi můžeme upravovat vlastnosti uzavřené regulační smyčky. Jelikož vstupem je porucha působící uvnitř soustavy, nelze využít funkce z Robust Toolboxu v Matlabu, který rozšiřuje soustavu o váhové funkce. Proto musíme rozšířit soustavu jiným způsobem. Na obrázku 4.11 je blokové schéma systému s rozšířením.



Obrázek 4.11: Rozšíření soustavy o váhové funkce

Nejprve je nutno rozhodnout jak bude vypadat zpětná vazba a kterými veličinami budeme vážit. Zpětnou vazbu zvolíme jako stavovou. Veličiny, kterými budeme vážit, zvolíme na základě stanovených požadavků [11].

- $x_2 \equiv z_w - z_r$  ...vážíme konstantou, zlepšuje průběh ustálení odchylky
- $x_1 \equiv z_b - z_w$  ...vážíme konstantou, zlepšuje odchylku v ustáleném stavu
- $\dot{x}_3 \equiv \ddot{z}_b$  ...vážíme funkci, upravuje míru potlačení zrychlení odpružené části vozidla. Jedná se o funkci ( $W_1$ ), aby bylo možné upravit vlastnosti na frekvencích pro člověka nejcitlivějších.
- $x_3 - x_4 \equiv \dot{z}_b - \dot{z}_\omega$  ...vážíme konstantou, potlačující velké rychlosti odpružené časti oproti neodpružené časti, zlepšuje stabilitu nominální regulace.
- $u_2 \equiv f_a$  ...vážíme funkci, omezuje akční zásah. Jedná se o funkci ( $W_2$ ), protože z experimentu vyplývá nutnost omezit také vyšší frekvence akčního zásahu, ne pouze jeho velikost.
- $k_2 \cdot x_2 \equiv \Delta F_t$  ...vážíme konstantou. Vážení  $x_2$  se zde vyskytuje dvakrát pro ilustraci dvou různých vlivů této veličiny (odchylka a třecí síla). Nemá vliv na výpočet regulátoru, bylo by možné obě vážící konstanty sečítat ( $\varepsilon_1 + k_2 \varepsilon_6$ ) a výsledný regulátor by byl totožný.

Nyní doplníme stavový popis (2) výstupními rovnicemi v maticovém tvaru.

$$\begin{aligned} y_1 &= C_1 x + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ y_2 &= C_2 x + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \end{aligned} \quad (23)$$

Pomocí veličin, které jsme zvolili pro vážení a zpětnou vazbu, dosadíme do uvedených matic.

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_b} & 0 & -\frac{c_s}{m_b} & -\frac{c_s}{m_b} \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$C_2 = \varepsilon_4$$

$$D_{11} = \mathbf{O}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{m_b} & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$D_{21} = \varepsilon^4$$

$$D_{22} = \mathbf{O}$$

Váhovými funkcemi  $W_1$  a  $W_2$  přinášíme do soustavy novou dynamiku, která je daná charakterem funkcí. Pro převod přenosových funkcí vah použijeme Matlab, funkci tf2ss, a tedy stavový popis bude:

$$\begin{aligned} W_1(s) &\rightarrow W_{1A}, W_{1B}, W_{1C}, W_{1D} \\ W_2(s) &\rightarrow W_{2A}, W_{2B}, W_{2C}, W_{2D} \end{aligned} \quad (25)$$

Nyní sloučíme dynamiku váhových funkcí a přidáme váhové konstanty, čímž nám vznikne vážící systém MIMO (obrázek 4.11) se šesti vstupy a výstupy, a ještě s dynamikou  $\dot{x}_w$ .

$$\begin{aligned} W_A &= \begin{bmatrix} W_{1A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W_{2A} \end{bmatrix} \\ W_B &= \begin{bmatrix} \vec{0} & \vec{0} & W_{1B} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & W_{2B} & \vec{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

$$W_C = \begin{bmatrix} \vec{0}^T & \vec{0}^T \\ \vec{0}^T & \vec{0}^T \\ W_{1C} & \vec{0}^T \\ \vec{0}^T & \vec{0}^T \\ \vec{0}^T & W_{2C} \\ \vec{0}^T & \vec{0}^T \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$W_D = \text{diag}[\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 W_{1D} \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 W_{2D} \quad \varepsilon_6]$$

Přistoupíme k rozšíření soustavy a stavy rozšířené soustavy napišeme jako

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_w \\ x \end{bmatrix} \quad (28)$$

pro stavové rovnice nominálního systému a váhových funkcí platí, že :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ y_1 &= Cx + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ y_2 &= Cx + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \quad (29) \\ \dot{x}_w &= W_A x_w + W_B y_1 \\ \dot{y} &= W_C x_w + W_D y_1 \end{aligned}$$

Spojením rovnic získáme:

$$\begin{aligned}\dot{x}_W &= W_A x_W + W_B C_1 x + W_B D_{12} u_2 \\ \bar{y}_1 &= W_C x_W + W_D C_1 x + W_D D_{12} u_2\end{aligned}\quad (30)$$

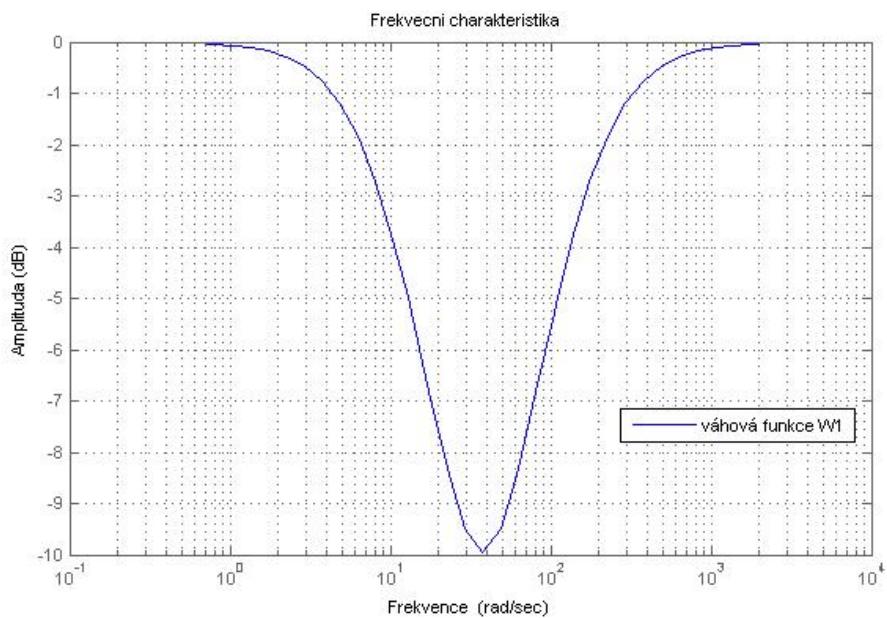
V maticovém zápisu:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} W_A & W_B C_1 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_W \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_B D_{11} \\ B_1 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} w_B D_{11} \\ B_2 \end{bmatrix} u_2 \\ \bar{y}_1 &= [W_C \quad W_D C_1] \bar{x} + W_D D_{11} u_1 + W_D D_{12} u_2 \\ y_2 &= [0 \quad C_2] \bar{x} + D_{21} u_1 + D_{22} u_2\end{aligned}\quad (31)$$

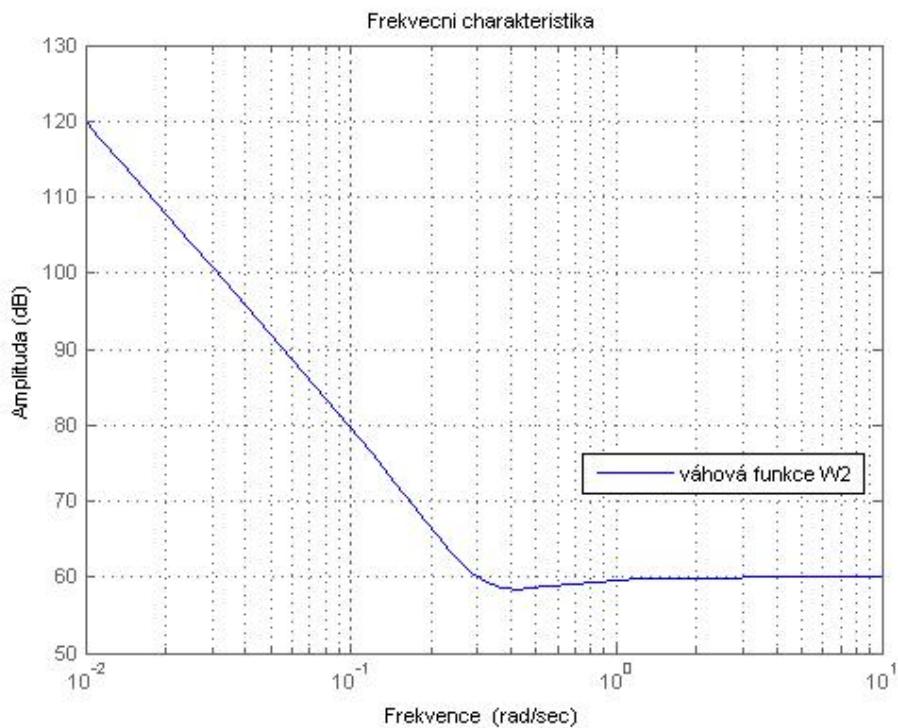
## Váhové funkce

Míra jízdního komfortu je obvykle posuzována podle zrychlení hmoty. Podle ISO normy existují resonance nepříjemné pro člověka 1-2 Hz v horizontálním směru a kolem 4-8 Hz ve vertikálním směru. Váha  $\varepsilon_3 W_1$  ovlivňuje zrychlení odpružené hmoty. Cílem je redukovat zesílení na těchto frekvencích, z čeho plyne, že váhová funkce  $W_1$  bude pásmová propust, a proto jsem zvolil  $W_1 = \frac{s^2 + 173,42s + 1421}{s^2 + 55,04 + 1421}$ , jenž je pásmová propust s vrcholem 37,7 rad/s.[4] Další váha nám musí potlačit vyšší frekvence akčního veličiny, proto volím jako váhu  $W_2$  horní propust s mezní frekvencí 0.27 rad/s.

Jelikož  $H_\infty$  regulátoru se počítá s minimální normou, pak pro váhovou funkci  $W_x$  je minimální norma rovna  $\left\| \frac{W_1}{1+L} \right\|_\infty$ . Z toho vyplývá, že platí pro všechny  $\omega$ , kde  $\left| \frac{W_1(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| < \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \left| \frac{\gamma}{1+L(j\omega)} \right| = \left| \frac{1}{W_1(j\omega)} \right|$ . Z toho plyne, že násobek přenosu uzavřené smyčky na dané frekvenci je menší než přenos převrácené váhové funkce na této frekvenci. Z toho vyplývá, že propust má opačný význam. Frekvenční charakteristika  $\frac{1}{W_1}$  je na obrázku 4.12 a  $\frac{1}{W_2}$  je na obrázku 4.13.



Obrázek 4.12: Frekvenční charakteristika váhové funkce  $\frac{1}{W_1}$



Obrázek 4.13: Frekvenční charakteristika váhové funkce  $\frac{1}{W_2}$

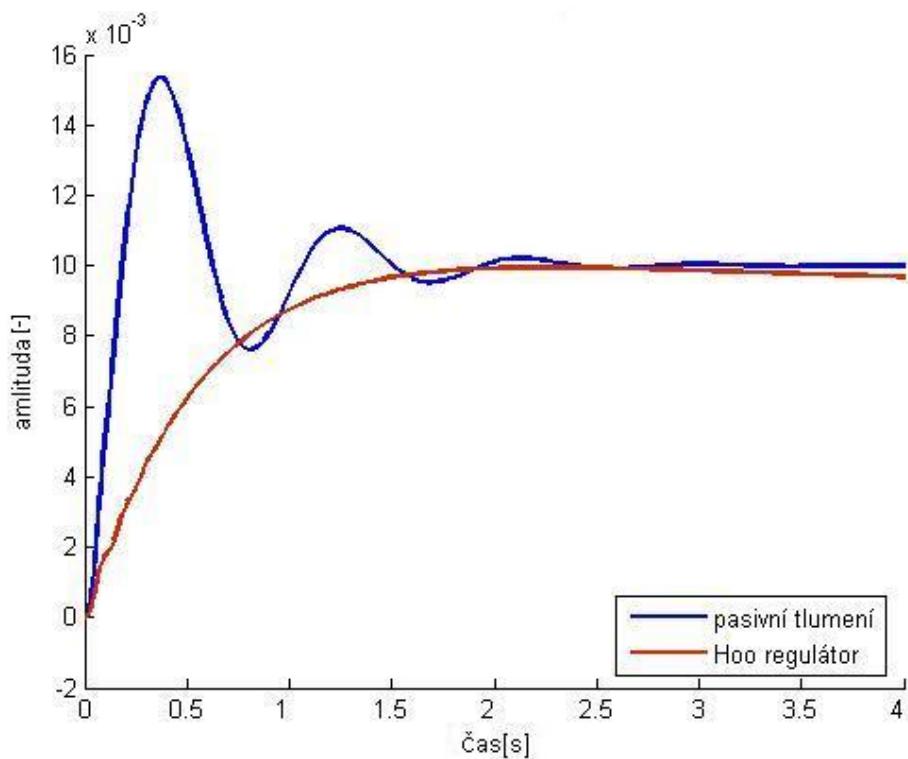
Jak už bylo zmíněno dříve (kapitola 1.), kladené požadavky jsou protichůdné. Proto volím kompromis mezi nimi. Konstanty jsou navrženy experimentálně.

$$\varepsilon = [1 \ 0.96 \ 8.5 \ 1 \ 0.7 \ 10^{-5}]$$

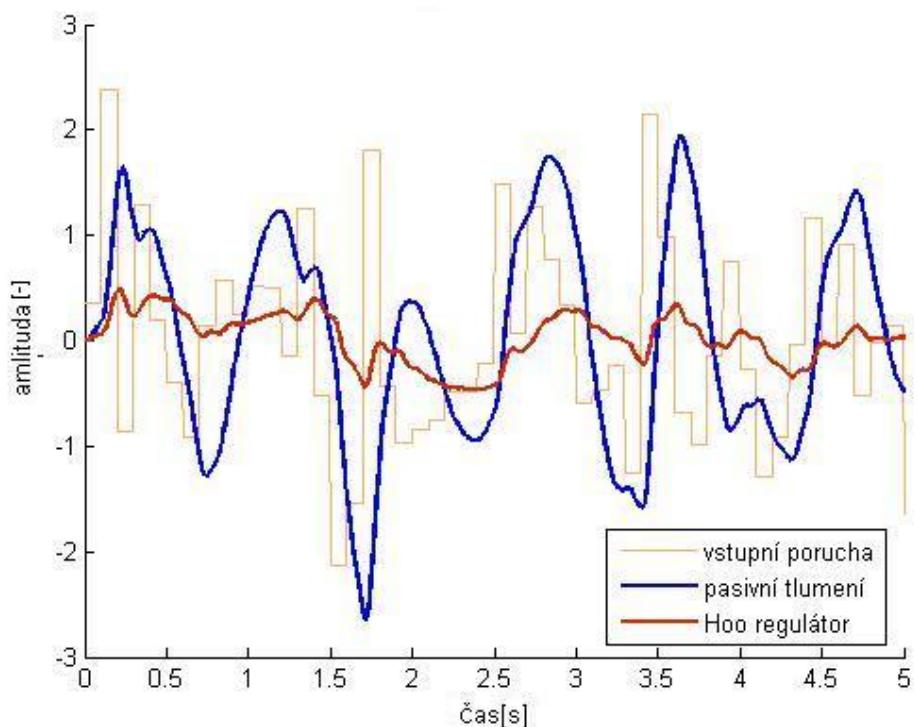
## Výsledky měření

Pro výpočet regulátoru  $H_\infty$  jsem využil spočítaného stavového popisu rozšířené soustavy a pomocí Matlabu konkrétně funkce *hinfort* z Robust Toolboxu, jsem získal suboptimální  $H_\infty$  regulátor.

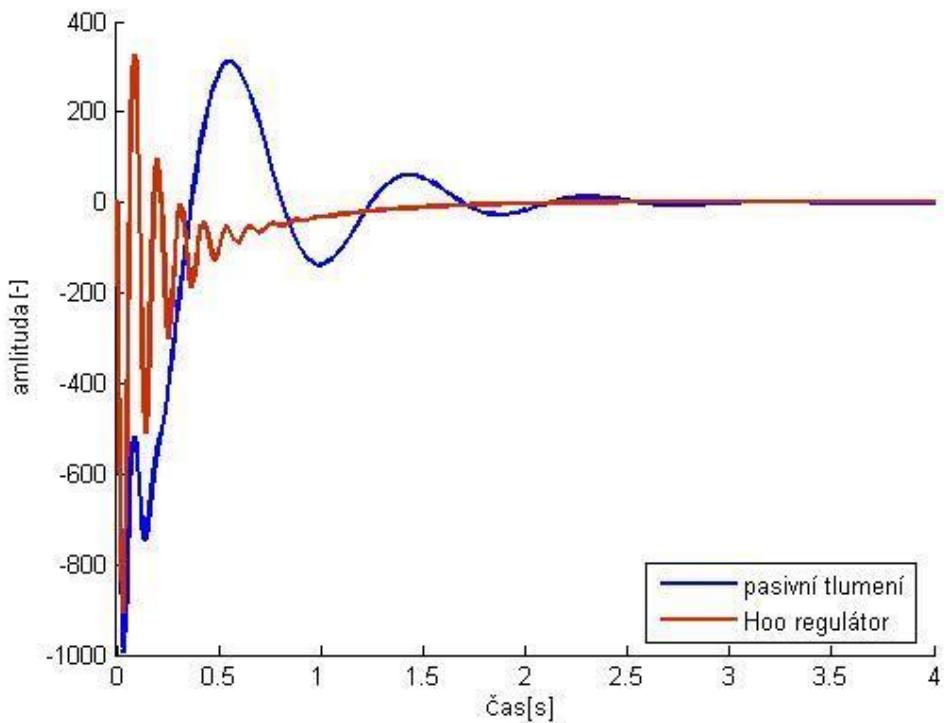
Pro diagnostiku jsem opět využil Simulink. Stejně jako u PD regulátoru provedeme srovnání s pasivním tlumičem.



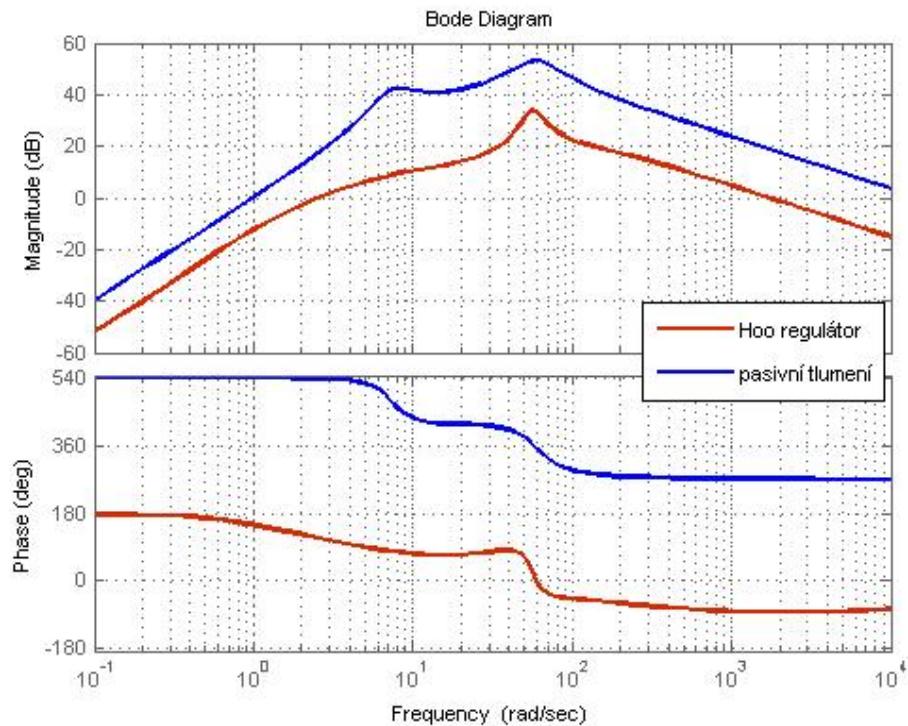
Obrázek 4.14: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



Obrázek 4.15: Odezva rychlosti odpružené části na bílý šum rychlosti nerovnosti povrchu



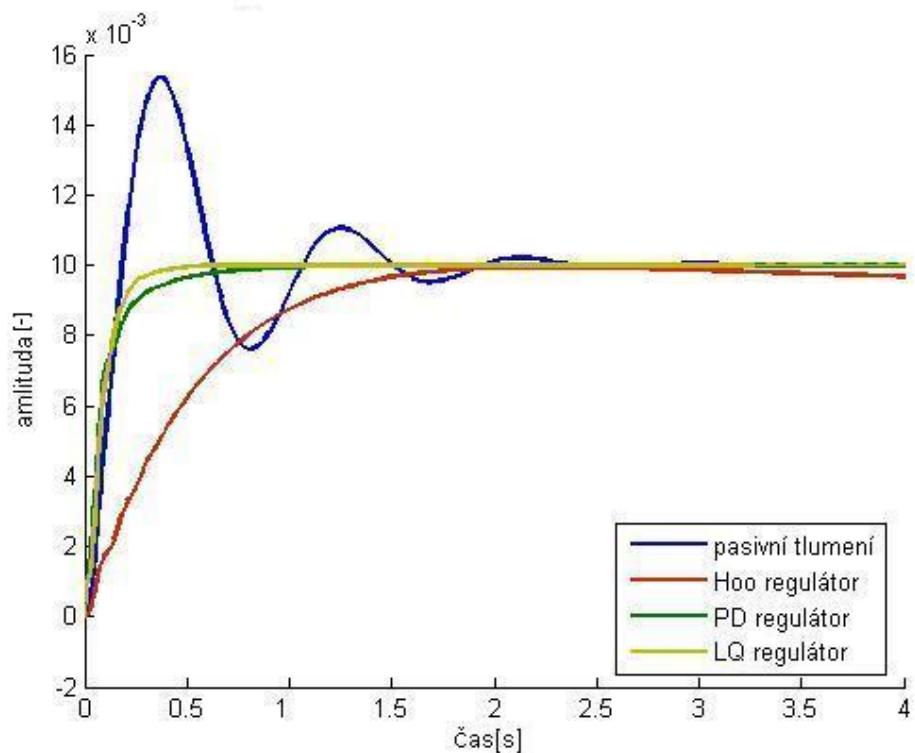
Obrázek 4.16: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



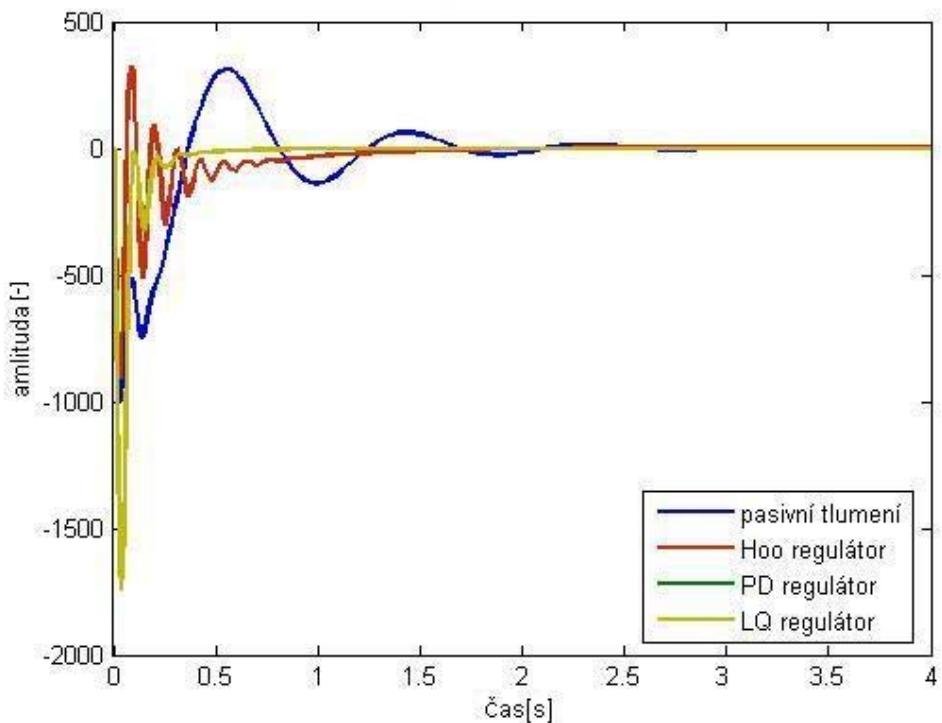
Obrázek 4.17: Frekvenční charakteristika pasivního tlumiče a  $H_\infty$  regulátoru

#### 4.4. Srovnání navržených regulátoru

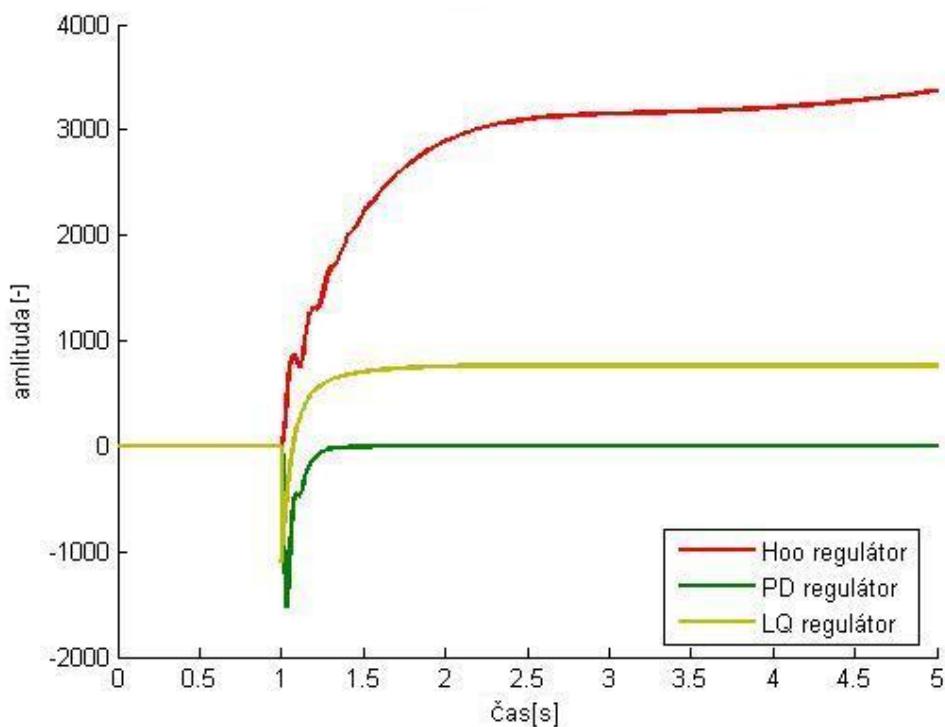
Pro srovnání regulátoru jsem vykreslil do každé charakteristiky všechny regulátory. Na obrázku 4.18 je odezva polohy odpružené části na jednotkový skok poruchy, obrázek 4.19 ukazuje odezvu změny tříhové síly na jednotkový skok poruchy. Obrázek 4.20 je odezva akčního zásahu na jednotkový skok poruchy. Obrázek 4.21 je odezva polohy odpružené části na bílý šum a 4.22 na sinusovou poruchu  $\omega = 16 \text{ rad/s}$ .



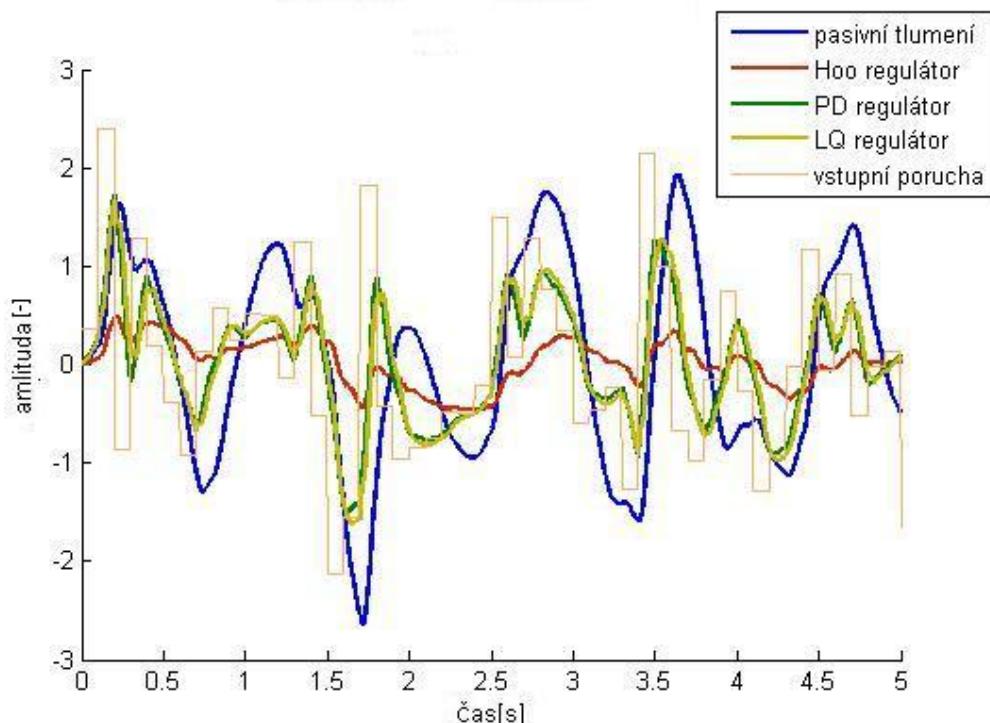
Obrázek 4.18: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



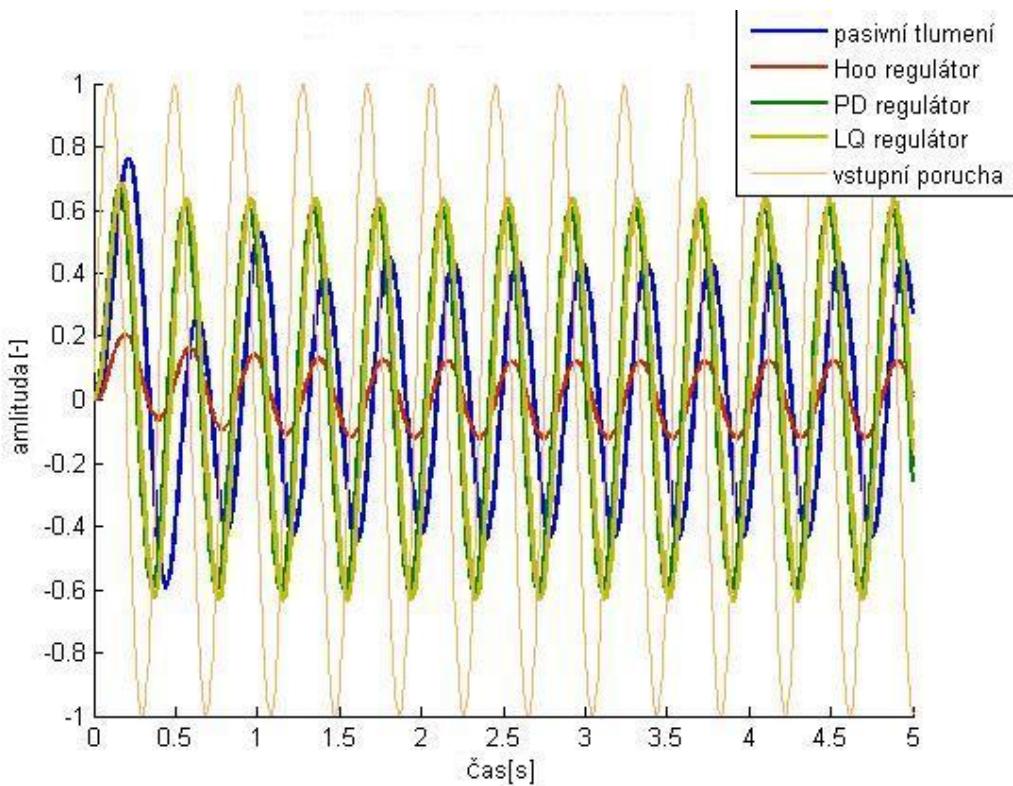
Obrázek 4.19: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu



Obrázek 4.20: Odezva akčního zásahu na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu

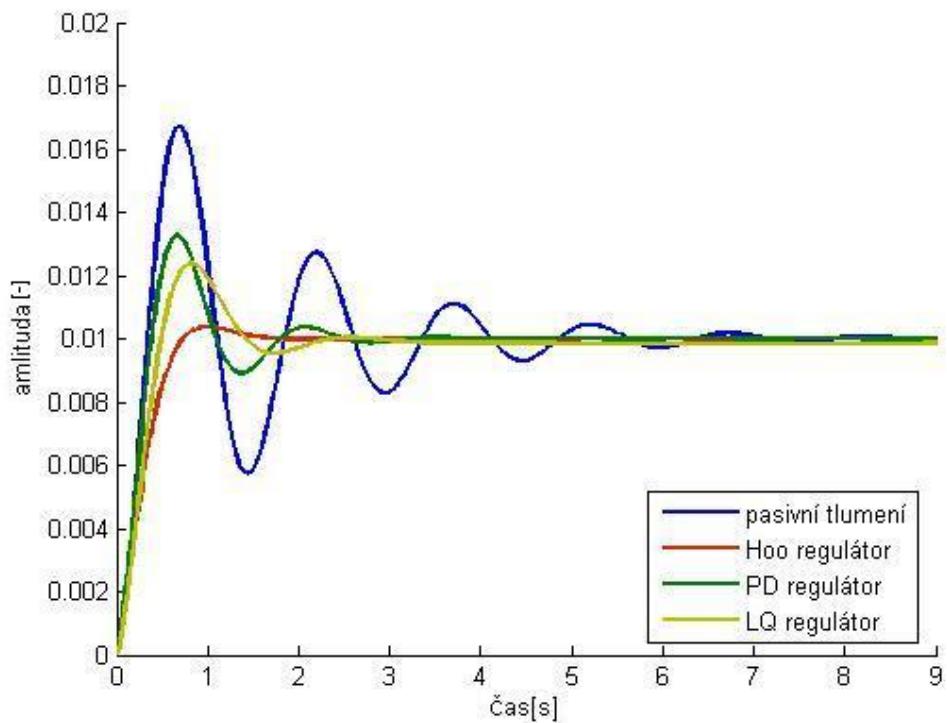


Obrázek 4.21: Odezva rychlosti odpružené části na bílý šum rychlosti nerovnosti povrchu

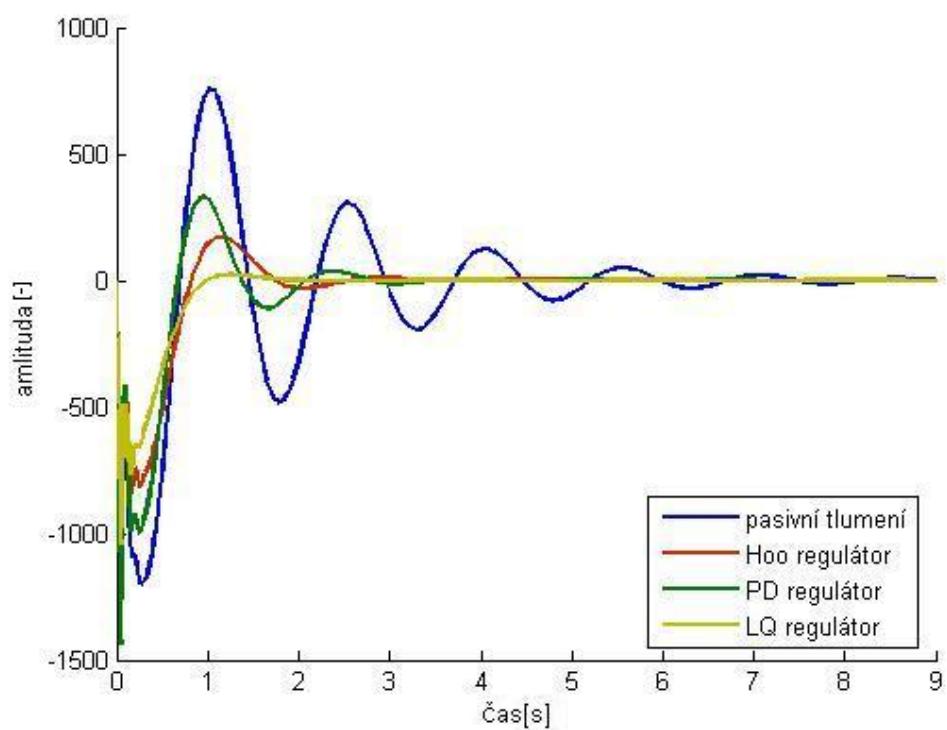


Obrázek 4.22: Odezva rychlosti odpružené části na sinusovou poruchu rychlosťi nerovnosti povrchu  $\omega = 16 \text{ rad/s}$

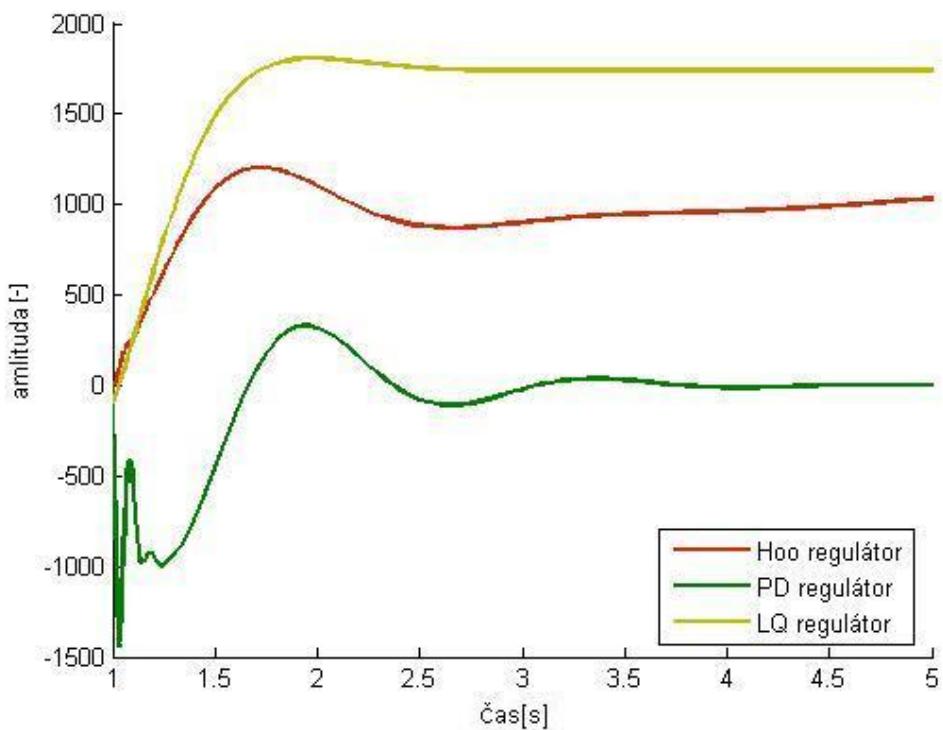
Abych posoudil robustnost regulátorů změnil jsem jeden z parametrů regulované soustavy (v tomto případě jsem zvýšil trojnásobně váhu automobilu, protože počítáme s parametry nákladního automobilu). Na této soustavě jsem opět provedl srovnání navržených regulátorů.



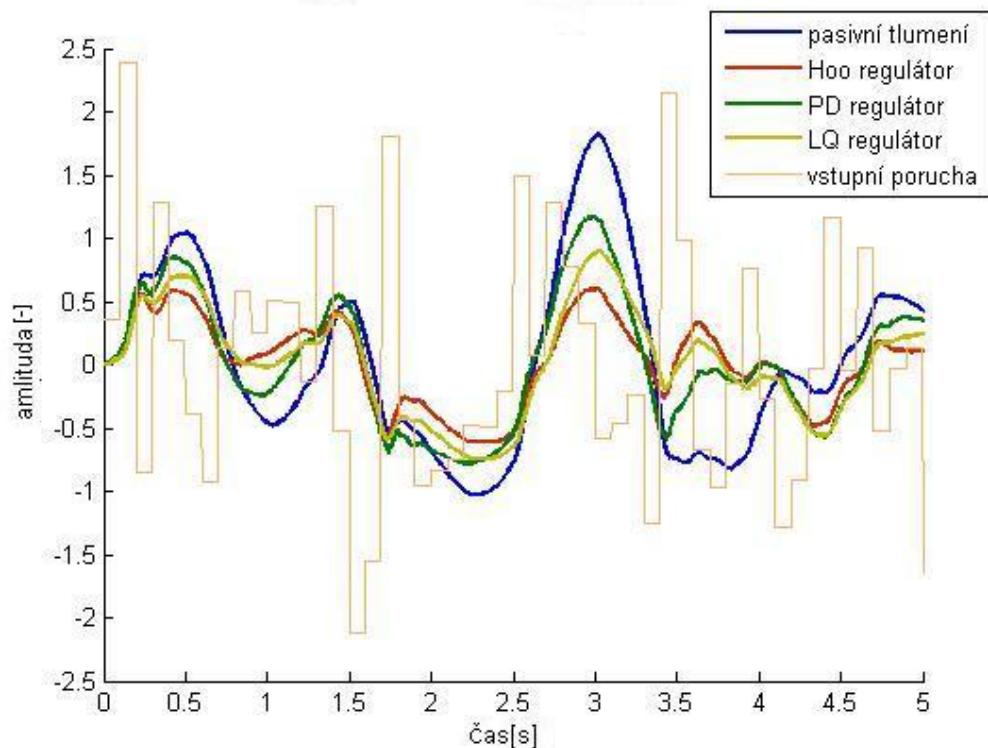
Obrázek 4.23: Odezva rychlosti odpružené části na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu, při trojnásobné zátěži



Obrázek 4.24: Odezva změny tíhové síly na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu, při trojnásobné zátěži



Obrázek 4.25: Odezva akčního zásahu na jednotkový skok rychlosti nerovnosti povrchu, při trojnásobné zátěži



Obrázek 4.26: Odezva rychlosti odpružené části na bílý šum rychlosti nerovnosti povrchu

## 5. Závěr

Cílem bakalářské práce je seznámení se s principy aktivního tlumení a navržení algoritmus pro řízení. Pro simulaci tlumení jsem využil čtvrtinový model, na kterém jsem mohl navržené regulátory navrhnut a pomocí Matlabu simulovat chování systému.

Na čtvrtinovém modelu jsme pomocí Matlabu provedl několik experimentů. Jako vstupní poruchy jsem použil postupně tři druhy signálu a to jednotkový skok, bílý šum a sinusový signál (frekvence, na které je zvlášť citlivý člověk). Na výstupu jsem pozoroval rychlosť a zrychlení odpružené části automobilu, zásah akční veličiny a tíhovou sílu působící na nápravu automobilu.

Pro řízení aktivního tlumení jsem navrhl tři regulátory PD, LQ a  $H_\infty$ .

PD regulátor má jen jednu veličinu ve zpětné vazbě a to má za následek, že regulátor nedostatečně reaguje na změnu polohy kola, neboť nemá informace o jiných veličinách. Z frekvenční charakteristiky přenosu uzavřené smyčky rychlosti poruchy povrchu na zrychlení, je vidět, že nedochází k dostatečnému potlačení zrychlení. Při změně hmotnosti automobilu je regulace nejhorší ze všech navržených regulátoru a není proto vhodný při požadavku robustnosti.

LQ regulátor na rozdíl od PD nemá ve zpětné vazbě jen jednu veličinu, což je docíleno tím, že zpětná vazba je uzavřena stavově a reaguje nejen na zrychlení karoserie, ale i na skokovou změnu polohy kola. U tohoto regulátoru opět nedochází k dostatečnému potlačení zrychlení karoserie. U změny hmotnosti dopadl lépe než PD regulátor, ale opět není příliš robustní. Výhodou LQ regulátoru zůstává jednoduchost návrhu.

Návrh regulátoru  $H_\infty$  byl nejsložitějším, ale nejlépe splňuje zadané požadavky. Je nejkvalitnějším a nejrobustnějším ze všech zde uvedených regulátorů. Z frekvenční charakteristiky přenosu rychlosti poruchy povrchu na zrychlení jde vidět, že dojde k dostatečnému potlačení zrychlení. Také při změně hmotnosti je robustní.

V poslední části jsem srovnal všechny tři navržené regulátory. Na odezvě polohy odpružené části na bílý šum, je vidět, že regulátory PD a LQ nedostatečně potlačují poruchy na vyšších frekvencích. Harmonický signál je zvolen na frekvenci, na kterou je nejvíce citlivý člověk. Tuto frekvenci dostatečně potlačuje jen  $H_\infty$  regulátor. Další měření bylo na robustnost, kterou jsem měřil změnou váhy o trojnásobek. Nejlépe se s tím vypořádal regulátor  $H_\infty$ .

## Literatura

- [1] John C. Doyle, Bruce A. Francis, Allen R. Tannenbaum. *Feedback Control theory*. Macmillan Publishing Company, 1992.
- [2] Horáček P. *Systémy a modely*. Praha: České vysoké učení technické, 1999.
- [3] John J. *Systémy a řízení*. Praha: České vysoké učení technické, 2003.
- [4] Stříbrský A., Honců J., Hyniová K., Kruczak A.  $H_\infty$  řízení systému aktivního tlumení pérového automobilu. Praha: České vysoké učení technické, elektrotechnická fakulta, katedra řízení, 2002.
- [5] Havlena V., Štecha J. *Moderní teorie řízení*. Praha: České vysoké učení technické, 2000.
- [6] Štecha J. *Optimální rozhodování a řízení*. Praha: České vysoké učení technické.
- [7] Votrubec R. *Globální charakteristika tlumiče*. Liberec: Technická Univerzita Liberec, fakulta mechatroniky a mezioborových studií, 2005.
- [8] Pešek P. *Optimální maticový MIMO PID regulátor*. Disertační práce. Plzeň: Západočeská univerzita, 1999.
- [9] Chiang R. Y., Safonov M. G. *Robust Control Toolbox User's Guide*. The MathWorks, Inc., 1997.
- [10] Havlena V. *Moderní teorie řízení-doplňkové skriptum*. Praha: České vysoké učení technické, 1999.
- [11] Kruczak, A. *Řízení aktivního tlumení pérování automobilu*. Diplomová práce. Praha: České vysoké učení technické, katedra řídící techniky, 2003.
- [12] Limpouch, J. *Numerická stabilita* [online]. Poslední revize 1999-03-01 [cit. 2006-06-19].  
<<http://pascal.fjfi.cvut.cz/~limpouch/numet/foluvux/node9.html>>
- [13] Dullerud G.E. and Padanini F. *A Course in Robust Control Theory* Springer, 2000