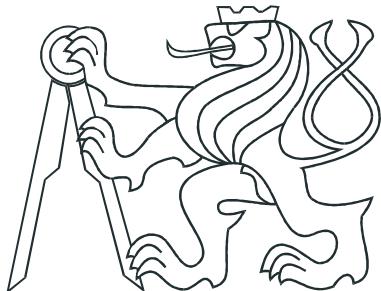


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Modelování výroby a toků elektrické
energie v evropské přenosové soustavě

Praha, 2012

Autor: Jan Zábojník

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Jan Zábojník**

Studijní program: Kybernetika a robotika
Obor: Systémy a řízení

Název tématu: **Modelování výroby a toků elektrické energie v evropské přenosové soustavě**

Pokyny pro vypracování:

Cílem práce je analyzovat možnosti úprav již hotového modelu výroby a toků v evropské elektrické přenosové soustavě za účelem snížení časové náročnosti výpočtu. Model je implementován za použití smíšeného celočíselného lineárního programování, které je vyřešeno pomocí komerčního solveru Gurobi.

1. Seznamte se s problematikou a prostudujte literaturu dodanou vedoucím práce.
2. Analyzujte vliv závislosti času výpočtu na různých vlastnostech modelu (počty bloků, elektráren, po částech lineárních charakteristik, přítomnost soft-constraints atd.) a vyhodnotěte možnosti redukce problému agregací bloků, elektráren, časových vzorků.
3. Analyzujte možnosti využití heuristických přístupů:
 - a) nastavení priorit větvení v solveru,
 - b) využití nepřípustného řešení pro nalezení přípustného.
4. Revidujte formulaci problému z hlediska numerické stability, symetrie a efektivity formulace omezení.
5. Implementujte navržené úpravy a vyhodnotěte jejich přínos.

Seznam odborné literatury:

Dodá vedoucí práce.

Vedoucí: Ing. Michal Dvořák

Platnost zadání: do konce letního semestru 2012/2013

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



M. Dvořák
prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 4. 1. 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovu práci vypracoval samostatně a použil pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne

podpis

Poděkování

Děkuji především vedoucímu této diplomové práce Ing. Michalovi Dvořákovi, bez jehož cenných rad a odborných připomínek by tato práce nikdy nemohla vzniknout. Dále bych chtěl poděkovat své rodině a přátelům, kteří mě v průběhu této práce přímo i nepřímo motivovali a podporovali.

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je zrychlení výpočtu nástroje pro modelování elektrizačních soustav. Model těchto soustav je formulován jako MILP optimalizační problém. Navržené úpravy spočívají v implementaci heuristických metod, které výrazně redukují čas potřebný pro řešení tohoto problému externím solverem. Přínos implementovaných metod je otestován formou ročních simulací na poskytnutých modelech české a evropské elektrizační soustavy. Práce dále obsahuje analýzu vlivu numerické stability modelu a otestování robustnosti algoritmu řešení v závislosti na změně rozložení zátěže v síti.

Abstract

The purpose of this master thesis is speedup of an power distribution networks modelation software. The network model is formulated as a MILP optimization problem. The main part of this extension is implementation of several heuristic methods that lead to significant reduction of external solver time requirements. The efficiency of the implemented methods is tested by annual simulations on provided models of Czech and European distribution networks. The work also includes analysis of numerical stability. The robustness test of solution algorithm is included as well.

Obsah

Úvod	2
1 Teoretický rozbor	3
1.1 Lineární programování	3
1.2 Numerická stabilita	4
2 Model výroby a toků v přenosové soustavě	6
2.1 Topologie sítě	6
2.1.1 Model uzlu	7
2.1.2 Model vedení	7
2.2 Modely elektráren	8
2.2.1 Společná část	8
2.2.1.1 Minimální a maximální výkon	8
2.2.1.2 Minimální doby provozu a odstávky	9
2.2.1.3 Omezení mezhodinových změn výkonu	9
2.2.1.4 Nasazování zdroje	10
2.2.1.5 Provoz zdroje	10
2.2.2 Elektrárny s tepelným cyklem	12
2.2.3 Průtočné elektrárny	13
2.2.4 Přečerpávací elektrárny	14
2.2.5 Obnovitelné zdroje	15
2.3 Účelová funkce	15
2.4 Model české elektrizační soustavy	16
2.5 Celoevropský model elektrizační soustavy	17
2.6 Metodika vyhodnocování výsledků	19

3 Revize modelu	21
3.1 Referenční stav modelu	21
3.2 Volba penalizačních konstant	23
3.3 Škálování modelu	25
3.3.1 Matice strukturních koeficientů	26
3.3.2 Účelová funkce	27
3.3.3 Koeficienty vektoru omezení	30
4 Navržené postupy pro zrychlení simulace	31
4.1 Reformulace minimálních dob provozu a odstávky	31
4.2 Heuristické metody	33
4.2.1 Využití nepřípustného řešení	34
4.2.1.1 Fixace části proměnných podle řešení LP	34
4.2.1.2 Fixace části proměnných dle řešení lineární relaxace MILP	37
4.2.1.3 Trojfázové řešení s fixací sítí	39
4.2.2 Priority větvení	41
4.2.3 Prioritní nasazování bloků	42
4.3 Metody měnící strukturu modelu	44
4.3.1 Redukce počtu proměnných	44
4.3.2 Agregace bloků	46
4.3.3 Agregace elektráren	48
4.3.4 Vliv po částech lineárních charakteristik	51
4.4 Symetrie v modelu	52
4.5 Test robustnosti	54
4.6 Shrnutí výsledků	56
4.6.1 Model české elektrizační soustavy	56
4.6.2 Model evropské elektrizační soustavy	57
5 Závěr	60
Literatura	61
A Obsah přiloženého CD	I

Seznam obrázků

2.1	Konstrukce approximace převodní charakteristiky	13
2.2	Pokrytí diagramu zatížení ČR software MAGMA	17
2.3	Pokryti diagramu zatížení v evropském modelu software MAGMA	19
3.1	Doba výpočtu týdnů neupravených modelů	22
3.2	Účelové funkce neupravených modelů	23
3.3	Doba výpočtu týdnů s upravenými cenami	25
3.4	Doba výpočtu týdnů s přeskálovanými susceptancemi	27
3.5	Doba výpočtu týdnů se oškálovanou nedodanou energií	29
4.1	Doba výpočtu týdnů s novou implementací MUDT	32
4.2	Diagram řešení modelu s fixací části proměnných podle řešení LP	35
4.3	Počty zafixovaných bin. proměnných týdnů s fixací podle řešení LP	36
4.4	Doba výpočtu týdnů s fixací části proměnných podle řešení LP	36
4.5	Diagram řešení modelu s relaxovaným presolve	38
4.6	Doba výpočtu týdnů s relaxovaným presolve	38
4.7	Počty zafixovaných bin. proměnných týdnů s relaxovaným presolve	39
4.8	Diagram trojfázového řešení modelu	39
4.9	Doba výpočtu týdnů při použití trojfázového řešení	41
4.10	Doba výpočtu týdnů s prioritním nasazováním bloků	43
4.11	Doba výpočtu týdnů se zjednodušeným modelem sítě	45
4.12	Operační regiony výrobních bloků při agregaci	47
4.13	Doba výpočtu týdnů s aggregovanými bloky	47
4.14	Doba výpočtu týdnů s aggregovanými elektrárny	49
4.15	Schéma přepočtu nových konvexních charakteristik	51
4.16	Doba výpočtu týdnů s konvexními charakteristikami elektráren	52
4.17	Doba výpočtu týdnů po záměně cen paliva v modelech	54
4.18	Doby výpočtu modelů při záměně zátěže	55

4.19 Doba výpočtu týdnů s kombinací nejpřínosnějších metod	57
4.20 Doba výpočtu 1. týdne evropského modelu	59

Seznam tabulek

2.1	Způsoby nasazování jednotek	10
2.2	Způsoby provozu jednotek	11
2.3	Počty prvků v modelu	16
2.4	Počty zdrojů v modelu	16
2.5	Počty proměnných v modelu	17
2.6	Počty prvků v modelu	18
2.7	Počty zdrojů v modelu	18
2.8	Počty proměnných v modelu	18
3.1	Seznam použitého hardware a software	21
3.2	Doba výpočtu neupravených modelů	23
3.3	Doba výpočtu modelů s upravenými cenami	24
3.4	Účelové funkce modelů s upravenými cenami	25
3.5	Rozsahy koeficientů v neoškálovaném modelu	26
3.6	Doba výpočtu modelů s přeškálovanými susceptancemi	26
3.7	Doba výpočtu 2. modelu s oškálovanou nedodanou energií	28
3.8	Doba výpočtu modelů pro $K_{und} = 100$	28
4.1	Počty proměnných v modelu ČR s novými MUDT	32
4.2	Doba výpočtu modelů s novou implementací MUDT	33
4.3	Účelové funkce modelů s novou implementací MUDT	33
4.4	Doba výpočtu modelů s fixací části proměnných podle řešení LP	37
4.5	Účelové funkce modelů s fixací části LP řešení	37
4.6	Účelové funkce modelů při použití relaxovaného řešení	39
4.7	Doba výpočtu modelů při použití relaxovaného řešení	40
4.8	Doba výpočtu modelů při použití trojfázového řešení	42
4.9	Účelové funkce modelů při použití trojfázového řešení	42
4.10	Priority proměnných dle typu paliva	43

4.11	Doba výpočtu modelu s prioritním nasazováním bloků	44
4.12	Účelové funkce modelů s prioritním nasazováním bloků	44
4.13	Doba výpočtu modelu se zjednodušeným modelem sítě	45
4.14	Účelové funkce modelů se zjednodušeným modelem sítě	46
4.15	Doba výpočtu modelů s agregovanými bloky	48
4.16	Účelové funkce modelů s agregovanými bloky	48
4.17	Počty výrobních zdrojů před a po aggregaci	49
4.18	Doba výpočtu modelů s agregovanými elektrárnami	50
4.19	Účelové funkce modelů s agregovanými elektrárnami	50
4.20	Doba výpočtu modelů s konvexními charakteristikami elektráren	52
4.21	Účelové funkce modelů s konvexními charakteristikami elektráren	53
4.22	Shrnutí základních rozdílů porovnávaných modelů	53
4.23	Doba výpočtu modelů po záměně cen paliva	53
4.24	Statistiky výpočtu modelů při záměně zátěže	55
4.25	Srovnání délky výpočtů implementovaných metod a původního modelu .	56
4.26	Doba výpočtu týdnů s kombinací nejpřínosnějších metod	56
4.27	Účelové funkce modelů se zjednodušnou sítí a relaxovaným presolve	57
4.28	Počty proměnných v modelu	58

Úvod

Ještě před několika lety byly možnosti podrobného modelování elektrizačních soustav o velikosti České republiky a větších velmi omezené. Na trhu již existují nástroje, které dokáží se značnými zjednodušeními provést roční simulaci těchto modelů s dobou výpočtu v řádu hodin. Často se jedná o iterační způsob řešení, který nejprve počítá nasazování výrobních zdrojů pokrývajících diagram zatížení a poté pro ně dopočte toky energií v rozvodné síti. Je-li nalezené řešení nepřípustné, musí se provést další iterace s pozměněnými vstupními parametry. Tento postup pak může zabrat velké množství času.

Nástroj umožňující současný výpočet optimálního nasazování výrobních zdrojů a výpočet toků v síti, byl vyvinut v rámci projektu MAGMA (Market And Generation Modeling and Analysis) ve spolupráci se firmou Čeps,a.s. na Katedře řídicí techniky, fakulty elektrotechnické, ČVUT. Tento software převádí úlohu modelování výroby a toků v elektrizačních soustavách na optimalizační problém smíšeného celočíselného programování, jehož řešení vůči zvolenému kritériu nalezne pomocí externího solveru Gurobi [1]. Cílem pilotního projektu bylo ověření proveditelnosti tohoto způsobu výpočtu. Tento cíl se podařilo splnit, ovšem dosažené výpočetní časy roční simulace sítě o rozsahu České republiky přes 10 hodin nebyly v porovnání s již existujícím komerčním software používajícím iterační uspokojivé. Další zrychlení výpočetních časů se stalo cílem této diplomové práce.

První kapitola uvádí pojmy z oblasti optimalizace vztahující se k této práci. Ve druhé kapitole bude uveden popis modelu elektrizační soustavy formou optimalizačního problému. Ve třetí kapitole bude vyhodnocena numerická stabilita dostupných modelů. V kap.4 budou navrženy vedoucí k výraznému urychlení výpočetních časů až na hranici jedné hodiny. Závěr pak obsahuje shrnutí dosažených výsledků a další možná vylepšení.

Kapitola 1

Teoretický rozbor

Tato kapitola stručně popisuje základní pojmy z oblasti optimalizace a problémů, detailnější informace z této oblasti je možné nalézt v [2].

1.1 Lineární programování

Jedná se o speciální případ matematického programování, který je možné zapsat ve formě:

$$\min. \quad c^T x + d \quad (1.1)$$

$$\text{za podmínek} \quad Ax \leq b \quad (1.2)$$

kde $x \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ je vektor proměnných, jehož koeficienty se získají vyřešením této úlohy, $A \in \mathbf{R}^{p \times n}$ je matice strukturních koeficientů a $b \in \mathbf{R}^{p \times 1}, c \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ jsou vektory omezujících hodnot a koeficientů kritéria. Rovnice (1.1) je označována jako úcelová funkce a předmětem optimalizace je minimalizace její hodnoty za současného splnění omezujících podmínek (1.2). Optimalizační problém je označován za řešitelný, pokud existuje alespoň jedno x , které řeší omezující funkci. Dále se vektor x^* nazývá optimálním řešením problému, je-li x^* řešitelné a zároveň je jeho hodnota úcelové funkce nejmenší možná ze všech přípustných x . Rychlosť nalezení optimálního řešení je závislá na formulaci problému a může dosáhnout značných časových úseků. Často se proto využívá pouze suboptimálních řešení, které lze získat v kratších časech. Hranicí, při které je kvalita suboptimálního řešení považována za postačující je tzv. Gap. Jedná se o hodnotu, která je definována vzorcem

$$Gap = \frac{c^T x - c^T x^*}{c^T x^*} \cdot 100, \quad (1.3)$$

kde $c^T x^*$ a $c^T x$ jsou hodnoty účelových funkcí optimálního a suboptimálního řešení x .

Obsahuje-li vektor x část proměnných, jejichž hodnoty mohou být pouze celočíselné, pak místo linéarního programování (LP) hovoříme o smíšeném celočíselném programování (Mixed integer linear programming - MILP). Řešení úlohy formulované pomocí MILP je řádově složitější a délka řešení značně závisí na počtu a rozsahu celočíselných proměnných¹. Za účelem rychlého vyřešení těchto úloh vzniklo množství specializovaných programů, tzv. solverů. V současnosti mezi nejrychlejší solvery patří Gurobi [1] a IBM ILOG CPLEX.

1.2 Numerická stabilita

Pojem numerická stabilita se vztahuje ke statickým optimalizačním algoritmům. Numericky špatně definovaný problém je obtížně řešitelný, neboť nutí algoritmus snižovat (zpřísňovat) různé tolerance. Například tolerance v jejímž rámci můžeme omezení považovat za splněné apod. Hlavními znaky numericky nestabilního jsou především pomalá konvergence k optimálnímu řešení a značně rozdílné výpočetní časy při drobných změnách ve formulaci problému. Příčinou tohoto chování je omezená přesnost interpretace reálných čísel v paměti počítače. Mezi nejběžnější chyby při formulaci problémů, které způsobují numerickou nestabilitu jsou dle [3]:

1. Nereálně stanovené meze proměnných.
2. Velký rozsah koeficientů v modelu popsaném MILP.

Pro správnou funkci algoritmu Branch & Bound² (B & B) [2] je vhodné mít v mezích proměnných stanovené reálné hodnoty. Pokud neznáme horní mez optimalizační proměnné, je vhodnější její hodnoty analyticky dopočítat. Například známe-li u elektrárny převodní charakteristiku přeměny paliva na výkon a jeho maximální hodnotu, můžeme snadno dopočítat maximální spotřebu paliva, ze které utvoříme horní mez. V některých případech může být i po stanovení reálných mezí tato hodnota dostatečně velká, aby i nadále způsobovala numerické problémy.

Druhým bodem je velký rozsahu koeficientů ve strukturní matici A a vektorech b, c . Empirické pravidlo [3] stanovuje maximální doporučený rozsah koeficientů 6 řádů. Větší

¹Binární proměnná je speciální případ celočíselné s omezením pouze na hodnoty 0 a 1.

²Na jehož základě pracuje většina solverů, včetně solveru Gurobi.

rozsahy mohou vést z důvodu porušení interních tolerancí k nekonzistentním výsledkům. Tento problém se nejlépe demonstruje na příkladu omezení hodnoty optimalizační proměnné binární proměnnou násobenou velkou konstantou.

$$y \leq 1000000 \cdot u \quad (1.4)$$

$$y \geq 0 , \quad u \in \{0, 1\} \quad (1.5)$$

Toto omezení popisuje celkem běžný případ omezení výkonu y elektrárny skrze binární proměnnou u reprezentující její běh. Pro $u = 0$ je elektrárna považována za odstavenou a její dodaný výkon y musí být nulový. V důsledku omezené přesnosti interpretace reálných čísel jsou v algoritmech stanovené tolerance detekující nepřípustné řešení. Při uvažování výchozí hodnoty této tolerance 10^{-5} můžeme pro hodnoty $u = 0,000009999$, $y = 9,9999$ získat nenulovou produkci elektrárny bez vynucení $u = 1$. Tento špatný výsledek je vzhledem ke zvolené toleranci prohlášen za přípustný.

Kapitola 2

Model výroby a toků v přenosové soustavě

V této kapitole jsou obecně popsány jednotlivé části modelu elektrizační sítě. Model je formulován jako MILP optimalizační problém, který je řešen pomocí externího solveru Gurobi. Pro zmenšení dimenze problému roční simulace celé soustavy bylo využito časové dekompozice, při které byl rok rozdělen na týdenní úseky. Jednotlivé týdny pak jsou řešeny postupně, přičemž řešení předcházejícího týdne se předává jako počáteční podmínka pro řešení následujícího. Tímto způsobem je zajištěna návaznost úseků a přípustnost celkového řešení.

V první části této kapitoly jsou uvedeny vztahy popisující rozvodnou síť a výrobní zdroje. Tyto vztahy pak představují omezující podmínky opt. problému 1.1. Druhá část obsahuje popis dostupných modelů české a evropské elektrizační soustavy¹.

2.1 Topologie sítě

Model rozvodné soustavy s připojenými zdroji se skládá ze dvou základních prvků, které umožňují její libovolnou konfiguraci. Jedná se o uzly a vedení. Smyslem těchto objektů je možnost jejich odděleného namodelování a následného propojení.

¹Popis neobsahuje z důvodu zákazu poskytnutí dat třetí straně uvedeny v této práci podrobný popis topologie elektrizačních soustav. Povolené je zveřejnění pouze základních statistik, týkajících se především počtu vedení, zdrojů a jednotek v nich, bez příslušnosti k jejich umístění v síti.

2.1.1 Model uzlu

Uzel v modelu představuje rozvodnu s připojenými přenosovými linkami, výrobními zdroji a zátěží. Počet připojených linek a zdrojů v uzlu není omezen a veškerá připojená zátěž v něm je sloučena do jedné. Uzel je popsán rovnicí reprezentující výkonovou rovnováhu v něm

$$\sum_i P_i + \sum_j P_{line,j} - P_s + P_z = 0, \quad (2.1)$$

kde P_i je dodaný výkon zdroje i v uzlu, $P_{line,j}$ je výkon přenesený připojeným vedením j a P_s označuje výkon spotřebovaný zátěží v uzlu. Proměnná P_z označuje zmařenou energii a obecně nabývá kladných i záporných hodnot. Její absolutní hodnota je penalizována konstantou $UndPwrCost$. Příspěvek uzlu k hodnotě účelové funkce tedy má tvar

$$J_{node} = |P_z| \cdot UndPwrCost. \quad (2.2)$$

V uzlu je dále definován úhel natočení napěťového fázoru φ (rad), jež se využívá při simulaci toku energie v síti.

2.1.2 Model vedení

Každá přenosová linka je v modelu reprezentována proměnnou P_{line} udávající přenášený výkon v čase, která je dále rozložena na kladnou P_{line+} a zápornou P_{line-} složku. Součet těchto dvou kladných složek vytvoří absolutní hodnotu přenášeného výkonu, která může být penalizována konstantou $LineCost$ ².

Omezení na přenášený výkon jsou dána použitým modelem sítě a jsou dvojího druhu.

1. *Obchodní*. Limitují se pouze velikosti toků v síti.

$$P_{min} \leq P_{line} \leq P_{max} \quad (2.3)$$

2. *Fyzikální*. Toky v sítích se modelují zjednodušenou metodou DC load flow pomocí úhlů natočení napěťových fázorů v uzlech φ .

$$P_{line} = B \cdot (\varphi_i - \varphi_j) \quad (2.4)$$

$$-5^\circ \leq \varphi_i - \varphi_j \leq 5^\circ \quad (2.5)$$

²Tato forma vytvoření absolutní hodnoty umožnila obejít časově neefektivní interní realizaci této funkce v použitém modelovacím jazyku Yalmip.

Přenášený výkon P_{line} získáme vynásobením rozdílu úhlů natočení v uzlech linkou spojených hodnotou susceptance B . Její hodnotu pro zadanou napěťovou hladinu $U_v = 400 \text{ kV}$ a vztažný výkon $S_v = 100 \text{ MVA}$ vypočteme z reaktance vedení X dle rovnic

$$B = \frac{S_v}{X_n}, \quad X_n = \frac{X}{U^2/S_v}. \quad (2.6)$$

2.2 Modely elektráren

Tato kapitola popisuje modely jednotlivých typů výrobních zdrojů, čili elektráren. Ke každému zdroji je asociována alespoň jedna výrobní jednotka reprezentující blok elektrárny. Počet výrobních jednotek ve zdroji není omezen a všechny sdílí stejné parametry určené zdrojem. Mezi tyto parametry patří například výkonový rozsah a převodní charakteristika dodaného výkonu na spotřebovaném palivu. Přehled podporovaných typů výrobních zdrojů je následující.

- Elektrárny s tepelným cyklem
- Průtočné elektrárny
- Přečerpávací elektrárny
- Obnovitelné zdroje

Kapitola 2.2.1 uvádí omezení společná pro všechny typy zdrojů a podkapitoly 2.2.2–2.2.5 pak popisují specifická omezení příslušející jednotlivým typům zdrojů.

2.2.1 Společná část

Do této kategorie spadají omezení, která jsou společná pro více typů výrobních zdrojů. Jedná se například o vymezení výkonových rozsahů jednotek a dodržení způsobu jejich nasazování a provozu. Výjimku tvoří obnovitelné zdroje, které jsou modelovány zjednodušeně a ze společné části obsahují pouze část související se způsobem provozu jednotky popsanou v kap. 2.2.1.5.

2.2.1.1 Minimální a maximální výkon

Omezení na maximální a minimální výkon jsou popsána nerovnicemi

$$u_i P_{min} \leq P_i \leq u_i P_{max}, \quad (2.7)$$

kde u_i je binární proměnná nabývající poze hodnot 0 a 1 reprezentující stav jednotky (odstavena, v provozu). Hodnoty P_{min} a P_{max} reprezentují minimální a maximální hodnoty provozního výkonu a P_i je aktuální dodaný výkon jednotky.

2.2.1.2 Minimální doby provozu a odstávky

Minimální délky provozu a odstávky (minimum up and down times - MUDT), které zajišťují aby jednotka nemohla měnit svůj stav libovolně často jsou popsány omezeními, převzatými z [4]

$$u_{up}(t) - u_{down}(t) = u(t) - u(t-1) \quad (2.8)$$

$$\sum_{g=t-UTg+1}^t u_{up}(g) \leq u(t) \forall t \in MUT_g, \dots T \quad (2.9)$$

$$\sum_{g=t-DTg+1}^t u_{down}(g) \leq 1 - u(t) \forall t \in MDT_g, \dots T \quad (2.10)$$

$$u(t) \in 0, 1; 0 \leq u_{up}(t) \leq 1, 0 \leq u_{down}(t) \leq 1, \forall t \quad (2.11)$$

Hodnoty MUT a MDT udávají minimální dobu provozu a odstavení jednotky. Rozdíl oproti [4] je v použitých binárních proměnných u_{up} a u_{down} , které vyjadřují nájezd a odstavení výrobní jednotky v dané hodině t . Vliv jejich záměny za spojité proměnné je diskutován v kapitole 4.1.

2.2.1.3 Omezení mezhodinových změn výkonu

Pro dosažení realistického provozu jsou mezhodinové změny výkonu jednotky omezeny. Tyto omezení rychlosti (ramping rates) jsou trojího druhu.

1. Startovní, uplatňující se při startu jednotky.
2. Provozní, omezující rychlosť změny výkonu při provozu jednotky.
3. Odstávkové, uplatňující se při odstavení jednotky.

Jednotka tedy může být spuštěna a odstavena s jiným omezením na změnu výkonu než je povolena za jejího běhu.

$$R_{start} \cdot u_{down} - (1 - u_{up} - u_{down}) \cdot R_{run} \leq P_i(t) - P_i(t-1) \leq R_{stop} \cdot u_{up} + (1 - u_{up} - u_{down}) \cdot R_{run} \quad (2.12)$$

Toto omezení je v případě jednotky typu Přečerpávací elektrárna zjednodušeno neuvažováním binárních proměnných detekující její nájezd a odstavení. Tato úprava

vznikla na základě prakticky neomezené mezihindinové rychlosti změny výkonu u tohoto typu elektráren a faktu, že jejich nasazení je téměř vždy krátkodobé pouze za účelem regulace energie v síti. Výsledné omezení pak získá tvar:

$$-R_{run} \leq P_i(t) - P_i(t-1) \leq R_{run}. \quad (2.13)$$

2.2.1.4 Nasazování zdroje

Každá jednotka může příslušet jednomu ze tří možných způsobů nasazování (unit commitment), které jsou uvedeny v tab. 2.1

UCType	Název	Popis
1	Ekonomické najetí	Zdroj najede podle potřeby.
2	Vynucené najetí	Zdroje musí být trvale v provozu.
3	Vynucené najetí, částečné	Určitý počet výrobních jednotek musí být trvale v provozu.

Tabulka 2.1: Způsoby nasazování jednotek

Omezení k příslušným typům jsou formulována následovně:

1. Nejsou v modelu stanovena žádná omezení, neboť se jedná o normální ekonomicky motivované nasazování zdroje.
2. Omezení popisující nucený běh všech jednotek je jednoduše formulováno jako

$$u_i = 1, \quad (2.14)$$

kde i reprezentuje index jednotky ve zdroji.

3. Toto omezení vznikne úpravou předchozí rovnice

$$\sum u_i = n, \quad (2.15)$$

kde n reprezentuje minimální počet nasazených jednotek.

2.2.1.5 Provoz zdroje

Kromě nasazování zdroje je dále definován i typ jeho provozu (economic dispatch), který určuje jeho chování po ekonomické stránce. Možné způsoby provozu jsou uvedeny v tab. 2.2

Omezení k příslušným typům jsou formulována následovně:

EDType	Název	Popis
1	Ekonomický provoz	Zdroj se nasadí podle potřeby v plném rozsahu.
2	Vynucený provoz trvalý	Zdroj musí být trvale nasazen na maximální výkon.
3	Minimální vynucený provoz	Zdroj je nutné provozovat minimálně na zadaný minimální výkon.
4	Vynucený provoz	Zdroj musí být trvale nasazen na maximální výkon. V případu, kdy by mělo dojít ke „zmaření energie“, lze výkon zdroje snížit.
5	Vynucený provoz OZE	Zdroj musí být trvale nasazen na maximální výkon. V případě, kdy by mělo dojít ke „zmaření energie“, lze výkon zdroje snížit, až po snížení výkonu na jednotkách s typem provozu 4 .

Tabulka 2.2: Způsoby provozu jednotek

1. V modelu nejsou pro tento typ stanovena žádná omezení, neboť jedná se o normální ekonomicky motivovaný provoz zdroje.
2. Omezení reprezentující nasazení na maximální výrobní kapacitu je formulováno jako

$$P_i = P_{max}, \quad (2.16)$$

kde P_i reprezentuje vyrobený výkon jednotky ve zdroji.

3. Omezení pro minimální vynucený provoz na zdroji má tvar

$$\sum P_{i,t} \geq P_{minProd,t}, \quad (2.17)$$

kde $P_{minProd,t}$ je zadaný vektor minimální produkce celého zdroje.

4. Vynucený provoz na maximální výkon bez „maření energie“ v síti není snadno formulovatelným omezením. K jeho správné funkčnosti bychom museli kontinuálně zjišťovat, zda nelze v celé síti odstavit jiný zdroj a tím ušetřit snížení výkonu na jednotkách s tímto typem. Toto omezení lze obejít, definujeme-li penalizaci za nedodaný výkon u těchto zdrojů. Tuto penalizaci pak budeme připočítávat do účelové funkce. Hodnota penalizační konstanty může být malá (řádově desítky), neboť se z pohledu modelu jedná o energii s nulovou výrobní cenou, jejíž nedodání je třeba kompenzovat výrobou ve zdrojích s nenulovou cenou za vyrobenou MWh.

$$J_{EDT4,t} = (P_{max,t} - P_{i,t}) \cdot \dots \quad (2.18)$$

kde $EDT4Cost$ je konstanta penalizující snížení produkce jednotky, $P_{max,t}$ je pak její maximální produkce. Tato hodnota je obecně časově proměnná, neboť ji v případě OZE tvoří vektor předpokládané produkce.

5. Tento vynucený provoz je omezenější variantou předchozího typu. Opět jej můžeme modelovat zavedením penalizační konstanty, ovšem za předpokladu platnosti podmínky:

$$EDT5Cost > EDT4Cost, \quad (2.19)$$

která nám zajistí, že ke snížení produkce jednotky dojde až po odstavení všech jednotek s výrobním typem 4. Příspěvek k účelové funkci tohoto typu zdroje pak je

$$J_{EDT5,t} = (P_{max,t} - P_{i,t}) \cdot EDT5Cost. \quad (2.20)$$

2.2.2 Elektrárny s tepelným cyklem

Model elektrárny s tepelným cyklem se od ostatních liší především zadanou převodní charakteristikou účinnosti přeměny paliva v elektrickou energii v závislosti na dodávaném výkonu. Tato charakteristika je obecně popsána lineární lomenou funkcí. V případě konvexní převodní charakteristiky bloku, tj. závislosti účinnosti přeměny paliva v energii na dodávaném výkonu, je lineární lomená závislost snadno vyjádřitelná pomocí lineárních nerovnic

$$K_j P_i + Q_j u_i \leq Fuel, \quad Fuel \geq 0, \quad (2.21)$$

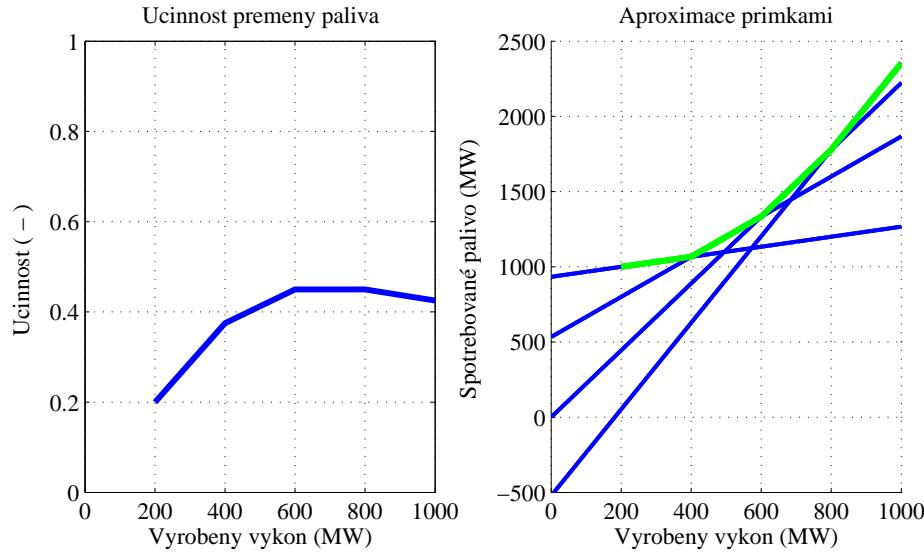
kde $Fuel$ je spotřebované palivo a K_j, Q_j jsou označení směrnic a posunu jednotlivých přímek. Násobení stavem jednotky u_i zajistí při vypnutém stavu nulovou spotřebu.

Tento zápis umožňuje pracovní body i mimo uvedenou charakteristiku. V těchto bodech je ovšem nižší účinnost přeměny paliva v energii. Při penalizování množství spotřebovaného paliva je tomuto chování přirozeně zabráněno. Grafická interpretace vzniklé soustavy nerovnic je na Obr. 2.1.

V případě nekonvexní převodní charakteristiky je použit k její formulaci SOS2³ (special order set of type 2), umožňující snadný zápis obecné lineárně lomené charakteristiky. Nevýhodou je náročnější interní implementace SOS2 v použitém solveru, z čehož plyne i prodloužení délky výpočtu.

Příspěvek tepelných elektráren k účelové funkci se skládá z následujících částí:

³ Množina proměnných s definovaným pořadím s vlastností, že pouze dvě po sobě jdoucí proměnné mohou nabývat nenulových hodnot. Implementace dostupná na [5]



Obrázek 2.1: Konstrukce approximace převodní charakteristiky.

- Náklady na spotřebované palivo včetně nájezdů bloku.

$$J_{TG1} = \sum_i Fuel_i \cdot F_{cost,i} + \sum_i u_{up,i} \cdot F_{start} \cdot F_{cost,i} \quad (2.22)$$

- Náklady na emisní povolenky, které se při startu nezapočítávají.

$$J_{TG2} = \sum_i \sum_j Fuel_i \cdot E_{rate,j} \cdot E_{cost}^4 \quad (2.23)$$

- Zadané fixní náklady na provoz ($\text{€}/\text{h}$).

$$J_{TG3} = \sum_i u_i \cdot Fix_{cost} \quad (2.24)$$

Ceny za palivo $F_{cost,i}$ ($\text{€}/\text{MWh}$) a emisní povolenky $E_{cost,k}$ ($\text{€}/\text{t}$) jsou spolu s množstvím vyrobených emisí E_{rate} (t/MWh) definovány v jednotlivě v každém uzlu. Hodnota fixních nákladů Fix_{cost} ($\text{€}/\text{h}$ provozu) je parametrem každé jednotky. Při formulaci modelu bez binárních proměnných (LP) se do celkové účelové funkce nezapočítávají fixní náklady a náklady na start, neboť není možná detekce startu jednotky a běhu.

2.2.3 Průtočné elektrárny

Akumulační elektrárna je modelována kapacitně omezenou nádrží a generátorovou částí. Energie akumulovaná v nádrži P_n je uvažována v MWh a její hodnota se může

⁴ Indexy i,j označují příslušný druh paliva a typ vyrobených emisí vyprodukovaný jeho spotřebováním.

pohybovat v rozsahu nula až zadané maximum. V každé hodině do nádrže přiteče energie P_{in} . Dále je z ní k výrobě elektřiny odpuštěno množství P_{out} , které se po přenásobení účinností η změní v generátorové části na energii $P_i(\text{MWhe})$ dodané do sítě. Model akumulační elektrárny je dále rozšířen o možnost odpouštění přebytečné energie z nádrže P_{rel} . Toto rozšíření umožňuje odpouštět energii v nádrži, je-li přítok větší než maximální možná produkce, čímž se zabrání vzniku neřešitelného problému. Soustava omezení popisující průtočnou elektrárnu pak je

$$P_{n,t+1} = P_{n,t} + P_{in,t} - P_{out,t} - P_{rel,t} \quad (2.25)$$

$$P_t = P_{out,t} \cdot \eta_g \quad (2.26)$$

$$P_{nmin} \leq P_{n,t} \leq P_{nmax} \quad (2.27)$$

$$P_{n,0} = P_{n,end}. \quad (2.28)$$

Poslední uvedená rovnice vytváří podmítku na koncový stav energie v nádrži $P_{n,end}$, který musí být shodný se stavem počátečním $P_{n,0}$. Neuvedením této podmínky bychom umožnili modelu spotřebovat na konci simulovaného úseku (týdne) veškerou akumulovanou energii v nádrži, neboť náklady na její výrobu byly nulové. Při jejím nespotřebování by se chybějící energie musela vyrobit v jiném zdroji za nenulovou cenu. Při následném provázání úseků by byly následující týdny znevýhodněné a regulační schopnost průtočných elektráren v nich zmenšena. Z tohoto důvodu je dále v modelu nastavena hodnota $P_{n,0}$ do poloviny kapacity nádrže, tím umožníme kladnou i zápornou regulaci energie v síti. Tento typ zdroje nemá účelovou funkci, neboť energie v přítoku je zdarma.

2.2.4 Přečerpávací elektrárny

Je upravený model akumulační elektrárny bez přítoku a přímého odpouštění z nádrže. Naproti tomu je rozšířen o možnost čerpání energie P_{pmp} do nádrže. Při čerpání a generátorovém provozu dochází ke ztrátám reprezentovaným dvěma účinnostmi, účinností čerpání η_c a účinnosti výroby el. energie η_g . Energie uskladněná v nádrži je v tomto případě již v MWhe, neboť je při čerpání přenásobena kombinovanou účinností

$\eta_{cg} = \eta_c \cdot \eta_g$. Omezení popisující tento zdroj jsou

$$P_{n,t+1} = P_{n,t} + P_{up,t}\eta_{cg} - P_{down,t} \quad (2.29)$$

$$P_{nmin} \leq P_{n,t} \leq P_{nmax} \quad (2.30)$$

$$u_{up,t} \cdot P_{upmin} \leq P_{up,t} \leq u_{up,t} \cdot P_{upmax} \quad (2.31)$$

$$u_{down,t} \cdot P_{downmin} \leq P_{down,t} \leq u_{down,t} \cdot P_{downmax} \quad (2.32)$$

$$u_i = u_{up,t} + u_{down,t} \quad (2.33)$$

$$P_{i,t} = P_{down,t} - P_{up,t} \quad (2.34)$$

$$P_{n,0} = P_{n,end}. \quad (2.35)$$

Dodatečné binární proměnné $u_{up,t}, u_{down,t}$ zabraňují souběžné generaci a čerpání. Konstanty $P_{up/down\ min/max}$ omezují rychlosť čerpání z/do nádrže. Model přečerpávací elektrárny nemá, stejně jako průtočná elektrárna, účelovou funkci. Její provoz je nepřímo penalizován nutností vyrobit čerpanou energii v jiných elektrárnách s nenulovou cenou.

2.2.5 Obnovitelné zdroje

Zahrnují vodní, větrné a fotovoltaické zdroje připojené k síti. U těchto zdrojů je zadán vektor plánované (vynucené) dodávky energie do jednotlivých uzlů $P_{max,t}$, který tvoří horní mez dodatelné energie P_t . Tento typ zdroje je popsán jediným omezením

$$0 \leq P_t \leq P_{max,t}. \quad (2.36)$$

Účelová funkce obnovitelných zdrojů je v kapitole 2.2.1.5 popsána rovnicemi (2.18), (2.20).

2.3 Účelová funkce

Cílem optimalizace je nalezení takové výroby a přenosu elektrické energie v síti, které minimalizují celkové náklady za palivo, emise a nájezdy jednotek při výrobě energie. Kromě celkových nákladů na výrobu energie obsahuje účelová funkce i penalizace za snížení produkce u obnovitelných zdrojů, či za zmařenou a nedodanou energii. Členy optimalizačního kritéria jsou:

- Náklady na palivo včetně nájezdů
- Náklady na emisní povolenky

- Penalizace přebytku nebo nedodání energie do zátěže
- Penalizace za nucené snížení výkonu (zmaření energie) u obnovitelných zdrojů (Provozní typy 4,5)

Součet těchto členů tvoří celkovou kriteriální funkci, jež se minimalizuje.

2.4 Model české elektrizační soustavy

Vstupní databáze obsahuje všechny parametry potřebné pro simulaci modelů. Kromě parametrů výrobních zdrojů a počtu jejich jednotek zahrnuje také konfiguraci sítě a ceny paliv v uzlech. Pro účely simulací byly firmou ČEPS, a.s. poskytnuty dvě verze vstupní databáze s modely české elektrizační soustavy. Typy a počty výrobních jednotek se u modelů shodují, rozdílné je jejich umístění v síti a ceny paliv. Statistiky shodné pro obě databáze jsou uvedeny v tab. 2.3, 2.4.

Prvek v modelu	Počet prvků
Uzel	31
Linka	53
Elektrárna	61
Výrobní jednotka	110

Tabulka 2.3: Počty prvků v modelu

Typ elektrárny	Počet prvků
Tepelná	32
Akumulační	1
Přečerpávací	2
Obnovitelný zdroj	26

Tabulka 2.4: Počty zdrojů v modelu

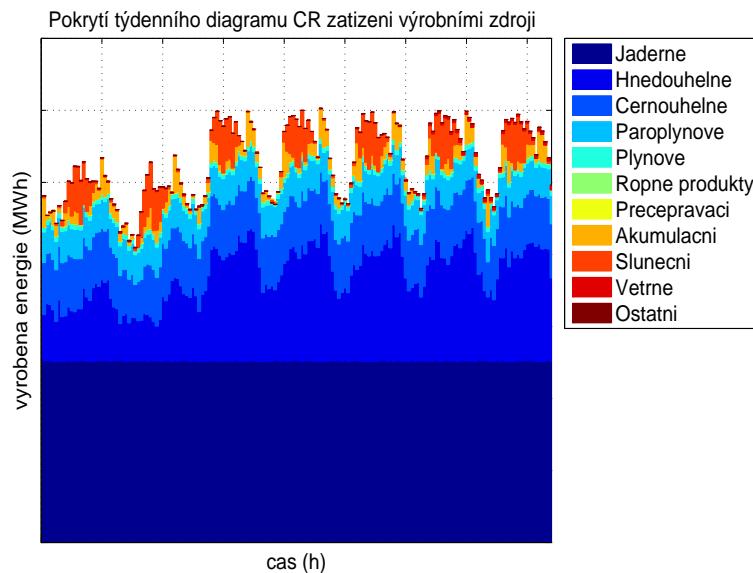
Celkový počet binárních a spojitych proměnných modelu je dán počtem a typem obsažených výrobních jednotek v něm a parametry se kterými je řešen. Příspěvky jednotlivých typů elektráren k celkovému počtu proměnných týdenní simulace s modelováním toků v síti metodou DC Load flow jsou uvedeny v tab. 2.5.

Z pohledu energetické bilance je v modelu dostatečná výrobní kapacita převažující nad poptávkou. Nedochází tedy k nucenému maření a nedodání z důvodu nedostatečné výrobní kapacity. Účelovou funkci modelu pak budou tvořit pouze provozní a výrobní náklady jednotek. Typický týdenní diagram zatížení ČR tak, jak je pokryt jednotlivými výrobními zdroji dle software MAGMA, je uveden na Obr. 2.2⁵. Jednotlivé zdroje označené univerzálními kódovými jmény jsou v něm dále rozdeleny dle druhu spotřebovaného paliva.

⁵ Výkonové hodnoty zdrojů a jejich poměr byly z důvodů uvedených v kapitole 2 poupraveny.

Typ elektrárny	Binárních proměnných	Spojité proměnných
Tepelná	38 808	38 808
Akumulační	504	840
Přečerpávací	5 040	3 360
Obnovitelný zdroj	0	4 368
Uzel	0	20 832
Vedení	0	26 712
Celkem	44 352	81 816

Tabulka 2.5: Počty proměnných v modelu



Obrázek 2.2: Pokrytí diagramu zatížení ČR software MAGMA

2.5 Celoevropský model elektrizační soustavy

Pro model evropské elektrizační soustavy byla firmou ČEPS, a.s. rozšířena databáze modelu české soustavy o uzly reprezentující jednotlivé státy a jejich přeshraniční vedení. V oblasti hranic jsou navíc tzv. transportní uzly bez připojených zdrojů a zátěže. V těchto uzlech bývají zpravidla definovány přeshraniční toky a slouží ke kontrole importu a exportu. Ceny typů paliv jsou napříč uzly stejné a vytváří tak v modelu značnou symetrii. Z tohoto hlediska optimalizace se jedná o řádově složitější problém než v případě ČR. Statistiky počtu uzelů, linek a výrobních jednotek jsou uvedeny v tab. 2.6, 2.7. Počty binárních a spojité proměnných v případě týdenní simulace jsou uvedeny v tab. 4.28.

Prvek v modelu	Počet prvků
Uzel	549
Linka	1527
Elektrárna	334
Výrobní jednotka	2586

Tabulka 2.6: Počty prvků v modelu

Typ elektrárny	Počet prvků
Tepelná	189
Akumulační	26
Přečerpávací	18
Obnovitelný zdroj	101

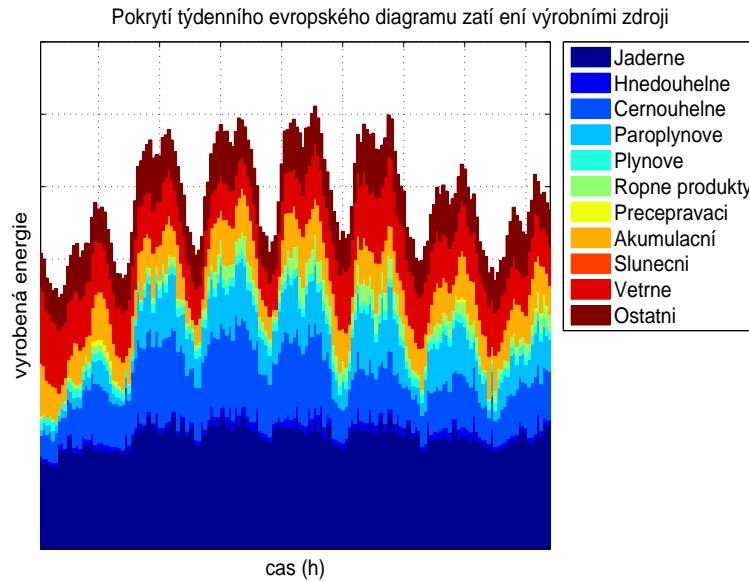
Tabulka 2.7: Počty zdrojů v modelu

Typ elektrárny	Binárních proměnných	Spojitých proměnných
Tepelná	1 228 248	818 832
Akumulační	13 104	17 472
Přečerpávací	18 480	14 112
Obnovitelný zdroj	0	16 968
Uzel	0	368 928
Vedení	0	769 608
Celkem	1 259 832	2 005 920

Tabulka 2.8: Počty proměnných v modelu

Z pohledu energetické bilance poskytuje i model evropské rozvodné soustavy dostatečnou výrobní kapacitu převažující nad poptávkou. Rozdíl je převážně v poměru zastoupení obnovitelných zdrojů, které pokrývají podstatnější část týdenního diagramu zatížení. Typický týdenní diagram zatížení tak, jak je pokryt jednotlivými výrobními zdroji dle software MAGMA, je uveden na Obr. 2.3 ⁶.

⁶ Výkonové hodnoty zdrojů a jejich poměr byly obdobně jako v případě modelu ČR pozměněny



Obrázek 2.3: Pokrytí diagramu zatížení v evropském modelu software MAGMA

2.6 Metodika vyhodnocování výsledků

V následujících kapitolách budou postupně podrobně rozebrány nově implementované metody a jejich dosažené výsledky na ročních simulacích modelů české elektrizační sítě, které jsou v porovnání s evropským modelem méně rozsáhlé. Na základě extrapolace dosažených výsledků těchto modelů bude v závěru této práce provedena simulace evropské elektrizační sítě.

Jak bylo uvedeno v úvodu této kapitoly, hlavním cílem je minimalizace doby výpočtu roční simulace. Ta bude pro každou metodu uvedena ve formě grafů s délkou řešení týdenních úseků. Každý graf bude obsahovat následující položky:

- Dobu vytvoření modelu, neboli vytvoření objektového popisu z databáze a formulace optimalizačního problému.
- Dobu předání vytvořené formulace prostředím Yalmip solveru Gurobi.
- Dobu vyřešení modelu v použitém solveru Gurobi.

Každé řešení získané navrhovanou metodou bude vyhodnoceno na základě hodnoty odchylek účelových funkcí od zvoleného vzorového řešení. Poměrný rozdíl účelových funkcí pak bude definován jako

$$\Delta J = \frac{J_{test} - J_{vzor}}{J_{vzor}} \cdot 100 \quad (\%). \quad (2.37)$$

Tato hodnota určuje jak moc jsou si dvě řešení blízká ve smyslu jejich nákladů a nabývá kladných i záporných hodnot. Záporných hodnot dosáhneme, pokud bude mít porovnávané řešení menší hodnotu účelové funkce. Nejedná se tedy o porovnání výsledku testované metody s optimálním řešením, ale pouze s jiným suboptimální. Pro podrobnější porovnání jsou u každé simulace uvedeny průměrné, minimální a maximální týdenní hodnoty rozdílu účelových funkcí obou porovnávaných řešení.

Kapitola 3

Revize modelu

Cílem této kapitoly je revize numerické stability stávajícího modelu a jeho případná oprava. Takto revidovaný model se pak stane vzorem, který umožní relevantní porovnávání přínosu testovaných metod. V úvodu této kapitoly je uveden seznam použitých hardwarových a softwarových prostředků využitých při simulacích. Její zbytek je věnován popisu implementovaných úprav modelu a jejich vlivu na dobu výpočtu a numerickou stabilitu.

3.1 Referenční stav modelu

Abychom mohli zpětně porovnat celkový přínos všech implementovaných metod v této práci, musíme nejprve definovat referenční stav. Z důvodu možnosti ověření výsledků nejprve uvedeme dostupnou hw. a sw. konfiguraci serveru, na němž byly provedeny všechny simulace popsané v této práci.

Hardware	4x dvoujádrový procesor E5420 2,56 GHz
	Operační paměť 16 GB RAM
	2x WD Caviar Green DS - 1TB v RAID 1
Software	Windows Server 2007 Enterprise SP2 - 64 bit
	Matlab 7.10.0 (R2010a)
	Microsoft Access 2010

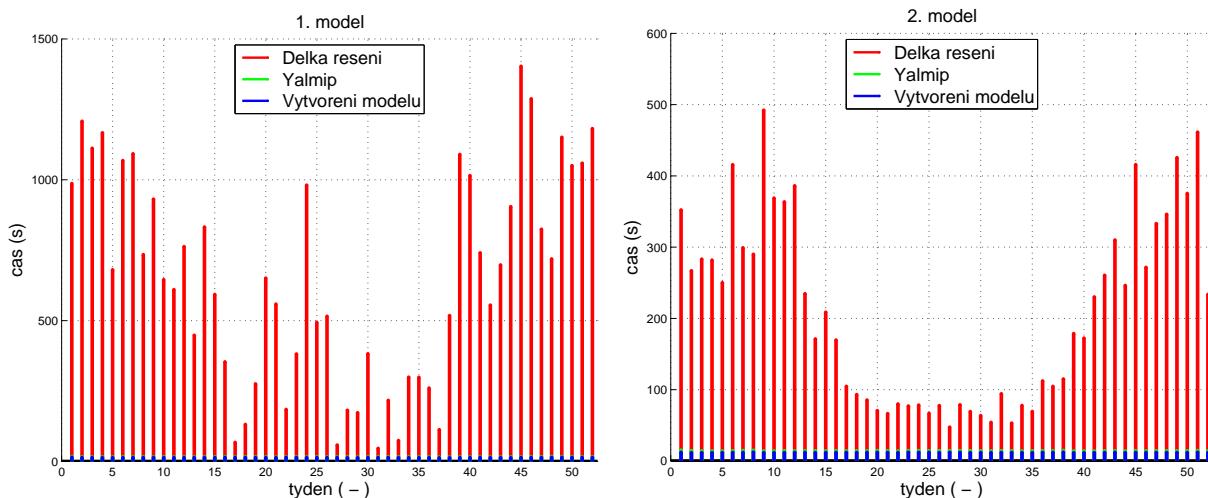
Tabulka 3.1: Seznam použitého hardware a software

Pro simulace bylo z důvodu sdílení výpočetní kapacity s ostatními uživateli serveru využito 6 jader z dostupných 8. Prvním krokem je provedení roční simulace obou

dostupných modelů ČR, jejichž parametry byly popsány v kap. 2.4, s výchozím nastavením programu, které je shrnuté v následujících bodech.

- Roční simulace je řešena po týdnech s návazností dat.
- V modelu se používají binární proměnné.
- Nasazování jednotek splňuje minimální doby jejich provozu a odstávky.
- Výkonové toky v síti jsou modelovány metodou DC-Load flow.

Výsledkem této simulace je optimální nasazení výrobních jednotek při respektování způsobu přenosu energií v síti. Týdenní granularita řešení umožňuje snížit výpočetní nároky na celkovou simulaci. Časy týdenních simulací jsou uvedeny na obr. 3.1¹, roční statistiky pak v tab. 3.2. Za účelem prvního porovnání jsou na obr. 3.2 uvedeny také hodnoty účelových funkcí v jednotlivých týdnech.

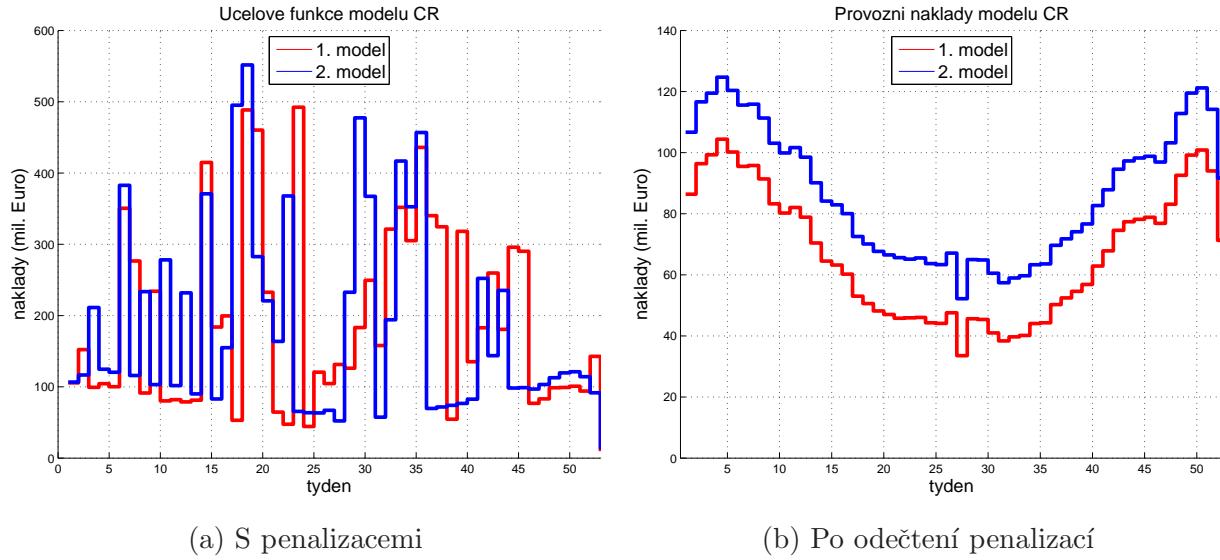


Obrázek 3.1: Doba výpočtu týdnů neupravených modelů

Z grafů je zřejmý nezanedbatelný časový rozdíl doby řešení obou modelů. Tento výsledek není překvapivý, neboť druhý model v sobě obsahuje, v důsledku rozdílných cen paliva v jednotlivých uzlech, menší symetrii, která má negativní vliv na délku řešení problému [6], čímž urychluje konvergenci k optimálnímu řešení. Silně proměnná týdenní délka řešení obou modelů pravděpodobně souvisí s jejich numerickou nestabilitou.

Při revizi modelu se nejprve zaměříme na konstanty penalizující maření a nedodání energie. Z porovnání na obj.3.2 je zřejmý značný nepoměr mezi hodnotou účelové funkce

¹Měřítka os nejsou z důvodu větší přehlednosti zachována.



Obrázek 3.2: Účelové funkce neupravených modelů

	Doba výpočtu (s)	
	1. databáze	2. databáze
Vytvoření modelu	712,5	619,0
Yalmip	139,4	131,0
Gurobi	32 912,2	10 090,0
Celkem	33 764,0	10 840,3

Tabulka 3.2: Doba výpočtu neupravených modelů

a celkovými provozními náklady. Tento rozdíl by byl přípustný v případě nedostatečných výrobních kapacit. Z kap. 2.4 ovšem víme, že výrobní kapacita modelu české elektrizační sítě je dostatečná. A tudíž by při řešení optimalizačního problému na 2% gap mělo docházet pouze k malým odchylkám od provozních nákladů. Při dodržení 2% gap lze vysvětlit průběh účelové funkce z obr. 3.2a pouze špatným stanovením hodnoty optimálního řešení, které vzniklo pravděpodobně v důsledku numerické nestability. Při jejím vyhodnocování se nejprve zaměříme na hodnoty penalizačních konstant a poté na další možné chyby uvedené v kap. 1.2.

3.2 Volba penalizačních konstant

Model obsahuje tři penalizační konstanty, které se vztahují k ceně za nedodanou/zmařenou energii $UndPwrCost$, nebo zajišťují dodržení provozního

typu u zdrojů s $EDType = 4/5$ $EDT4Cost, EDT5Cost$. První z nich se řádově pohybuje v milionech a zbylé dvě ve stovkách €\ MWh. Takto velká penalizace za jednu nedodanou MWh měla při řešení s 2% gap zajistit optimální nasazení výrobních jednotek bez nedodání energie. Z průběhu účelových funkcí na obr. 3.2a je ovšem zřejmé, že k této situaci docházelo i navzdory zvolené konstantě.

Naším cílem tedy je stanovení takové konstanty za nedodanou energii, jejíž hodnota nebude způsobovat značné rozdíly v účelové funkci. Její hodnotu zvolíme na základě týdenních nákladů, tj. účelových funkcí s odstraněnými penalizacemi, které jsou na obr. 3.2b. Postup výpočtu je následující:

1. Zvolíme maximální hodnotu v MWh kterou považujeme za přípustnou.
2. Určíme maximum očekávané účelové funkce při vyvážené energetické bilanci.
3. Ze zadané hodnoty gap dopočteme hodnotu konstanty $UndPwrCost$.

Jako přípustnou nedodanou energii za celý týden zvolíme 20 MWh. Tato hodnota, která tvoří zhruba 0,2% z hodinové zátěže ČR, zajistí téměř vyrovnanou energetickou bilanci. Pro zvolené maximum účelové funkce 100 mil. € a řešení optimalizační úlohy na 2% gap získáme hodnotu konstanty $UndPwrCost$ dle vzorce:

$$UndPwrCost = \frac{J_{max} \cdot Gap}{Und_{Max}} = \frac{10^8 \cdot 0,02}{20} = 100\ 000 \text{ €/ MWh}. \quad (3.1)$$

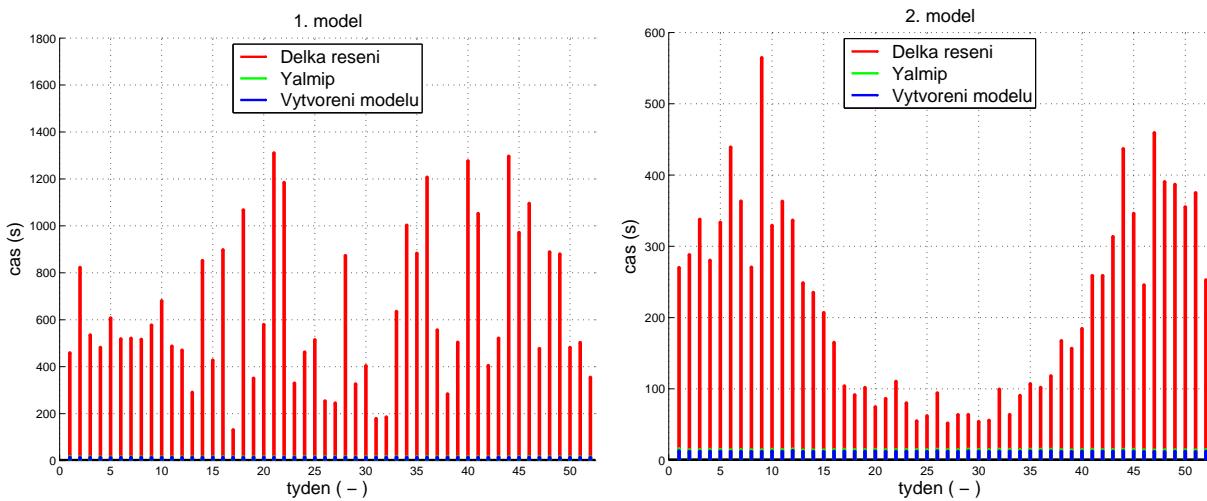
Nevýhoda této metody je její závislost na výrobních nákladech, které se v průběhu roku značně mění. Přípustné množství nedodané energie pak bude spolu kolísat s náklady.

Výsledky ročních simulací obou modelů s nově zvolenými konstantami jsou na obr. 3.3 a v tabulkách 3.3 a 3.4.

	Doba výpočtů (s)	
	1. databáze	2. databáze
Vytvoření modelu	670,6	633,5
Yalmip	136,0	133,0
Gurobi	32 000,4	10 586,6
Celkem	32 807,1	11 353,1
Zrychlení	957 (2,8%)	-513 (-4,7%)

Tabulka 3.3: Doba výpočtu modelů s upravenými cenami

Po této úpravě došlo k mírnému zhoršení výpočetních časů, které se pohybovalo do 5% v porovnání se vzorovým modelem s původními konstantami. Získali jsme ovšem



Obrázek 3.3: Doba výpočtu týdnů s upravenými cenami

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. databáze	2. databáze
Původní model	3 478 302,8	4 507 649,2
Testovaný model	3 477 429,0	4 506 150,6
Rozdíl	-873,8 (-0.03 %)	-1 498,6 (-0.03 %)
Min. rozdíl	-292,8 (-0.56 %)	-462,7 (-0.71 %)
Max. rozdíl	449,3 (0.63 %)	159,6 (0.25 %)
\varnothing rozdíl	-16,5 (-0.05 %)	-28,3 (-0.04 %)

Tabulka 3.4: Účelové funkce modelů s upravenými cenami

prakticky hladký průběhu účelové funkce, která se až na drobné odchylky shodovala s průběhem uvedeným na obr. 3.2b. Toto řešení budeme nyní brát jako vzorové pro další metody zabývající se škálováním.

3.3 Škálování modelu

Jedná se o stěžejní část revize modelů a její provedení má zpravidla zásadní vliv na rychlosť výpočtu. Jak bylo uvedeno v kap. 1.2, je zapotřebí zjistit rozsahy koeficientů modelu. Pokud bude jejich rozsah větší než 6 řádů budeme muset přistoupit k jeho redukci. Zjištěné rozsahy koeficientů jsou uvedeny v tab. 3.5².

Rozsahy koeficientů ve všech třech kategoriích jsou blízko doporučené hodnotě 6 řádů,

²Přesné hodnoty byly pozměněny, zachovány jsou pouze řádově

	Rozsahy koeficientů	
	minimum	maximum
Strukturní koeficienty	1,	50 000
Účelová funkce	1	100 000
Vektor omezení	$5 \cdot 10^{-5}$	1 000

Tabulka 3.5: Rozsahy koeficientů v neoškálovaném modelu

proto bude vhodné provést jejich přeškálování.

3.3.1 Matice strukturních koeficientů

Jako největší hodnota matice strukturních koeficientů (viz. kapitola 1.1) byla identifikována susceptance vedení B . Její hodnota je dána fyzickými parametry vedení a proto nemůže být přímo zmenšena. Musíme zvolit nepřímou metodu změny fyzikálních jednotek v modelu, která nezmění model jako takový. V tomto případě je možné změnit fyzikální rozměr úhlů natočení v uzlech z (rad) na (rad/K_{line}), kde K_{line} je kladná konstanta větší než 1. Rovnice (2.4) pak získá tvar:

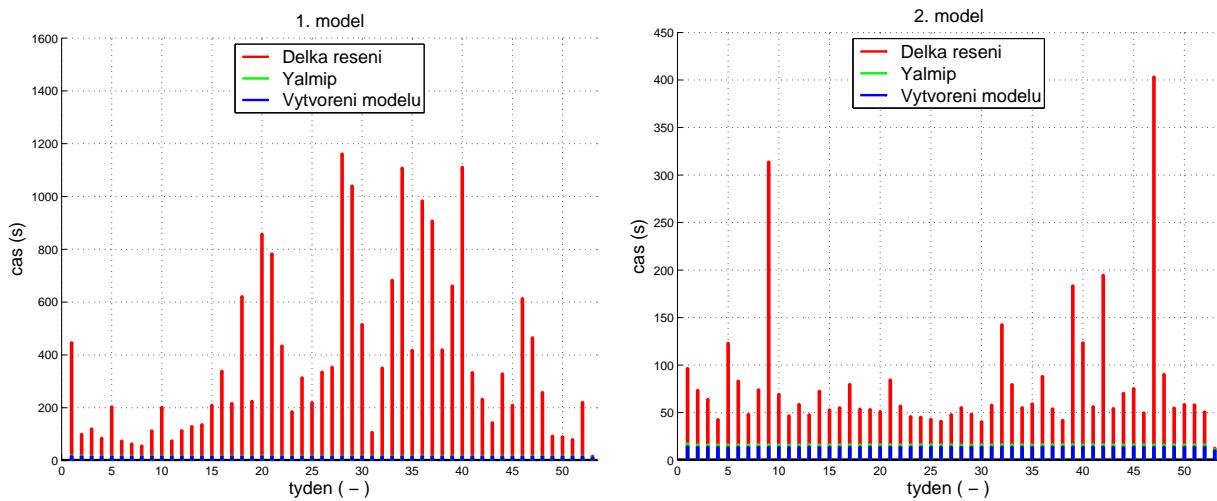
$$P_{line} = \frac{B}{K_{line}} \cdot (\varphi_i - \varphi_j). \quad (3.2)$$

Pokud zvolíme hodnotu K_{line} jako aritmetický průměr susceptancí všech vedení, získáme hodnotu $K_{line} = 9\ 200$ ³. Hodnoty nových koeficientů susceptance se nyní pohybují v řádech 10^{-1} až 10^1 . Výsledky ročních simulací obou modelů s přeškálovanými susceptancemi jsou na obr. 3.4 a v tabulkách 3.6.

	Doba výpočtu (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	701,6	696,7
Yalmip	140,4	138,4
Gurobi	18 648,2	3 324,8
Celkem	19 490,2	4 159,9
Zrychlení	13 317 (40,6%)	7 193 (63,4%)

Tabulka 3.6: Doba výpočtu modelů s přeškálovanými susceptancemi

³Hodnota zaokrouhlena.



Obrázek 3.4: Doba výpočtu týdnů s přeskálovanými susceptancemi

Úspora výpočetního času vůči modelu s novými penalizacemi je znatelná. V případě prvního modelu se jedná o zrychlení o 13 317 s (-40,6%), v případě druhého modelu dokonce o 7 193 s (-63,4%).

3.3.2 Účelová funkce

Zjištěný rozsah koeficientů 5 řádů je v doporučených mezích. Hodnota největšího koeficient ve vektoru omezení (viz. kapitola 1.1) 100 000 je námi zvolená penalizační konstanta za nedodaný výkon. Očekáváme, že její nesprávná volba může způsobit numerickou nestabilitu modelu. Navíc se jedná o volitelný parametr každé simulace a její požadovaná hodnota může být u modelů s většími náklady řádově větší. Z tohoto důvodu provedeme fyzikální změnu jednotek nedodané energie z $\text{€} \setminus \text{MWh}$ na $(\text{€} \setminus K_{und} \setminus \text{MWh})$, kde K_{und} je kladná konstanta větší než 1. Rovnice uzle (2.1) pak získá tvar:

$$\sum_i P_i + \sum_j P_{line,j} - P_s + \frac{P_z}{K_{und}} = 0. \quad (3.3)$$

Za účelem nalezení vhodné konstanty K_{und} bylo na rychlejším modelu ČR provedeno několik simulací s jejími různými hodnotami v rozsahu $1 - 10^5$ ⁴. Výsledky ročních simulací obou modelů s různými hodnotami K_{und} jsou na obr. 3.5 a v tabulce 3.7. Pro první model byla provedena pouze simulace se zvolenou nejvhodnější hodnotou, vybranou na základě srovnání ročních simulací druhého modelu.

⁴Konstanta $K_{und} = 1$ odpovídá neškálovanému modelu.

	Doba výpočtu (s)				
	$K_{und} = 1$	$K_{und} = 10$	$K_{und} = 10^2$	$K_{und} = 10^3$	$K_{und} = 10^4$
Vytvoření modelu	696,7	692,8	651,2	659,8	706,5
Yalmip	138,4	139,2	133,5	134,1	140,3
Gurobi	3 324,8	3 726,6	3 402,0	3 417,4	3 989,7
Celkem	4 159,9	4 558,7	4 186,7	4 211,3	4 836,4

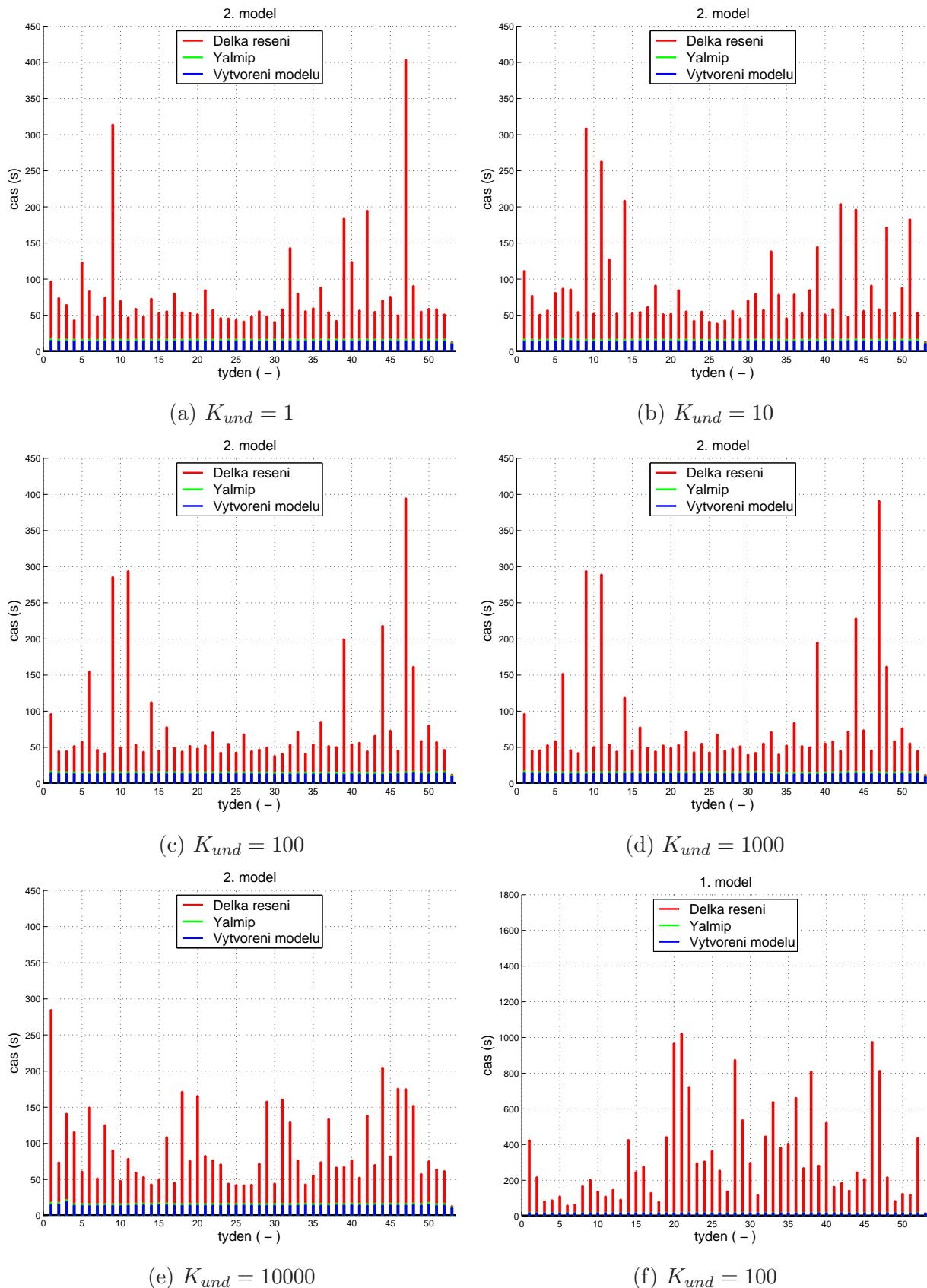
Tabulka 3.7: Doba výpočtu 2. modelu s oškálovanou nedodanou energií

Na základě výsledků se jeví jako nevhodnější hodnota $K_{und} = 1$. Tato hodnota ovšem způsobí pro větší penalizace numerickou nestabilitu, a proto zvolíme hodnotu $K_{und} = 100$, která dosáhla srovnatelného času řešení. Nové časy řešení obou modelů a srovnání jejich účelových funkcí jsou v tab. 3.8. Doba řešení druhého modelu zůstala na úrovni modelu

	Doba výpočtu (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	692,0	651,2
Yalmip	138,9	133,5
Gurobi	16 558,6	3 402,0
Celkem	17 389,6	4 186,7
Zrychlení	15 418 (47,0%)	7 166 (63,1%)

Tabulka 3.8: Doba výpočtu modelů pro $K_{und} = 100$

s $K_{und} = 1$ a přinesla zrychlení o 7 166 s (-63,1%) oproti vzorovému řešení. V případě prvního modelu došlo ke zrychlení o 15 418 s (-47,0%).



Obrázek 3.5: Doba výpočtu týdnů se oškálovanou nedodanou energií

3.3.3 Koeficienty vektoru omezení

Jako největší hodnota matice strukturních koeficientů byla identifikována provozní rampa R_{run} u průtočných elektráren. Tato hodnota nemůže být přímo ani nepřímo zmenšena. Globální přeskálování toků v síti, které by bylo potřebné ke zmenšení tohoto koeficientu by si vyžádalo přepsání velké části programu včetně většiny existujících načítacích a zobrazovacích rutin. Minimální hodnota rozsahu reprezentuje předpokládanou výrobu OZE. Jejím zaokrouhlením bychom ztratili přesnost jejich modelování. Pro její změnu by bylo, stejně jako v předchozím případě, nutno provést globální přeskálování energie. Operace škálování by nemohla mít charakter násobení konstantou, muselo by se jednat o monotonně rostoucí funkci, například logaritmem. Nová fyzikální jednotka reprezentující výkon v síti by pak měla rozměr $(\log(P))$.

Kapitola 4

Navržené postupy pro zrychlení simulace

V této kapitole bude další zrychlení roční simulace dosaženo pomocí rozličných úprav modelu a heuristických metod, které více či méně zachovávají kvalitu výsledného řešení. Nejprve otestujeme vliv alternativní formulace MUDT doporučené v [4] na délku výpočtu, dále budou prezentovány heuristické metody, které pro jeho zrychlení využívají informace o struktuře a chování modelu. Následně se zaměříme na metody, které zjednoduší model změnou počtu a struktury jeho výrobních jednotek. V předposlední části jsou uvedeny metody které mají za cíl identifikovat a narušit symetrii v modelu. V závěru kapitoly je proveden test robustnosti algoritmu výpočtu na příkladu záměny parametrů sítě. Účinnost navržených přístupů je vyhodnocena srovnáním s přeskálovaným modelem (výsledek předcházející kapitoly).

4.1 Reformulace minimálních dob provozu a odstávky

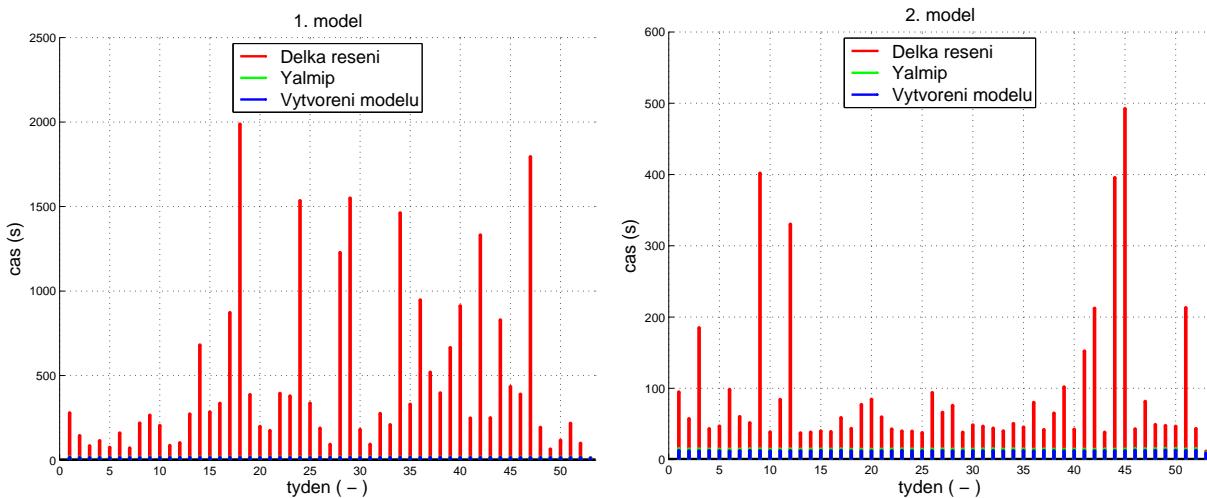
Jak bylo uvedeno v kapitole 2.2.1.2, model využíval k zajištění správné funkčnosti minimálních dob provozu a odstávky (MUDT) trojici binárních proměnných. Hlavní výhodou formulace [4] je nahrazení dvou binárních proměnných jejich spojitými ekvivalenty, přičemž dodatečná omezení zajistí u těchto spojitých proměnných binární hodnoty. Ve výsledku má každá výrobní jednotka definována pouze jednu binární proměnnou pro každý časový okamžik místo tří. Po této úpravě se změní celkové počty

spojitých a binárních proměnných v modelu. Nové hodnoty jsou uvedeny v tab. 4.1.

Typ elektrárny	Binárních proměnných	Spojité proměnných
Tepelná	12 936	51 744
Akumulační	168	1 008
Přečerpávací	3 024	5 376
Obnovitelný zdroj	0	4 368
Uzel	0	20 832
Vedení	0	26 712
Celkem	16 128	110 040

Tabulka 4.1: Počty proměnných v modelu ČR s novými MUDT

Celkový počet binárních proměnných v modelu se zmenšil o 28 224, jedná se tedy o úsporu 63,3%. Počet spojitéch proměnných se o tuto hodnotu zvětšil na 110 040, což znamená nárůst o 34,5%. Výsledky ročních simulací obou modelů s nově formulovanými MUDT jsou na obr. 4.1 a v tabulkách 4.2 a 4.3.



Obrázek 4.1: Doba výpočtu týdnů s novou implementací MUDT

Ze srovnání výpočetních časů se vzorovým řešením je patrné, že se celková doba obou výpočtů oproti škálovanému modelu prodloužila v případě prvního modelu o 7 254 s (+41,7%), u druhého modelu pak o 644 s (+15,4%). Tyto výsledky jsou v konfliktu s myšlenkou přímé úměry mezi počtem binárních proměnných a délkou výpočtu.

	Doba výpočtů (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	717,1	637,0
Yalmip	141,6	134,4
Gurobi	23 785,1	4 059,5
Celkem	24 643,8	4 831,0
Zrychlení	-7 254 (-41,7%)	-644 (-15,4%)

Tabulka 4.2: Doba výpočtu modelů s novou implementací MUDT

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 476 687,0	4 505 623,8
Rozdíl	-721,9 (-0.02 %)	-18 845,2 (-0.42 %)
Min. rozdíl	-253,0 (-0.50 %)	-689,0 (-0.93 %)
Max. rozdíl	117,2 (0.19 %)	-23,4 (-0.18 %)
∅ rozdíl	-13,6 (-0.03 %)	-355,6 (-0.43 %)

Tabulka 4.3: Účelové funkce modelů s novou implementací MUDT

4.2 Heuristické metody

Cílem této kapitoly je zrychlení řešení využitím znalosti o struktuře a chování modelu. Jedná se tedy o postupy, které nezaručují optimální výsledek, pouze umožní rychlejší nalezení suboptimálního řešení, přičemž míra suboptimality se může lišit v závislosti na použité heuristické metodě. V první části bude diskutován vliv vícefázových metod řešení, které v první fázi získají z pohledu „plného MILP problému“ nepřípustné řešení, které po úpravě dále využijí k nalezení řešení přípustného. Dále bude popsána metoda využívající změnu tzv. priorit větvení (branching priorities), které přímo ovlivňují Branch & Bound [2] algoritmus v použitém solveru a v závěru této kapitoly bude prezentován přínos metody zavádějící do modelu pořadí v jakém mají být výrobní jednotky ve zdroji nasazovány.

4.2.1 Využití nepřípustného řešení

4.2.1.1 Fixace části proměnných podle řešení LP

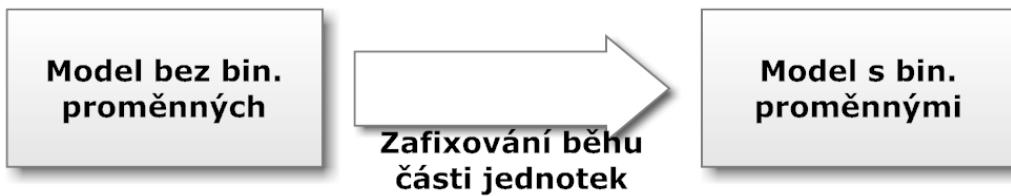
Současná implementace programu umožňuje vytvoření modelu bez binárních proměnných, tedy bez možnosti modelování on/off stavu jednotek. Absence binárních proměnných způsobí v modelu nedodržení značného množství požadovaných vlastností výrobních bloků. Mezi znefunkčené vlastnosti výrobních bloků patří:

- Dodržení minimálních výkonových rozsahů.
- Minimální doby provozu a odstávek.
- Spouštěcí a odstávkové rampy.
- Penalizování nájezdu jednotky.
- Dodržení UCType 2,3.

Ze zachovaných vlastností stojí za zmínku především dodržení maximálního výkonového rozsahu jednotek a modelování toků v síti metodou DC load flow. Právě tyto dvě vlastnosti zajistí podobné chování jako v případě modelu s binárními proměnnými. Doba řešení takto zjednodušeného modelu je řádově rychlejší a proto se nabízí možnost na základě jeho výsledků zafixovat co nejvíce binárních proměnných v „plném MILP“ modelu. Cílem je provést fixaci pouze v úsecích kde je nasazení jednotek zjednodušeného modelu podobné jeho plné variantě a kde nezpůsobí jeho nerešitelnost. Za tímto účelem byly do programu implementovány dva způsoby fixování, které se skládají se ze dvou kroků:

1. Určení ekvivalentních binárních proměnných z dodané energie.
2. Zafixování části těchto proměnných vhodnou metodou.

Nedodržení MUDT v kombinaci s neuvažováním penalizací za start způsobuje časté spouštění a vypínání jednotlivých výrobních jednotek. První krok má z tohoto jejich chaotického nasazování zjistit ekvivalentní počet spuštěných jednotek, které pokryjí výrobu celého zdroje a zároveň tuto hodnotu minimalizují. To lze jednoduše provést sečtením produkce jednotek ve výrobním zdroji a jeho následným vydělením maximální produkcí jednotky. Po zaokrouhlení získáme počet bloků, které by při jejich maximálním



Obrázek 4.2: Diagram řešení modelu s fixací části proměnných podle řešení LP

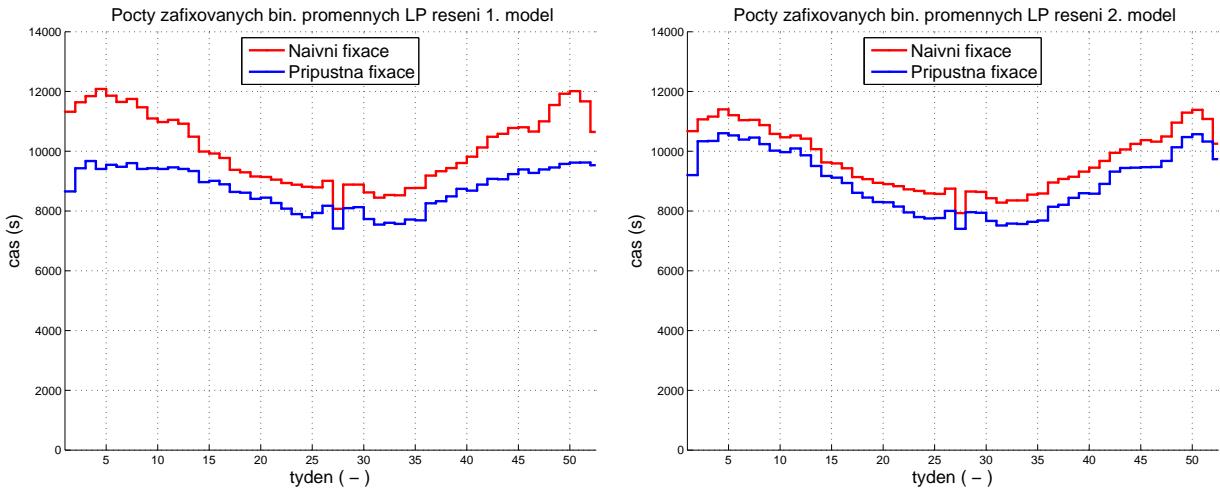
nasazení pokryly danou produkci. Tento počet je zároveň ekvivalentem binárních proměnných u plněho modelu. Grafická reprezentace postupu je na obr. 4.2

První metoda obsahuje pouze tento krok a binární proměnné jednotek zafixuje dle pořadí jak po sobě následují ve zdroji. Její nevýhodou je neuvažování mezihodinových souvislostí, například MUDT. Pokud by výsledkem zjednodušeného modelu bylo spuštění jednotky pouze na jednu hodinu, tato metoda by donutila běžet jednotku od této konkrétní hodiny po dobu MDT (minimální doba odstavení) a způsobila by tak přebytek energie oproti původnímu plánu. V důsledku tohoto chování běží většina zafixovaných jednotek na minimální výkon, aby tento přebytek kompenzovala. Z tohoto důvodu budeme tuto metodu označovat za „naivní metodu“.

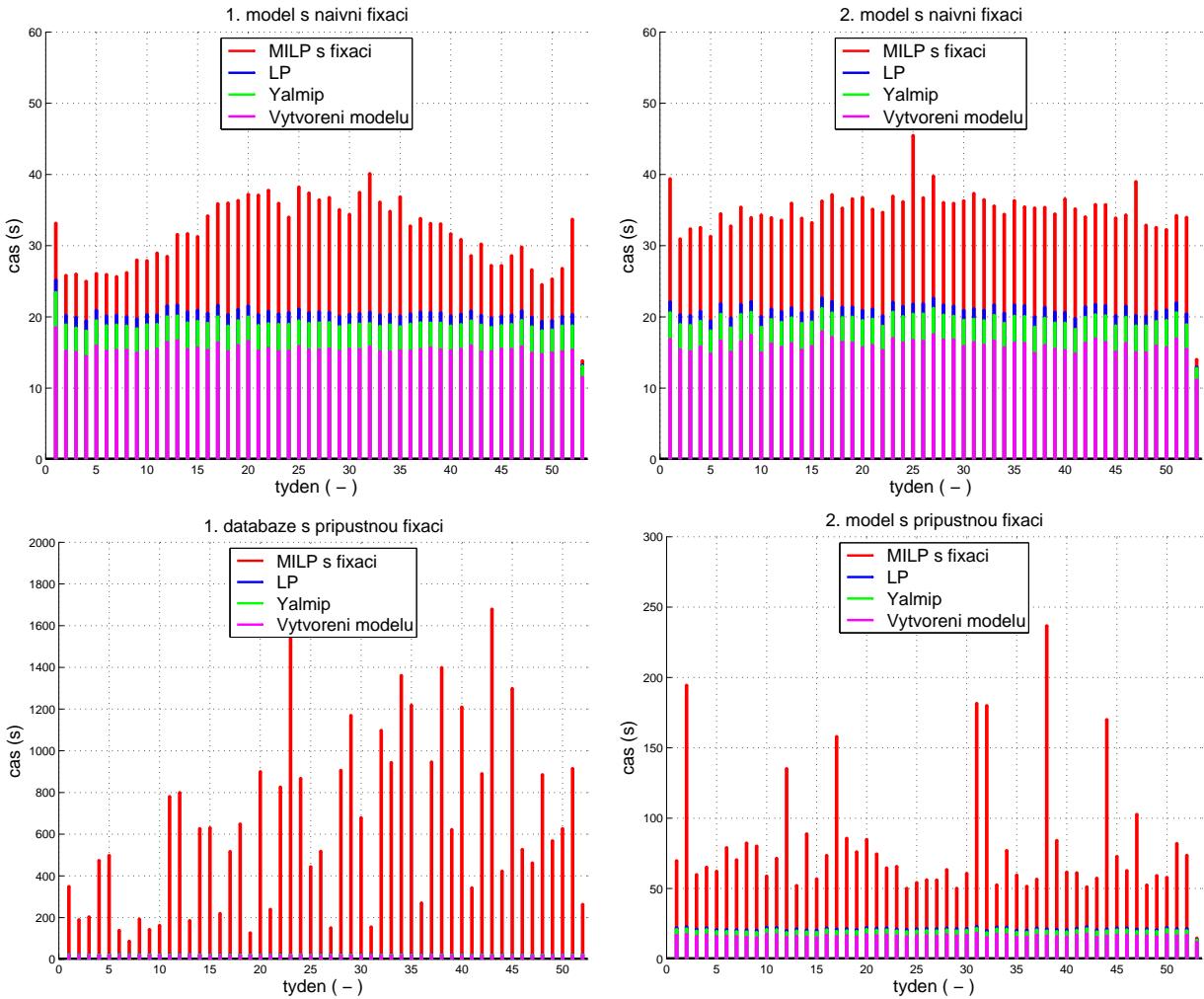
Pokud vezmeme v úvahu mezihodinová omezení a zafixujeme pouze spojité úseky binárních proměnných, které splňují MUT (minimální dobu provozu), získáme druhou metodu. Je zřejmé, že počet zafixovaných proměnných bude menší než v prvním případě. Odstraníme tím však zbytečné nasazení velkého množství jednotek. Tuto metodu budeme dále označovat jako „přípustnou metodu“. V obou případech je nutná kontrola zafixovaných proměnných, převážně v počátcích týdne, kdy by mohlo dojít ke kolizi s MUDT a tím ke vzniku neřešitelného problému. Výsledky ročních simulací obou takto ošetřených metod spolu s počty zafixovaných binárních proměnných jsou uvedeny na obr. 4.3, 4.4 a v tab. 4.4 a 4.5.

Z grafů na obr. 4.4 je patrné, že rozdíl v celkové době řešení je u obou metod znatelný a přímo souvisí s množstvím zafixovaných proměnných. Při použití prvního způsobu fixace došlo u obou modelů ke zrychlení výpočtu o 15 724 s (-90,4%), respektive u druhého modelu o 2 340 s (-55,9%). Druhý způsob přinesl u prvního modelu zlepšení výpočetního času o 1 570,4 s (-9,0%) a v případě druhého modelu zhoršení o 64 s (+1,5%). Toto zhoršení je způsobeno převažujícími časovými nároky na získání lineárního řešení nad uspořeným výpočetním časem.

Rychlosť výpočtu s první metodou fixace je vykoupena značně suboptimálními řešeními. Při porovnání účelových funkcí zjistíme u první metody maximální týdenní



Obrázek 4.3: Počty zafixovaných bin. proměnných týdnů s fixací podle řešení LP



Obrázek 4.4: Doba výpočtu týdnů s fixací části proměnných podle řešení LP

		Doba výpočtu (s)			
		1. model		2. model	
		1. fixace	2. fixace	1. fixace	2. fixace
LP	Vytvoření modelu	200,0	197,9	204,4	206,4
	Yalmip	54,0	52,7	52,7	52,7
	Gurobi	76,6	75,8	76,6	75,7
MILP	Vytvoření modelu	615,0	608,2	640,0	650,3
	Yalmip	133,3	133,3	135,2	135,2
	Gurobi	586,5	32 232,3	738,3	3 130,7
Celkem		1 665,5	15 819,2	1 846,3	4 251,0
Zrychlení		15 724 (90,4%)	1 570 (9,0%)	2 340 (55,9%)	-64 (-1,5%)

Tabulka 4.4: Doba výpočtu modelů s fixací části proměnných podle řešení LP

		Účelová funkce (tis. €)			
		1. model		2. model	
		1. fixace	2. fixace	1. fixace	2. fixace
Vzorový model	3 477 408,9	3 477 408,9	4 524 469,0	4 524 469,0	
Testovaný MILP	3 631 613,8	3 457 298,6	4 535 680,8	4 524 284,1	
Rozdíl	154 204,9 (4,43 %)	-20 110,3 (-0,58 %)	11 211,7 (0,25 %)	-185,0 (-0,00 %)	
Min. rozdíl	34,5 (0,30 %)	-737,0 (-1,45 %)	-92,4 (-0,15 %)	-155,6 (-0,26 %)	
Max. rozdíl	5 215,2 (11,04 %)	-103,6 (-0,33 %)	865,9 (0,81 %)	241,3 (0,37 %)	
∅ rozdíl	2 909,5 (5,29 %)	-379,4 (-0,64 %)	211,5 (0,25 %)	-3,5 (0,00 %)	

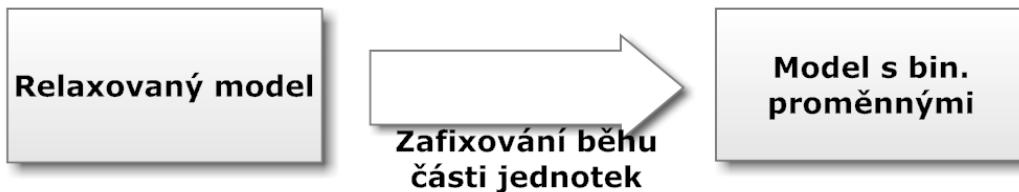
Tabulka 4.5: Účelové funkce modelů s fixací části LP řešení

odchylku až 11%. Takto velký rozdíl znamená značné plýtvání s výrobními kapacitami, neboť pro pokrytí spotřeby bylo spuštěno velké množství ekonomicky nevýhodných jednotek. Záporná hodnota rozdílu účelových funkcí v případě druhé metody naznačuje, že náklady spojené s výrobou a přenosem energií v elektrizační síti byly menší, než v případě vzorového řešení. Nejedná se tedy o chybu, neboť mezi sebou porovnáváme vždy dvě suboptimální řešení.

4.2.1.2 Fixace části proměnných dle řešení lineární relaxace MILP

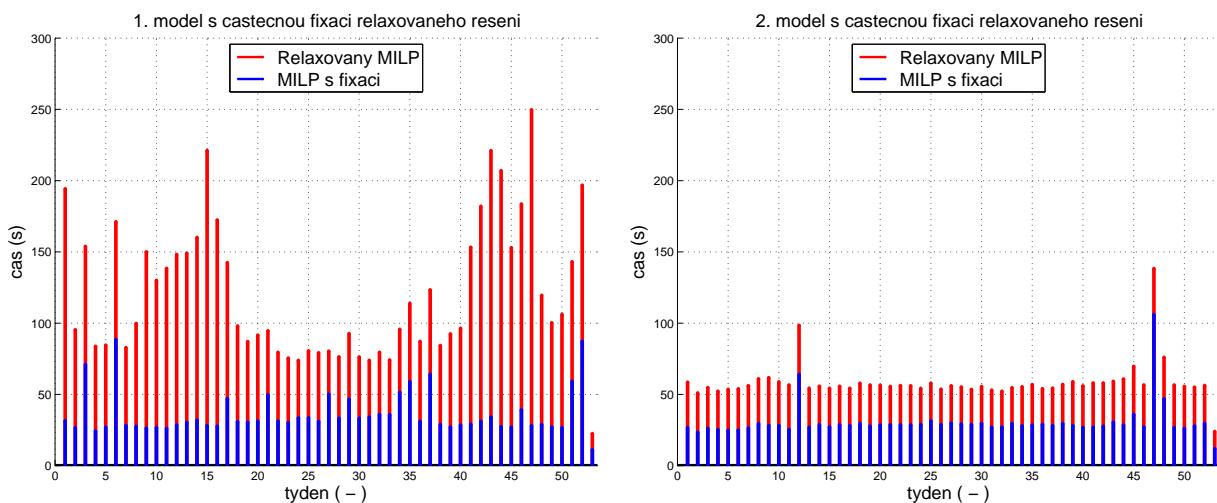
Tato metoda je založena na podobném principu jako předchozí. Taktéž využívá výskedků simulace zjednodušeného modelu k zafixování binárních proměnných. V tomto případě jsou binární proměnné původního modelu nahrazeny jejich relaxovanými ekvivalenty, tj. jsou nahrazeny spojitými proměnnými s hodnotami omezenými v rozsahu od 0 do 1. Tento přístup, na rozdíl od předchozího, zajistí dodržení MUDT u většiny

elektráren. V případě neceločíselných hodnot se dá navíc snadno dle nasazeného výkonu zjistit, zda se výroba elektrárny nacházela v operačním rozsahu a nepřípustné úseky vyfiltrovat. Grafická reprezentace postupu je na obr. 4.5.



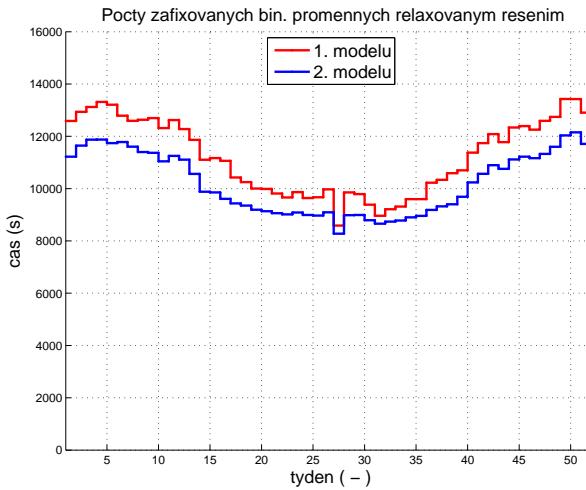
Obrázek 4.5: Diagram řešení modelu s relaxovaným presolve

Pro zrychlení výpočtu relaxovaného modelu jsou vypnuty přečerpávací elektrárny. Výsledky ročních simulací obou modelů spolu s počty zafixovaných binárních proměnných jsou uvedeny na obr. 4.6 a 4.7 a v tab. 4.7 a 4.6.



Obrázek 4.6: Doba výpočtu týdnů s relaxovaným presolve

Množství zafixovaných binárních proměnných, které předčilo i dvoufázové řešení s naivní fixací, umožnilo značně rychlejší vyřešení obou modelů. U prvního z nich byla potřebná doba zkrácena o 10 970 s (-63,1%), v případě druhého pouze o 1 095,4 s (-26.2%). Těchto časů bylo navíc dosaženo s maximální hodnotou týdenního rozdílu účelových funkcí jen 1.35% při celkovém rozdílu účelových funkcí (0.1%). Jedná se tedy prozatím o nejrychlejší způsob řešení, který poskytuje mírně suboptimální výsledky. Dále je z výsledků patrné, že vyřešení lineární relaxace MILP (LRMILP) nyní trvá déle než samotný MILP s fixovanými proměnnými. Pokud by se nám podařilo LRMILP zrychlit, pak by se výsledná délka řešení ještě zmenšila.



Obrázek 4.7: Počty zafixovaných bin. proměnných týdnů s relaxovaným presolve

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 480 119,9	4 526 275,3
Rozdíl	2 711,0 (0.08 %)	1 806,3 (0.04 %)
Min. rozdíl	-168,1 (-0.57 %)	-275,1 (-0.45 %)
Max. rozdíl	361,0 (0.89 %)	885,5 (1.35 %)
\varnothing rozdíl	51,2 (0.10 %)	34,1 (0.05 %)

Tabulka 4.6: Účelové funkce modelů při použití relaxovaného řešení

4.2.1.3 Trojfázové řešení s fixací sítí

U modelů, které svou rozsáhlostí přesahují velikost české elektrizační soustavy, může nalezení prvního přípustného řešení zabrat podstatnou část výpočtu. Pro tyto účely byla vytvořena metoda, jejímž cílem je rychlé poskytnutí přípustného suboptimálního řešení. Toto řešení je ve formě počátečního stavu všech proměnných modelu předáno solveru, který s ním dále počítá. Vývojový diagram tohoto postupu je na obr. 4.8.



Obrázek 4.8: Diagram trojfázového řešení modelu

		Doba výpočtu (s)	
		1. model	2. model
Relaxovaný MILP	Vytvoření modelu	659,8	651,9
	Yalmip	137,8	135,4
	Gurobi	3 710,3	701,5
MILP	Vytvoření modelu	649,4	652,0
	Yalmip	133,2	132,6
	Gurobi	1 129,8	817,9
Celkem		6 419,9	3 091,3
Zrychlení	10 970 (63,1%)	1 095 (26,2%)	

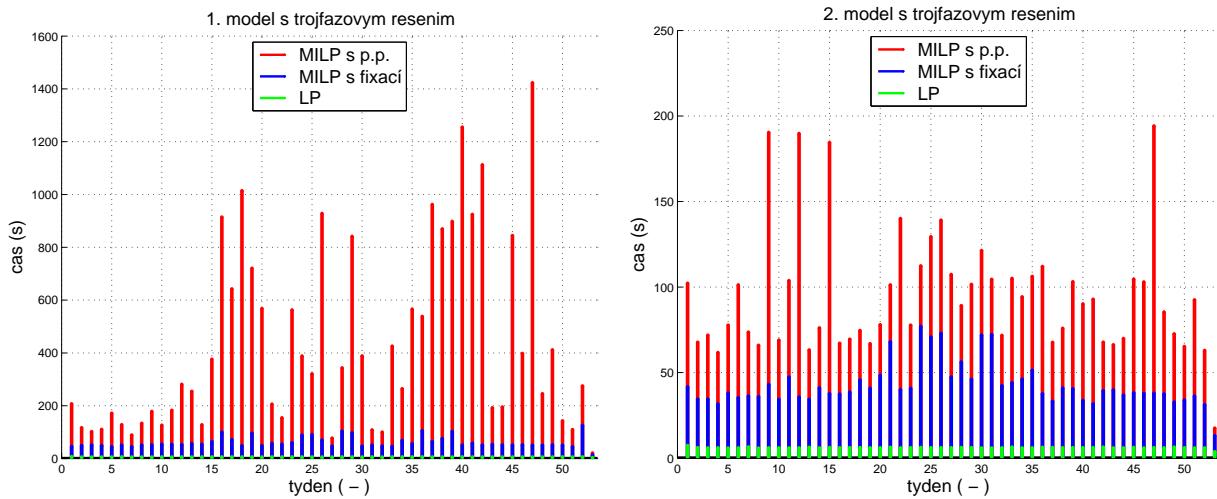
Tabulka 4.7: Doba výpočtu modelů při použití relaxovaného řešení

Nejsnáze získáme suboptimální řešení vyřešením modelu LP, tj. bez binárních proměnných, u kterého následně zafixujeme toky v síti, které splňují DC load flow. Tím rozdělíme síť na izolované uzly, čímž zmenšíme dimenzi problému formulovaného MILP. Tu můžeme dále redukovat zvětšením hodnoty gap na 10%, neboť suboptimalita MILP řešení s fixovanými toky nehraje v této fázi roli, cílem je nalezení jakéhokoliv řešení. V získaném řešení bude v uzlech docházet k maření velkého množství energie, neboť nasazování výrobních jednotek bude nově podléhat splnění MUDT. Nyní už stačí toto řešení předat solveru ve formě počáteční podmínky a vyřešit plný MILP model bez zafixovaných toků.

Z důvodu zrychlení opakování vytváření MILP modelů, které se od sebe liší pouze v zafixovaných tocích, bylo odděleno vytváření omezení zdrojů a uzlové rovnice (2.1). V případě druhého MILP modelu pak není třeba znova vytvářet celý model, ale pouze jeho část popisující uzlovou rovnici a vedení, do kterého jsou ve formě počátečního stavu nahrány původní zafixované toky. Výsledky ročních simulací obou modelů jsou uvedeny na obr. 4.9 a v tab. 4.8 a 4.9.

Z výsledků pramení v obou případech značné zhoršení celkového času simulace. V případě prvního modelu došlo ke zpomalení o 5 548 s (+31,9%), u druhého modelu byla délka řešení prodloužena o 811 s (+19,4%).

Přínos této metody, která umožňuje rychlé nalezení suboptimálního řešení není v případě modelů české elektrizační soustavy partný, neboť při jejich řešení jsou primární přípustná řešení nalezena v rádu sekund. V porovnání s touto hodnotou je časová režie ve formě výpočtů LP a MILP modelu se zafixovanými toky značná. Tato metoda ovšem nalezne své uplatnění u rozsáhlých modelů, jejichž časy nalezení primárního přípustného řešení mohou nad touto režií převažovat.



Obrázek 4.9: Doba výpočtu týdnů při použití trojfázového řešení

4.2.2 Priority větvení

Jedná se o novou možnost přímého ovlivnění algoritmu Branch & Bound (B & B) v solveru Gurobi, kterou je možné využívat od verze 4.6. Ke každé proměnné je přiřazena priorita, která umožní v případě rozhodování o větvení skupiny proměnných vybrat tu s větší prioritou. Ve výchozím nastavení mají všechny proměnné stejnou prioritu (0) a větvení provádí automaticky použitý solver.

Vliv zavedení priorit byl otestován na jednoduchém příkladu. V něm se všem proměnným v daném zdroji přiřadila stejná hodnota v závislosti na ceně spotřebovaného paliva. Tím získaly zdroje, které jsou častěji nasazovány větší prioritou. Přiřazené priority jsou uvedeny v tab. 4.10.

Výsledky ročních simulací zde nejsou uvedeny, neboť se shodovaly se vzorovými, patrně v důsledku nefunkčnosti implementované metody. Jako její možné příčiny připadají v úvahu možnosti:

1. Chyba v implementaci předávání sady priorit skrze prostředí Gurobi Mex.
2. Špatně zvolený testovací případ.

Funkčnost předávání priorit byla ověřena na testovém příkladě, za jehož běhu nedošlo k vypsání varovných hlášení o předání priorit ve špatném formátu. Pravděpodobnější se tedy jeví druhá možnost, kdy nastavené priority neměly v důsledku špatně zvoleného příkladu žádný vliv.

		Doba výpočtu (s)	
		1. model	2. model
LP	Vytvoření modelu	194,6	192,7
	Yalmip	51,9	50,7
	Gurobi	74,2	76,1
MILP	Vytvoření modelu	567,1	557,6
	Yalmip	113,4	112,0
	Gurobi	2 225,7	1 260,7
MILP	Vytvoření modelu	125,9	127,1
	Yalmip	128,9	129,2
	Gurobi	19 455,8	2 491,5
	Celkem	22 937,4	4 997,4
	Zrychlení	-5 548 (-31,9%)	-811 (-19,4%)

Tabulka 4.8: Doba výpočtu modelů při použití trojfázového řešení

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 457 237,5	4 505 709,6
Rozdíl	-20 171,4 (-0.58 %)	-18 759,4 (-0.41 %)
Min. rozdíl	-741,2 (-1.46 %)	-687,5 (-0.88 %)
Max. rozdíl	-90,3 (-0.30 %)	-37,6 (-0.24 %)
Ø rozdíl	-380,6 (-0.64 %)	-354,0 (-0.43 %)

Tabulka 4.9: Účelové funkce modelů při použití trojfázového řešení

4.2.3 Prioritní nasazování bloků

Tato metoda vychází z empirické zkušenosti s nasazováním jednotek ve výrobním zdroji. Kombinace totožných jednotek vytváří pro solver množství symetrických řešení. U tříblokové elektrárny v případě požadavku na nasazení jednoho výrobního bloku dostaneme celkem tři možnosti, jejichž počet pro více hodin geometricky roste. Tuto situaci lze částečně eliminovat zavedením prioritního nasazování, které zaručí pravidlo povolující běh výrobního bloku pouze za předpokladu souběžného nasazení všech bloků s nižším id ve zdroji. Toto omezení na binární proměnné běhu jednotky je popsáno jednoduchou rovnicí

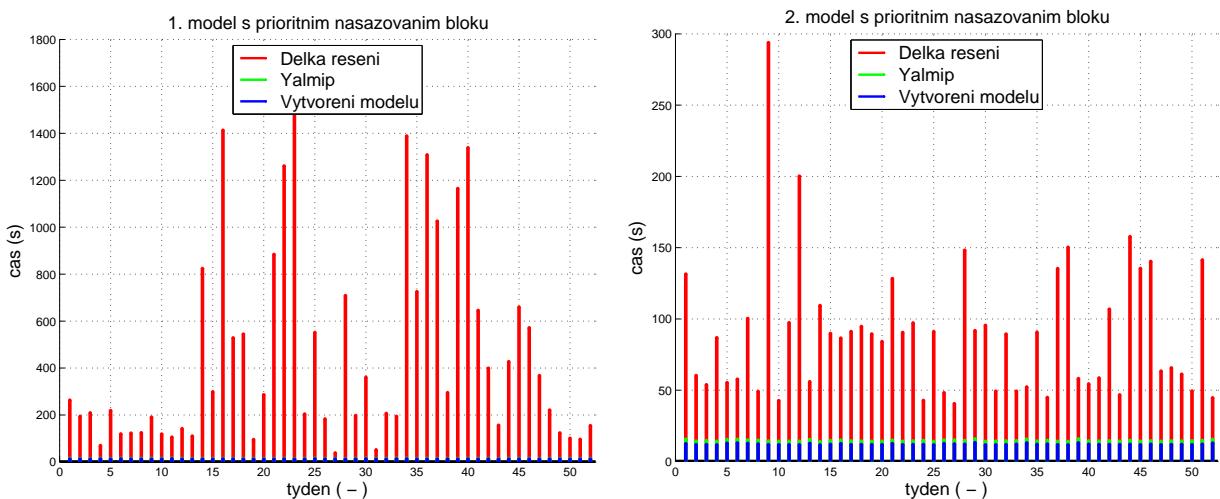
$$u_{i-1,t} \geq u_{i,t}. \quad (4.1)$$

V reálné situaci by mohlo nerovnoměrné nasazování výrobních bloků způsobit jejich rychlejší opotřebení a tím i zvětšení výrobních nákladů. Tento problém by se dal odstranit

Druh paliva	Priorita
URANIUM	10
OIL	8
HARD COAL	4
LIGNITE	2
GAS	6
WATER	0
WIND	0
SOLAR	0

Tabulka 4.10: Priority proměnných dle typu paliva

postprocesním zpracováním, při kterém by bylo nasazování bloků opět rovnoměrně rozloženo. Výsledky ročních simulací obou modelů s prioritním nasazováním bloků jsou na obr. 4.10 a v tabulkách 4.11 a 4.12.



Obrázek 4.10: Doba výpočtu týdnů s prioritním nasazováním bloků

Z výsledků je patrné zhoršení výpočetních časů. V případě prvního modelu se jedná o 6 101 s (+35,1%), druhý model je ve srovnání s testovacím řešením pomalejší o 471 s (+11,3%). Toto prodloužení délky simulací je způsobeno méně kvalitní redukcí počtu omezení a proměnných modelu v presolve fázi solveru. Z porovnání účelových funkcí plyne zachování blízkosti výsledků.

	Doba výpočtů (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	633,3	634,0
Yalmip	134,5	133,4
Gurobi	22 722,4	3 890,4
Celkem	23 490,3	4 657,8
Zrychlení	-6 101 (-35,1%)	-471 (-11,3%)

Tabulka 4.11: Doba výpočtu modelu s prioritním nasazováním bloků

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 457 528,9	4 507 174,5
Rozdíl	-19 880,0 (-0.57 %)	-17 294,5 (-0.38 %)
Min. rozdíl	-720,8 (-1.42 %)	-687,6 (-0.92 %)
Max. rozdíl	-87,8 (-0.19 %)	125,0 (0.18 %)
Ø rozdíl	-375,1 (-0.63 %)	-326,3 (-0.39 %)

Tabulka 4.12: Účelové funkce modelů s prioritním nasazováním bloků

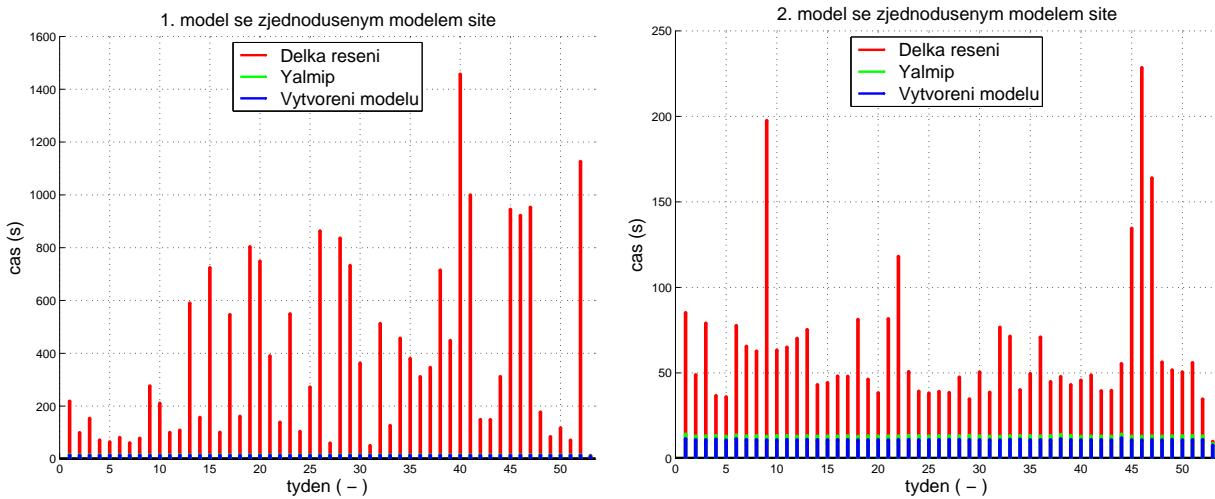
4.3 Metody měnící strukturu modelu

4.3.1 Redukce počtu proměnných

Cílem této kapitoly je zmenšení celkového počtu proměnných modelu, jejichž hodnoty jsou nepřímo omezeny jejich penalizováním v účelové funkci. Tento postup vede k omezení počtu tzv. „soft constraints“ stanovených na některé proměnné v modelu. V případě redundantnosti těchto proměnných by měl být model rychleji řešitelný. Zaměříme se především na model sítě, konkrétně na uzly v něm. V každém uzlu je definován vektor optimalizačních proměnných umožňující zmařit v něm energii. V transportních uzlech bez definované zátěže a výrobních zdrojů jsou tyto proměnné redundantní. Obdobný je i případ exportního uzlu, kde není definována zátěž. Jejich nevytvořením omezíme nejen počet spojitých proměnných, ale také počet uzlů v nichž může docházet k maření. Přínos této metody závisí na konfiguraci sítě. V případě modelů ČR, které mají ve všech uzlech definované zátěže se tato úspora neprojeví. Naproti tomu v modelu Evropské unie, kde je poměr transportních uzlů k obyčejným s definovanou zátěží a elektrárny 10:1, je redukce počtu proměnných znatelná.

Dalším možným zjednodušením, které se projeví i na modelech ČR, je použití

pouze jednoho vektoru spojитých proměnných u vedení místo současných tří, které jsou při neuvažování přenosových ztrát na vedení redundantní. Tato úprava vede při uvažování týdenní simulace k úspore celkem 17 808 spojитých proměnných¹. Celkový počet takto odstraněných proměnných u evropského modelu je uveden v kap. 4.6, která se věnuje jeho simulaci. Výsledky ročních simulací obou modelů po zjednodušení jsou na obr. 4.11 a v tabulkách 4.13 a 4.14.



Obrázek 4.11: Doba výpočtu týdnů se zjednodušeným modelem sítě

	Doba výpočtu (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	686,5	577,1
Yalmip	124,2	115,4
Gurobi	19 654,5	2 653,3
Celkem	20 465,2	3 345,8
Zrychlení	-3 076 (-17,7%)	841 (20,1%)

Tabulka 4.13: Doba výpočtu modelu se zjednodušeným modelem sítě

Výsledky této metody jsou rozporuplné. V modelu ČR nebyly, z důvodu definované zátěže v každém uzlu, odstraněny žádné „soft-constraints“. Došlo pouze k odstraněné redundantních proměnných u přenosových linek. Redukce počtu proměnných měla, při porovnání s testovacím řešením, vést v nejhorším případě k totožným výpočetním časům. V případě prvního modelu ovšem došlo ke zpomalení o 3 076 s (+17,7%).

¹Jedná se úsporu 2 proměnných za každou linku v modelu. Tato hodnota je vynásobena délkom týdenní simulace, tj. 168 h.

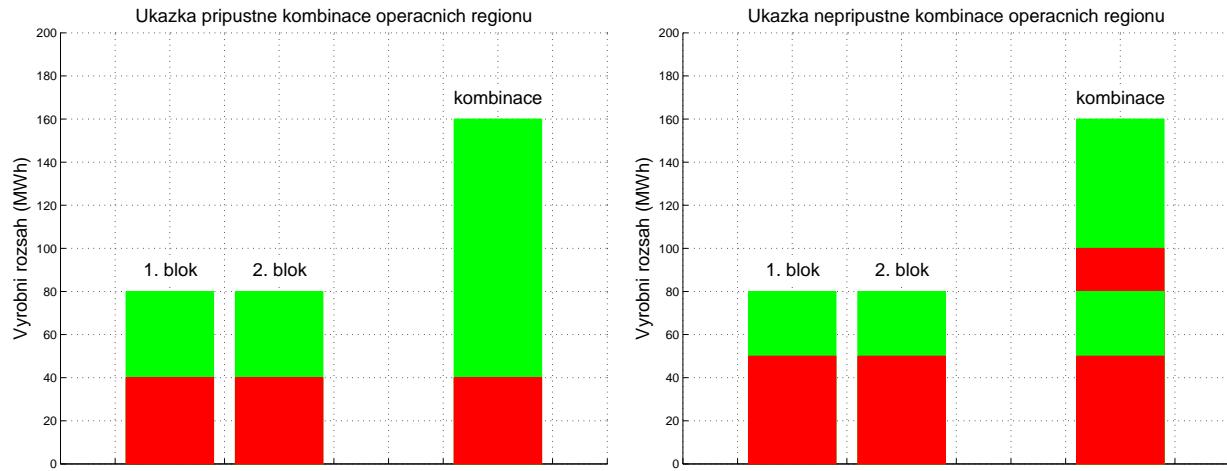
	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 457 347,8	4 507 113,7
Rozdíl	-20 061,1 (-0.58 %)	-17 355,3 (-0.38 %)
Min. rozdíl	-733,5 (-1.44 %)	-698,4 (-0.77 %)
Max. rozdíl	-90,3 (-0.31 %)	-6,5 (-0.01 %)
Ø rozdíl	-378,5 (-0.63 %)	-327,5 (-0.39 %)

Tabulka 4.14: Účelové funkce modelů se zjednodušeným modelem sítě

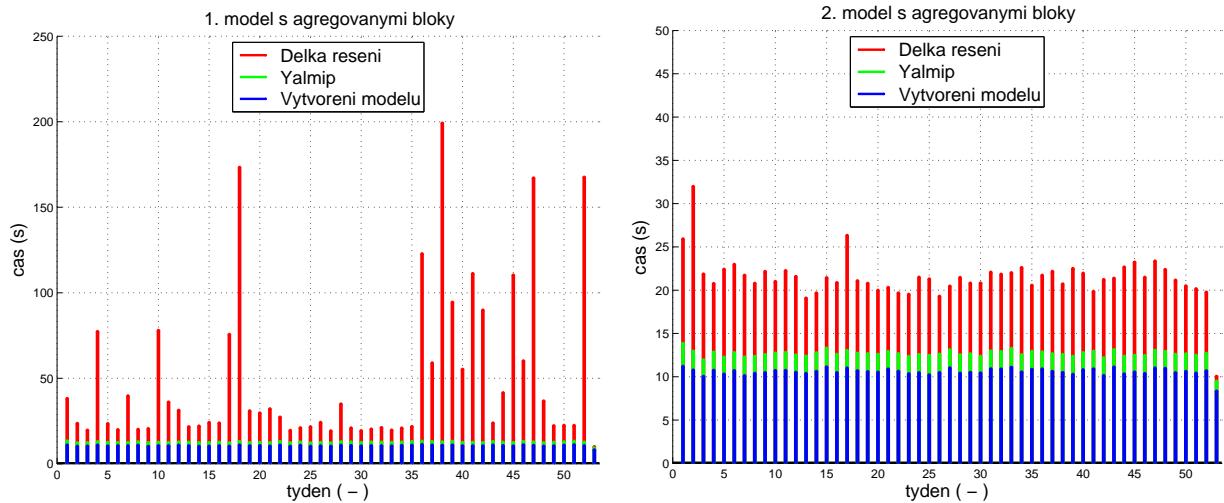
Pravděpodobnou příčinou bylo nalezení více suboptimálních primárních řešení, která vedla k pomalé konvergenci k optimálnímu řešení. Řešení druhého modelu bylo pak bylo v souladu s předpokladem a přineslo zrychlení o 841 s (-20,1%).

4.3.2 Agregace bloků

Celkový počet binárních proměnných v modelu přímo souvisí s počtem a typem výrobních jednotek v něm. Agregací všech jednotek ve zdroji do jedné je možné dosáhnout značné redukce počtu binárních proměnných, vedoucí k rychlejšímu nalezení řešení. Aby byl takto zjednodušený model porovnatelný se vzorovým je třeba zajistit přípustnost agregace. Po sloučení musí mít výsledný výrobní blok stejně výkonové rozsahy a podobné provozní náklady. Druhá ze zmíněných vlastností je částečně splněna, za předpokladu, že všechny jednotky ve zdroji mají stejnou konstantní převodní charakteristiku mezi spotřebovaným palivem a vyrobeným výkonem. Spojením bloků ovšem znemožníme správně započítávání startovních nákladů. Jistou approximací je vynásobení startovní ceny počtem původních bloků. Při propojení výkonových rozsahů je nutné zajistit, aby výsledný operační region byl spojitý. Ukázky přípustné a nepřípustné agregace jsou uvedeny na obr. 4.12. Nevhodou této metody je porušení MUDT, jejichž funkčnost je podmíněna existencí binárních proměnných běhu každé jednotky. K jejich dodržení dochází pouze u zdrojů, jejichž aggregací by nevznikl spojitý operační region. Ty jsou ponechány v původním stavu a k redukci počtu binárních proměnných u nich nedochází. Výsledky ročních simulací obou modelů s agregovanými bloky jsou na obr. 4.13 a v tabulkách 4.15 a 4.16.



Obrázek 4.12: Operační regiony výrobních bloků při agregaci



Obrázek 4.13: Doba výpočtu týdnů s agregovanými bloky

Vliv této metody na rychlosť výpočtu je znatelný. V obou případech došlo k jeho zrychlení o více než 70%. Simulace prvního modelu byla zkrácena o 14 806 s (-85,1%), v případě druhého byla dosažena úspora 3 053 s (-72,9%). Z porovnání účelových funkcí, které je z důvodu nepřesného započítávání startovních nákladů a nedodržení MUDT méně vypovídající, lze i přes značný zásah do struktury modelu vyvodit značnou blízkost obou řešení.

	Doba výpočtů (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	554,9	559,4
Yalmip	107,9	108,8
Gurobi	1 921,1	465,8
Celkem	2 583,8	1 134,0
Zrychlení	14 806 (85,1%)	3053 (72,9%)

Tabulka 4.15: Doba výpočtu modelů s agregovanými bloky

4.3.3 Agregace elektráren

Motivací pro tuto metodu bylo zjištění vlivu transformace modelu do stavu, který by v každém uzlu umožňoval definovat pouze jeden výrobní zdroj stejného typu. U tohoto agregovaného zdroje by pak byl zachován celkový počet výrobních bloků. Tato úprava nalezne uplatnění v případě zjednodušeného modelování výrobních zdrojů v uzlech. Výsledný model pak obsahuje při stejném počtu proměnných větší symetrii.

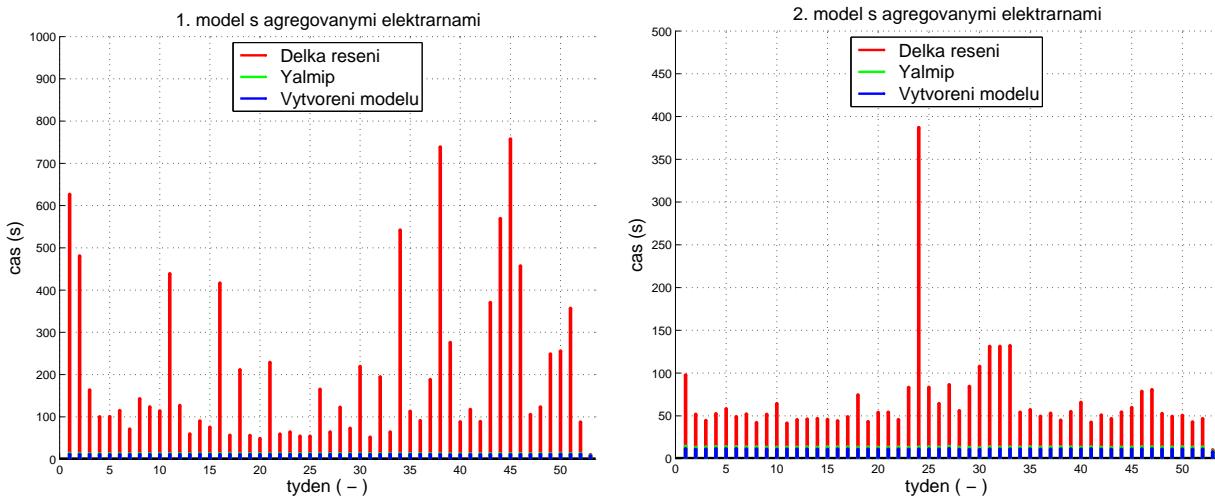
Parametry nového agregovaného zdroje vytvoříme výpočtem váženého průměru parametrů zdrojů z nichž se skládá. Jako váhovací konstantu využijeme počet výrobních jednotek daného zdroje. U některých parametrů, například MUDT, nebude tento postup přípustný. Například kombinací dvou jednoblokových elektráren, jejichž *MUT* a *MDT* se liší, bychom použitím váženého průměru získali hodnoty *MUT* a *MDT* zpětně přípustné pouze pro jednu elektrárnu. Tomuto problému se jednoduše vyhneme výběrem jejich maximální hodnoty. Počty zdrojů před a po aggregaci jsou uvedeny v tab. 4.17. Výsledky ročních simulací obou modelů s agregovanými zdroji jsou na obr. 4.14 a v tabulkách 4.18 a 4.19.

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 467 924,9	4 513 882,1
Rozdíl	-9 484,0 (-0.27 %)	-10 587,0 (-0.23 %)
Min. rozdíl	-493,8 (-0.97 %)	-568,0 (-0.67 %)
Max. rozdíl	68,0 (0.40 %)	582,9 (0.90 %)
Ø rozdíl	-178,9 (-0.33 %)	-199,8 (-0.18 %)

Tabulka 4.16: Účelové funkce modelů s agregovanými bloky

Typ elektrárny	Před agregací	Po aggregaci
Jaderná	2	2
Hnědouhelná	19	13
Černouhelná	5	3
Paroplynová	5	4
Plynová	1	1
Přečerpávací	2	2
Akumulační	1	1
Solární	16	16
Větrná	10	10

Tabulka 4.17: Počty výrobních zdrojů před a po aggregaci



Obrázek 4.14: Doba výpočtu týdnů s agregovanými elektrárnami

Použitá metoda přinesla zrychlení v případě obou modelů. U prvního z nich činilo zrychlení výpočetního času 6 780,5 s (-39,0%), v případě druhého řešení pak 647 s (-15,4%). Agregací zdrojů došlo ke zvýšení symetrie modelu, kterou následně odstranila automatická detekce symetrie v použitém solveru Gurobi. Z porovnání účelových funkcí modelů po takto velké transformaci plyne značná suboptimálnost nalezených řešení, která je dána především snížením účinnosti některých elektráren po aggregaci.

	Doba výpočtů (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	553,2	577,9
Yalmip	122,2	127,7
Gurobi	9 933,7	2 834,5
Celkem	10 609,1	3 540,1
Zrychlení	6 781 (39,0%)	647 (15,4%)

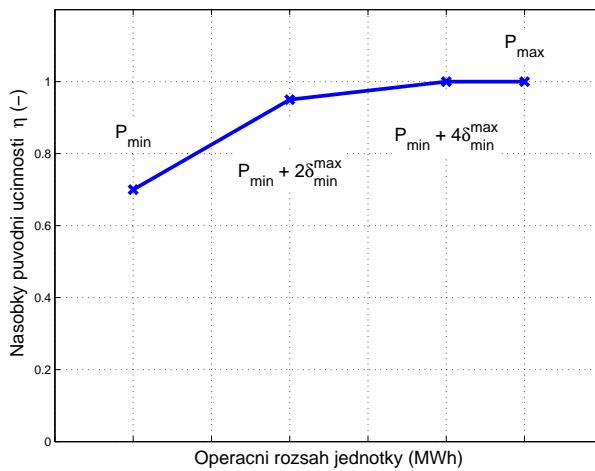
Tabulka 4.18: Doba výpočtu modelů s agregovanými elektrárnami

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 500 862,4	4 593 884,3
Rozdíl	23 453,5 (0.67 %)	69 415,3 (1.53 %)
Min. rozdíl	-22,9 (-0.02 %)	266,5 (0.92 %)
Max. rozdíl	1 237,8 (3.69 %)	2 238,5 (2.44 %)
\varnothing rozdíl	442,5 (0.89 %)	1 309,7 (1.61 %)

Tabulka 4.19: Účelové funkce modelů s agregovanými elektrárnami

4.3.4 Vliv po částech lineárních charakteristik

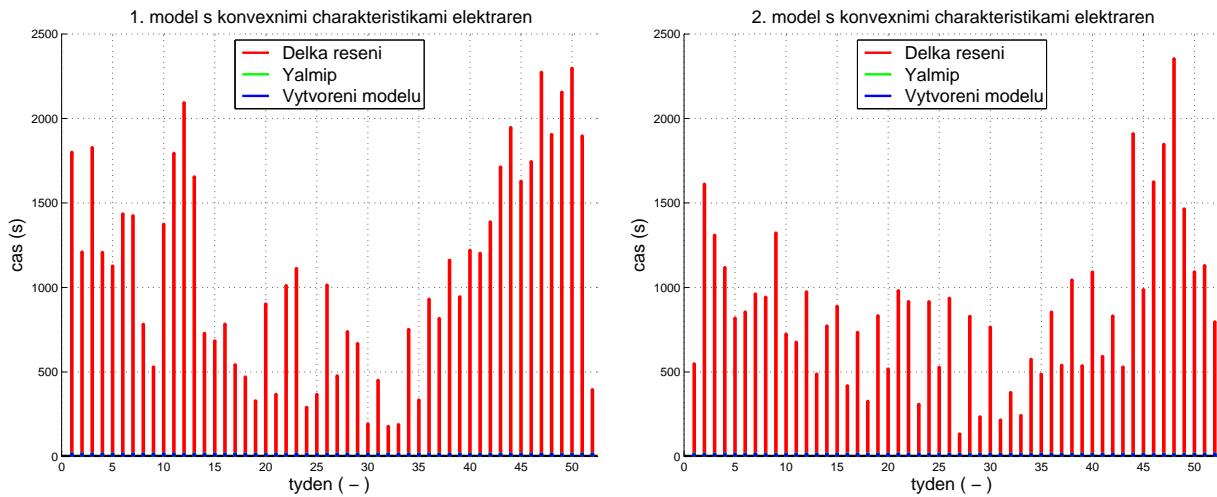
Dostupná vstupní data obsahují u každého zdroje ve formě konstanty informaci o jeho účinnosti přeměny energie v palivu na dodaný výkon. Na vstupu programu MAGMA mohou být kromě této konstanty definovány konvexní i nekonvexní vícebodové charakteristiky. V případě konvexní charakteristiky je použita metoda přímkové approximace, která je popsána v kap. 2.2.2. Pro otestování vlivu této metody na rychlosť výpočtu byly účinnosti ve vstupních datech tepelných elektráren nahrazeny konvexními charakteristikami dle obr. 4.15.



Obrázek 4.15: Schéma přepočtu nových konvexních charakteristik

Výkonový rozsah elektrárny byl rozdělen na pět konstantních intervalů, zlomové body charakteristiky poté byly umístěny do hodnot $P_{min} + 2\delta_{min}^{max}$ a $P_{min} + 4\delta_{min}^{max}$, kde δ_{min}^{max} je délka konstantního úseku. Poměrné hodnoty účinnosti η jsou zvoleny tak, aby výsledná charakteristika byla pro všechny zdroje v modelu konvexní. Jak bylo uvedeno v kap. 2.2.2, v případě nekonvexních charakteristik je použito složitější implmenetace, která vede k prodloužení výpočtu. Výsledky ročních simulací obou modelů s takto implementovanými konvexními charakteristikami jsou na obr. 4.16 a v tabulkách 4.20 a 4.21.

Zavedení vícebodových konvexních charakteristik způsobilo velké prodloužení celkové doby výpočtu. V obou případech se jednalo o více jak 10 hodin. Vyřešení prvního modelu bylo delší o 39 016 s (+224,4%), délka výpočtu druhého modelu vzrostla ve srovnání se vzorovým řešením o 40 263 s (+961,7%). Na základě těchto hodnot lze zcela jednoznačně vyloučit možný pozitivní vliv zavedení vícebodových charakteristik do modelu jako nástroje, který by zavedením těchto charakteristik narušil symetrii a vedl



Obrázek 4.16: Doba výpočtu týdnů s kónvexními charakteristikami elektráren

	Doba výpočtů (s)	
	1. model	2. model
Vytvoření modelu	697,8	662,4
Yalmip	141,0	137,7
Gurobi	55 567,1	43 649,7
Celkem	56 405,9	44 449,8
Zrychlení	-39 016 (-224,4%)	-40 263 (-961,7%)

Tabulka 4.20: Doba výpočtu modelů s kónvexními charakteristikami elektráren

tak k jeho rychlejšímu řešení.

4.4 Symetrie v modelu

Jak bylo uvedeno v kap. 2.4, rozdíly v obou poskytnutých databázích jsou relativně malé. Část výrobních jednotek je přesunuta do jiných uzlů, ve kterých jsou definovány rozdílné ceny paliv. Z výsledků dílčích simulací v této kapitole je zřejmé, že doba simulací je v případě druhého modelu vždy kratší. Nabízí se tedy otázka, která ze zmíněných odlišností obou modelů způsobuje tento markantní rozdíl v délce simulace. Pro otestování byla provedena záměna cen paliv v uzlech u obou databází. Nově vzniklé modely se tak postupně liší pouze o jednu vlastnost umožňující jejich porovnání. Tabulka 4.22 shrnuje provedené změny a dále použité zkratky modelů.

Z porovnání délky řešení je zřejmé, že největší vliv na délku výpočtu má definování

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 487 420,7	4 573 957,6
Rozdíl	10 011,8 (0.29 %)	49 488,6 (1.09 %)
Min. rozdíl	-264,8 (-0.49 %)	113,3 (0.60 %)
Max. rozdíl	1 636,1 (2.29 %)	1 274,7 (1.65 %)
ø rozdíl	188,9 (0.32 %)	933,7 (1.15 %)

Tabulka 4.21: Účelové funkce modelů s konvexními charakteristikami elektráren

Popis modelu	Ceny paliva v uzlech	Rozmístění zdrojů	Zkratka
1. model	stejné napříč uzly	jako model 1	M1
1. model, upravené ceny	rozdílné napříč uzly	jako model 1	M1a
2. model	rozdílné napříč uzly	jako model 2	M2
2. model, upravené ceny	stejné napříč uzly	jako model 2	M2a

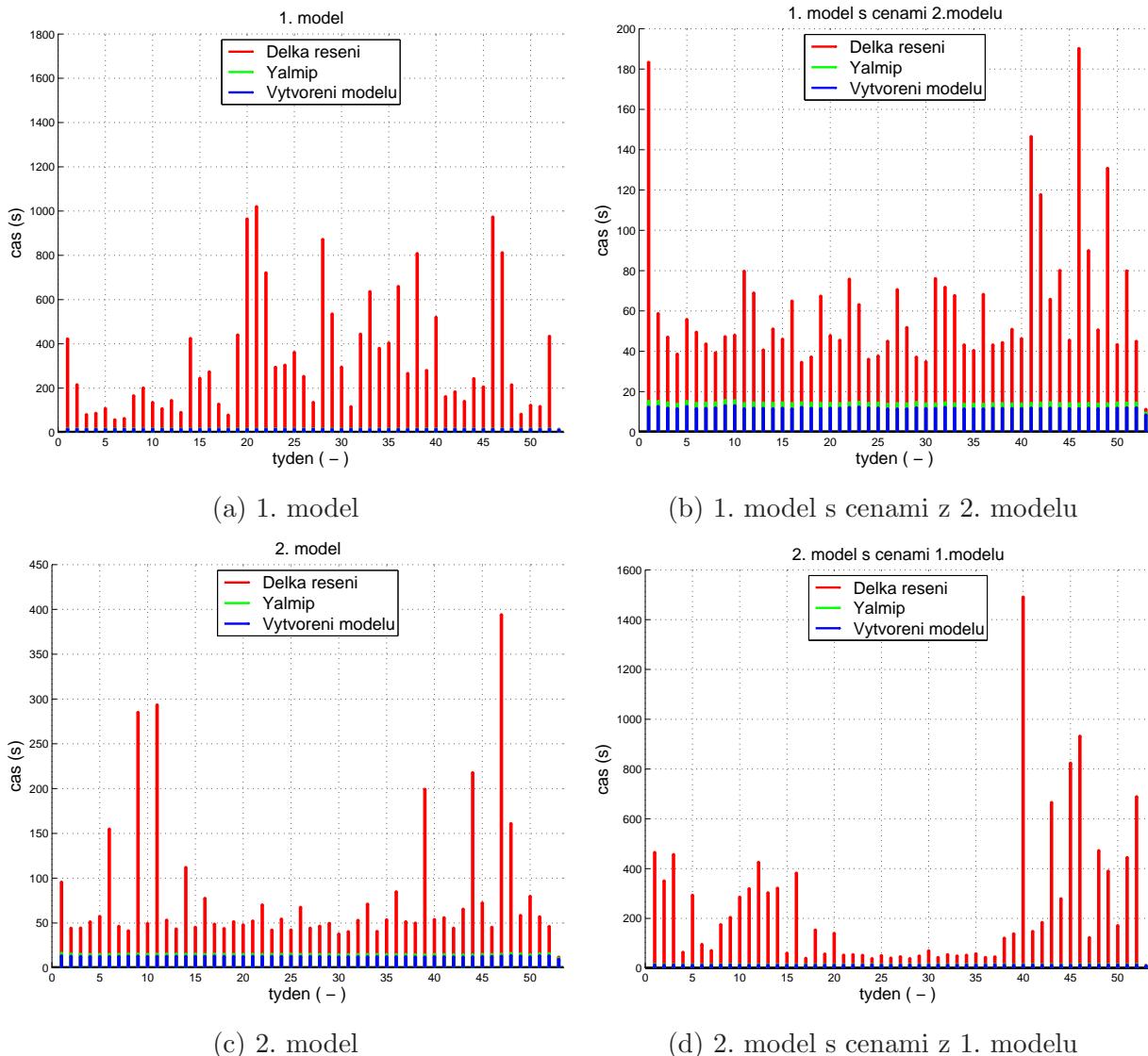
Tabulka 4.22: Shrnutí základních rozdílů porovnávaných modelů

rozdílných cen paliva napříč rozvodnou sítí. Přidání těchto cen urychlilo výpočet prvního modelu o 14 100,2 s (-81,1%). Jeho nová délka simulace předčila i výsledky 2.modelu. U něj záměna cen za konstantní způsobila zhoršení výpočetního času o 8 361 s (+199,7%).

Z tohoto porovnání plyne kromě odhalení zásadního vlivu rozdílných cen paliva na celkovou dobu výpočtu také zjištění malé závislosti této doby na konfiguraci sítě. Tato závislost vyplývá ze srovnání modelů M1a a M2, které se od sebe liší pouze v umístění několika elektráren a přesto došlo k vyřešení prvního o 897,3 s rychleji.

	Doba výpočtu (s)			
	M1	M1a	M2	M2a
Vytvoření modelu	692,0	617,3	651,2	622,2
Yalmip	138,9	132,2	133,5	132,1
Gurobi	16 558,6	2 539,9	3 402,0	11 793,4
Celkem	17 389,6	3 289,4	4 186,7	12 547,7

Tabulka 4.23: Doba výpočtu modelů po záměně cen paliva



Obrázek 4.17: Doba výpočtu týdnů po záměně cen paliva v modelech

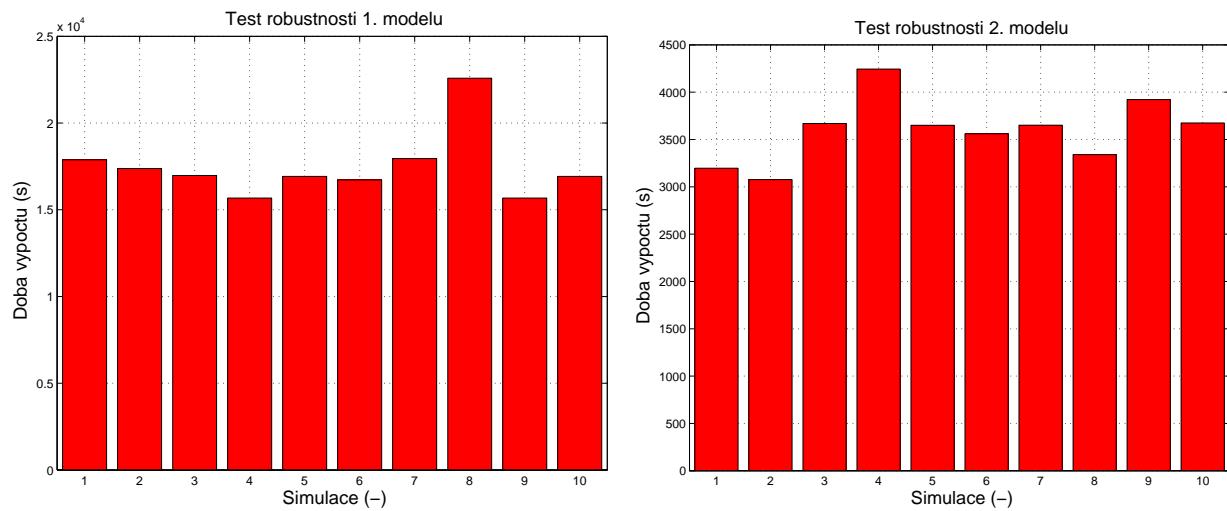
4.5 Test robustnosti

Cílem testování robustnosti je zjištění závislosti vlivu změny zatížení v síti na celkovou délku výpočtu. Tento test je rozšířením kap. 4.4, ve které se vyhodnocoval vliv záměny cen paliv. V tomto případě provedeme opakovanou záměnu zátěží v uzlech. Celkem vygenerujeme 10 permutací zátěží v celé síti shodně pro oba modely. Ve výsledku získáme 2×10 různých modelů se shodnou topologií sítě ale s jinými toky v ní. Postupnou záměnu zátěží pro předem definovaný počet iterací provedeme deterministicky dle postupu:

1. Inicializujeme generátor náhodných čísel.

2. Vygenerujeme nové pozice zátěží v uzlech.
3. Zjistíme zda nově vygenerovaná pozice umístí některou zátěž do stejného uzlu, případně opakujeme předchozí bod.
4. Zaměníme zátěže.

Výsledky ročních simulací obou modelů s takto implementovanými konvexními charakteristikami jsou na obr. 4.18 a v tab. 4.24.



Obrázek 4.18: Doby výpočtu modelů při záměně zátěže

	Čas simulace(s)	
	1. model	2. model
Minimum	15 675,5	3 076,4
Maximum	22 581,9	4 243,8
∅ čas	17 469,9	3 598,2

Tabulka 4.24: Statistiky výpočtu modelů při záměně zátěže

Dle předpokladu je výpočetní doba modelů proměnlivá. Maximální a minimální hodnoty se od středních hodnot odchylují v průměru o 18%. Tato hodnota může být zvýšením počtu iterací dále upřesněna, důležitý je ovšem pozatek poměrně slabé závislosti výpočetního času na rozložení zátěže v síti.²

²Tato závislost byla ověřena na případě modelů, u kterých nedochází k vytěžování vedení na hodnoty blízké jeho maximu. Její platnost v opačném případě nebyla testována.

4.6 Shrnutí výsledků

4.6.1 Model české elektrizační soustavy

Název simulace	Doba výpočtů (s)		Časová úspora (s)		Zrychlení (%)	
	1. model	2. model	1. model	2. model	1. model	2. model
Vícebodové charakteristiky	56 405,9	44 449,8	-22 642	-33 610	-67,1	-310,0
Původní model	33 764,0	10 840,3	0	0	0%	0%
Nové MUDT	24 643,8	4 831,0	9 120	6 009	27,0	55,4
Prioritní nasazování bloků	23 490,3	4 657,8	10 274	6 183	30,4	57,0
Trojfázové řešení	22 937,4	4 997,4	10 827	5 843	32,1	53,9
Zjednodušení modelu sítě	20 465,2	3 345,8	13 299	7 495	39,4	69,1
Oškálovaný model	17 389,6	4 186,7	16 374	6 654	48,5	61,4
Řešení s přípustnou LP fixací	15 819,2	4 251,0	17 945	6 589	53,1	60,8
Agregace elektráren	10 609,1	3 540,1	23 155	7 300	68,6	67,3
Použití relaxovaného modelu	6 419,9	3 091,3	27 344	7 749	81,0	71,5
Agregace bloků	2 583,8	1 134,0	31 180	9 706	95,1	83,0
Řešení s naivní LP fixací	1 665,5	1 846,3	32 099	8 994	57%	83%

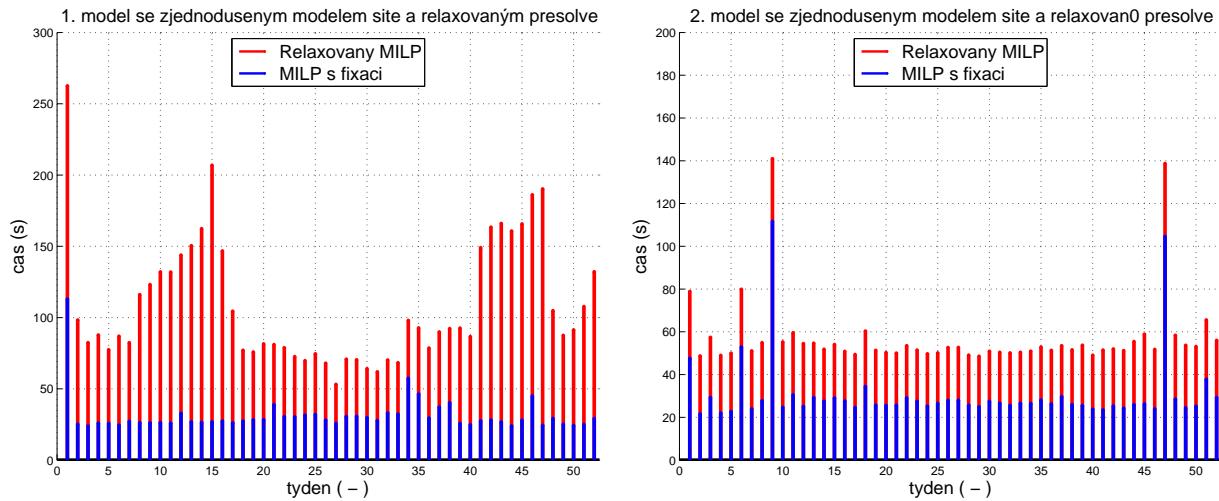
Tabulka 4.25: Srovnání délky výpočtů implementovaných metod a původního modelu

S přihlédnutím ke kvalitě a rychlosti nalezení řešení vychází jako nejlepší metoda dvoufázového řešení využívající relaxovaného modelu, která byla uvedena v kap. 4.2.1.2.

Její rychlosť se můžeme dále pokusit vylepšit jejím zkombinováním s metodou redukující počet proměnných, která byla uvedena v kap. 4.3.1. Výsledky ročních simulací obou modelů s touto kombinací metod jsou na obr. 4.19 a v tabulkách 4.26 a 4.27.

		Doba výpočtů (s)	
		1. model	2. model
Relaxovaný MILP	Vytvoření modelu	596,8	598,9
	Yalmip	119,6	120,0
	Gurobi	3 344,5	669,3
MILP	Vytvoření modelu	583,7	594,5
	Yalmip	117,0	117,0
	Gurobi	927,5	894,0
Celkem		5 689,0	2 993,7
Zrychlení		11 701 (67,3%)	1 193 (28,5%)

Tabulka 4.26: Doba výpočtu týdnů s kombinací nejpřínosnějších metod



Obrázek 4.19: Doba výpočtu týdnů s kombinací nejpřínosnějších metod

	Účelová funkce (tis. €)	
	1. model	2. model
Vzorový model	3 477 408,9	4 524 469,0
Testovaný MILP	3 461 413,6	4 507 471,8
Rozdíl	-15 995,3 (-0.46 %)	-16 997,2 (-0.38 %)
Min. rozdíl	-618,8 (-1.12 %)	-692,0 (-0.76 %)
Max. rozdíl	-90,7 (-0.17 %)	-26,2 (-0.08 %)
Ø rozdíl	-301,8 (-0.48 %)	-320,7 (-0.38 %)

Tabulka 4.27: Účelové funkce modelů se zjednodušnou sítí a relaxovaným presolve

V obou případech došlo k dalšímu zrychlení výpočtu. Délka řešení modelů byla proti vzorovému řešení kratší o 11 701 s (67,3%), respektive o 1 193 s (28,5%). Při porovnání účelových funkcí zjistíme, že výsledná řešení mají v každém týdnu menší náklady než vzorové řešení. To je pravděpodobně způsobeno zafixováním velkého počtu proměnných, jež byly blízko svým optimálním hodnotám. Tato kombinace metod je tedy pro řešení dostupných modelů české elektrizační soustavy nevhodnější.

4.6.2 Model evropské elektrizační soustavy

Nyní, se znalostí vlivu použitých metod na výpočetní rychlosť, můžeme přistoupit k pokusu o roční simulaci modelu evropské elektrizační soustavy. U tohoto modelu bylo provedeno škálování stejným způsobem, jaký je uveden v kap. 3.3. Hodnota konstanty K_{line} byla zvolena řádově stejná, penalizace za nedodanou energii a jí příslušná škálovací

konstanta K_{und} byly ponechány. Při 10x větších týdenních hodnotách účelové funkce může být v evropském modelu při řešení na 2% Gap nedodáno maximálně 200 MWh. Pokud použijeme časovou dekompozici na dny, pak při průměrné denní účelové funkci 160 mil. € bude tato hodnota 32 MWh.

K vyřešení modelu s řádově miliony proměnných je i přes provedené oškálování nutné použít kombinaci metod, které vedou k suboptimálním řešením. Použití totožné kombinace metod, které byly v případě modelů české elektrizační soustavy vyhodnoceny jako nejpřínosnější, vedlo u 24 h modelu s modelováním toků v síti k simulačním časům přes 22 hodin. Při těchto hodnotách je simulace celého roku téměř nemožná. Zkombinováním agregací bloků se zjednodušením modelu sítě bylo dosaženo téměř 90% redukce binárních proměnných v modelu. Porovnání počtu proměnných v modelu před a po zjednodušení je uvedeno v tab. 4.28.

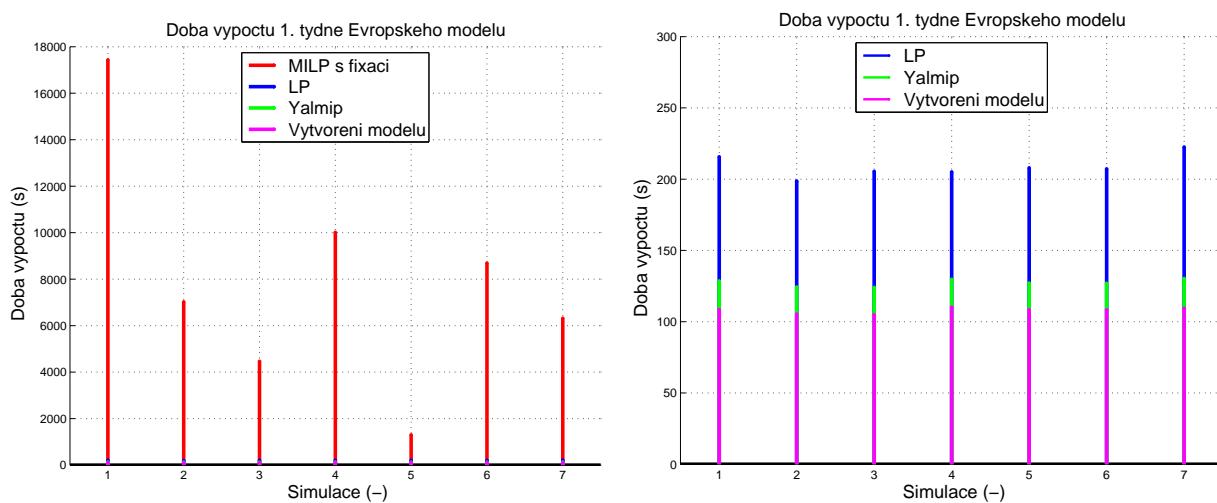
Typ elektrárny	Binárních proměnných		Spojitých proměnných	
	Před úpravou	Po úpravě	Před úpravou	Po úpravě
Tepelná	1 228 248	818 832	95 256	63 504
Akumulační	13 104	17 472	13 104	17 472
Přečerpávací	18 480	14 112	18 480	14 112
Obnovitelný zdroj	0	16 968	0	16 968
Uzel	0	368 928	0	118 440
Vedení	0	769 608	0	256 536
Celkem	1 259 832	2 005 920	126 840	1 000 104

Tabulka 4.28: Počty proměnných v modelu

Pro další urychlení výpočtu byla k těmto dvěma zjednodušením připojena metoda využívající řešení modelu bez binárních proměnných. Výčet metod použitých při řešení evropské elektrizační sítě tedy je:

- Agregace výrobních bloků (kap. 4.3.2)
- Odstranění přebytečných proměnných v modelu linek a uzlů (kap. 4.3.1)
- Dvoufázové řešení využívající LP řešení s naivní fixací 4.2.1.1.

Vzhledem k časové náročnosti byla provedena simulace pouze prvního týdne. Simulační časy pro jednotlivé dny jsou uvedeny na obr. 4.20. Výpočet jednoho týdne probíhal po dobu 15 h 20 min. Vzhledem k absenci vzorového řešení není možné porovnat hodnoty účelových funkcí.



Obrázek 4.20: Doba výpočtu 1. týdne evropského modelu

Kapitola 5

Závěr

V průběhu této práce bylo vytvořeno množství kombinovatelných metod, umožňujících zrychlení simulací modelů rozsáhlých energetických sítí. Přínos každé z nich byl otestován na dvou dostupných modelech české elektrizační soustavy a dosažené výsledky byly porovnány z hlediska celkových nákladů. Dále byla zjištěna silná závislost délky výpočetního času na variabilitě cen paliva v uzlech a slabá závislost výpočetního času na záměně zatížení napříč rozvodnou sítí. Analýza numerické stability a symetrií modelů české elektrizační soustavy umožnila snížení jejich výpočetního času o 45%, tuto hodnotu se kombinací dvou metod, redukce počtu proměnných a dvoufázového řešení využívajícího lineární relaxaci MILP, podařilo dále zvětšit na více jak 72%.

Z budoucích prací je třeba zmínit především přechod na jinou softwarovou platformu, která by umožnila rychlejší vytváření modelu ze vstupní databáze. Z pohledu vícefázových řešení je vhodné se dále zaměřit na urychlení výpočtu lineární relaxace MILP problémů, která umožnila značnou redukci výpočetního času.

Literatura

- [1] Inc. Gurobi Optimization. Gurobi optimizer reference manual, 2012.
- [2] P.M. Pardalos and M.G.C. Resende. *Handbook of Applied Optimization*. Oxford University Press, 2002.
- [3] Greg Glockner. When bad things happen to good models. *INFORMS Conference*, 04/2011.
- [4] O'Neill R.P. Oren S.S. Hedman, K.W. Analyzing valid inequalities of the generation unit commitment problem. *Power Systems Conference and Exposition, 2009. PSCE '09. IEEE/PES*, 2009.
- [5] J. Löfberg. Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In *Proceedings of the CACSD Conference*, Taipei, Taiwan, 2004.
- [6] Pablo A. Rey. Eliminating redundant solutions of some symmetric combinatorial integer programs. *Electronic Notes in Discrete Mathematics 18 (2004) 201–206*, 2012.

Příloha A

Obsah přiloženého CD

Text diplomové práce ve formátu PDF.