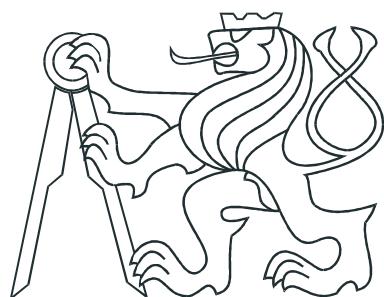


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Virtuální modely laboratorních systémů

Praha, 2009

Autor: Pavel Pokorný

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu práce Ing. Petru Huškovi, Ph.D. za jeho ochotu a trpělivost. Velké díky patří i mé rodině, která mi umožnila studovat a ve všech ohledech mě vždy podporovala a tím vytvořila zázemí, bez kterého by tato práce nemohla vzniknout.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

v Praze dne 10.7.2009

Pokorný
podpis

Abstrakt

Cílem předkládané práce je vytvořit virtuální modely některých systémů, nacházejících se v laboratoři automatického řízení K26.

Význam viruálních modelů by měl spočívat v přiblížení činnosti jejich reálných předloh studentům. Práce je členěna do tří částí. První část se zabývá matematicko-fyzikálním popisem modelu kuličky na tyči. Jedná se o zástupce systémů, které jsou v otevřené smyčce nestabilní.

Druhá (třetí) část je zaměřena na identifikaci reálného modelu UTIA (TQ). Vychází se z výsledků první části. Případně je popis doplněn o další charakteristiky reálných modelů. Z výsledných popisů jsou vytvořeny virtuální modely.

Abstract

The goal of the bachelor thesis is to create virtual models of particular systems, located in the Laboratory of Automatic Control Theory K26.

The significance of the virtual models lies in the proximity of their activities in real models to students. This thesis is divided into three parts. The first part deals with the mathematical and the physical description of the model Ball and Beam. These are representatives of the systems that are unstable in open loop.

The second (third) part is focused on identifying of the real model UTIA(TQ). It is based on the results of the first part. Eventually the description is ensembled with other characteristics of the real models. From the final descriptions the virtual models are created.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Pavel Pokorný

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (bakalářský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření

Název tématu: Virtuální modely laboratorních systémů

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s možnostmi vytváření virtuálních modelů v programovém prostředí Matlab/Simulink.
2. Vytvořte virtuální modely tří systémů nacházejících se v laboratoři automatického řízení.

Seznam odborné literatury:

Dodá vedoucí práce

Vedoucí: Ing. Petr Hušek, Ph.D.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2009/10

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 13. 3. 2009

Obsah

1	Úvod	1
2	Kulička na tyči	3
2.1	Matematicko-fyzikální popis rotačního servomechanizmu	4
2.2	Převodní mechanizmus	5
2.3	Matematicko-fyzikální popis mechanika tyče a kuličky	5
2.4	Virtuální model systému	8
3	Kulička na tyči UTIA	9
3.1	Experimentální identifikace servomechanizmu	9
3.2	Popis převodního mechanizmu	12
3.3	Experimentální identifikace mechaniky kuličky a tyče	14
3.4	Virtuální model systému	15
4	Kulička na tyči TQ	19
4.1	Experimentální identifikace servomechanizmu	20
4.2	Experimentální identifikace převodního mechanizmu	22
4.3	Experimentální identifikace mechaniky kuličky a tyče	22
4.4	Virtuální model systému	23
5	Závěr	27
Literatura		29
A	Aproximace hystereze	I
B	Model vůle převodního mechanizmu	V
C	Obsah přiloženého CD	VII

Kapitola 1

Úvod

Chceme-li systém úspěšně řídit, je nutné porozumět jeho funkci. Za tímto účelem vytváříme modely systémů, což jsou zjednodušené abstraktní nástroje, používané pro predikci jejich chování.

Cílem práce je vytvořit *virtuální modely*¹ vybraných fyzikálních systémů, používaných v laboratoři teorie automatického řízení K26. Význam modelů spočívá v přiblížení činnosti jejich reálných předloh. Dávají tak studentům možnost seznámit se s modely dříve, než vstoupí do laboratoře. Tato netradiční metoda by měla vést k efektivnější práci studentů v hodině a přispět ke zvýšení zájmu o Řídící techniku.

Bakalářskou práci je možné rozdělit na tři části. V první, jsme se pokusil o popis modelu kuličky na tyči, který představuje nestabilní systém. Samotný princip spočívá v ovládání motoru, pomocí kterého se mění úhel náklonu tyče, což v kombinaci s působením tříhové síly vyvolává odvalování kuličky po vodící tyči. Kapitola se zabývá především fyzikálním popisem a vytvořením obecného virtuálního modelu.

V následujících kapitolách je obecný model konfrontován s reálnými modely UTIA a TQ. Nejprve se pomocí experimentu získají trajektorie vstupních a výstupních proměnných příslušející reálnému modelu, z nich určíme parametry modelu obecného. Poté probíhá porovnání reakce výstupu identifikovaného modelu s reálnou předlohou na společný vstupní signál. Pokud identifikovaný model nevykazuje dostatečnou přesnost reprezentovat chování skutečného systému, přichází na řadu snaha o postihnutí neznámých charakteristik a vytvoření věrnějšího modelu. Na závěr je k identifikovanému modelu vytvořena virtuální realita. Vlastnosti virtuálního modelu by se měly blížit skutečnému laboratornímu vzoru a zkušenosti na něm načerpané by měly být platné i pro reálný model.

¹Pojmem virtuální model bude představovat animovanou 3D scénu, ovládanou pomocí Virtual Reality Toolboxu.

Kapitola 2

Kulička na tyči

Model kuličky na tyči je zástupcem skupiny systémů, s kterými se v praxi setkáváme. Jejich společnou určující vlastností je *nestabilita v otevřené smyčce*. Při jejich řízení a stabilizaci využíváme zpětné vazby.

Jako ukázky praktických příkladů těchto systémů můžu uvést (viz (WELLSTEAD, P., 2004)):

Exotermní reakce v chemickém průmyslu – Pokud se během chemické reakce vytváří teplo, může začít fungovat kladná zpětná vazba. Reakce se s přibývající teplotou začíná zrychlovat, následkem je další ohřívání. Pak je nutné řízením stabilizovat teplotu reakce a předejít tak ničení výsledného produktu.

Řízení polohy plazmatu – Jako budoucí zdroj energie se velmi nadějně jeví kontrolovaná termojaderná fúze. Jeden z problémů bránící jejímu využívání je řízení polohy plazmatu v termonukleárním reaktoru (např. JET, ITER), jehož chování je těžko předvídatelné. Např. nesmí docházet k vyvrhnutí částic plazmatu na stěnu reaktoru.

Vertikální vzhled stíhače F-35 – Úhel náklonu trysek musí být soustavně řízen, aby se předešlo překlopení letadla. Bez zpětnovazebního řízení stability pohybu by zůstaly letouny typu F-35 nebo Harrier těžko uskutečnitelné sny Sira Sydneyho Camma a jeho inženýrů.

Řízení nestabilních systémů je součástí mnoha složitých řídících úloh a je třeba je studovat v laboratoři. Především proto, že reálné nestabilní systémy jsou obvykle nebezpečné a velmi obtíženě by byly přeneseny do laboratoří. Jedním z řešení tohoto paradoxu je právě model kuličky na tyči. Jedná se o jednoduchý, bezpečný mechanizmus, který si ovšem zachovává důležité rysy nestabilních systémů.

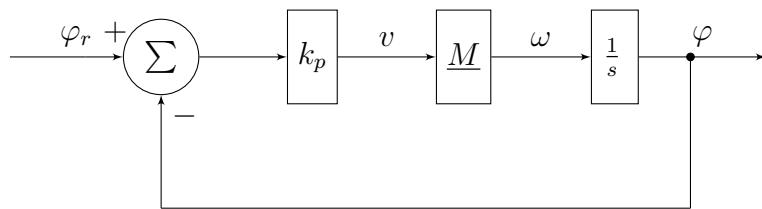
Jako takový je princip modelu velmi jednoduchý. Kulička se odvaluje po povrchu vodící tyče, která je připevněna na hřídel elektromotoru takovým způsobem, že může být

natáčena kolem svého středu. Natočení hřídele motoru způsobuje přiváděný elektrický signál. Pozice kuličky na tyči je měřena pomocí senzoru.

Možných realizací modelu je celá řada. I když se v této kapitole budu snažit o obecný popis, omezím škálu možností s přihlédnutím k fyzickým realizacím, které jsou přítomny v laboratoři K26. Jedná se především o využití rotačního servomechanizmu na místo obecného elektromotoru. Při zanedbání zpětného vlivu kuličky na tyč a odstředivé síly ve směru rovnoběžné s tyčí lze model dekomponovat na části. Popis těchto částí je náplní následujících podkapitol.

2.1 Matematicko-fyzikální popis rotačního servomechanizmu

Princip funkce servomotoru je zachycen na obrázku obr. 2.1, který představuje uzavřenou regulační smyčku s proporcionálním regulátorem o zesílení k_p . Symbol \underline{M} představuje stej-



Obrázek 2.1: Ideové zapojení servomotoru

nosměrný motor jehož vstupem je napětí v a výstupem otáčky ω . Funkcí integrátoru je převod otáček ω na natočení hřídele servomotoru φ , symbol φ_r představuje požadované natočení hřídele servomotoru. Na základě experimentu a rady vedoucího práce jsme po psal stejnosměrný motor přenosem 1.řádu:

$$G_{dc}(s) = \frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{b_0}{s + a_0}$$

přenos otevřené smyčky je:

$$G_{ol}(s) = \frac{k_p b_0}{s(s + a_0)}$$

následně můžeme vyjádřit přenos uzavřené smyčky (celého servomotoru):

$$G_{cl}(s) = \frac{\varphi_r}{\varphi} = \frac{G_{ol}}{1 + G_{ol}} = \frac{k_p b_0}{s^2 + a_0 s + k_p b_0} \quad (2.1)$$

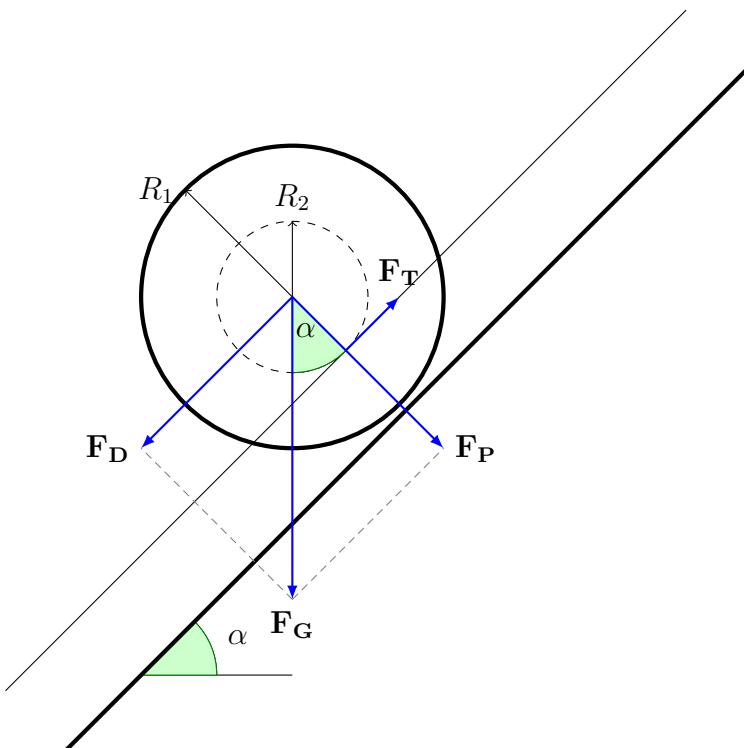
2.2 Převodní mechanizmus

Úkol přenesení natočení unašeče servomotoru φ na tyč, může obecně řešit velmi komplikovaný mechanický stroj. Pokud si situaci zjednodušíme a budeme předpokládat, že náklon tyče α závisí pouze na natočení φ , můžeme ji popsat funkcí $f : \alpha = f(\varphi)$. Dále budu předpokládat, že funkci f můžeme úspěšně approximovat polynomem n-tého stupně:

$$\alpha = a_n x^n + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad n \in \mathbb{N} \quad (2.2)$$

2.3 Matematicko-fyzikální popis mechanika tyče a kuličky

Odvalování kuličky po tyči je možné s dobrou přesností převést na úlohu, kdy se homogenní koule pohybuje na nakloněné rovině (kterou reprezentují vodící dráty) popsanou např. (REICHL, J., VŠETIČKA, M., 2009). Situace je naznačena na obrázku obr. 2.2, dále používané označení sil a rozměrů se vztahuje k tomuto obrázku.



Obrázek 2.2: Boční pohled na pohybující se kuličku

Na kuličku působí *tíhová síla* \mathbf{F}_G , která zapříčiní, že začne kulička konat jak translační tak rotační pohyb. Translační pohyb, nebo-li posuvný pohyb těžiště tělesa, můžeme popsat pohybovou rovnicí:

$$\sum \mathbf{F} = ma$$

kde:

$\sum \mathbf{F}$ – výslednice sil působících na kuličku

m – hmotnost kuličky

a – zrychlení těžiště kuličky

Již zmiňovanou tíhovou sílu \mathbf{F}_G (jejíž velikost je rovna $F_G = mg$) můžeme rozložit do dvou složek na *normálovou sílu* \mathbf{F}_P (kolmá k nakloněné rovině) a *pohybovou sílu* \mathbf{F}_D (rovnoběžná s nakloněnou rovinou). Síla \mathbf{F}_D způsobuje pohyb tělesa dolů po nakloněné rovině, její velikost můžeme vyjádřit jako $F_D = F_G \sin \alpha$. Vlivem neideálních materiálů vzniká na stykových plochách kuličky a vodící tyče tření. Jeho působení popíšeme pomocí třecí síly \mathbf{F}_T . Rozdíl sil $F_D - F_T$ tvoří výslednici sil podílející se na pohybu kuličky, porota můžeme napsat:

$$F_D - F_T = ma \quad (2.3)$$

Navíc koná kulička rotační pohyb, ten je možné popsat pomocí pohybové rovnice:

$$\sum \mathbf{M} = J\epsilon$$

kde:

$\sum \mathbf{M}$ – moment výslednice momentů sil působících na kuličku

J – moment setrvačnosti kuličky, pro homogenní kouli $J = \frac{2}{5} mR_1^2$

ϵ – úhlové zrychlení kuličky

Výslednici momentů sil můžeme popsat jako rozdíl:

$$F_T R_2 - F_V R_2 = J\dot{\omega} \quad (2.4)$$

kde:

R_2 – odvalovaný poloměr kuličky v bočním řezu $R_2 = \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$

Síla \mathbf{F}_V je nutná k překonání valivého odporu, který vzniká v důsledku neabsolutně tuhých materiálů, ze kterých jsou vyrobeny kulička a tyč. Její velikost můžeme vyjádřit jako:

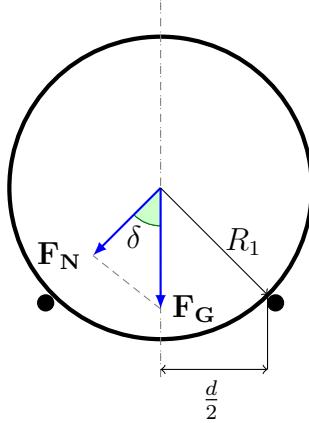
$$F_V = 2 \frac{\xi}{R_1} F_N$$

kde:

ξ – rameno valivého odporu

R_1 – poloměr kuličky

Sílu uvažuji dvojnásobnou, protože se kulička odvaluje po dvou drátech viz obr. 2.3.



Obrázek 2.3: Kulička na drátech

Pomocí úhlu δ ($\delta = \arcsin\left(\frac{d}{2R_1}\right)$) a velikosti těhové síly F_G můžeme vyjádřit velikost síly F_V jako:

$$F_V = q \frac{\xi}{R_1} mg \cos(\alpha)$$

kde:

$$q = 2 \cos(\delta) = 2 \cos\left(\arcsin\left(\frac{d}{2R_1}\right)\right)$$

S vědomím přepočtu úhlové rychlosti na rychlosť valení po drátech $\omega = \frac{v}{R_2} = \frac{1}{R_2} \dot{x}(t)$ dosadíme předešlé vyjádření do vztahu (2.4) a dostaváme:

$$F_T R_2 - R_2 = \frac{2}{5} m R_1^2 \frac{1}{R_2} \ddot{x}(t)$$

z rovnice (2.3) vyjádříme F_T a dosadíme:

$$R_2 m(g \sin(\alpha(t)) - \ddot{x}(t)) - q \frac{\xi}{R_1} mg \cos(\alpha(t)) R_2 = \frac{2}{5} m R_1^2 \frac{1}{R_2} \ddot{x}(t)$$

dalšími úpravami dostaváme:

$$\ddot{x}(t) = \underbrace{\frac{5R_2^2 g}{2R_1^2 + 5R_2^2}}_{k_1} \left(\sin(\alpha(t)) - \underbrace{q \frac{\xi}{R_1} \cos(\alpha(t))}_{k_2} \right) \quad (2.5)$$

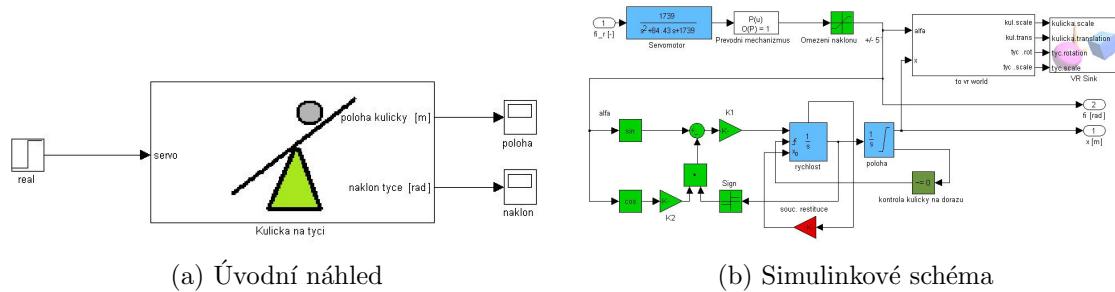
Parametry R_1 , R_2 , ξ , q uvažuji v modelu jako neměnné a nahradím je konstantami k_1 , k_2 . Dostavávám tak výslednou podobu vztahu popisující pohyb kuličky po nakloněné rovině:

$$\ddot{x}(t) = k_1 (\sin(\alpha(t)) - k_2 \cos(\alpha(t))) \quad (2.6)$$

2.4 Virtuální model systému

Souhrnem závěrů předcházejících podkapitol vznikl model kuličky na tyči s některými volitelnými parametry. Jeho simulinkové schéma je na obr. 2.4. Mezi přímo konfigurovatelné parametry modelu patří: počáteční poloha kuličky x_0 , poloměr kuličky R_1 , délka vodící tyče l , rozteč vodících drátů d , rameno valivého odporu ξ .

Při výběru parametrů jsme se snažil vystihnout důležité charakteristiky modelu. Jejich změna se na chování výstupu jednoznačně a výrazně projeví. Některé další parametry (např. dynamika servopohonu, přenos převodního mechanizmu, ...) se jistě na chování modelu také podílí, ale jejich změna není jasně čitelná (dynamika servopohonu), nebo působí spíše matoucím dojmem (přenos převodního mechanizmu). Proto jsme je zvolil jako neměnné.

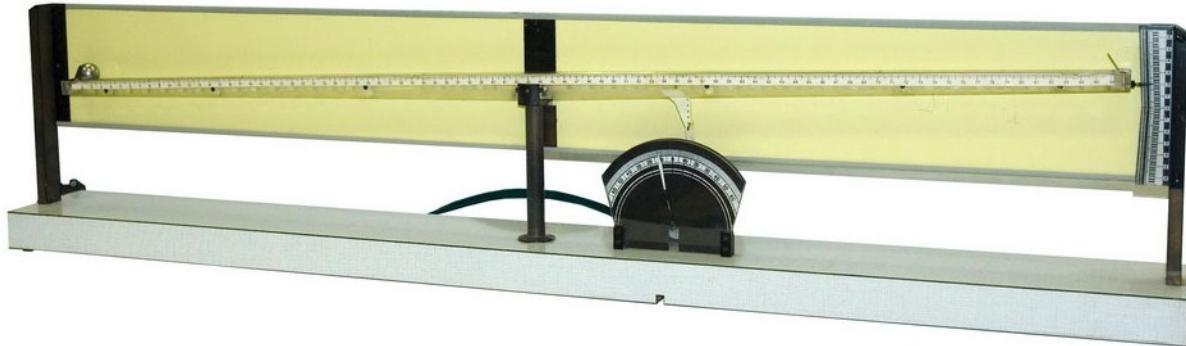


Obrázek 2.4: Obecný model kuličky na tyči

Kapitola 3

Kulička na tyči UTIA

Cílem této kapitoly je popsat reálný fyzikální systém (vyrobený v UTIA) s využitím předchozích výsledků. Systém je složen z rotačního servomechanizmu, převodového mechanizmu a mechaniky tyče. Vstupním napětím je řízen (pomocí servomechanizmu) náklon tyče. Měření polohy tyče i kuličky je kontaktní (odporové) se všemi z toho plynoucími problémy (šum, přechodové děje, ...).



Obrázek 3.1: Laboratorní model

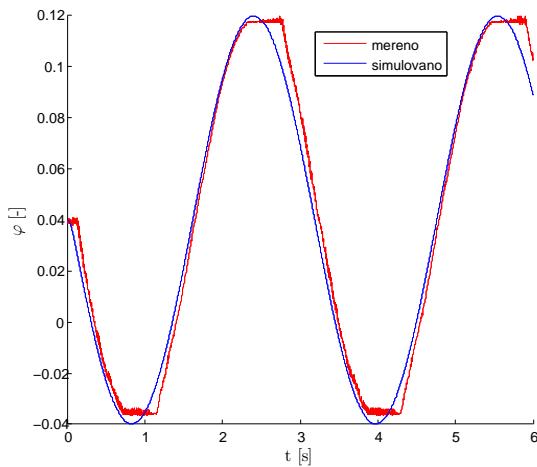
3.1 Experimentální identifikace servomechanizmu

Pro nalezení neznámých konstant z odvozeného matematicko-fyzikálního modelu (2.1) bylo třeba provést experiment. Jako dostačující se ukázala identifikace z přechodové charakteristiky. A zpracování podle tabulek z (FENCLOVÁ, M., PECH, Z., SUKOVÁ, M.,

1993). Identifikovaná přenosová funkce pak je:

$$G_{cl} = \frac{1739}{s^2 + 84,43s + 1739}$$

Při porovnání modelu s realitou, dosahovaly odpovídající přesnosti pouze podobné vstupní signály. V případě jiných vstupních signálů se model s realitou rozcházel. Např. u harmonického signálu docházelo na výstupu k fázovému posunu sestupných částí signálu a zatlumování během průchodu amplitudou viz obr. 3.2. Navíc docházelo k časovému zpoždění za vstupním signálem ($t_{dl} \approx 15$ ms)."

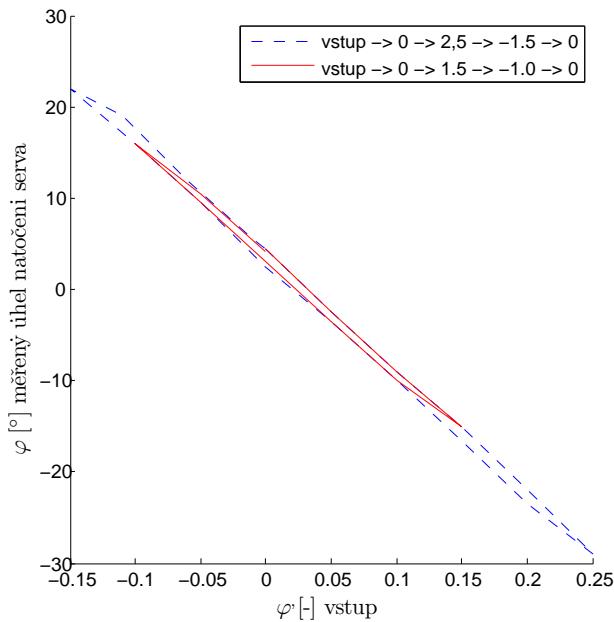


Obrázek 3.2: Porovnání reálného a modelového servomotoru. Vstupní signál $\varphi_r = 0.1 \sin(2t)$

Při proměření statické převodní charakteristiky $\varphi_r \rightarrow \varphi$ vzestupným a poté sestupným směrem se projevila hystereze servomotoru viz. obr. 3.3.

Hystereze je v modelu simulována pomocí *Embedded MATLAB function* *aprox_hyst*. Hystereze je jednou z komplikovaných nelinearit a její přesný popis by byl velmi složitý. K uspokojivým výsledkům vedla approximace pomocí dvojice přímek pro vzestupný a sestupný směr φ_r . V případě změny směru φ_r se výstup φ nemění, dokud φ_r nedosáhne hodnot příslušející hodnotě φ pro opačné rameno hystereze (případně se navrátí k původnímu trendu φ_r). Pro bližší vysvětlení funkce *aprox_hist* viz příloha A.

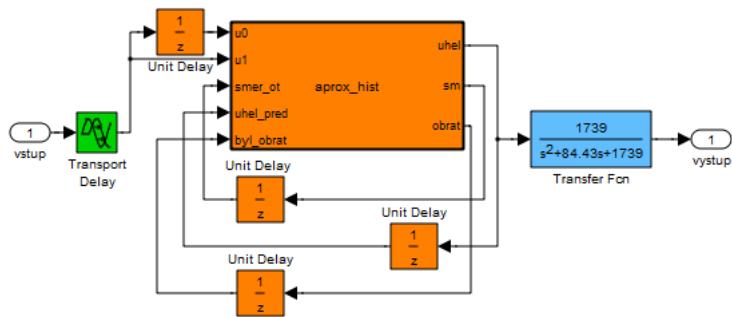
Objektivní příčinu zpoždění výstupního signálu se mi nepodařilo objasnit, ale domnívám se, že na ni má největší podíl vůle v převodovce servomotoru. Celková vůle tyče je přibližně $\Delta\alpha \approx 0,5^\circ$ (je třeba říci, že na této hodnotě se nezanedbatelně podílí i vůle v převodovém mechanizmu). Z přechodové charakteristiky určíme rychlosť nárůstu v okamžiku, kdy se začne vstupní signál projevovat na výstupu, tj derivace v tomto bodě. A zjistíme, že je



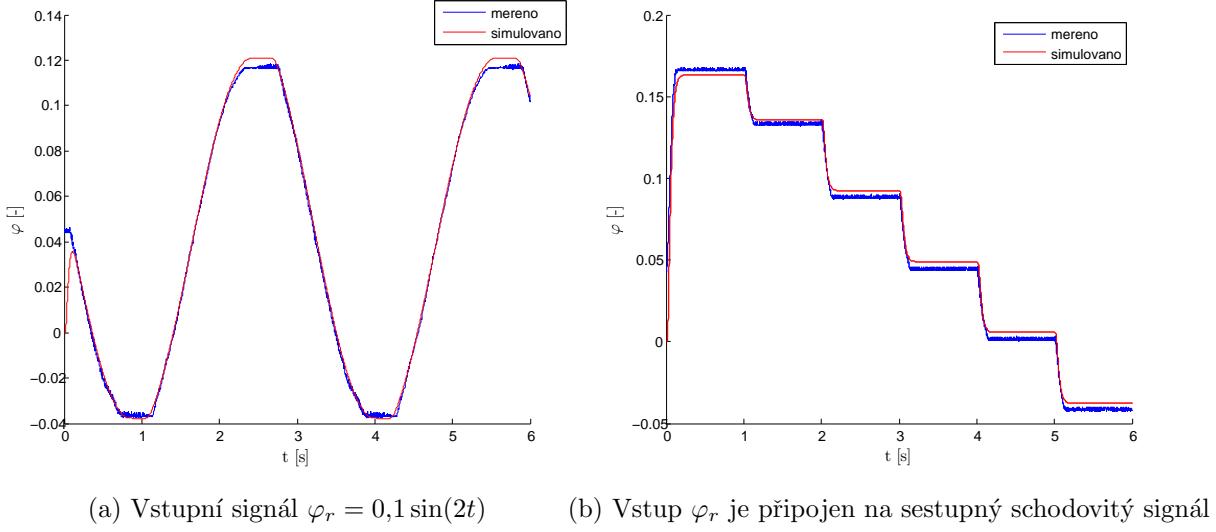
Obrázek 3.3: Statická převodní charakteristika. Vstup φ_r je tvořen scho-
dovitým signálem s proměnnou amplitudou skoku, trendy
amplitud zachycuje legenda

tato rychlosť približne rovna $v_s \approx 30^\circ/\text{s}$. Pri této rychlosťi by se mela tyč pootočiť o $0,5^\circ$ za zhruba 17 ms, což odpovídá měřenému zpoždění $t_{dl} \approx 15$ ms. Další možné vysvetlení zpoždění vidíme ve funkci filtru na vstupu ovládacího zesilovače.

Výše popsané vlastnosti reálného servomotoru jsme se snažil promítnout do modelu, jehož simulinkové schéma je na obr. 3.4. Na obr. 3.5 je porovnání výstupu reálného servomotoru a jeho modelu pro identický vstupní signál.



Obrázek 3.4: Model servomotoru UTIA



Obrázek 3.5: Srovnání odezvy servomotoru a jeho modelu

3.2 Popis převodního mechanizmu

Převodní mechanizmus přenáší natočení unášeče servomotoru na tyč. Principiální schéma je uvedeno na obrázku obr. 3.6. Použité rozměry v této podkapitole se vztahují k tomuto obrázku.

Interval náklonu tyče je $\alpha \in <-5^\circ, 5^\circ>$, proto můžeme tvrdit, že bod P se pohybuje pouze vertikálně (horizontální odchylka Δx pro maximální úhel $\alpha = 5^\circ$ je asi 0,38 % z rozměru p). Úhel náklonu tyče α' (jako výsledek působení servomotoru prostřednictvím převodního mechanizmu na tyč, pro objasnění vztah 3.2) můžeme rozdělit na dvě složky:

$$\alpha' = \alpha_1 + \alpha_2$$

kde:

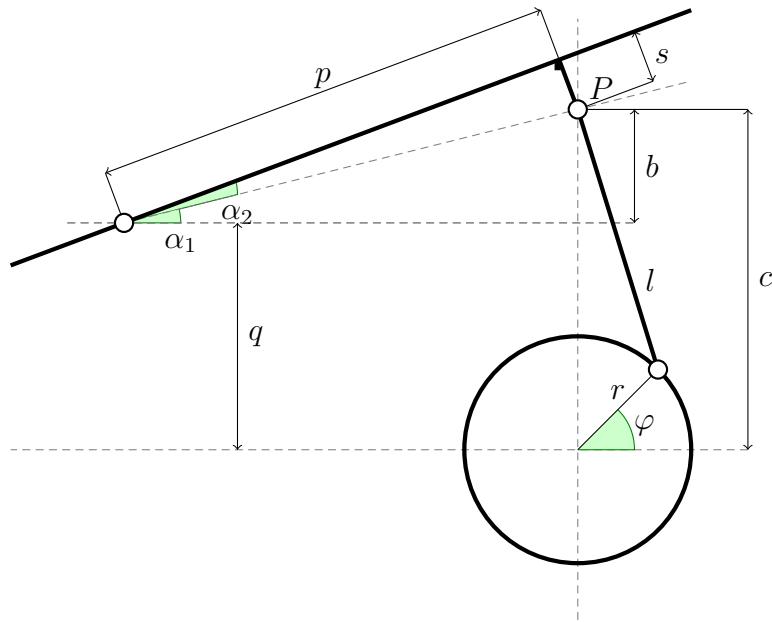
α_2 – konstantní úhel určený ramenem o délce s , jeho velikost $\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{s}{p}\right) = k_1$

α_1 – proměnný úhel, závislý na poloze páky o délce l , jeho velikost $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{b}{p}\right)$

Parametr b můžeme vyjádřit jako rozdíl $b = c - q$. Proměnná c představuje výšku bodu P od středu unášeče servomotoru a je možné ji pomocí Pythagorovy věty vyjádřit jako

$$c = \underbrace{\sqrt{l^2 - (r \cos \varphi)^2}}_{k_2} + r \sin \varphi$$

Vzhledem k malým rozsahům úhlu φ je možné první výraz ve vzorci nahradit kon-



Obrázek 3.6: Převodní mechanizmus

stantou k_2 . Úhel náklonu tyče pak můžeme vyjádřit jako

$$\alpha_1 = \arcsin \left(\frac{r \sin \varphi}{p} + \frac{k_2}{p} \right) + k_1$$

Pomocí vlastnosti funkcí sin a arcsin si můžeme dovolit zjednodušit výraz

$$\alpha_1 = \frac{r}{p} \varphi + k_\varphi$$

kde:

$$k_\varphi = \frac{k_2}{p} + k_1$$

Po dosazení naměřených délek dostáváme přibližný výraz

$$\alpha_1 \approx 0,165\varphi + 0,3562$$

Je třeba zdůraznit, že α_1 a φ v předchozím vztahu měříme v radiánech. Zařízení, ale zobrazuje natočení φ ve strojových jednotkách. Proto je třeba pomocí lineárního vztahu převést radiány na strojové jednotky.

Po dosazení naměřených rozměrů můžeme vyjádřit přenos převodního mechanizmu ($\alpha'[\text{rad}]$, $\varphi[-]$) jako:

$$\alpha' \approx 0,4204\varphi - 0,01925 \quad (3.1)$$

3.3 Experimentální identifikace mechaniky kuličky a tyče

Při pohledu na neznámé konstanty z přenosu (2.6) můžeme říci, že k_1 je určena poloměrem odvalované kuličky R_1 a po změření tohoto rozměru dostáváme $k_1 = 5,454$. Při určování k_2 je třeba odhadnout rameno valivého odporu ξ . Bylo by možné použít tabulkové hodnoty, ale vzhledem ke konstrukci zařízení a neznalosti použitých materiálů jsem využil identifikaci z přechodové charakteristiky. Konstanta k_2 nabyla hodnoty $1 \cdot 10^{-5}$, čemuž odpovídá ramena valivého odporu $\xi = 0,0067$ mm. Tato hodnota zhruba odpovídá tabulkovému údaji pro valení kuličky ložiska po oceli.

Ještě dříve než jsem určil konečnou hodnotu konstant k_1, k_2 , odhalil postup identifikace další vlastnosti reálného modelu. Při podobných počátečních podmínkách (symetrických pro obě natočení) a shodných absolutních hodnotách úhlu natočení tyče $|\alpha|$ byly časy přejezdu stejně dlouhé dráhy x odlišné. Rozdíl činil až 20 %. Příčinu se mi nedářilo delší dobu odhalit. Nakonec ji spatřuji ve dvou vlastnostech tyče.

První vlastnost je křivost samotné tyče. Není na první pohled patrná, rozdíly výšek tyče ve vodorovné poloze na 5 cm délky x nepřesahují řádově milimetry (měřené body můžeme spojit úsečkou, která svírá s rovnoběžnou osou úhly řádově do 2°). Zohlednění této křivosti v simulinkovém modelu obr. 3.7 je označeno jako α'' . Nesymetrii prohnutí jsem parametrizoval několika přímkami, které se přepínají v závislosti na poloze kuličky.

Druhou vlastností, která zapříčinuje nesymetrii tyče, je vůle pohyblivých spojení v převodovém mechanizmu. Ta se projevuje převažováním tyče kuličkou v závislosti na její minulé a současné poloze. Tento jev je nelineární, jeho měření a vyjádření je značně problematické. Proto jsme se uchýlil k jeho linearizace s vědomím dopuštěných chyb. Převažování tyče je simulováno pomocí *Embedded MATLAB function u_korekce_poz_kulicky* viz příloha B, v simulinkovém modelu obr. 3.7 je označeno jako α''' .

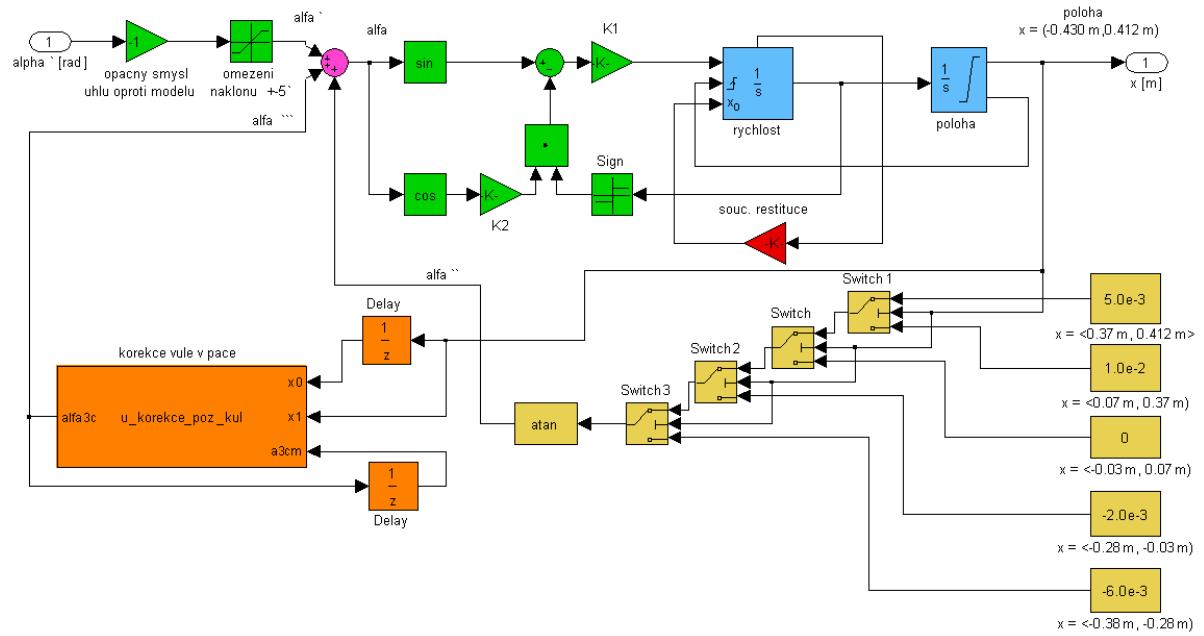
Ve světle předchozích tvrzení můžeme říci, že aktuální sklon po kterém se kulička odvaluje je složen ze tří komponent. A to: α' jako výsledek působení servomotoru, α'' jako zohlednění křivosti tyče a konečně α''' – vliv vůle v pohyblivém spojení.

$$\alpha = \alpha' + \alpha'' + \alpha''' \quad (3.2)$$

Další odlišnosti matematicko-fyzikálního modelu a skutečnosti je délka odvalované tyče. Pokud se dostane kulička do krajní polohy nastane srážka s dorazem. Protože se nejedná o zamýšlené pracovní polohy, celou situaci jsme si značně zjednodušili. V okamžiku

kontaktu je původní rychlosť kuličky \dot{x} zmenšena *koefficientem restituce* a obrácen směr pohybu kuličky.

Po zohlednění všech těchto vlastností reálného modelu jsme provedl několik srovnání chování modelů pro různé vstupní signály viz obrázky 3.8 a 3.9.



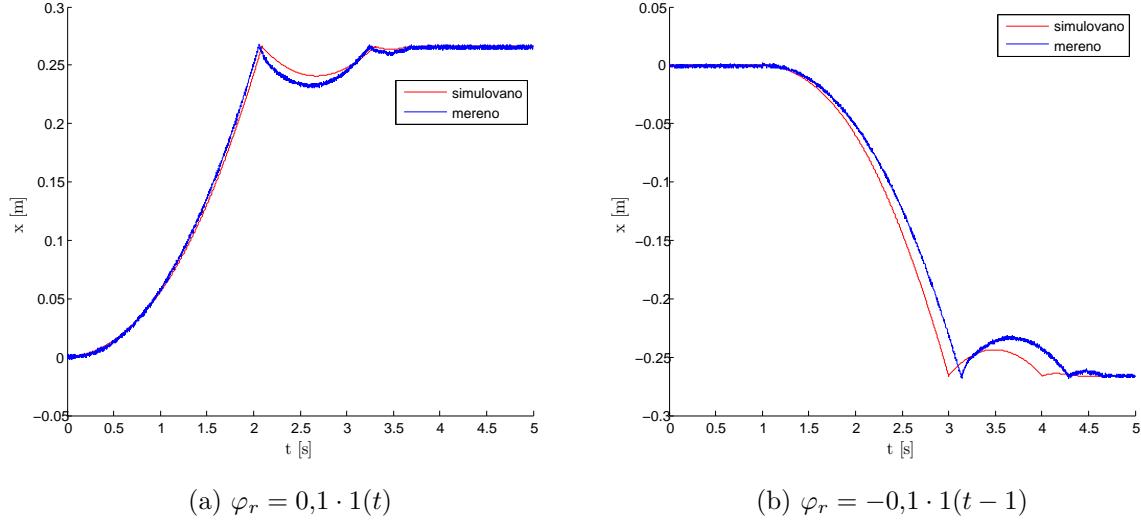
Obrázek 3.7: Simulinkový model tyče a kuličky

3.4 Virtuální model systému

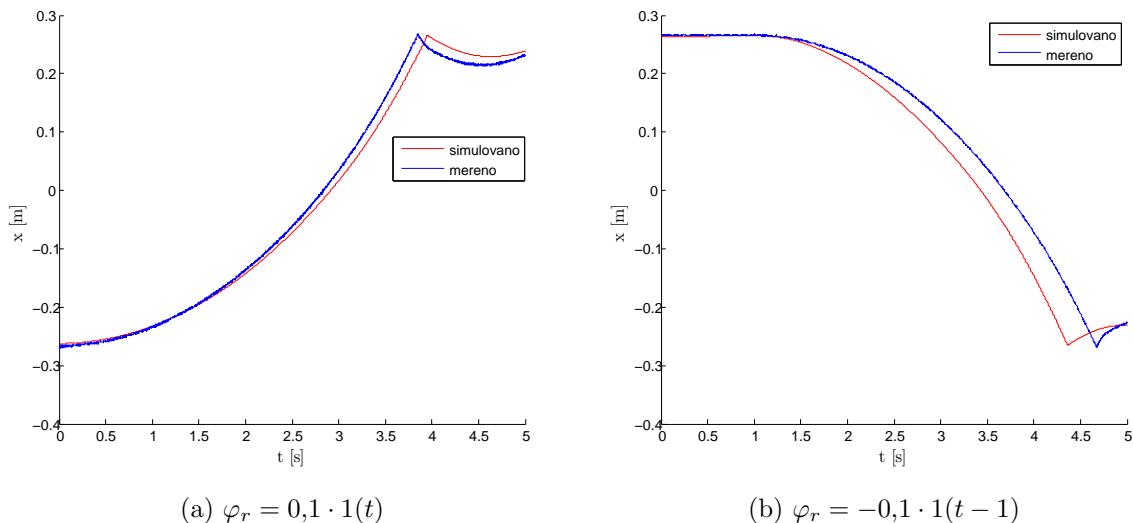
Spojením součástí popisovaných v předchozích kapitolách vzniká celkový model systému, jeho simulinkové schéma je na obr. 3.10.

Nyní je třeba porovnat model a jeho reálnou předlohu. Na obrázcích 3.11 vidíme odezvy modelů na skokové funkce, jejich shoda je velmi dobrá. Pokud porovnáme odezvu na harmonický signál (obr. 3.12), shoda je horší a s přibývajícím časem se dále zhoršuje. Protože skládáním součástí dříve popisovaných dochází i ke sčítání chyb a odchylek. Při harmonickém buzení se jejich vliv (především vůlí) zvýrazňuje a do výsledku více promlouvají než při jednorázovém přejezdu.

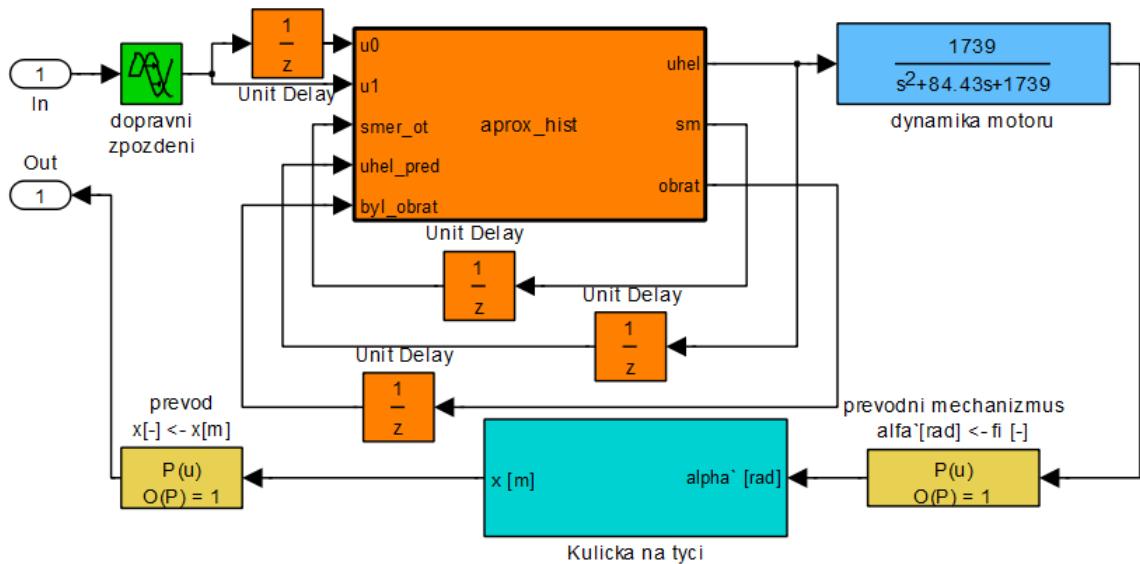
Pro názornou ukázkou funkce modelu jsem vytvořil animovanou 3D scénu, ovládanou Virtual Reality toolboxem. Její náhled je na obr. 3.13



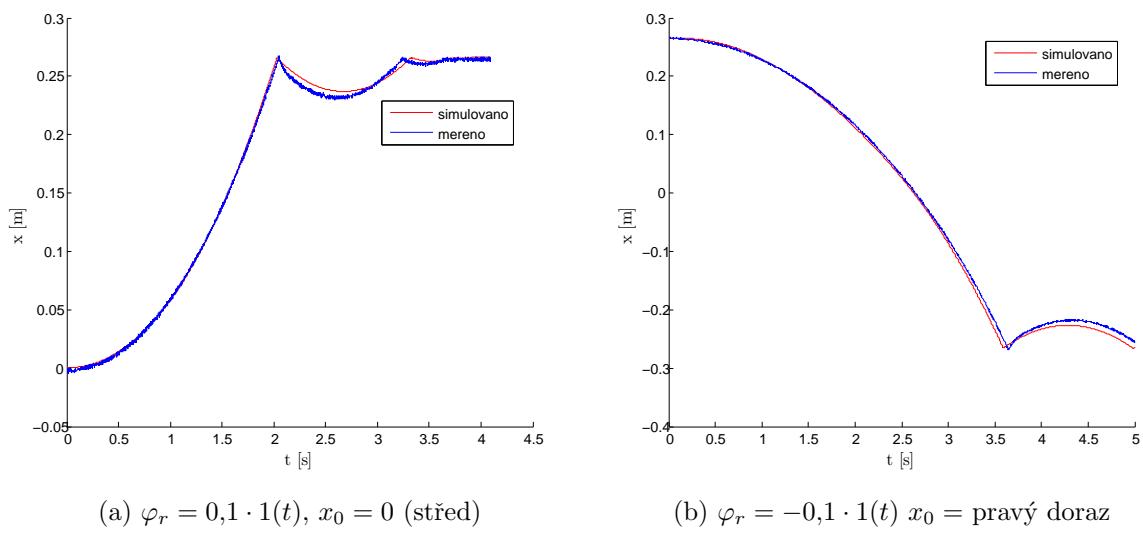
Obrázek 3.8: Porovnání modelů tyče a kuličky. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se nad středem tyče.

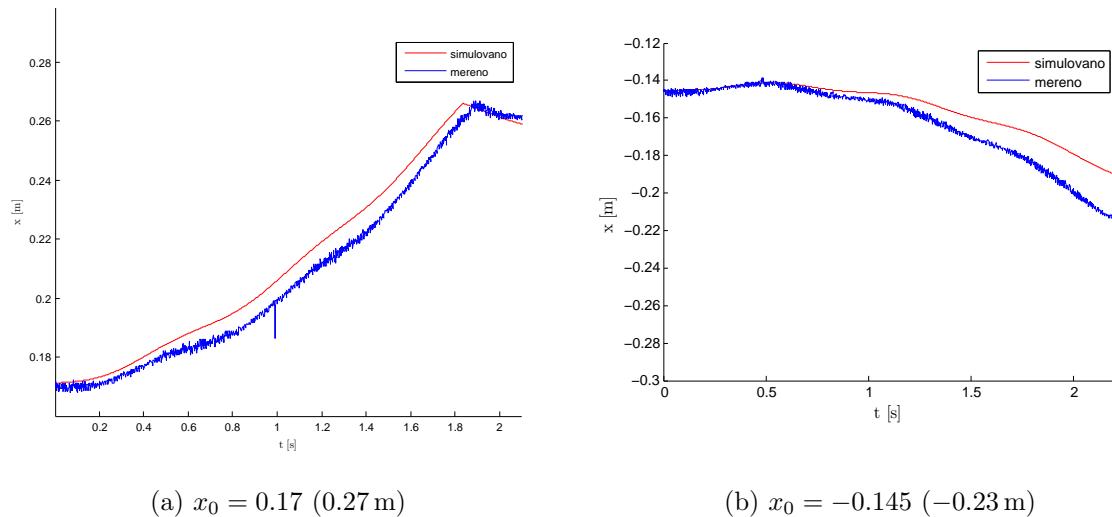


Obrázek 3.9: Porovnání modelů tyče a kuličky. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se u příslušného dorazu. Projízdí celou délku tyče.

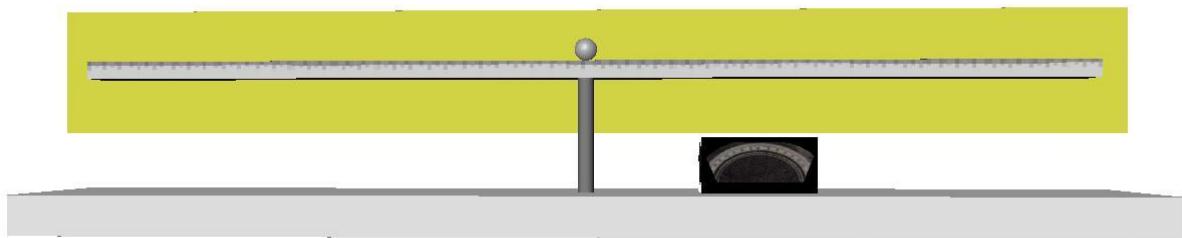


Obrázek 3.10: Simulinkový model kuličky na tyči UTIA

Obrázek 3.11: Srovnání simulace a reálné předlohy. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se v poloze x_0 .



Obrázek 3.12: Srovnání simulace a reálné předlohy. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se v poloze x_0 . Na vstupu $\varphi_r = 0,1 \sin(10t)$:

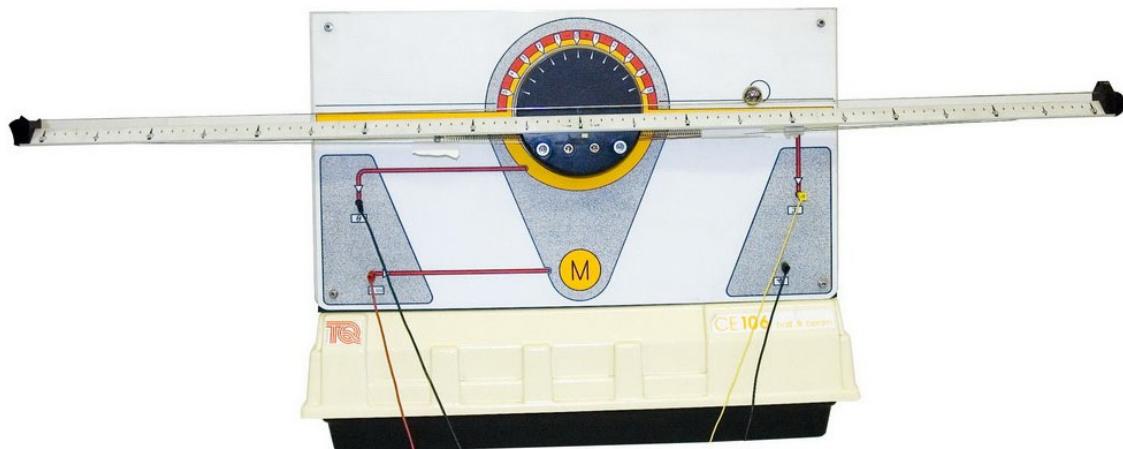


Obrázek 3.13: Virtuální svět modelu UTIA

Kapitola 4

Kulička na tyči TQ

Laboratorní model Kulička na tyči TQ (Ball and Beam) je fyzikální systém vyrobený firmou TecQuipment Ltd určený k výukovým účelům. Obsahuje elektromotor řízený ve zpětné vazbě proporcionálním regulátorem, který umožňuje naklánět tyč přibližně v rozsahu $\pm 10^\circ$ od vodorovné polohy. Skutečný úhel náklonu tyče je snímán potenciometrem připevněným na zadní části modelu. Kulička se pohybuje po dvou rovnoběžných drátech, pomocí kterých je snímána její poloha x . Jeden z drátů je připojen na zdroj napětí a kulička mezi dráty funguje jako jezdec potenciometru, který převádí část napětí na druhý drát.



Obrázek 4.1: Laboratorní model

4.1 Experimentální identifikace servomechanizmu

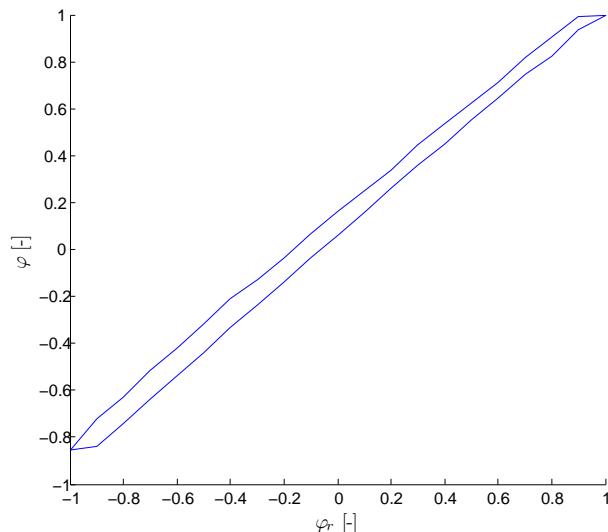
Nejprve jsme provedli identifikaci odvozeného matematicko-fyzikálního modelu (2.1) pomocí přechodové charakteristiky (FENCLOVÁ, M., PECH, Z., SUKOVÁ, M., 1993) a dospěli jsme k přenosové funkci:

$$G_{cl} = \frac{187,5}{s^2 + 36,3s + 188}$$

Na první pohled je patrná odlišnost čitatele přenosu a absolutního členu kvadratické funkce ve jmenovateli přenosu. Důvodem změny čitatele jsou odlišné vlastnosti reálného motoru od teoretického modelu (viz níže). Takto upravený přenos lépe korespondoval s reálným modelem.

Při porovnání modelu servomotoru s jeho reálným vzorem byl výsledek obdobný, jako v případě modelu UTIA (viz kapitola 3.1). Opět docházelo na výstupu k fázovému posunu sestupných částí signálu, zatlumování během změny trendu vstupního signálu a časovému zpoždění za vstupním signálem.

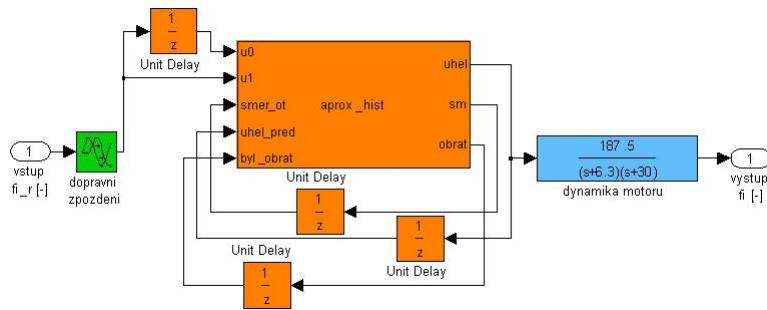
Pro postih těchto vlastností reálného servomotoru jsme využil obdobné postupy, jako v případě modelu UTIA. Nejprve jsem proměnil statickou převodní charakteristiku $\varphi_r \rightarrow \varphi$ pro vzestupný a poté sestupný směr φ_r , výsledkem bylo odhalení hystereze motoru viz obr. 4.2. Zanesení vlivu hystereze do modelu obstarává *Embedded MATLAB function approx_hyst*, její bližší popis je uveden v příloze A.



Obrázek 4.2: Statická převodní charakteristika.

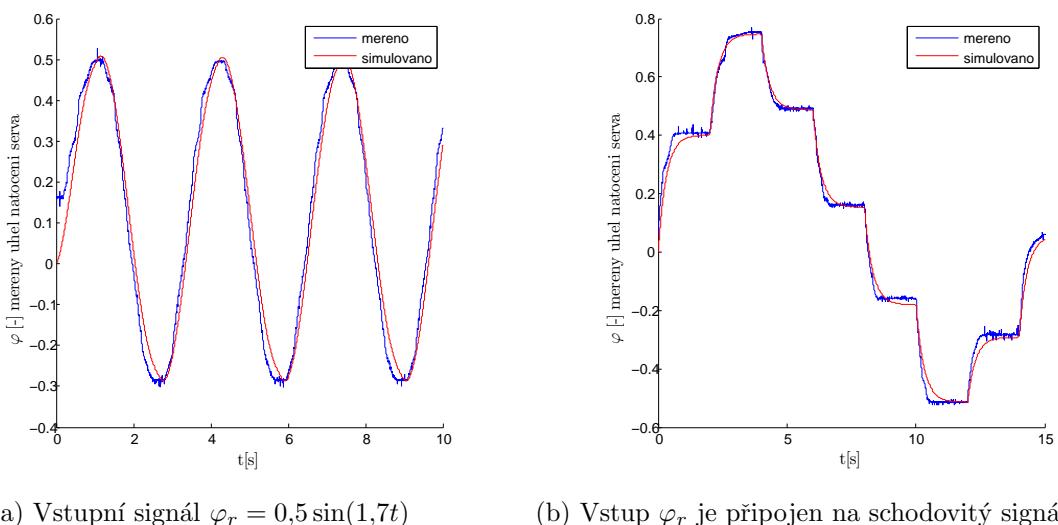
Co se objasnění původu časového zpoždění týče, vzhledem k zakrytování reálného modelu a nemožnosti bližšího zkoumání, si nedovolím odhadovat jeho příčinu.

Výše popsané vlastnosti reálného servomotoru jsme se snažil přenést do modelu, jehož schéma je na obr. 4.3.



Obrázek 4.3: Model servomotoru TQ

Při pozorování výstupu reálného servomotoru a jeho modelu při harmonickém vstupním signálu (obr. 4.4 a), při schodovitém vstupním signálu (obr. 4.4 b), vidíme drobné rozdíly. Ty jsou výsledkem kompromisu při hledání vhodných konstant motoru, aby se chování výstupu modelu blížilo reálnému, jak pro „diskrétní“, tak spojité vstupní signál. Z toho usuzuji, že v modelu nejsou zastoupeny všechny charakteristiky reálného vzoru.

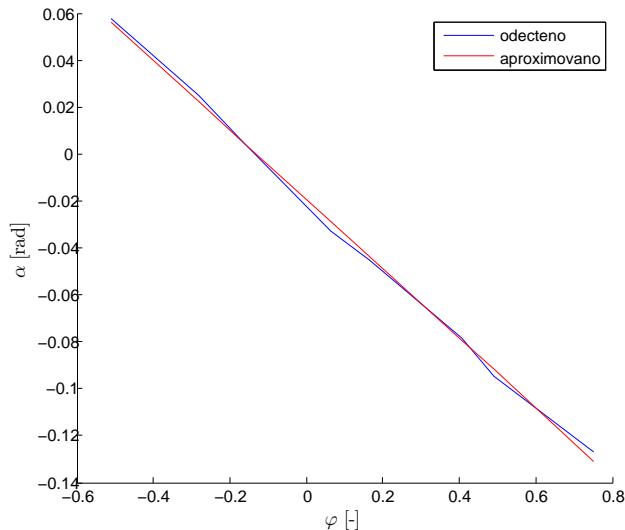


Obrázek 4.4: Porovnání odezvy servomotoru TQ a jeho modelu

4.2 Experimentální identifikace převodního mechanizmu

Vzhledem k výše zmíněnému krytí modelu, nebylo možné popsat mechaniku převodního mechanizmu. Proto jsme se uchýlil k nepřímé metodě identifikace. Budil jsem vstup motoru proměnným diskrétním signálem, odečítal jsem natočení servomotoru φ a skutečný náklon tyče α . Naměřenými daty jsme proložil přímku o předpisu:

$$\alpha = -0,1489\varphi - 0,019$$



Obrázek 4.5: Srovnání odečteného natočení tyče s approximovaným přenosem převodního mechanizmu, pro společný vstupní signál

4.3 Experimentální identifikace mechaniky kuličky a tyče

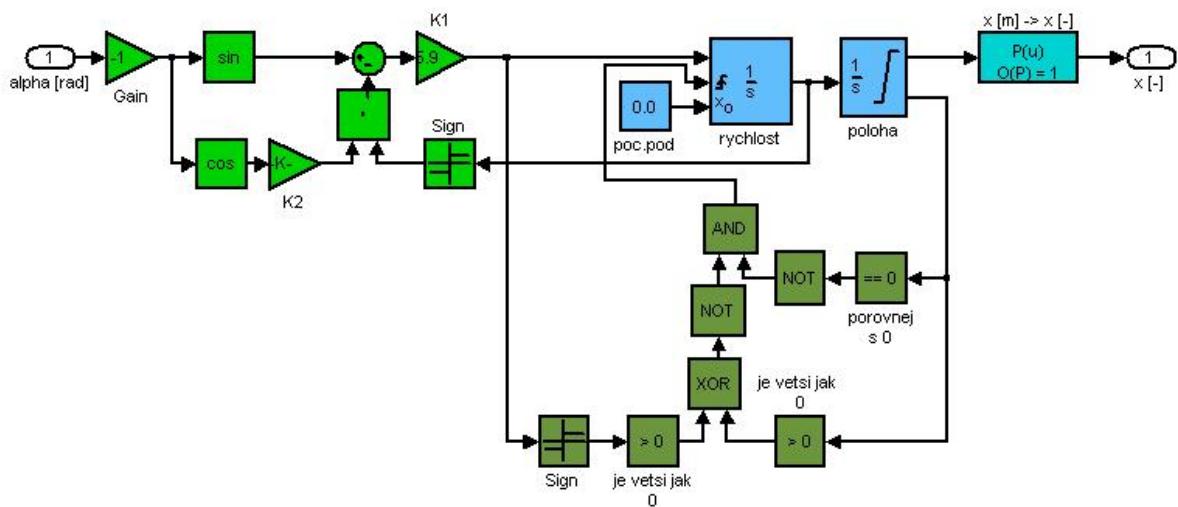
Pro identifikaci podsystému jsem vycházel z přenosu (2.6). Díky konstrukci modelu nejsou rozteče vodících drátů pevně fixovány a mění se v závislosti na poloze kuličky. Proto

je obtížné určit hodnoty k_1, k_2 . Po mnoha pokusech je odhadnout úvahou (aritmetický průměr roztečí, medián roztečí, ...) se ukázal jako nejlepší postup začít s hodnotami odpovídající aritmetickému průměru a ty postupně experimentálně doladit.

Zajímavé je chování skutečného modelu v případě, kdy se dostane kulička na konec vodící tyče. Pokud má při nárazu nízkou rychlosť, je srážka nepružná a kulička zůstává na dorazu. Pro úzký interval rychlostí dochází k malému odrazu. A pro vyšší rychlosti opouští kulička model a její další chování lze nejlépe popsat jako šikmý vrh.

Protože se nejedná o zamýšlené pracovní oblasti modelu, situaci jsme si zjednodušil. V okamžiku kontaktu s dorazem se kulička zastaví v krajní poloze a setrvá v ní do té chvíle, než se změní znaménko úhlu natočení tyče α .

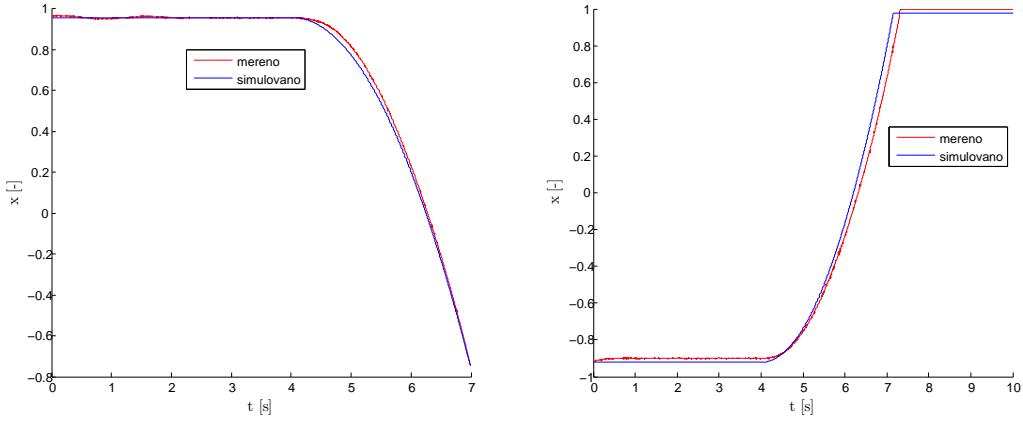
S využitím předchozích poznatků jsem sestavil simulinkový model podsystému obr. 4.6. A provedl několik porovnání chování modelů obr. 4.7.



Obrázek 4.6: Simulinkový model tyče a kuličky

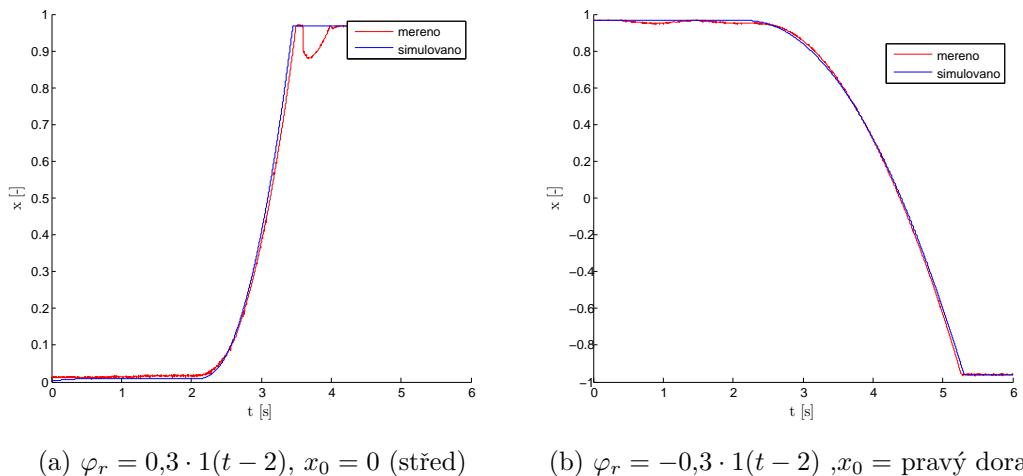
4.4 Virtuální model systému

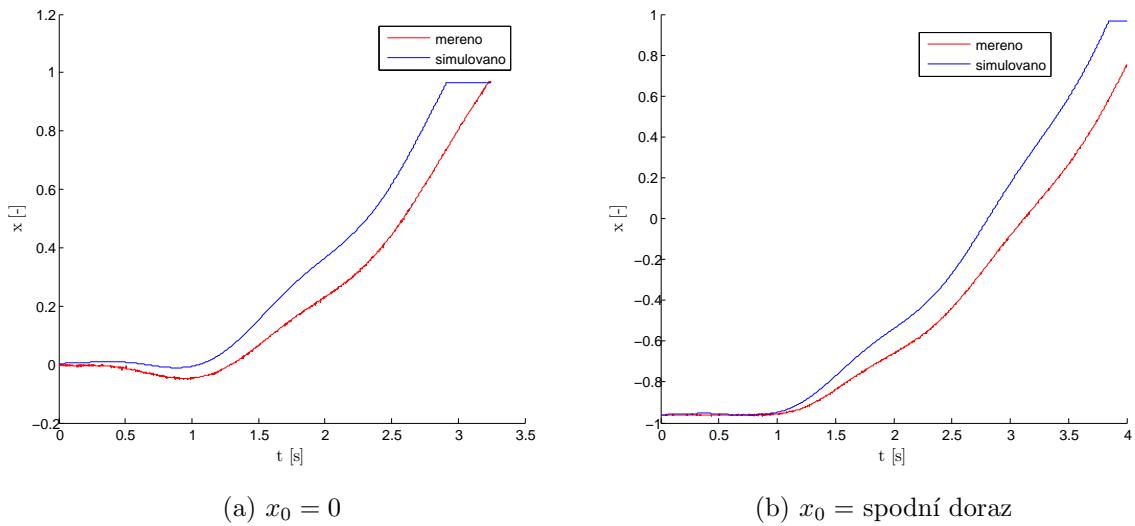
Po spojení podsystémů popisovaných v předchozích kapitolách vznikl celkový model. Při buzení skokovým signálem nastává dobrá shoda výstupů modelu a jeho reálné předlohy (obr. 4.8). Pokud se na společném vstupu objeví harmonický signál (obr. 4.9), je shoda horší. Příčinu odlišnosti spatřuji v nezahrnutí některých charakteristik reálného systému do celkového modelu. Především vliv proměnné rozteče vodících drátů



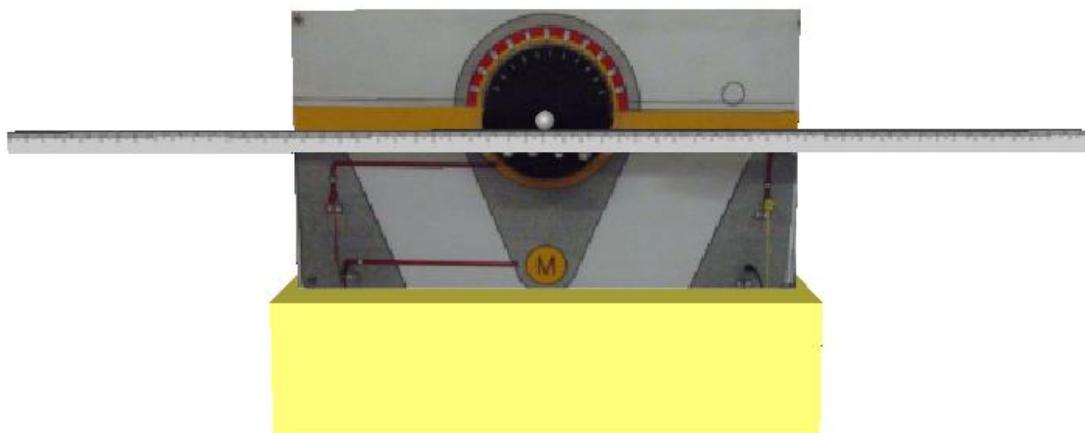
Obrázek 4.7: Porovnání modelů tyče a kuličky

Pro názornou ukázkou funkce modelu jsem vytvořil animovanou 3D scénu, ovládanou Virtual Reality toolboxem. Její náhled je na obr. 4.10

(a) $\varphi_r = 0,3 \cdot 1(t - 2)$, $x_0 = 0$ (střed) (b) $\varphi_r = -0,3 \cdot 1(t - 2)$, $x_0 = \text{pravý doraz}$ Obrázek 4.8: Porovnání celkových modelů. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se v poloze x_0 .



Obrázek 4.9: Porovnání celkových modelů. Na počátku má kulička nulovou rychlosť a nachází se v poloze x_0 . Na vstupu $\varphi_r = 0,6 \sin(5t)$.



Obrázek 4.10: Virtuální svět modelu TQ

Kapitola 5

Závěr

Náplní první části této bakalářské práce bylo vypracovat matematicko-fyzikální popis modelu kuličky na tyči. Jeho základní předpoklad je možnost dekompozice modelu na samostatné části. Pakliže není u skutečné realizace možné toto rozdělení provést a jednotlivé části se zpětně ovlivňují. Je tento popis nevhodný.

V dalších částech jsme se pokusil o sestavení modelů reálných fyzikálních systémů. Při jejich tvorbě jsme vyšel z obecného popisu. Po zjištění, že není dostatečně přesně schopný reprodukovat chování skutečného systému, jsem odhalil další důležité globální charakteristiky. A to především hysterezi servomotoru a vůli v převodním mechanizmu. Ty jsme do výsledných modelů zakomponoval.

Na několika experimentech jsme ověřil, že se modely chovají podobně jako jejich reálné vzory. K modelům přísluší vytvořené virtuální světy, které slouží jako názorná ukázka funkce. Proto si myslím, že je lze použít při výuce.

Literatura

FENCLOVÁ, M., PECH, Z., SUKOVÁ, M., (1993), *Teorie automatického řízení — návody ke cvičením*, Praha: Vydavatelství ČVUT.

FRANKLIN, GENE F.; POWEL, J. DAVID. EMANI-NAEINI, ABBAS. (2006), *Feedback Control of Dynamic Systems*, Fifth Edition , New Jersey: Pearson Prentice Hall. ISBN 0-13-149930-0.

HORÁČEK, P. (2001), *Systémy a modely*, Praha: Vydavatelství ČVUT.

REICHL, J., VŠETIČKA, M. a spol, (2009), *Multimediální Encyklopédie Fyziky*, <http://fyzika.jreichl.com/>.

ROUBAL, J., HUŠEK, P. a spol, (2009), *Základy regulační techniky v příkladech*, Poslední aktualizace 2009-06-25, <http://dce.felk.cvut.cz/roubal/>.

WELLSTEAD, P. (2004), *Ball and Beam 1, Control Systems Principles*, <http://www.control-systems-principles.co.uk/whitepapers/ball-and-beam1.pdf>.

Příloha A

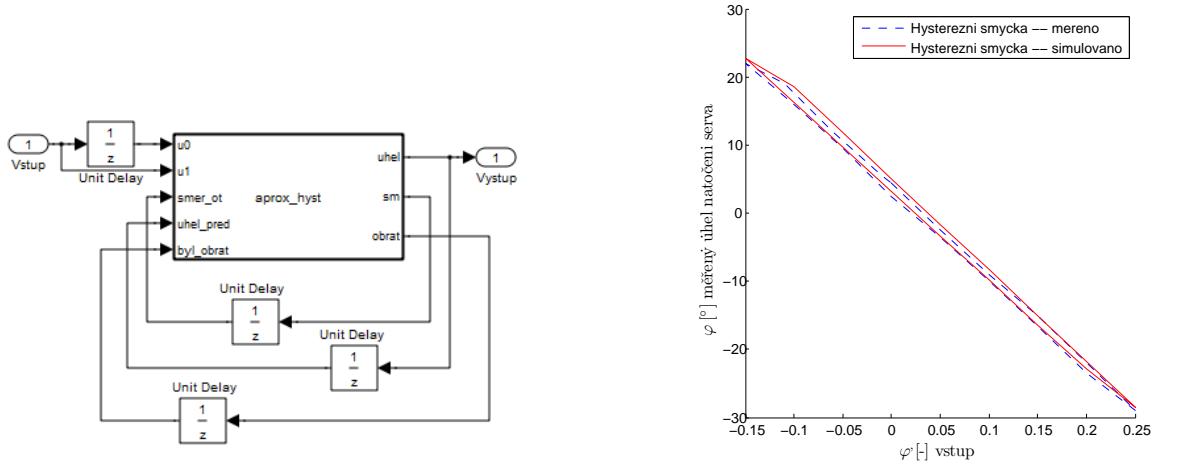
Aproximace hystereze

Během práce na simulaci modelu kulička na tyči vyvstala potřeba approximovat hystereze projevující se v reálném modelu. Hysterezí rozumí vlastnost systému, jehož stav nezávisí pouze na aktuálním vstupu, ale i na předchozích stavech. Navíc při cyklickém opakování vstupních signálů je graf průběhu výstupu v závislosti na vstupu tvořen uzavřenou křivkou – *hysterezní smyčkou* (např. feromagnetický materiál v magnetickém poli).

Model obecné hystereze by byl velmi obtížný. Ale hystereze, které se vyskytovali u modelů popisovaných v této práci, měly společnou vlastnost. A to, že jejich hysterezní smyčka by šla popsat jako úzká (pokud se přidržím příkladu s feromagnetickými materiály, byly by označeny jako magneticky měkké). V tom případě jsem hysterezi simuloval pomocí dvojice přímek (pro vzestupný a sestupný směr vstupu). Simulinkový model je na obr. A.1, společně s porovnáním simulace servomotoru modelu UTIA (viz kapitola 3) a jeho reálné předlohy.

Embeded MATLAB function aprox_hyst nejprve zjišťuje, jestli při minulém provádění funkce nedošlo k obratu směru vstupu. Pokud ne, porovnává se nynější trend vstupu s minulým, jestliže jsou stejné, vypočte se výstup podle příslušné přímky daného trendu. Pakliže jsou trendy různé, (tzn. vstup změnil svůj smysl → horizontální pohyb po hysterezní smyčce) výstup se udrží na minulé úrovni a nastaví se výstup signalizující *obrat* a jeho směr.

Pokud byl v minulém provádění zjištěn obrat směru vstupu, výstup se nemění, dokud se nedostane (během dalších provádění funkce) na úroveň odpovídající udržovanému výstupu v daném směru.



Obrázek A.1: Model hystereze

```
function [uhel, sm, obrat] = approx_hyst(u0, u1, smer_ot, uhel_pred, byl_obrat)
```

```
% vstupy: u0 - napeti v case t = n
%           u1 - napeti v case t = n + 1
%           smer_ot - smer predchoziho pohybu serva 1 = pro vztahajici u
%                           -1 = pro klesajici u
%           uhel_pred - predchozi hodnota vystupniho uhlu
%           byl_obrat - cte minulou hodnotu vystupu obrat
%
% vystupy: uhel - (obecne vystup)uhel natoceni serva
%           sm - smer pohybu vystupniho napeti
%           obrat - signalizuje prechod mezi rameny hysterze
%                     -1 = prechod pri klesajicim napeti
%                     0 = nedochazi k prechodu mezi rameny
%                     1 = prechod pri rostoucim napeti
%
smer = smer_ot;
k_rust = -0.8674; q_rust = 0.049; %parametry primky pro rostouci napeti
k_kles = -0.8425; q_kles = 0.0368; %parametry primky pro klesajici napeti

%-----<< pocatek simulace >>-----
if (smer ~= -1) && (smer ~= 1)
    smer = sign(u1 - u0);
end
fi = 0.0; sme = 0; obraceni = 0; u_max = 0.0; u_min = 0.0;
%pres = 1e5; % presnost porovnavani real cisel
```

--<< telo funkce >>--

```

if (byl_obrat == 0) % minule nedoslo k obartu smeru napeti u
if (smer == 1) && (u0 < u1) % u roste
    sme = 1;
    fi = k_rust*u1 + q_rust;
    obraceni = 0;
end;

if (smer == -1) && (u0 > u1) % u klesa
    sme = -1;
    fi = k_kles*u1 + q_kles;
    obraceni = 0;
end

if (u1 == u0)
    fi = uhel_pred;
    obraceni = 0;
end

if (smer == 1) && (u0 > u1) % zmenil smer, u zacalo klesat / \
    sme = -1; % zmenim smer
    %fi = k_rust*u1 + q_rust;%ale hodnota uhlu zustane
    fi = uhel_pred;
    obraceni = -1;
end

if (smer == -1) && (u0 < u1) % zmenil smer, u zacalo rust \/
    sme = 1; % zmenim smer
    fi = k_kles*u1 + q_kles; %ale hodnota uhlu zustane
    obraceni = 1;
end

elseif (byl_obrat == -1)
    fi = uhel_pred;
    u_max = (uhel_pred - q_rust)/k_rust;
    u_min = (uhel_pred - q_kles)/k_kles;

    if (u0 >= u1) && (u_min <= u1) %kdyz vstupni napeti klesa
        obraceni = -1;
        sme = -1;

```

```

elseif (u0 >= u1) && (u_min > u1)
    obraci = 0;
    sme = -1;
end

if (u0 <= u1) && (u_max >= u1)
    obraci = -1;
    sme = +1;
elseif (u0 <= u1) && (u_max < u1)
    obraci = 0;
    sme = +1;
end

elseif (byl_obrat == +1)
    fi = uhel_pred;
    u_max = (uhel_pred - q_rust)/k_rust;
    u_min = (uhel_pred - q_kles)/k_kles;

if (u0 >= u1)&&(u_min <= u1)
    obraci = +1;
    sme= -1;
elseif(u0 >= u1)&&(u_min >= u1)
    obraci = 0;
    sme= -1;
end

if (u0 <= u1) && (u_max >= u1)
    obraci = +1;
    sme = +1;
elseif (u0 <= u1) && (u_max <= u1)
    obraci = 0;
    sme = +1;
end

end

uhel = fi ;
sm = sme;
obrat = obraci ;

```

Příloha B

Model vůle převodního mechanizmu

V průběhu práce na simulaci modelu kuličky na tyči UTIA 3, bylo třeba popsat vliv vůle v převodním mechanizmu na náklon tyče. Problém je absence senzoru snímajícího náklon tyče (měří se pouze natočení hřídele servomotoru), náklon je možné odečítat pouze ze stupnice.

Proto jsme určil polohu bodů, po jejichž přejetí kuličkou se začne náklon výrazněji měnit. Náklon se ve skutečném modelu mění spojitě, určením význačných bodů a následnou skokovou změnou úhlu náklonu se dopouštím chyby.

Díky dvěma uchycením tyče (osa otáčení a rameno převodního mechanizmu) je třeba popisovat náklon nejen jako funkce aktuální polohy, ale i polohy předchozí – jedná se o jistý druh hystereze.

```
function alfa3c = u_korekce_poz_kul(x0,x1,a3cm)
% simuluje naklaneni tyce v zavislosti na poloze kulicky x.
% vstup:   x0 - starsi poloha kulick x(t = n)
%           x1 - nynejsi poloha kulicky x(t = (n +1))
%           a3cm - minuly stav korekce
% vystup:  alfa3c - korekce nakloneni uhlu

hh = +0.0150;%[m] horni hranice preklapeni
dh = -0.0350;%[m] dolni hranice preklapeni
alfa_kor = 0.00873; %[rad] korekce naklonu tyce

if (x1 > hh) && (x0 > hh)
    a = +0.0;
elseif (x1 < dh) && (x0 < dh)
    a = - alfa_kor ;
elseif (x1 > hh) && (x0 > dh) && (x0 < hh)
```

```
a = +0.0;  
else if (x1 < dh) && (x0 < hh ) && (x0 > dh)  
    a = - alfa_kor ;  
else  
    a = a3cm;  
end  
alfa3c = a;
```

Příloha C

Obsah přiloženého CD

- Adresář BP_2009: Vlastní text bakalářské práce ve formátu pdf
- Adresář VR_reality: Virtuální modely