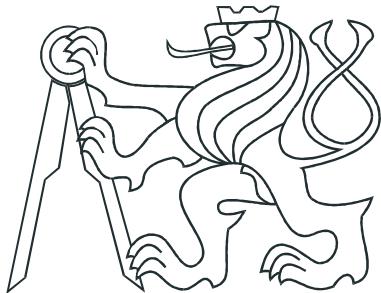


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Planární nekontaktní manipulátor na
principu magnetické levitace

Praha, 2010

Autor: Jan Šíba

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou (bakalářskou) práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne 1.5.2010

podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval především vedoucímu práce panu Ing. Zdeňku Hurákovi, Ph.D. za jeho vedení, nápady a motivaci, kterou mne po celou dobu práce zahrnoval. Bez jeho pomoci by práce nikdy nemohla vzniknout.

Dále bych rád poděkoval panu Doc. Ing. Petru Kašparovi, Csc. za jeho pomoc a rady při konstrukci cívek.

V neposlední řadě děkuji panu Ondřejovi Forstovi za jeho pomoc s korekcí textu a s nápady na grafickou úpravu.

Abstrakt

Tato práce se zabývá možnostmi řízení polohy permanentního magnetu v magnetickém poli generovaném skupinou elektromagnetů. Práce obsahuje shrnutí teorie pro řízení pohybu tělesa v obecném silovém poli, včetně simulačního softwaru, vyvinutého v prostředí MATLAB. Dále je v práci uveden popis konstrukce experimentální platformy a pokusů, které vedly k analýze možností dosažení volné magnetické levitace i levitace s omezeným stupněm volnosti. Součástí práce jsou také matematické modely vybraných magnetických polí.

Abstract

This diploma thesis deals with problems of position control of permanent magnet which is exposed to magnetic field generated by a group of electromagnets. This is a summary of theoretical knowledge of objects in magnetic fields and their movement control, including simulation software developed in Matlab. Part of this thesis is dedicated to a description of development, kit construction and experiments, which led to possible analysis of both free magnetic levitation and levitation with limited degrees of freedom. Mathematical models of chosen magnetic fields are also included.

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

Katedra řídicí techniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Jan Šíba**

Studijní program: Elektrotechnika a informatika (magisterský), strukturovaný
Obor: Kybernetika a měření, blok KM1 - Řídicí technika

Název tématu: **Planární nekontaktní manipulátor na principu magnetické levitace**

Pokyny pro vypracování:

1. Navrhněte a postavte rovinné pole (aspoň 2x2 nebo až 8x8) samostatně ředitelných elektrických cívek, které bude realizovat planární manipulátor na principu magnetické levitace. Manipulovaným objektem nechť je malý plochý magnet či diamagnet (pyrolytický grafit).
2. Takový systém analyzujte z hlediska přímovazebního i zpětnovazebního řízení.
3. Coby senzor pro zpětnovazebního řízení použijte kameru, případně navrhněte jiný způsob detekce pozice a orientace součástky nad rovinným polem cívek.

Seznam odborné literatury:

- [1] I.J.C. Compter, Electro-dynamic planar motor, Precision Engineering, vol. 28, Apr. 2004, pp. 171-180.
[2] A.K. Geim, M.D. Simon, M.I. Boamfa, and L.O. Heflinger, Magnet levitation at your fingertips, Nature, vol. 400, Jul. 1999, pp. 323-324.

Vedoucí: Ing. Zdeněk Hurák, Ph.D.

Platnost zadání: do konce letního semestru 2010/2011

prof. Ing. Michael Šebek, DrSc.
vedoucí katedry



M. Šebek
doc. Ing. Boris Šimák, CSc.
děkan

V Praze dne 4. 12. 2009

Obsah

Seznam obrázků	ix
1 Úvod	1
2 Řízení pohybu tělesa pomocí silového pole	3
2.1 Silové pole	3
2.2 Těleso v silovém poli	4
2.2.1 Dvojrozměrné těleso v silovém poli	7
2.3 Pohybové rovnice tělesa v silovém poli	8
2.4 Simulace pohybu tělesa v silovém poli	10
2.4.1 Popis funkce pro simulaci pohybu tělesa v silovém poli	10
2.5 Příklad použití funkce při simulaci „slepého“řízení polohy	17
3 Simulace magnetické levitace metodou konečných prvků	21
3.1 Motivace	21
3.2 Pole souhlasně orientovaných magnetů	22
3.3 Pole souhlasně orientovaných magnetů s klesající remanencí	23
3.4 Antiparalelně orientované magnety	25
4 Experimentální platforma	27
4.1 Motivace	27
4.2 Výroba platformy	27
4.2.1 Požadavky na elektromagnety	27
4.2.2 Výroba elektromagnetů	30
4.2.3 Kompletace platformy	33
4.2.4 Připojení k PC	34
4.2.5 Permanentní magnety	36
4.3 Experimenty	37

4.3.1	Zobrazování tvarů magnetického pole	37
4.3.1.1	Zobrazování pole generované elektromagnety	38
4.3.1.2	Zobrazování pole generované permanentními magnety . .	43
4.3.2	Levitace s omezením stupně volnosti	46
4.3.3	Levitace bez omezení stupně volnosti	52
4.3.3.1	Planární řízení polohy magnetu	54
5	Závěr	57
Literatura		60
A Obsah přiloženého CD		I

Seznam obrázků

2.1	Popis stejného pole pomocí intenzity a potenciálu	4
2.2	Význam jednotlivých složek Maxwellova tenzoru napětí	6
2.3	Demonstrace zdvojení indukce u dvojrozměrného tělesa	7
2.4	Příklad popisu pole pomocí hustoty intenzity	8
2.5	GUI funkce pro simulaci pohybu tělesa	11
2.6	Příklad pole <i>Radial field (const. gradient)</i>	12
2.7	Příklad pole <i>Radial field (decreasing gradient)</i>	12
2.8	Příklad pole <i>Radial field (growing gradient)</i>	13
2.9	Příklad pole <i>Squeezing Field</i>	13
2.10	Příklad výchozí situace	18
2.11	Trajektorie středu součástky	18
2.12	Trajektorie vrcholů při natáčení součástky	19
2.13	Průběh simulace z různých počátečních pozic	20
3.1	Potenciál magnetického pole při souhlasně orientovaných magnetech	22
3.2	Potenciál magnetického pole při nesymetrické poloze magnetu	23
3.3	Potenciál magnetického pole generovaný magnety s klesající remanencí	24
3.4	Potenciál magnetického pole při nesymetrické poloze magnetu	25
3.5	Potenciál magnetického pole antiparalelně postavených magnetů	26
4.1	Náhradní sériové schéma cívky	28
4.2	Frekvenční charakteristiky cívek s různými indukčnostmi	29
4.3	Jádro cívek	32
4.4	Platforma	34
4.5	Schéma PWM pro jeden vstup	35
4.6	Blokové schéma připojení platformy k MATLABu	36
4.7	Hysterezní smyčka neodymového magnetu s pracovním bodem	36
4.8	Magnetické pole generované jednou cívkou zobrazené flux detektorem	38

4.9	Magnetické pole generované čtyřmi souhlasně orientovanými cívkami	39
4.10	Magnetické pole generované čtyřmi antiparalelně orientovanými cívkami	40
4.11	Magnetické pole generované cívkou zobrazené ferrofluidem	41
4.12	Magnetické pole generované souhlasně zapojenými cívkami	42
4.13	Magnetické pole generované opačně zapojenými cívkami	42
4.14	Magnetické pole generované opačně zapojenými cívkami	43
4.15	Pole diskového magnetu zobrazené pomocí ferrofluidu a železných pilin .	44
4.16	Magnety s vnitřním otvorem	45
4.17	Magnetické pole generované permanentním magnetem s otvorem uprostřed	45
4.18	Magnetické pole tenkého pryžového magnetu	46
4.19	Poloha magnetu při skokové změně střídy z 0 na 1	47
4.20	Závislost výšky levitujícího magnetu na hodnotě střídy.	47
4.21	Poloha magnetu při měření přechodové charakteristiky	48
4.22	Přechodová charakteristika magnetu	49
4.23	Srovnání přechodové charakteristiky modelu a naměřených dat	51
4.24	Poloha velkého magnetu při skokové změně střídy z 0 na 1	52
4.25	Orientace cívek vzhledem k permanentnímu magnetu	55
4.26	Screenshoty z pohybu magnetu po platformě	56

Kapitola 1

Úvod

Motivací této práce je prozkoumat možnosti přímovazebního a zpětnovazebního řízení polohy a orientace levitujícího permanentního magnetu pomocí pole elektromagnetů v prostoru.

Levitací se rozumí setrvalý pohyb tělesa nad podložkou. Jednou z možností, jak na těleso působit potřebnou silou, je pomocí magnetického pole.

Vložíme-li do magnetického pole těleso z diamagnetického materiálu, bude toto těleso z pole vypuzováno. Tohoto efektu se využívá například v rychlostních vlacích, které se vznášejí nad kolejistěm. K dosažení dostatečné síly je nutné velmi silné magnetické pole, či látka s velmi malou hodnotou permeability. Výhodou tohoto druhu levitace je, že systém má stabilní ekvilibrium a nepotřebuje zpětnou vazbu (*Diamagnetic Levitation*, n.d.).

Další možnosti, jak dosáhnout levitace, je umístit zdroj magnetického pole nad feromagnetickou látkou. Feromagneticky měkká látka je ke zdroji magnetického pole přitahována a tato síla by mohlo zapříčinit levitaci. U feromagneticky tvrdé, zmagnetované látky můžeme využít odpudivé síly, kterou na sebe působí dva stejně orientované magnety. U těchto druhů levitace se existence stabilního ekvilibria předpokládat nedá (COEY, J., 1996). Součástí této práce, jsou experimenty mající za cíl ověřit, jaká zpětná vazba je nezbytné ke stabilní levitaci.

Cílem této práce je, kromě magnetické levitace, ověřit možnosti komplexním řízením pohybu magnetu ve všech třech dimenzích. Protože permanentní magnet se nedá modelovat jako hmotný bod, je zde věnován prostor rozboru problematiky působení obecného

silového pole na hmotné objemné těleso, včetně vytvoření softwaru, který pohyb simuluje. Dále se pokusím modelovat tvary magnetických polí při různých možnostech konfigurace magnetů za účelem dosažení magnetické levice. K vytvoření těchto modelů používám software, který pracuje na principu metody konečných prvků. Aby bylo možné teoretické výsledky a předpoklady ověřit, vyrobil jsem experimentální platformu, na které se nachází pole samostatně řiditelných elektromagnetů. Pomocí této platformy pak demonstruji a analyzuji reálné možnosti řízení polohy a natočení permanentního magnetu.

Kapitola 2

Řízení pohybu tělesa pomocí silového pole

2.1 Silové pole

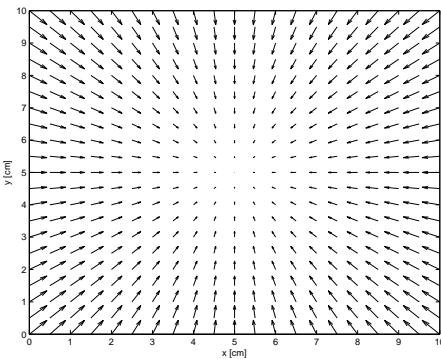
Pole je forma hmoty, která zprostředkovává silové interakce. Matematicky je pole funkcí, která každému bodu prostoru přiřadí hodnotu fyzikální veličiny. Podle druhu této veličiny můžeme pole rozdělit na pole skalární, vektorové nebo obecně tenzorové¹. Podskupinou polí jsou pole silová (KVASNICA J., 1985).

Silová pole zprostředkovávají silové interakce a často se popisují jako pole vektorová. Přiřazovanou fyzikální veličinou je zde intenzita pole, to je veličina popisující stupeň síly. Podskupinou silových polí jsou tzv. pole konzervativní. V konzervativních polích platí, přesuneme-li libovolný bod po uzavřené dráze, nekonáme práci. Jinými slovy práce potřebná k přemístění hmotného bodu z místa A do místa B záleží pouze na vzájemné poloze míst A a B , nikoli na dráze, po které se bod pohybuje. Konzervativní pole můžeme kromě intenzity popsat i pomocí práce, kterou musíme vykonat, abychom hmotný bod přemístili do vztazného bodu. Fyzikální veličina, která této práci odpovídá, se nazývá potenciál. Potenciál odpovídá práci, jedná se tedy o skalární veličinu, a proto je možné konzervativní pole popsat i jako pole skalární podle vztahu (KVASNICA J., 1985)

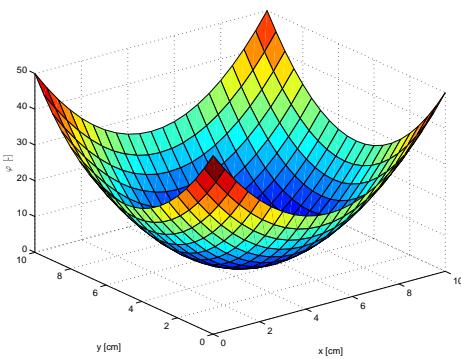
$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\text{grad } \varphi(x, y, z), \quad (2.1)$$

kde $\mathbf{E}(x, y, z)$ je intenzita a $\varphi(x, y, z)$ je potenciál. Na obrázku obr. 2.1 je zobrazen příklad popisu rovinného pole pomocí potenciálu a pomocí intenzity.

¹Skalár je tenzor nultého a vektor prvního řádu (KVASNICA J., 1997).



(a) Pole popsané pomocí intenzity



(b) Pole popsané pomocí potenciálu

Obrázek 2.1: Popis stejného pole pomocí intenzity a potenciálu

Nutnou podmínkou pro konzervativnost pole je absence ztrát energie, způsobená například mechanickým třením. Jinými slovy, energie tělesa se musí za všech okolností zachovávat.

2.2 Těleso v silovém poli

Pokud do silového pole vložíme hmotný bod, začne na něj pole působit silou, která je úměrná intenzitě v místě, kde se hmotný bod nachází. Například, vložíme-li náboj do elektrického pole, bude síla působící na tento bod dána vztahem

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{E}}{Q}, \quad (2.2)$$

kde \mathbf{F} [N] je síla, \mathbf{E} [Vm^{-1}] je intenzita a Q [C] je elektrický náboj.

Výrazná komplikace nastává, pokud do silového pole vložíme hmotné objemné těleso. Již není možné hovořit o síle působící na těleso, ale o hustotě síly, která působí na každý objemový element tohoto tělesa. Hustota této síly na objemový element se dá v elektromagnetickém poli vyjádřit pomocí Maxwellova tenzoru napětí (KVASNICA J., 1985) (WOODSON, HERBERT H. a JAMES R. MELCHER, n.d.).

Maxwellův tenzor napětí je tenzor druhého řádu, který je dán vztahem

$$T_{i,j} = u\delta_{i,j} - (E_i D_j + H_i B_j), \quad (2.3)$$

kde $i, j \in \{x, y, z\}$, $T_{i,j}$ je Maxwellův tenzor napětí, \mathbf{E} [Vm^{-1}] je intenzita elektrického pole, \mathbf{D} [Cm^{-2}] je elektrická indukce, \mathbf{B} [T] je magnetická indukce, \mathbf{H} [Am^{-1}] intenzita magnetického pole, $\delta_{i,j}$ je Kroneckerovo delta

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow i = j \\ 0 \Leftrightarrow i \neq j \end{cases} \quad (2.4)$$

a u [Jm^{-3}] je hustota energie elektromagnetického pole, která je dána vztahem

$$u = \frac{1}{2} (\mathbf{ED} + \mathbf{HB}). \quad (2.5)$$

Pokud se omezíme jen na magnetické pole v izotropním prostředí a využijeme vztahu

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (2.6)$$

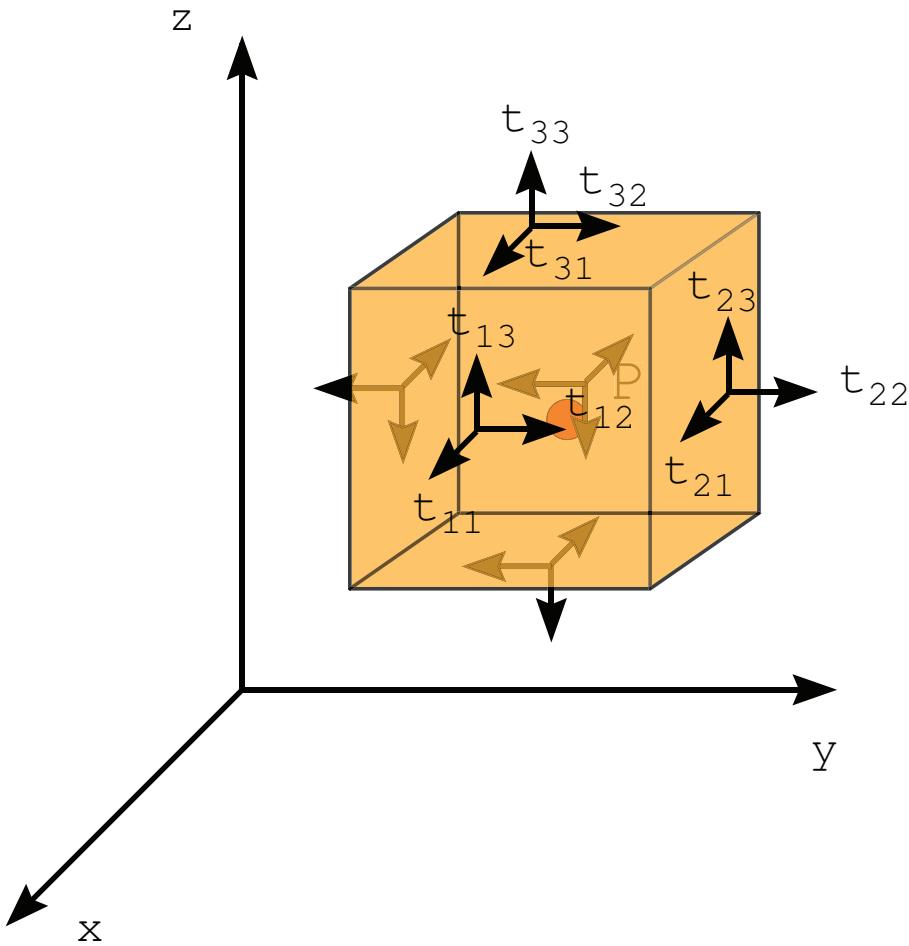
kde μ [Hm^{-1}] je magnetická permeabilita, můžeme psát

$$T_{i,j} = \frac{1}{\mu} B_i B_j - \frac{1}{2\mu} \mathbf{B}^2 \delta_{i,j}. \quad (2.7)$$

Maxwellův tenzor napětí podle vztahu (2.7) zapsaný jako matice vypadá takto

$$\begin{aligned} T_{i,j} &= \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2\mu} B^2 - \frac{1}{\mu} B_x B_x & -\frac{1}{\mu} B_x B_y & -\frac{1}{\mu} B_x B_z \\ -\frac{1}{\mu} B_y B_x & \frac{1}{2\mu} B^2 - \frac{1}{\mu} B_y B_y & -\frac{1}{\mu} B_y B_z \\ -\frac{1}{\mu} B_z B_x & -\frac{1}{\mu} B_z B_y & \frac{1}{2\mu} B^2 - \frac{1}{\mu} B_z B_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Význam jednotlivých složek je patrný z obrázku obr. 2.2.



Obrázek 2.2: Význam jednotlivých složek Maxwellova tenzoru napětí

Význam Maxwellova tenzoru udává rovnice pro kontinuitu hybnosti elektromagnetického pole

$$\frac{\partial}{\partial t} (p_i + g_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} T_{i,j} = 0, \quad (2.9)$$

kde t [s] je čas, p [$\text{kg}\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}$] je hustota hybnosti prostředí a g [$\text{kg}\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}$] je hustota hybnosti elektromagnetického pole. Využijeme-li vztahu mezi silou a hybností

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}, \quad (2.10)$$

který zřejmě platí i pro hustoty těchto veličin a aplikujeme Gausovu větu (KVASNICA J., 1985) (KVASNICA J., 1997), dostaneme vztah

$$\mathbf{f} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V (p_i + g_i) dV = \oint (T_{i,j} n_j) ds, \quad (2.11)$$

kde f je hustota síly [Nm^{-3}] a n_j je jednotkový normální vektor k elementu plochy ds . Levá strana rovnice (2.11) vyjadřuje časový úbytek i -té složky celkové hybnosti přes

uzavřenou plochu do okolního prostoru. Z toho vyplývá, že každý prvek Maxwellova tenzoru $T_{i,j}$ představuje množství i -té složky hybnosti, která proteče jednotkovou plochou kolmou k j -té ose za jednotku času.

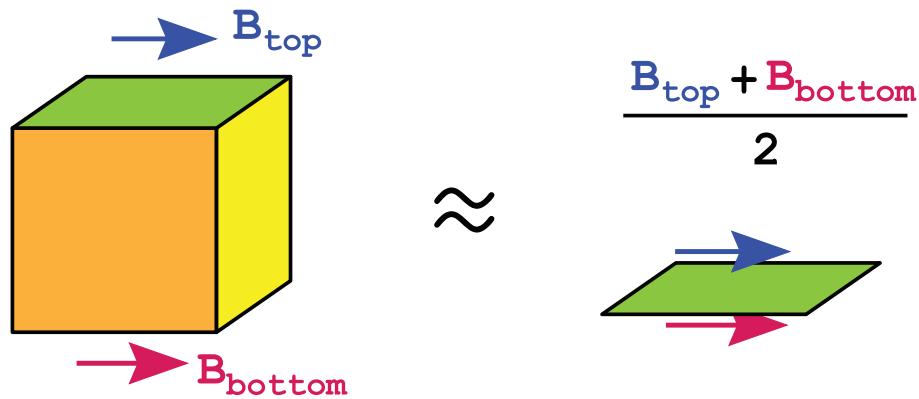
Chceme-li vyšetřovat pohyb hmotného tělesa v silovém poli, musíme spočítat Maxwellův tenzor napětí pro každý element objemu tělesa. Jeho integrací přes uzavřenou plochu získáme hustotu síly, která na každý elementární objem tělesa působí. O možném způsobu tohoto výpočtu pojednává kapitola 2.3.

2.2.1 Dvojrozměrné těleso v silovém poli

Představme si, že chceme vyšetřovat síly působící na dvojrozměrné těleso. Pak je nutné předešlé rovnice upravit. Nejprve upravíme rovnici (2.8) takto

$$T_{i,j} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\mu} B^2 - \frac{1}{\mu} B_x B_x & -\frac{1}{\mu} B_x B_y \\ -\frac{1}{\mu} B_y B_x & \frac{1}{2\mu} B^2 - \frac{1}{\mu} B_y B_y \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

to je zřejmý důsledek zmenšení dimenze. Rovnice (2.8) nám říká, že Maxwellův tenzor napětí se spočítá pomocí indukce vtékající a vytékající z objemu tělesa ohraničeného uzavřenou plochou. Ovšem pokud u tělesa jeden rozměr zanedbáme², tedy horní a dolní podstavu tělesa sjednotíme, nesmíme indukci procházející tělem dvěma plochami počítat dvakrát. Tuto skutečnost demonstrouje obrázek 2.3.



Obrázek 2.3: Demonstrace zdvojení indukce u dvojrozměrného tělesa

Jak je patrné z obrázku obr. 2.3 problém odstraníme, když indukci pole nad tělesem a pod tělesem zprůměrujeme(WOODSON, HERBERT H. a JAMES R. MELCHER, n.d.).

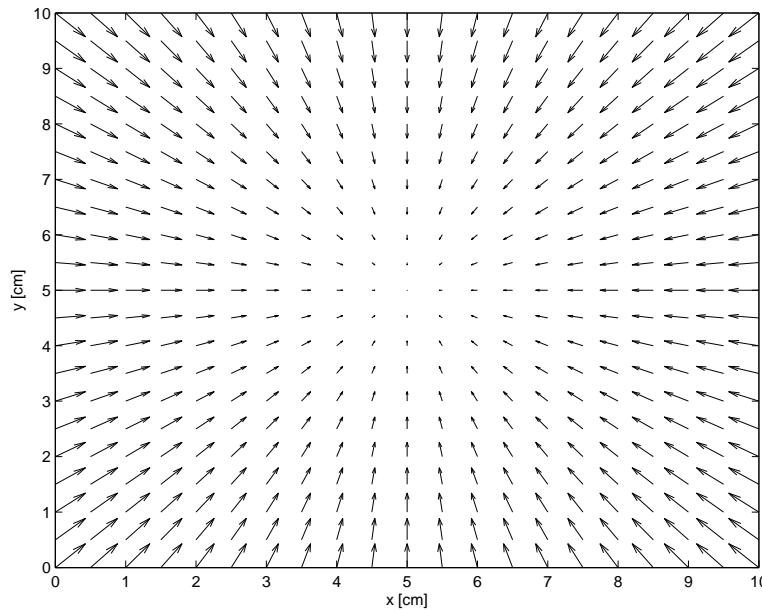
²Například u tělesa z tenkého plechu.

Výsledná indukce pro výpočet tenzoru se spočítá takto

$$\mathbf{B}_{new} = \frac{\mathbf{B}_{top} + \mathbf{B}_{bottom}}{2}. \quad (2.13)$$

2.3 Pohybové rovnice tělesa v silovém poli

Abychom mohli provádět simulace a výpočty, je vhodné si pole prostorově navzorkovat. To znamená, rozdělit jej na množinu elementárních objemů, a každému bodu tohoto objemu přiřadíme stejný vektor intenzity. Pole je pak popsáno hustotou intenzity na elementu objemu. V dvojrozměrném prostoru by mohla situace vypadat například tak, jak ukazuje obrázek obr. 2.4.



Obrázek 2.4: Příklad popisu pole pomocí hustoty intenzity

Na obrázku obr. 2.4 je zobrazeno silové pole popsané hustotou intenzity na ploše o rozměru $S = 100 \text{ cm}^2$ působící do bodu $S_0 = (5, 5)$. Obrázek nepopisuje pole v každém bodě, ale zobrazuje pole rozdělené na plošné elementy o rozměru $ds = 0,25 \text{ cm}^2$, a každému bodu každého elementu přiřazuje stejný vektor intenzity. Pole je i nadále spojité, ale intenzita se mění skokově při přechodu z jednoho elementu na druhý. Jedná se o velice podobný postup jako při časové diskretizaci, kdy považujeme fyzikální veličinu za konstantní po

určitý časový úsek. Tato prostorová (případně plošná) diskretizace nám umožní popsat pole trojicí (případně dvojicí) matic. Například pole z obr. 2.4 o rozměru $h \times s = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ a elementu $dx = dy = 0,5 \text{ cm}$ můžeme popsat maticemi

$$\mathbf{V}_x = \begin{pmatrix} x_{0,0} & x_{dx,0} & \cdots & x_{h,0} \\ x_{0,dy} & x_{dx,dy} & \cdots & x_{h,dy} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{0,s} & x_{dx,s} & \cdots & x_{h,s} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_y = \begin{pmatrix} y_{0,0} & y_{dx,0} & \cdots & y_{h,0} \\ y_{0,dy} & y_{dx,dy} & \cdots & y_{h,dy} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{0,s} & y_{dx,s} & \cdots & y_{h,s} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

kde složky matic \mathbf{V}_x , respektive \mathbf{V}_y , představují x -ovou, respektive y -ovou, složku vektoru intenzity silového pole v příslušném bodě.

Pokud je do pole vloženo těleso, provedeme i jeho prostorovou diskretizaci a spočítáme Maxwellův tenzor napětí pro každý element objemu. Použitím vztahu (2.11) lze vypočítat hustotu síly v každém elementu tělesa. Vzhledem k tomu, že považujeme hustotu intenzity v každém dílku tělesa za konstantní, bude i hustota síly konstantní a výsledná síla se spočítá pomocí vztahu

$$\mathbf{F}_{dV} = \mathbf{f} \cdot dV, \quad (2.15)$$

kde \mathbf{F} [N] je síla působící na element objemu dV [m^3] a \mathbf{f} [Nm^{-3}] je hustota síly spočítaná podle rovnice (2.11). Tímto postupem získáme sílu působící na každý dílek tělesa a integrací přes celý objem získáme výslednou sílu, která na těleso působí. Další veličina, kterou pro vyšetření pohybu tělesa musíme určit, je moment síly, protože kromě translačního pohybu muže těleso vykonávat také rotační pohyb. Moment síly určíme tak, že spočítáme moment pro každý elementární objem tělesa podle vztahu

$$\mathbf{M}_{dV} = \mathbf{F}_{dV} \times \mathbf{d}, \quad (2.16)$$

kde \mathbf{M}_{dV} [Nm] je moment síly a \mathbf{d} [m] je rameno síly.

Stanovíme-li sílu i moment síly, který na těleso působí, lze pohyb tělesa popsat pomocí Newtonových rovnic. Nejprve pro translační pohyb (FEYNMAN, R.P et al., 2000)

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(t) &= \frac{\mathbf{F}(t)}{m} - \frac{\mathbf{F}_t(t)}{m}, \\ \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \frac{1}{m} \int \mathbf{F}(t) dt - kt \cdot \mathbf{v}(t), \end{aligned} \quad (2.17)$$

kde $\mathbf{a}(t)$ [ms^{-2}] je zrychlení, m [kg] je hmotnost, $\mathbf{F}_t(t)$ [N] je třecí síla, \mathbf{r} [m] je polohový vektor, \mathbf{v} [ms^{-1}] je rychlosť a kt [−] je konstanta smykového tření.

Rotační pohyb se určí podle vztahu (FEYNMAN, R.P et al., 2000)

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{1}{J} \int \mathbf{M}(t) dt - kt \cdot \boldsymbol{\omega}(t), \quad (2.18)$$

kde $\varphi(t)$ [rad] je úhlová poloha, $\boldsymbol{\omega}(t)$ [rad· s⁻¹] je úhlová rychlosť a J [kgm²] je moment setrvačnosti.

2.4 Simulace pohybu tělesa v silovém poli

Pro možnost simulovat pohyb hmotného tělesa v silovém poli jsem naprogramoval funkci v prostředí Matlab. Tato funkce umožnuje provádět simulace pohybu rovinného tělesa tvaru libovolného čtyřstěnného polygonu v silovém poli. Popis této funkce se nalézá v kapitole 2.4.1. Pomocí této funkce je v kapitole 2.5 demonstrován příklad „slepého“ přímovazebního řízení.

2.4.1 Popis funkce pro simulaci pohybu tělesa v silovém poli

Funkce byla vytvořena v prostředí MATLAB® Verze 7.9.0.529 (R2009b). Simuluje pohyb rovinného tělesa, který je online zobrazován a zároveň může být uložen jako video soubor pro dalsí studium. Průběhy všech důležitých veličin jsou navíc dostupné ve workspacu MATLABu.

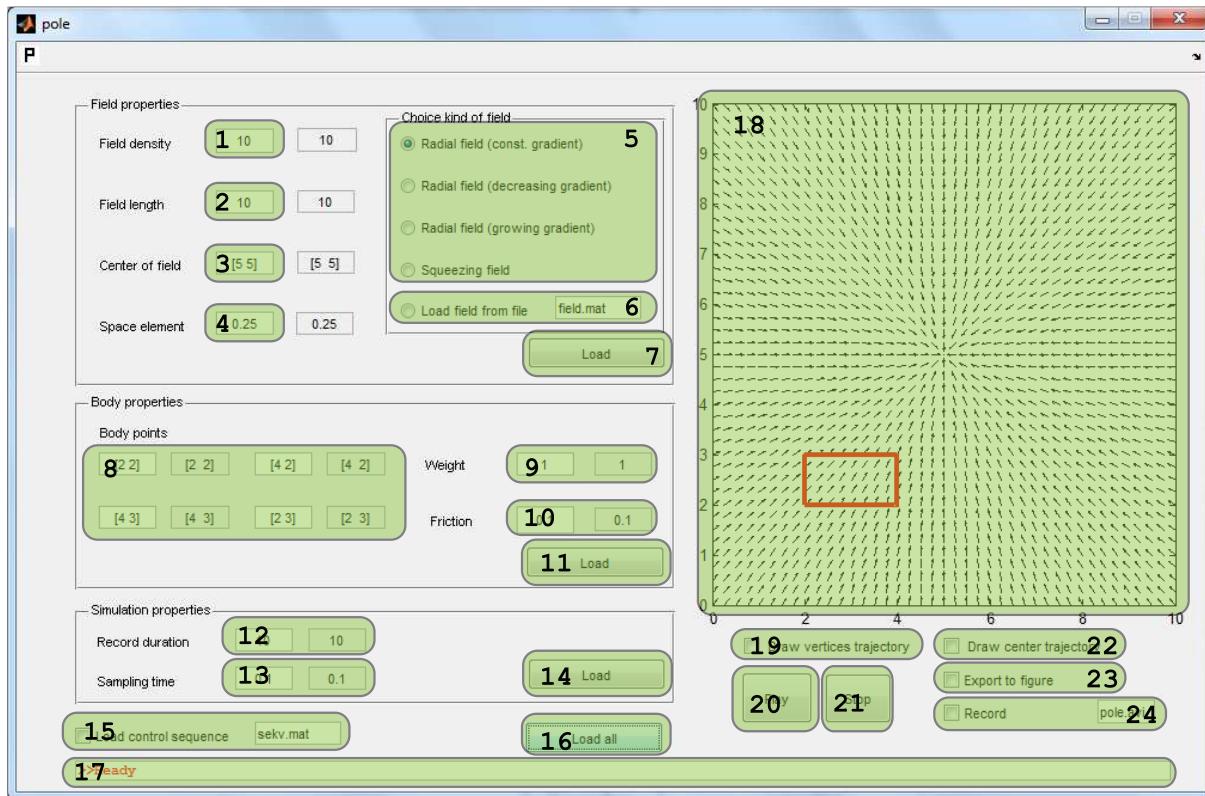
Síla a moment síly působící na těleso jsou počítané podle rovnic uvedených v kapitole 2.3. Rovnice (2.17) a (2.18) bylo nutné převést z diferenciálních na diferenční. Po časové diskretizaci má rovnice pro translační pohyb tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{k+1} &= \mathbf{v}_k - \mathbf{v}_k kt + \frac{\mathbf{F}_k}{m} dt, \\ \mathbf{r}_{k+1} &= \mathbf{v}_{k+1} dt, \end{aligned} \quad (2.19)$$

kde dt [s] je perioda vzorkování. Rovnice pro rotační pohyb má tvar

$$\begin{aligned} \omega_{k+1} &= \omega_k - \omega_k kt + \frac{\mathbf{M}_k}{J} dt, \\ \varphi_{k+1} &= \omega_{k+1} dt. \end{aligned} \quad (2.20)$$

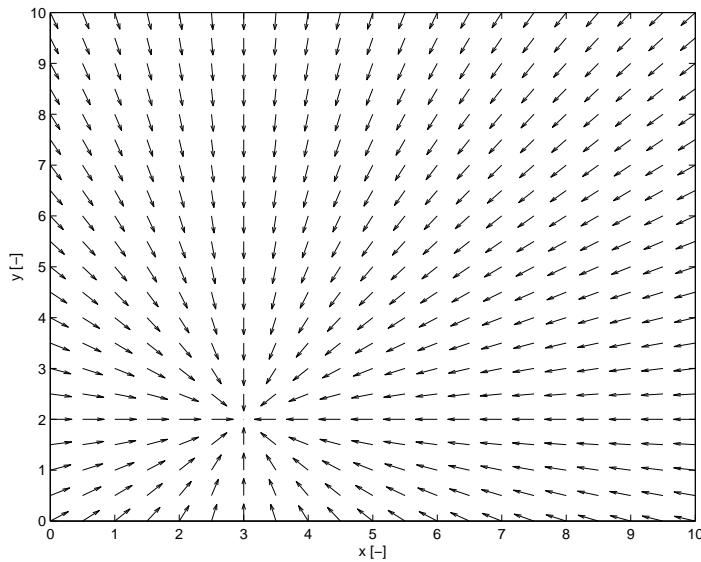
Grafické uživatelské rozhraní funkce ukazuje obrázek obr. 2.5.



Obrázek 2.5: GUI funkce pro simulaci pohybu tělesa

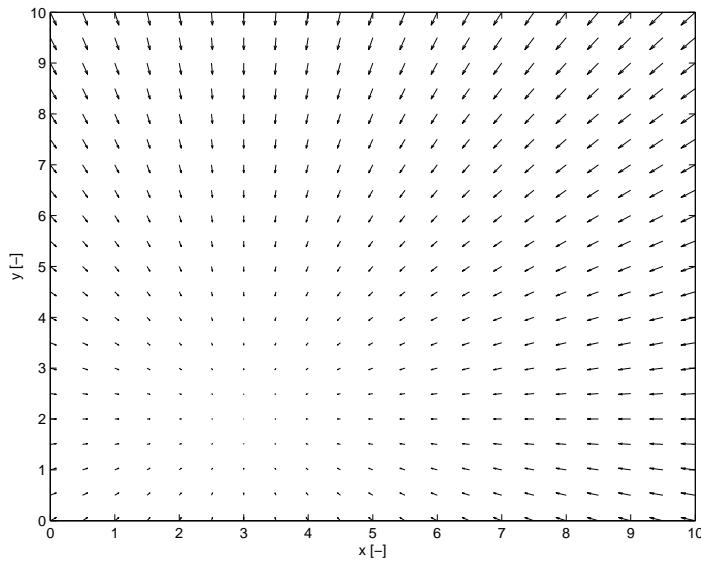
Význam jednotlivých prvků je následující:

1. Hustota intenzity pole. Čím je tato hodnota větší, tím silněji pole působí na těleso.
2. Šířka plochy, na které bude probíhat simulace.
3. Šířka elementu plochy (na jak velké čtverečky bude prostor rozdělen).
4. Množina připravených druhů polí, které mohou být použity k řízení pohybu tělesa.
Jedná se o tato pole:
 - (a) *Radial field (const. gradient)* je pole, které směruje do středu určeného prvkem z bodu 3. Toto pole má bez ohledu na svou vzdálenost od středu stejný modul intenzity (tedy modul gradientu potenciálu). Příklad tohoto pole ukazuje obr. 2.6.



Obrázek 2.6: Příklad pole *Radial field (const. gradient)*

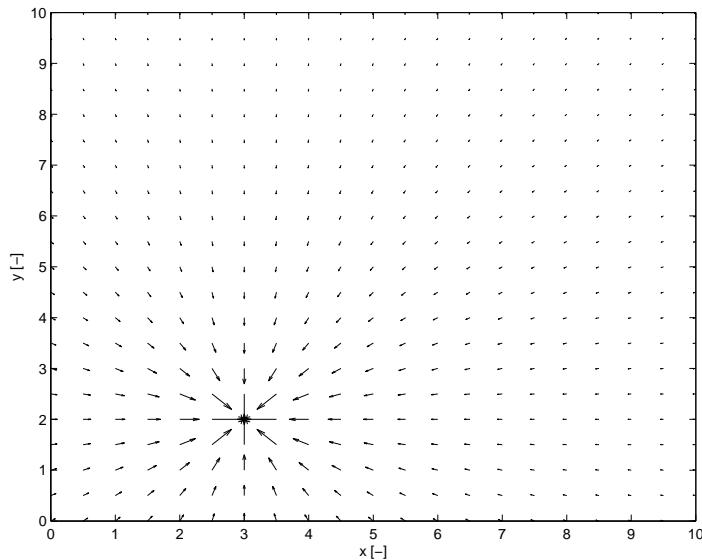
- (b) *Radial field (decreasing gradient)* je pole, které směruje do středu určeného prvkem z bodu 3. Intenzita tohoto pole klesá kvadraticky se zmenšující se vzdáleností od středu. Příklad tohoto pole ukazuje obr. 2.7.



Obrázek 2.7: Příklad pole *Radial field (decreasing gradient)*

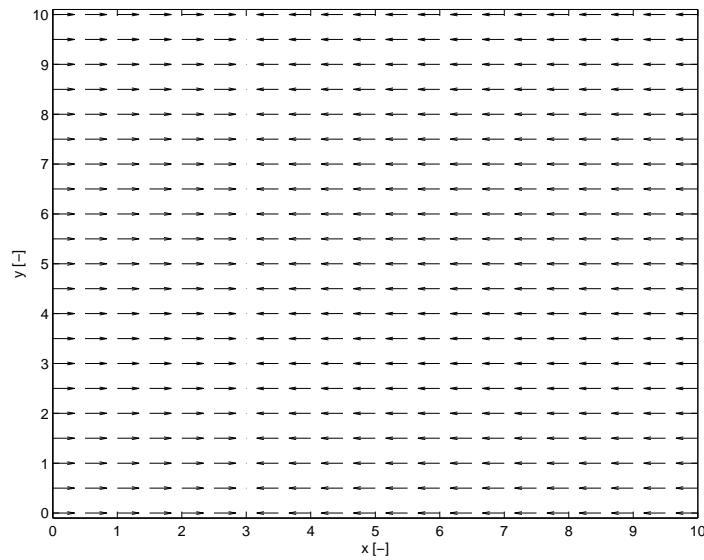
- (c) *Radial field (growing gradient)* je pole, které směruje do středu určeného prvkem

z bodu 3. Intenzita tohoto pole klesá kvadraticky se zvětšující se vzdáleností od středu. Příklad tohoto pole ukazuje obr. 2.8.



Obrázek 2.8: Příklad pole *Radial field (growing gradient)*

- (d) *Squeezing Field* je pole, které má tvar sedla ve směru osy x . Minimum se nachází na přímce, jejíž poloha je určena x -ovou souřadnicí středu určeného prvkem z bodu 3. Příklad toho pole ukazuje obr. 2.9.



Obrázek 2.9: Příklad pole *Squeezing Field*

5. Zde může uživatel načíst vlastní pole ze souboru typu *.mat. Toto pole je popsáno třírozměrnou maticí ve smyslu (2.14). Jedná se tedy o matici $m \times m \times 2$, kde první část $m \times m$ odpovídá matici \mathbf{V}_x z (2.14), druhá část $m \times m$ odpovídá matici \mathbf{V}_y z (2.14) a

$$m = \frac{\text{šířka plochy}}{\text{šířka elementu plochy}} + 1. \quad (2.21)$$

Tento rozměr musí korespondovat s hodnotami v prvcích 2 a 4.

6. Tímto tlačítkem načteme všechny parametry týkající se pole (prvky 1 – 6).
7. Zde se zadávají vrcholy tělesa. Těleso je v rovině se nacházející čtyřstěnný polygon a zadáním všech vrcholů je jednoznačně určen. Vrcholy se zadávají v pořadí od levého spodního po levý horní vrchol proti směru hodinových ručiček.
8. Zde se zadává hmotnost tělesa (předpokládá se homogenita rozložení).
9. Tento prvek nastavuje konstantu smykového tření (viz. rovnice (2.17) a (2.18)).
10. Tímto tlačítkem načteme všechny parametry týkající se tělesa (prvky 8 – 11) a zároveň dojde k vymazání všech předchozích stavů tělesa.
11. Zde nastavíme dobu simulace pohybu.
12. Zde nastavíme časová perioda vzorkování.
13. Tímto tlačítkem načteme všechny parametry týkající se simulace pohybu tělesa (prvky 12 a 13).
14. Pokud je tento checkbox zaškrtnut, načte se z příslušného *.mat souboru řídící sekvence, která sama ovládá celou simulaci. Tato sekvence má tvar matice

$$\begin{pmatrix} \text{Durat.}_0 & \text{Time}_0 & \text{Field}_0 & \text{Density}_0 & \text{Length}_0 & \text{Sx}_0 & \text{Sy}_0 & \text{Element}_0 \\ \vdots & \vdots \\ \text{Durat.}_n & \text{Time}_n & \text{Field}_n & \text{Density}_n & \text{Length}_n & \text{Sx}_n & \text{Sy}_n & \text{Element}_n \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

kde první sloupec nastaví dobu simulace (12. prvek), druhý sloupec periodu vzorkování (13. prvek), další sloupec vybere příslušný typ pole (číslováno od jedné do čtyř shora dolů), čtvrtý sloupec odpovídá 1. prvku, tj. hustotě pole, sloupec *Length* přiřadí hodnotu 2. prvku, sloupce *Sx* a *Sy* odpovídají *x*-ové a *y*-ové souřadnici středu pole (prvek 3) a poslední sloupec definuje velikost elementu plochy (4. prvek).

Každý řádek této matice nastaví příslušné parametry a po vypršení doby simulace (uplynutí času *Record Duration*) se načtou hodnoty z dalšího řádku. To umožňuje naprogramovat měnící se pole, a tím simulovat aktivní řízení.

15. Toto tlačítko načte všechny hodnoty výše uvedených prvků. Má stejnou funkci jako stisknutí tlačítka 7, 11 a 14.
16. Je stavový řádek. Zde se zobrazují veškerá sdělení pro uživatele (stav programu, chyby apod.).
17. V tomto panelu se uživateli vykresluje pole a poloha tělesa.
18. Při zaškrtnutí tohoto checkboxu jsou vykresleny trajektorie vrcholů tělesa.
19. Tímto tlačítkem se spouští simulace.
20. Tímto tlačítkem se simupace pozastaví, ale nedojde ke smazání stavů tělesa. To znamená, že je možné v simulaci pokračovat (například s nově načteným polem) opětovným stiskem tlačítka *Play* (prvek 20).
21. Při zaškrtnutí tohoto checkboxu je vykreslována trajektorie geometrického středu tělesa.
22. Aktivací tohoto prvku dojde k vykreslování simulace do samostatné figury (nového okna).
23. Pokud je tento prvek aktivní, bude celá simulace zaznamenána jako vide-soubor ve formátu *.AVI. Název souboru se vyplňuje v příslušném textovém poli.

Pokud uživatel po odsimulování úlohy potřebuje informace o průběhu stavů tělesa, stačí, když v příkazovém řádku MATLABu zadá příkaz

```
>> global out;
```

Tím se mu zpřístupní struktura s názvem **out**, ve které jsou všechna potřebná data. Pokud by uživatel chtěl například vykreslit trajektorii geometrického středu tělesa, mohl by postupovat takto:

```
% Načtení struktury out
>> global out;
% Příprava figury
>> fig = figure;
>> hold on;
% Zjištění velikosti záznamu. Matice obsahuje
% (doba simulace)/(perioda vzorkování) + 1 řádků a dva sloupce.
>> vel = size(out.str);
% Vykreslení počáteční polohy tělesa.
>> h1 = plot([out.B1(1,1) out.B2(1,1) out.B3(1,1) out.B4(1,1) ...
    out.B1(1,1)], [out.B1(1,2) out.B2(1,2) out.B3(1,2) ...
    out.B4(1,2) out.B1(1,2)],'r','LineWidth',3);
% Vykreslení konečné polohy tělesa.
>> h2 = plot([out.B1(end,1) out.B2(end,1) out.B3(end,1) ...
    out.B4(end,1) out.B1(end,1)], [out.B1(end,2) ...
    out.B2(end,2) out.B3(end,2) out.B4(end,2) out.B1(end,2)],...
    'b','LineWidth',3);
% Příprava handleru na vykreslení trajektorie středu
>> h3 = [];
>> for i = 2 : vel(1);
% Vykreslení trajektorie středu. Trajektorie je lomená čára,
% kde každý zlom odpovídá periodě vzorkování.
>>     h3 = plot([out.str(i-1,1) out.str(i,1)],...
        [out.str(i-1,2) out.str(i,2)],'g','LineWidth',2);
>> end
% Úprava figury
>> grid on;xlabel('x [-]');ylabel('y [-]');
% Legenda
>> legend([h1 h2 h3],{'Počáteční poloha tělesa',...
    'Konečná poloha tělesa','Trajektorie středu tělesa'});
```

Obdobným způsobem je možné přistupovat ke všem proměnným struktury `out`. Celou strukturu `out` popisuje tabulka tabulka 2.1.

Tabulka 2.1: Tabulka proměnných struktury out

Název proměnné	Význam
<code>out.B1</code>	Obsahuje trajektorii bodu B1.
<code>out.B2</code>	Obsahuje trajektorii bodu B2.
<code>out.B3</code>	Obsahuje trajektorii bodu B3.
<code>out.B4</code>	Obsahuje trajektorii bodu B4.
<code>out.str</code>	Obsahuje trajektorii středu tělesa.
<code>out.v</code>	Obsahuje údaje o vývoji rychlosti tělesa.
<code>out.w</code>	Obsahuje údaje o vývoji úhlové rychlosti tělesa.
<code>out.phi</code>	Obsahuje údaje o vývoji úhlu natočení tělesa.
<code>out.Force</code>	Obsahuje údaje o vývoji síly působící na těleso.
<code>out.M</code>	Obsahuje údaje o vývoji momentu síly působící na tělesa.

2.5 Příklad použití funkce při simulaci „slepého“ řízení polohy

„Slepým“ řízením polohy je úloha, kdy těleso pomocí silového pole přemístíme do určitého bodu a pak jej natočíme požadovaným směrem, aniž bychom snímali jeho polohu a znali jeho počáteční umístění.

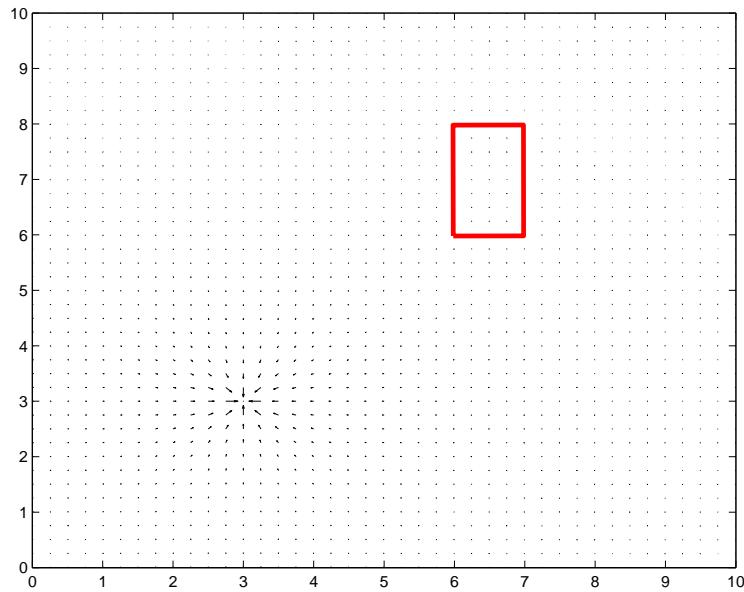
Představme si příklad:

Příklad 2.1: Na pracovní plochu o rozměru 100 mm^2 je náhodně položena součástka ve tvaru obdélníku o rozměrech $1 \times 2 \text{ mm}$. Navrhněte řídící sekvenci, která součástku pomocí silového pole přesune do bodu $S_0 = (3, 3) \text{ mm}$ a natočí ji tak, aby delší strany byly rovnoběžné s osou x .

Řešení: Celou úlohu si rozdělíme na dvě. Nejprve se pokusíme dostat součástku do požadovaného místa a pak ji natočíme správným směrem.

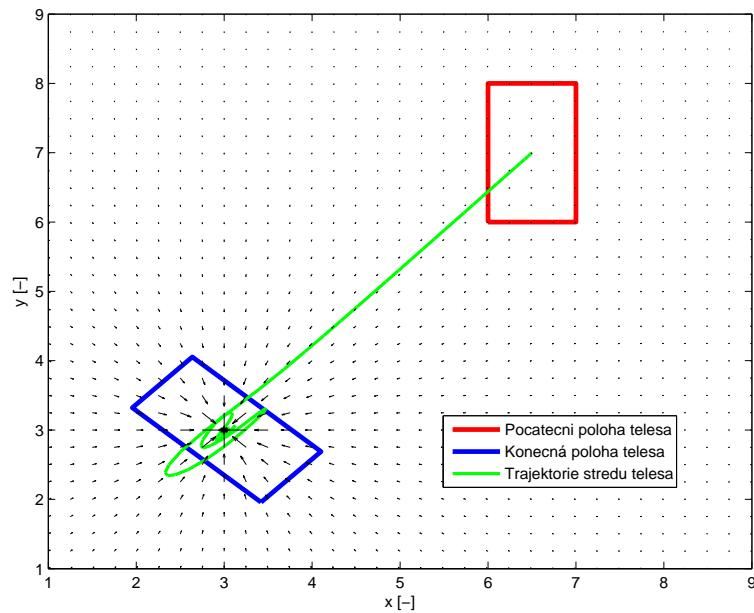
- Přesun součástky do bodu S_0 .

Je zřejmé, že vhodným kandidátem bude jedno z polí *Radial Field* se středem v bodě S_0 . Zvolíme například pole *Radial field (growing gradient)*. Jak by mohla výchozí situace vypadat ukazuje obrázek obr. 2.10.



Obrázek 2.10: Příklad výchozí situace

Pokud pohyb tělesa odsimulujeme, můžeme si vykreslit trajektorii geometrického středu součástky a konečnou pozici obr. 2.11.



Obrázek 2.11: Trajektorie středu součástky

2.5. PŘÍKLAD POUŽITÍ FUNKCE PŘI SIMULACI „SLEPÉHO“ ŘÍZENÍ POLOHY19

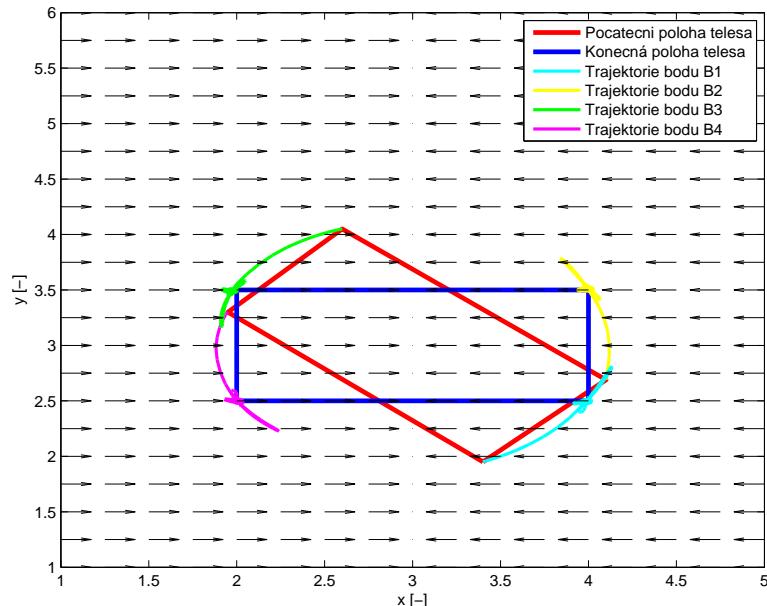
Jak je patrné z obrázku obr. 2.11 střed tělesa se dostal na bod S_0 .

- Natočení součástky.

Pro natočení součástky požadovaným směrem je vhodnější použít pole *Squeezing field* s přímkou nulového vektoru intenzity procházející bodem S_0 . Na těleso, které má prostředek na této přímce, nebude mít pole posuvný, ale pouze rotační účinek. Součástka bude směřovat do stavu s minimální potenciální energii. To znamená, že se bude snažit minimalizovat hranu kolmou na vektor intenzity, který do ní vstupuje. Tak se součástka natočí kratší stranou kolmo na vektor intenzity. Proto budeme vybírat pole jehož sedlo je rovnoběžné s osou x .

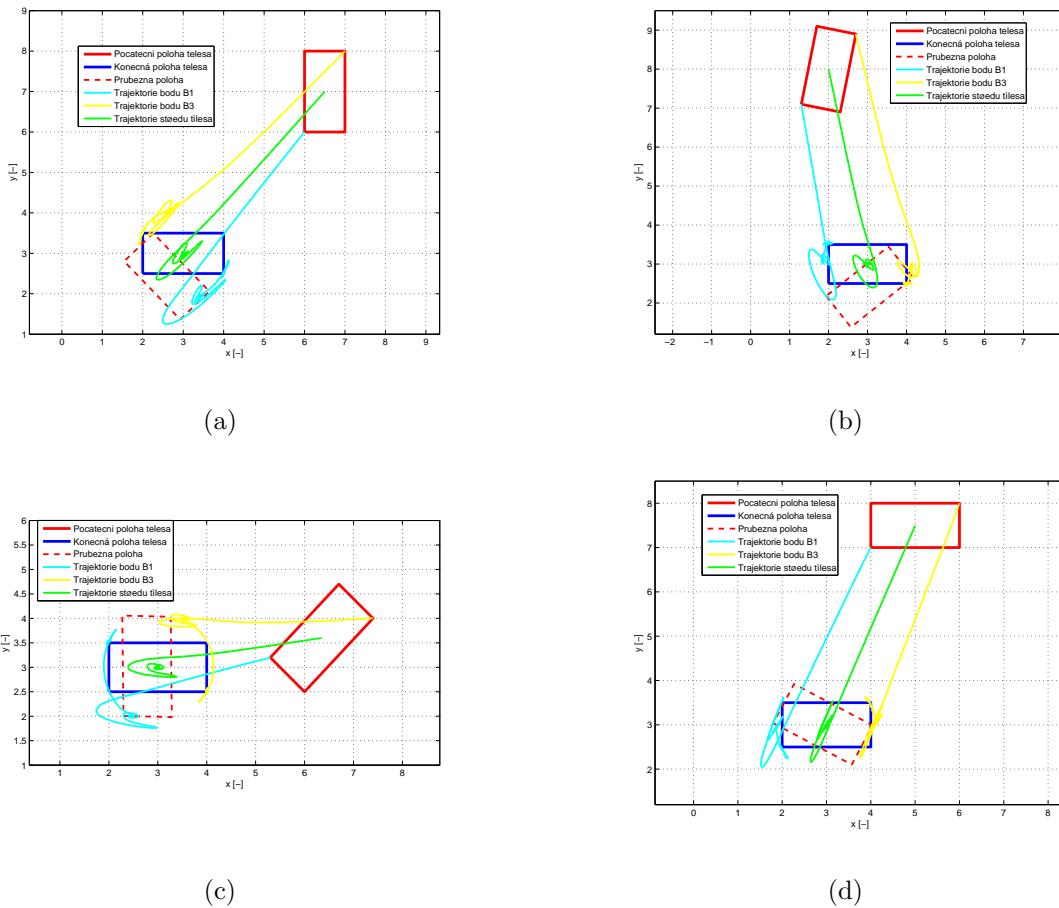
Výchozí situace je totožná s konečnou situací z předchozího bodu.

Pod odsimulování a vykreslení pohybu součástky získáme trajektorie všech jejích vrcholů. Celý průběh je patrný z obr. 2.11.



Obrázek 2.12: Trajektorie vrcholů při natáčení součástky

Jak je patrné z obr. 2.11 a obr. 2.12, oba úkoly se nám podařilo splnit. Nyní zbývá řešení ověřit pro další náhodné polohy. Výsledky jsou zobrazeny na obr. 2.13.



Obrázek 2.13: Průběh simulace z různých počátečních pozic

Jak je zřejmé obě dvě části byly splněny. Řídící sekvence ve smyslu (2.22) má tvar

$$\mathbf{S}_e kv = \begin{pmatrix} 10 & 0,1 & 3 & 10 & 10 & 3 & 3 & 0,25 \\ 10 & 0,1 & 4 & 10 & 10 & 3 & 3 & 0,25 \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Z matice (2.23) jsou zřejmě všechny parametry, které byly pro simulaci nastaveny. Doba simulace byla nastavena s rezervou, protože nevíme z jaké vzdálenosti bude součástka přemísťována. Perioda vzorkování byla nastavena stokrát menší než doba simulace, což je dobrý kompromis mezi plynulostí pohybu a výpočetní náročností. Podobným způsobem jsem zvolil element plochy. Experimentálně jsem stanovil, že dobrý kompromis poměru mezi plochou tělesa a elementem délku je přibližně 1 : 30. Při jemnějším vzorkování neúměrně zatěžujeme výpočetní systém a větší elementy naopak vedou na výraznou nepřesnost simulace. ✓

Kapitola 3

Simulace magnetické levitace metodou konečných prvků

3.1 Motivace

V této kapitole jsou představeny matematické modely, simulující magnetické pole při pokusu o dosažení levitace. Simulace budou prováděny softwarem, který počítá matematické modely pomocí FEM. Vzhledem ke zkušenostem na katedře řídicí techniky jsem zvolil program COMSOL Multiphysics.

Magnetické levitace se, v souladu se zadáním práce, pokusíme dosáhnout tím, že pod permanentní magnet diskového tvaru umístíme pole elektromagnetů, které jej budou odpuzovat. Podle Earnshawova teorému(COEY, J., 1996) ve statickém poli neexistuje stabilní ekvilibrium. V následujících simulacích se pokusíme teorém ověřit a stanovit jaké síly budou magnet ze stabilního bodu vyvádět.

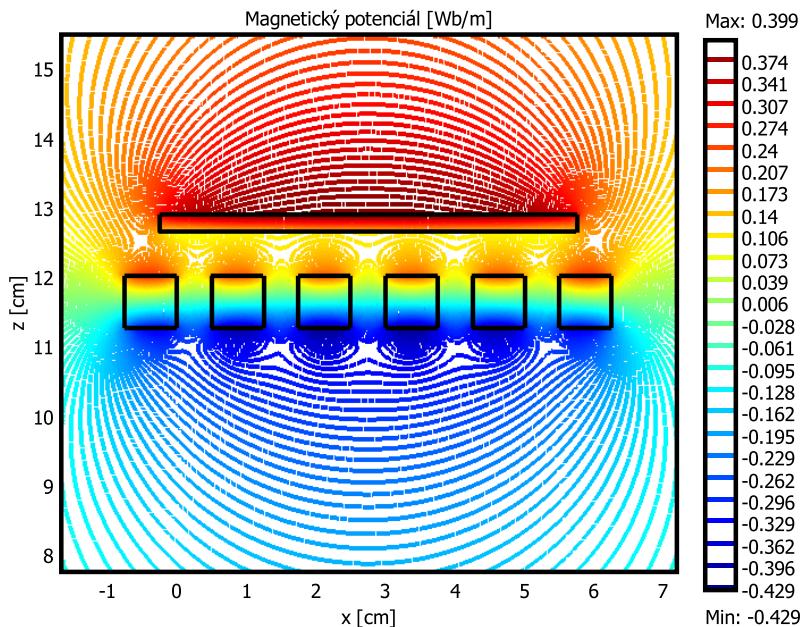
Protože 3D modely by byly méně přehledné, budou obrázky zobrazovány v řezu rovinou xz (BARTOŇ, L. et al., 2007). Kvůli jednoduchosti a srozumitelnosti nahradíme při simulacích elektromagnety permanentními magnety. Vzhledem k tomu, že modely budou statické, neubereme tím simulaci na věrohodnosti.

Rozměry magnetů v modelu byly zvoleny v souladu s rozměry magnetů použitých při experimentech v kapitole 4.

Jako materiál, ze kterého budou vytvořeny permanentní magnety jsem zvolil NdFeB. To znamená, že za hodnotu remanence je brána hodnota $B_r = 1,3$ T a relativní permittivita magnetů je $\mu_r = 1,07$.

3.2 Pole souhlasně orientovaných magnetů

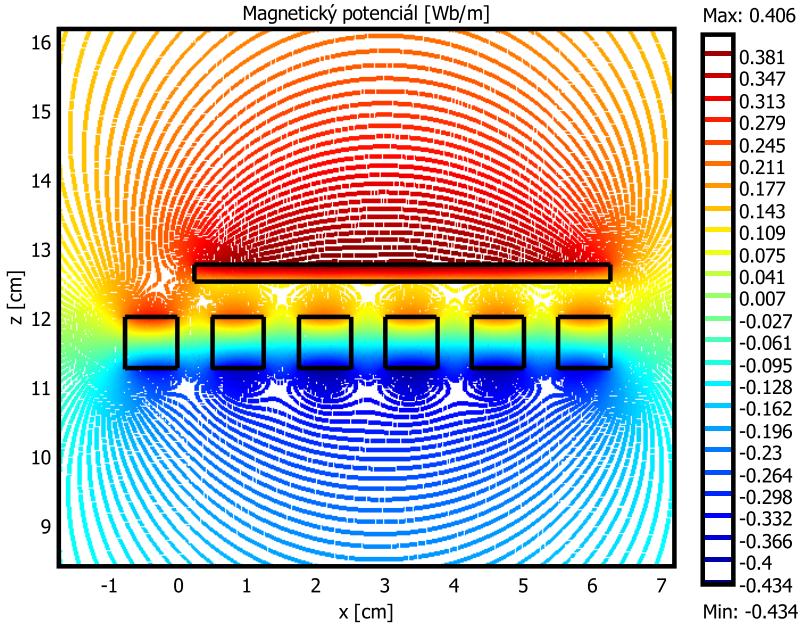
Nejprve se podíváme na situaci, kdy je disk vložen nad pole tvořené souhlasně orientovanými magnety. Celá situace je zobrazena na obr. 3.1.



Obrázek 3.1: Potenciál magnetického pole při souhlasně orientovaných magnetech

Obr. 3.1 ilustruje, že nejvyšší hodnota potenciálu je ve středu mezi diskem a spodními magnety. Z obrázku je také patrné, že magnetické pole bude mít tendenci diskový magnet nadnášet.

Zajímavější bude situace, když se magnet nebude nacházet přesně ve středu, ale bude posunut. Tuto situaci zachycuje následující obrázek.



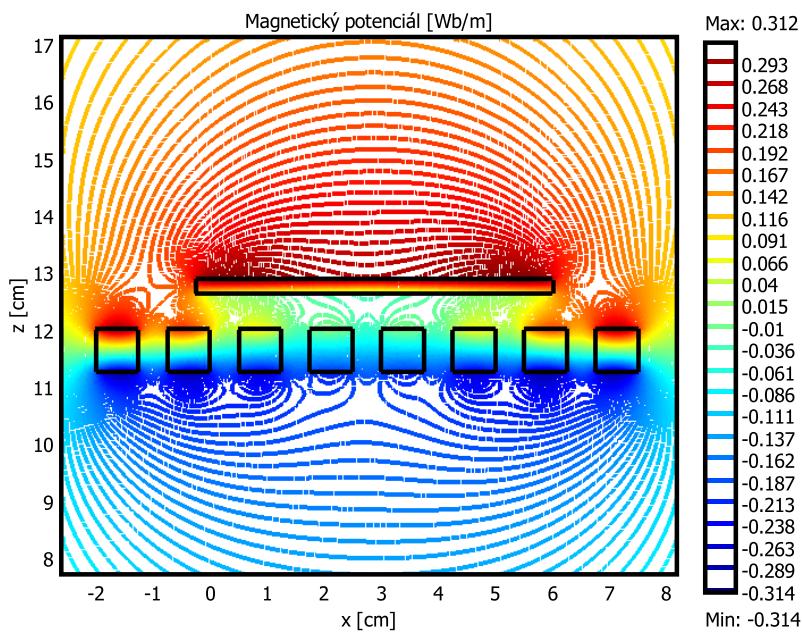
Obrázek 3.2: Potenciál magnetického pole při nesymetrické poloze magnetu

Z obr. 3.2 je patrné, že magnetické pole je na pravém okraji výrazně slabší než na levém okraji. Pole má, kvůli orientaci magnetů, odpudivé silové účinky, a proto lze předpokládat, že na magnet bude působit translační síla. Tato síla jej posune mimo plochu vymezenou spodními magnety.

3.3 Pole souhlasně orientovaných magnetů s klesající remanencí

V předchozí části jsem analyzoval situaci, kdy je magnet podepřen magnety se stejnou hodnotou remanence. Nyní se pokusím provést simulaci pole, které je tvořeno magnety s různou hodnotou remanence. Cílem je vytvořit pole, jehož potenciál má tvar jakési propasti, do které vrchní magnet „spadne“. Toho docílíme tak, že hodnota remanence bude směrem ke středu klesat. Jinými slovy, čím bude magnet blíže středu, tím bude hodnota remanence menší. Krajní magnety budou mít hodnotu $B_r = 1,3$ T a od té bude

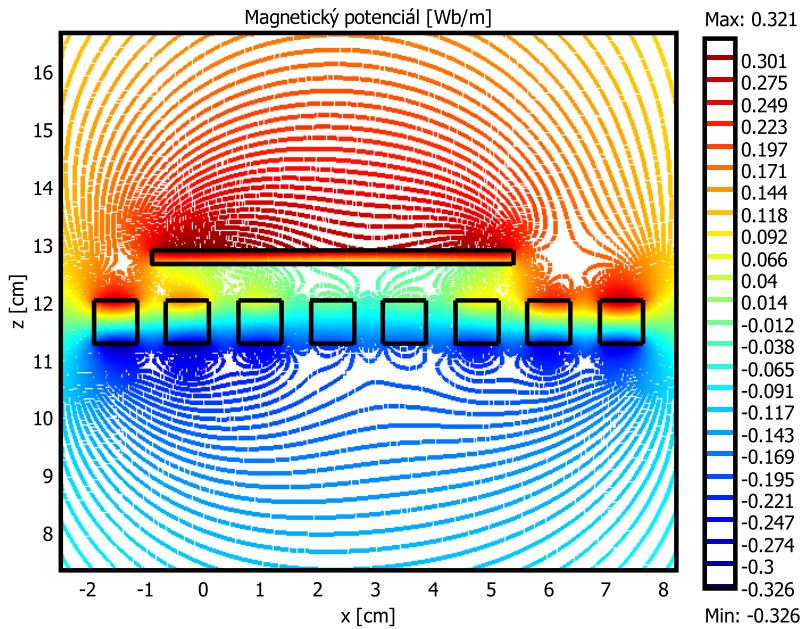
hodnota klesat s krokem $\Delta B_r = 0,3$ T. Znamená to, že magnety uprostřed budou mít hodnotu jen $B_r = 0,4$ T. Situace je zachycena na obr. 3.3.



Obrázek 3.3: Potenciál magnetického pole generovaný magnety s klesající remanencí

Z obr. 3.3 je zřejmé, že potenciál magnetického pole má tvar propasti. Dokonce potenciál nad magnety ve středu je záporný. To znamená, že v tomto místě je diskový magnet přitahován. Pokud se podíváme na hodnotu potenciálu pod celým magnetem, je zřejmé, že výsledná síla působící na magnet bude odpudivá.

Nesymetrickou situaci ukazuje následující obrázek.



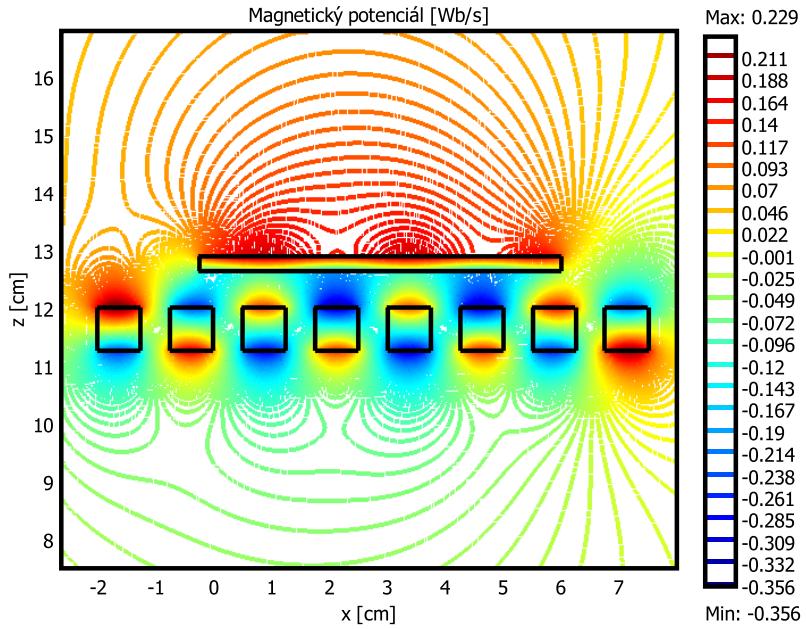
Obrázek 3.4: Potenciál magnetického pole při nesymetrické poloze magnetu

Z obr. 3.4 je patrné, že hlavním problémem při nesymetrické situaci nebude posun magnetu, ale jeho vertikální naklánění.

Pokud uvažujeme hodnoty potenciálu pod magnetem zjistíme, že v levé polovině magnetu je jeho hodnota vyšší, než v pravé části. To znamená, že výsledná síla nebude kolmá na osu y , proto moment sily vzhledem k této ose nebude nulový a magnet se začne naklánět.

3.4 Antiparalelně orientované magnety

Poslední konfigurace magnetů, kterou se pokusím analyzovat je antiparalelní postavení spodních magnetů. Při této konfiguraci se bude magnetický indukční tok uzavírat přes sousední magnety. Tím by měla výrazně stoupnout magnetická vodivost, což povede na pole s vyšší hodnotou magnetické indukce. Situaci popisuje obr. 3.5



Obrázek 3.5: Potenciál magnetického pole antiparalelně postavených magnetů

Z obr. 3.5 je zřejmé, že k levitaci nedojde, neboť magnet je přitahován stejnou silou jakou je odpuzován. Zajímavá je na této situaci translační síla. Pokud uvažujeme potenciál pole na okrajích magnetu, zjistíme, že je silně přitahován doprava. To je způsobeno odpuzováním od levého krajního magnetu a zároveň přitahováním ke pravému krajnímu magnetu. Tato konfigurace je užitečná, chceme-li magnetem pouze pohybovat v rovině xy .

Z předchozích modelů se dá usuzovat, že k levitaci se bude nejlépe hodit pole generované magnety s postupně klesající remanencí. Ovšem levitace nebude stabilní protože na těleso budou působit translační síly, které je z rovnováhy vyvedou.

Kapitola 4

Experimentální platforma

4.1 Motivace

Pro ověření poznatků a modelů z předchozích kapitol jsem sestavil experimentální pole elektromagnetů, na kterém budou demonstrovány možnosti magnetické levitace. Platforma se bude skládat z elektromagnetů, nad nimiž bude umístěn permanentní magnet. Pomocí vzájemné interakce obou systémů budeme zkoumat možnosti řízení polohy magnetu ve vertikálním a horizontálním směru.

4.2 Výroba platformy

4.2.1 Požadavky na elektromagnety

Základním stavebním prvkem zkušebního pole je elektromagnet, ze kterého je pole tvořeno. V průmyslu se elektromagnetem rozumí solenoidová cívka navinutá na jádře z feromagneticky měkkého materiálu. Základním parametrem cívky je indukčnost. Jedná se fyzikální veličinu definovanou vztahem

$$L = \frac{\Phi}{I}, \quad (4.1)$$

kde L [H] je indukčnost, Φ [Wb] je magnetický indukční tok a I [A] je elektrický proud procházející cívkou. Pro solenoid se dá indukčnost definovat vztahem

$$L = \frac{N^2 \mu S}{v}, \quad (4.2)$$

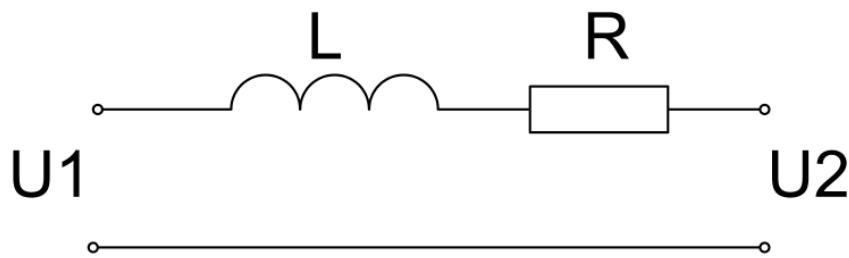
kde N [-] je počet závitů cívky, μ [Hm^{-1}] je permeabilita prostředí, kde se uzavírá tok, S [m^2] je plocha průřezu cívky a v [m] je délka cívky. Magnetická indukce pole, které cívka vyváří, je s magnetickým indukčním tokem svázána rovnici

$$\Phi = \iint_S \mathbf{B} dS. \quad (4.3)$$

Jak vyplývá z rovnice (4.3), abychom maximalizovali magnetické pole tvořené cívkou, musíme maximalizovat indukční tok, tedy podle (4.1) indukčnost cívky, a proud, který cívkom prochází. Toho dle (4.2) dosáhneme maximalizací počtu závitů a průřezu a minimalizací délky cívky. Z (4.2) je dále patrný důvod, proč jsou do elektromagnetů vkládána jádra z feromagnetických materiálů (tedy materiálů s relativní permeabilitou mnohem větší než jedna).

Zvyšování indukčnosti s sebou nese i mnoho negativních vlastností. Když budeme zvyšovat počet závitů, zvýšíme tím odpor vinutí cívky. To znamená, že k dosažení stejného proudu budeme muset připojit vyšší napětí, a tím poroste příkon cívky. S tím souvisí i prostorové nároky cívky. Navíc, s rostoucím objemem, roste problém s kumulací tepla vnikajícího průchodem elektrického proudu ¹.

Dalšími důležitými vlastnostmi cívky, na které musíme brát ohled, jsou její frekvenční vlastnosti. Náhradní sériové schéma cívky je zobrazeno na obr. 4.1.



Obrázek 4.1: Náhradní sériové schéma cívky

¹Teplo se kumuluje se třetí mocninou objemu, ovšem vyzařuje se pouze s druhou mocninou povrchu.

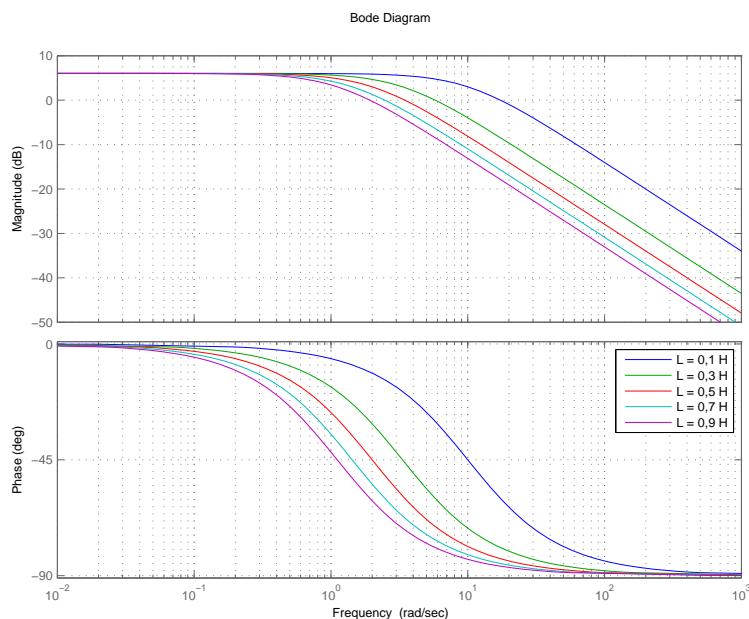
Vztah mezi elektrickým napětím a proudem procházejícím cívkou je

$$u(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t), \quad (4.4)$$

kde $u(t)$ [V] je elektrické napětí, $i(t)$ [A] je elektrický proud a R [Ω] je elektrický odpor. Přenos v Laplaceově transformaci má tvar

$$P(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{2R}{Ls + R} = \frac{2\frac{R}{L}}{s + \frac{R}{L}}, \quad (4.5)$$

z toho plyne, že cívka je dolní propust' a mezní frekvence je tím nižší, čím je indukce vyšší. Na obr. 4.2 jsou ukázány frekvenční charakteristiky cívek s odporem vinutí $R = 1\Omega$ a s různými indukčnostmi.



Obrázek 4.2: Frekvenční charakteristiky cívek s různými indukčnostmi

Je zřejmé, že s rostoucí indukčností klesá šířka pásma, kterou je schopna cívka přenášet. To je velice důležitý poznatek, protože tím už při konstrukci cívky vymezíme frekvenční oblast, ve které se můžeme pohybovat.

Z předchozích úvah je vyplývá, že při konstrukci jednotlivých akčních členů (cívek) je nutné udělat kompromis mezi mnoha faktory, které jsou navzájem v rozporu. Chceme-li silnější magnet musíme zvětšovat indukčnost (4.1), což vede ke zvětšení odporu vinutí, šířce cívky a hlavně zmenšení šířky pásma. Odpor vinutí zvyšuje příkon, šířka zvětšuje rozměry celé platformy a zmenšení šířky pásma vede k omezení možností řízení.

4.2.2 Výroba elektromagnetů

Jak bylo uvedeno v kapitole 4.2.1, elektromagnetem se rozumí cívka s jádrem z feromagneticky měkkého materiálu. Takový elektromagnet bývá s úspěchem použit při interakci s jiným feromagnetickým materiélem, ovšem pro naše účely (tedy interakci s permanentním magnetem) se použít nedá. Pokud výše popsaný elektromagnet vložíme do magnetického pole tvořeného dostatečně silným permanentním magnetem, dojde k tomu, že interakce mezi permanentním magnetem a jádrem elektromagnetu bude výraznější, než interakce mezi jádrem a vinutím. To způsobí přemagnetizování jádra ve smyslu pole tvořeného permanentním magnetem, a tím ke vzniku přitažlivé síly mezi oběma tělesy, bez ohledu na orientaci pole tvořeného vinutím. Výše uvedené skutečnosti vedly na jediné řešení, a tím je použití vzduchové cívky.

Jak je patrné z rovnice (4.2), vyjmeme-li z cívky jádro, výrazně snížíme magnetický tok, který se šíří do okolí a tím podle (4.3) získáme magnet generující pole s menší hodnotou indukce. Tato skutečnost se dá kompenzovat zvětšením počtu závitů či zvýšením hodnoty proudu, který bude cívku procházet. Zvýšení hodnoty proudu ovšem není žádoucí. Jednak proto, že při počtu šestnácti cívek by rapidně narůstala proudová náročnost celé platformy, a dále proud vyšší hodnoty vede k většímu zahřívání celého zařízení.

Jak bylo uvedeno v předchozím textu, parametry cívky musí být kompromisem mnoha protichůdných požadavků, a proto je vhodné nejdříve stanovit mezní hranice. Vzhledem k rozsahu napájecích zdrojů v laboratoři a tepelným možnostem zvolíme maximální vstupní proud do celé platformy $I_{in} = 4$ A. To znamená, že maximální velikost proudu do jedné cívky bude mít velikost

$$I_{max} = \frac{4}{16} = 250 \text{ mA}. \quad (4.6)$$

Vzhledem k vlastnostem, dostupnosti a ceně bude materiélem pro vinutí měď. Proudová hustota mědi se obvykle doporučuje v rozmezí $J_{Cu} \in \langle 2; 4 \rangle \text{ Amm}^2$ (DRAXLER K. et al., 1998), což vede na průměr drátu

$$\begin{aligned} J &= \frac{I}{S}, \\ S &= \frac{I}{J} = \frac{\pi d_{drat}^2}{4}, \\ d &= \sqrt{\frac{4I}{J\pi}} \Rightarrow d_{drat} \in \langle 0,28; 0,40 \rangle \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Nyní je potřeba stanovit maximální indukčnost cívek. K tomu je nutné určit maximální

frekvenci nutnou pro řízení. Naši platformu chceme připojit k programu MATLAB, a zde pomocí vstupně-výstupní karty, řídit velikost proudu vstupujícího do cívek. Touto fází se zabývá kapitola 4.2.4. Pro nás je důležitá pouze informace, že maximální frekvence, na kterou se při řízení můžeme dostat, je přibližně $f_{max} \doteq 1\text{kHz}$. To podle (4.5) vede na poměr

$$\frac{R}{L} = f_{max} \doteq 1000 \text{ Hz}, \quad (4.8)$$

kde $\frac{R}{L}$ je poloha pólu přenosu (4.5).

Oba parametry jsou závislé na počtu závitů. Odpor je na tomto počtu závislý lineárně, podle vztahu

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.9)$$

kde $\rho [\Omega\text{m}]$ je měrná rezistivita a $l [\text{m}]$ je délka vodiče, která je zřejmě lineárně závislá na počtu závitů. Indukčnost závisí na počtu závitů kvadraticky podle rovnice (4.2)

Pokud se uvažujeme prostorové nároky na cívku, tak jediným důležitým parametrem je šířka, kterou se pokusíme minimalizovat (délka cívky pro nás není důležitá). Chceme-li dosáhnout levitace permanentního magnetu nad platformou, musí být magnet „podepřen“ co největším počtem cívek. O parametrech permanentních magnetů pojednává kapitola 4.2.5. Pro naše úvahy je důležitý pouze maximální průměr magnetu $d_{mag, max} = 60 \text{ mm}$. To znamená, že chceme-li pod magnet umístit alespoň tři cívky, největší přípustný průměr bude $d_{max} = 20 \text{ mm}$.

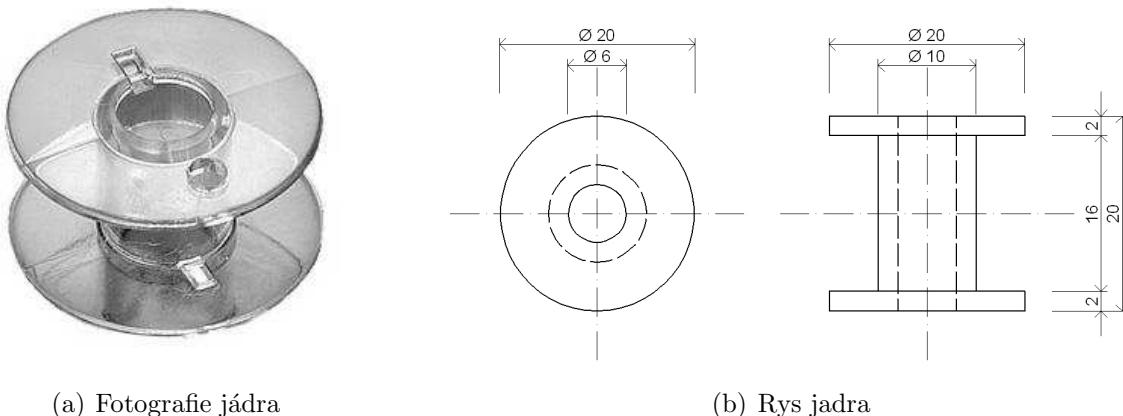
Naše nároky shrnuje tabulka 4.1.

Tabulka 4.1: Tabulka nároků na elektromagnety

Parametr	Hodnota	Jednotka
Jádro	$\mu_r = 1$	[−]
Maximální proud	$I_{max} = 250$	[mA]
Průměr drátu	$d_{drat} \in \langle 0,28; 0,40 \rangle$	[mm]
Mezní frekvence	$f_{max} = 1000$	[Hz]
Poměr odporu a indukčnosti	$\frac{R}{L} = 1000$	[Hz]
Průměr cívky	$d_{max} = 20$	[mm]
Délka cívky	nedůležité	[−]

Při pokusu o zakoupení cívek s výše uvedenými vlastnostmi jsem bohužel neuspěl, neboť na trhu s indukčnostmi se sériově nabízí převážně tlumivky. Tlumivky jsou cívky, které jsou vyráběny za zcela jiným účelem² a jejich vnější magnetické vlastnosti jsou maximálně potlačovány. Další možností bylo objednání cívek vyrobených na zakázku. Ani zde jsem nebyl úspěšný. Většina firem na trhu se zabývá navíjením vinutí pro elektromotory, transformátory apod. Proto mé pokusy o objednání nekrytých vzduchových cívek byly buď dopředu odmítnuty nebo byly cenově neúnosné (stovky korun až tisíce za jediný kus). Nakonec jsem musel cívky vyrobit sám.

V první řadě bylo potřeba vybrat vhodné jádro, na kterém budou cívky navíjeny. Vybral výrobek, který se používá k navíjení nití do šicích strojů. Konkrétně se jedná o plastovou cívku SINGRE značky STRIMA. Fotografie jádra je převzatá ze stránek (ZUBATÝ, M., 2010). Jádro je zobrazeno na obr. 4.3.



Obrázek 4.3: Jádro cívek

Toto jádro splňuje požadavek na maximální průměr z tabulky 4.1, navíc je cenově dostupné. Jedinou nevýhodou je materiál, který není příliš odolný proti zahřátí.

Při volbě průměru drátu jsem vycházel z rozsahu uvedeného v tabulce 4.1, ale nakonec jsem se přiklonil k průřezu $d_{drat} = 0,27$ mm, neboť drát s tímto průřezem byl již zakoupen v minulosti. Tím samozřejmě došlo k mírnému zvýšení odporu vodiče a snížení proudové hustoty. To se negativně projevilo především větším zahříváním zařízení.

²Typicky vyhlazování elektrického proudu.

K samotnému navíjení byla použita navíječka cívek umístěna na katedře měření. Při použití vodiče o průměru $d_{drat} = 0,27$ mm se na jádro vešlo maximálně $N_{max} = 13\,000$ závitů, vzhledem k (4.8) jsem zvolil počet závitů $N \doteq 10\,300$ což vedlo na cívky s odporem přibližně $R \doteq 50 \Omega$ a $L = 60 \text{ mH}$. Poloha pólu této cívky je

$$\frac{R}{L} = \frac{50}{0,06} = 833,3 \text{ Hz.} \quad (4.10)$$

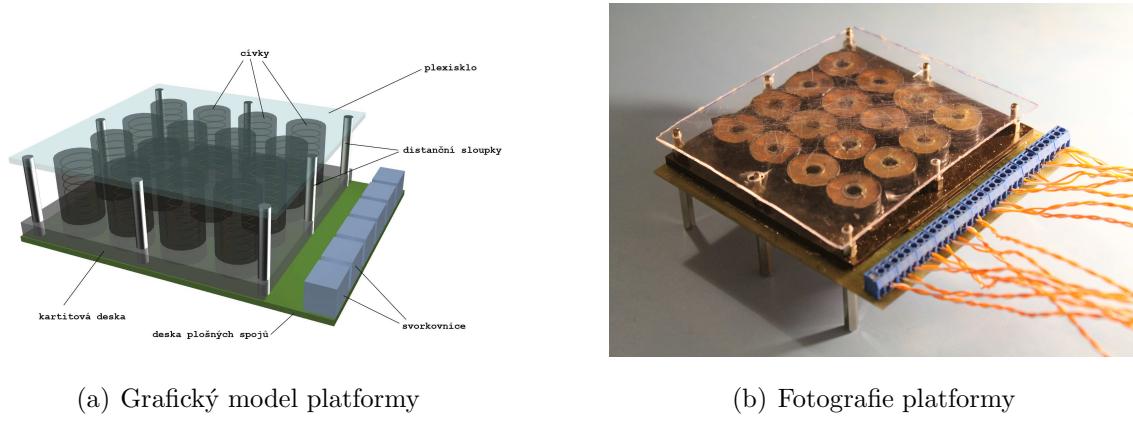
4.2.3 Kompletace platformy

Nyní bylo potřeba definovat velikost platformy a způsob její výroby. Nakonec jsem se přiklonil k velikosti 4×4 cívky, protože na menším poli by se obtížněji prováděly experimenty a větší pole by nepřineslo žádné další výhody.

Platforma se skládá ze čtyř vrstev. Spodní vrstvu tvoří deska plošného spoje, která zajišťuje spojení vývodů cívek se svorkovnicemi. Na desce je epoxidovým lepidlem přilepená kartitová deska o tloušťce $v = 5$ mm. Do této desky jsou pomocí CNC frézy vyhloubeny kruhové prohlubně o průměru $d = 21$ mm a hloubce $t = 2,5$ mm. Středem prohlubní je vyvrácen otvor o průměru $r = 1$ mm, který vede skrz celou kartitovou desku i desku plošných spojů. Do každé prohlubně je epoxidovým lepidlem přilepena cívka, jejíž vývody jsou vyvráceným otvorem prostrčeny na čelní stranu plošného spoje.

Tím je zaručena definice polohy všech cívek bez ohledu na jejich magnetickou orientaci a tedy sílu, kterou na sebe působí. Zarovnání shora je zajištěno deskou s plexisklem o tloušťce $w = 1,5$ mm, přišroubovaného pomocí distančních sloupků z nemagnetického materiálu. Tato deska je podle potřeby snímatelná a má za úkol vytvořit hladkou plochu nad těly cívek.

Fotografie platformy a její nákres je zobrazen na obr. 4.4



Obrázek 4.4: Platforma

4.2.4 Připojení k PC

Fyzikální veličinou, která vytváří magnetické vlastnosti cívky, je elektrický proud, který můžeme vyjádřit z rovnice (4.4). Tím získáme vztah

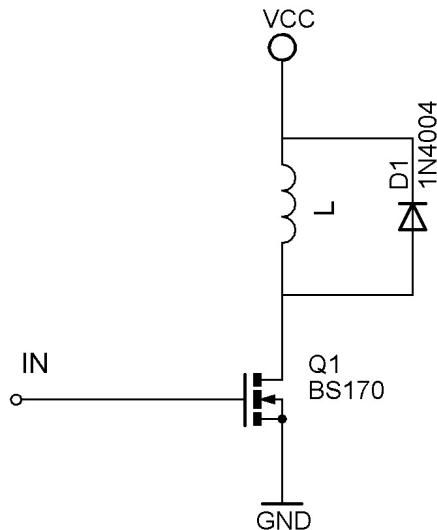
$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^{\tau} u(t)dt + i(0), \quad (4.11)$$

kde $i(0)$ [A] je počáteční hodnota proudu. Z rovnice (4.11) je patrné, že proud je dán integrálem napětí a z toho vyplývá, že k řízení výkonu do indukční zátěže můžeme s úspěchem použít PWM regulaci. To nám usnadňuje použití výpočetní techniky k řízení magnetického pole generovaného elektromagnety.

Vzhledem k úspoře času jsem se rozhodl cívky ovládat pomocí programu MATLAB. K řízení výkonu všech cívek potřebujeme vstupně-výstupní zařízení, které má alespoň 16 výstupů. Takovou kartu jsem neměl k dispozici a bohužel se z finančních důvodů muselo upustit od jejího pořízení. K dispozici je PCI karta MF624 od firmy Humusoft. Tato karta má osm TTL kompatibilních digitálních výstupů a čtyři 32-bitové časovače. Maximální frekvence, se kterou je možné měnit logickou úroveň na výstupních pinech nepřekračuje 1 kHz. To znamená, že pokud bychom je chtěli použít pro generování PWM signálu, který bude měnit střídu od 10% – 90%, bude maximální dosažitelná frekvence 100 Hz.

Protože taková frekvence není dostatečná, nezbývá než využít výstupy časovačů. Karta ale disponuje pouze čtyřmi časovači, a tak není možné ovládat každou cívku zvlášť. Je nutné generovat PWM signál pro skupiny cívek, nebo se omezit pouze na část platformy. Pro úpravu vstupního signálu, rozsahu $in \in \langle 0; 1 \rangle$ v programu SIMULINK, na střídu, jsem využil funkci napsanou Bc. Lukášem Kratochvílem v rámci jeho diplomové práce (KRATOCHVÍL, L., 2010).

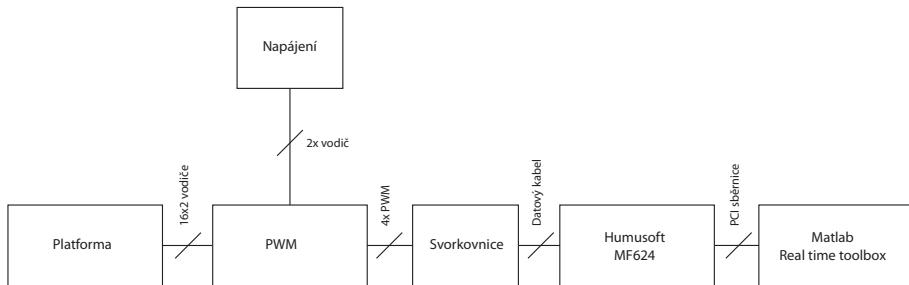
Protože výstupy karty MF624 snesou proudové zatížení pouze $I_{max} = 10$ mA, které je pro řízení nedostatečné, musel se mezi platformu a kartu připojit zdroj s PWM spínačem. Schéma spínače je na (4.5).



Obrázek 4.5: Schéma PWM pro jeden vstup

Schéma na obr. 4.5 se skládá z unipolárního tranzistoru BS170, který spíná a rozepíná indukční zátěž, a ochranné diody 1N4004, která tranzistor chrání před průrazem. Z časových důvodů byl tento generátor sestaven pouze na nepájivém poli, aby mohl být v případě potřeby snadno modifikován.

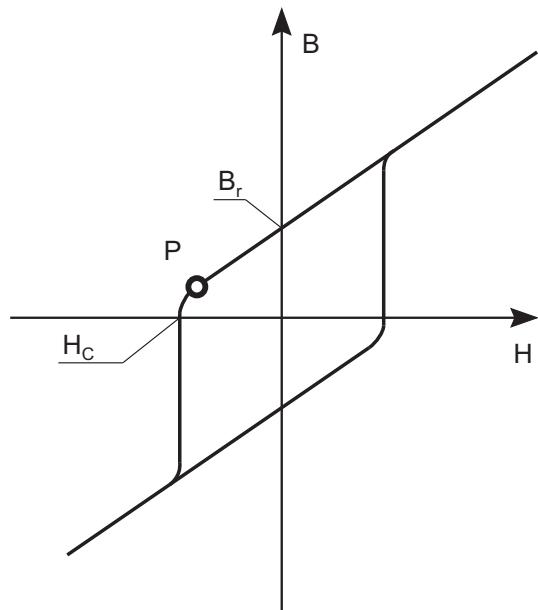
Celé blokové schéma spojení platformy s PC je naznačeno na obr. 4.6.



Obrázek 4.6: Blokové schéma připojení platformy k MATLABU

4.2.5 Permanentní magnety

Vzhledem k tomu, že pole je tvořeno vzduchovými cívkami (viz kapitola 4.2.2), je nutné velikost pole, které generují, kompenzovat silou pole permanentního magnetu. Magnety s největší hodnotou remanence jsou magnety vyrobené ze slitiny NdFeB. Tyto magnety dosahují běžně remanence $B_r \doteq 1,3$ T a koercivity v řádu desítek-tisíc ampérmetrů. Navíc jsou k dostání ve velice širokém spektru tvarů.



Obrázek 4.7: Hysterezní smyčka neodymového magnetu s pracovním bodem

Pro řízení polohy pomocí cívek je nevhodnější diskový tvar permanentního magnetu

s co největším průměrem a co nejmenší výškou. Tyto požadavky se vylučují. Na obr. 4.7 je zobrazen příklad hysterezní smyčky neodymového magnetu se zvýrazněným pracovním bodem.

Poloha pracovního bodu P z obr. 4.7 je, mimo jiné, dána geometrickými vlastnostmi magnetu. Platí, že se zmenšujícím se poměrem mezi délkou a průřezem magnetu, se pracovní bod posouvá blíže k ose H , tedy ke ztrátě magnetických vlastností (DRAXLER K. et al., 1998). To znamená, že velmi „placaté“ magnety mají špatné magnetické vlastnosti a obtížně se vyrábějí. Největší magnet, který byl k dostání je magnet ve tvaru válce o výšce $v = 5$ mm a průměru $d = 60$ mm. Magnety s větším průměrem mají příliš velkou výšku.

Kromě neodymových magnetů se běžně prodávají magnety feritové. Vzhledem k lepším vlastnostem neodymových magnetů, je u feritových magnetů výrazně menší sortiment tvarů a i zde narázíme na problem vyrobit tenký magnet. Nejsírší magnet, který přicházel v úvahu má průměr $d = 45$ mm a výšku $v = 9$ mm.

Kromě výše uvedených magnetů jsme pro experimenty zkoušel použít magnety pryžové (magnetické folie). Více se o nich zmiňuje kapitola 4.3.

4.3 Experimenty

V této kapitole se pokusím čtenáře seznámit s experimenty, které jsem prováděl s polem elektromagnetů a permanentními magnety.

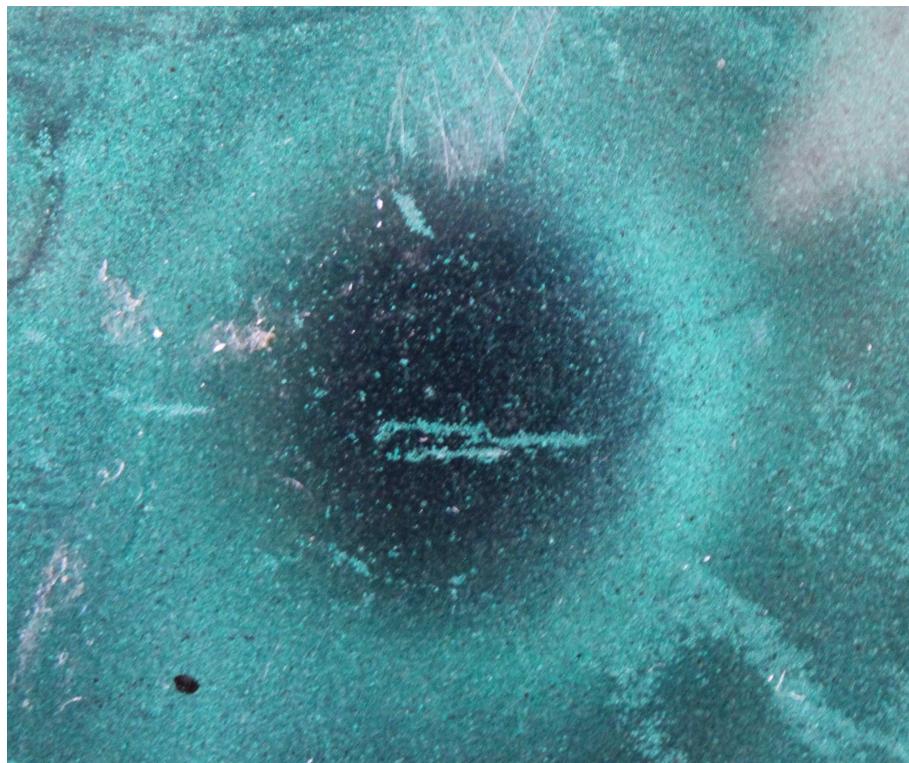
4.3.1 Zobrazování tvarů magnetického pole

Nejprve uvedeme experimenty, které měly za úkol zobrazit tvar magnetického pole. K zobrazení pole bylo použito několik metod. Nejprve zobrazíme pole, které se dá vytvořit platformou. Pak pole různých permanentních magnetů.

4.3.1.1 Zobrazování pole generované elektromagnety

Jak bylo uvedeno v kapitole 4.2.4, máme k dispozici pouze čtyři PWM signály. Vzhledem k tomu, že cívky jsou až na drobné rozdíly identické, lze předpokládat, že pole generované cívkami bude stejné. Z tohoto důvodu se při zobrazování omezíme pouze na část platformy.

Nejdříve se pokusíme pole zobrazit pomocí flux detektoru. Flux detektor je tenká folie, ve které je rosolovitá hmota s obsahem niklových pilin. Nikl je feromagnetický prvek, a tak reaguje na přítomnost magnetického pole. Pokud je vektor magnetické indukce kolmý k ploše flux detektoru, dojde ke ztmavení plochy, pokud je rovnoběžný folie zesvětlá. Tak jsme schopni zobrazit řez magnetickým polem a odhalit směr magnetického toku, ale nezjistíme orientaci pole. Na obr. 4.8 je ukázka magnetického pole, generovaného jednou cívkou. Cívka je napájena elektrickým proudem, který odpovídá strídě $str = 50\%$ a napájecímu napětí $U = 12\text{ V}$.



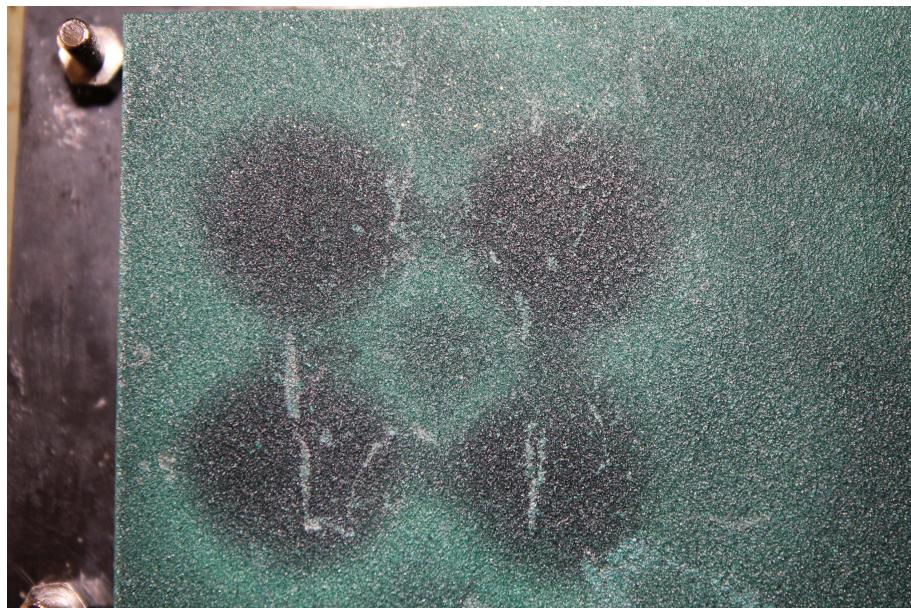
Obrázek 4.8: Magnetické pole generované jednou cívkou zobrazené flux detektorem

Jak je patrné z obr. 4.8, magnetický tok vytéká ze středu cívky (tmavá část odpovídá

indukci kolmé na folii) a po okrajích se otáčí k druhému pólu (světlý prstenec okolo cívky, kde je tok rovnoběžný s rovinou flux detektoru).

Pokud budeme zobrazovat pole více cívek, musíme detektor umístit tak, aby maximálně překrýval cívky a prostor okolo nich. Chceme zjistit, zda se pole cívek spojí v jedno pole, nebo jestli jsou středy cívek vzhledem k síle pole příliš vzdálené, a tak dojde k vytvoření separačních vrcholů magnetického pole.

Nejdříve všechny cívky zapojíme souhlasně. To znamená, že jimi bude procházet proud ve stejném směru a cívky na sebe budou působit odpudivou silou. Celá situace je zachycena na obr. 4.9.

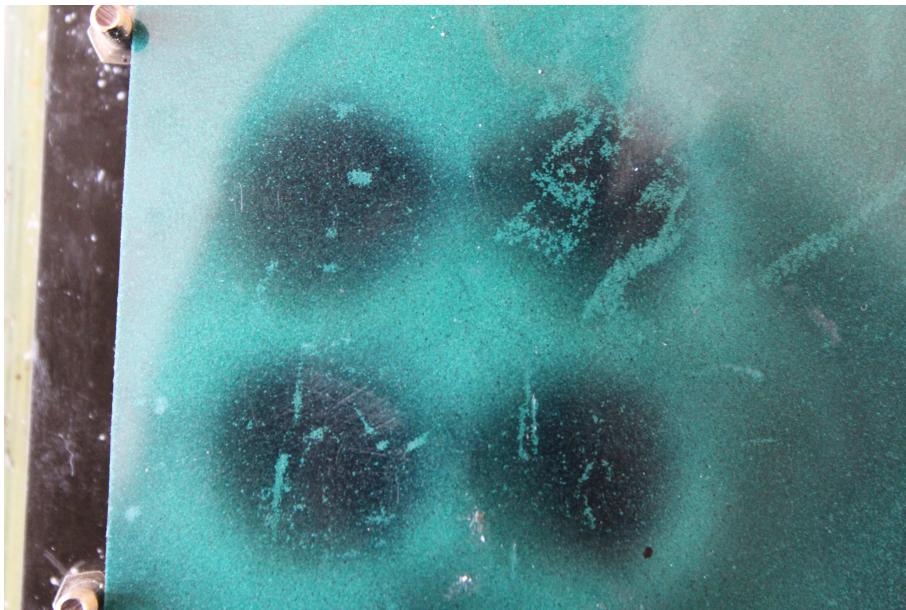


Obrázek 4.9: Magnetické pole generované čtyřmi souhlasně orientovanými cívkami

Z obr. 4.9 lze usoudit, že pole vyvěrá ze středů cívek a pak obtéká cívku směrem k druhému pólu. Ve středu mezi cívkami vzniká propast potenciálu, kde má magnetické pole téměř nulovou intenzitu. To znamená, že cívky jsou, vzhledem k poli které generují, příliš široké.

Nyní zobrazíme situaci, kdy jsou cívky zapojeny antiparalelně. To znamená, že je každá sousední cívka po obvodu zapojena v opačném smyslu. Jinými slovy, magnetické

pole k sobě jednotlivé cívky přitahuje. Řez magnetickým polem zachycený flux detektorem je zobrazen na obr. 4.10.

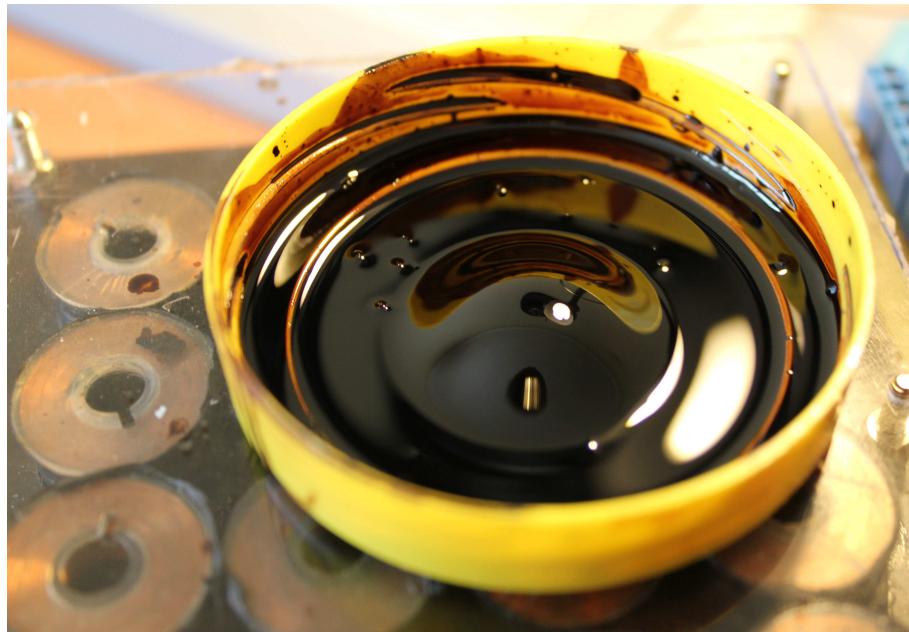


Obrázek 4.10: Magnetické pole generované čtyřmi antiparalelně orientovanými cívками

Srovnáním obr. 4.10 a obr. 4.9 nahlédneme, že pole má velice podobný tvar (v řezu), ovšem tok v rovině folie je u antiparalelně zapojených cívek výrazně větší. To se projeví výrazným zesvětlením folie v okolí cívek. Tento jev je způsoben tím, že tok se uzavírá postupně přes sousední cívky a neteče okolo platformy.

Místo flux detektoru můžeme použít ferrofluid. Ferrofluid je tekutina, která obsahuje nanočástečky ferromagnetického materiálu, převážně magnetitu Fe_3O_4 . Proto kapalina reaguje na magnetické pole a je možné pole vizualizovat. Výhoda oproti flux detektoru je ta, že pole modeluje ve všech třech dimenzích. Nevýhodou je, že pro dobré zobrazení potřebujeme pole větší intenzity, než u flux detektoru, kromě toho kapalina je černá a reflexní a to výrazně komplikuje fotografování.

Nejdříve zobrazíme pole generované jednou cívkom. Protože za normálního provozu generuje cívka pole malé intenzity než aby bylo dobře zachyceno ferrofluidem, byl pro provedení experimentu nutné do cívky přivést proud $I = 4 \text{ A}$. Výsledek experimentu zachycuje obr. 4.11.



Obrázek 4.11: Magnetické pole generované cívkou zobrazené ferrofluidem

Z obr. 4.11 je patrné, že pole má skutečně vrchol přímo nad středem cívky a s rostoucí vzdáleností od středu intenzita pole klesá natolik, že v okolí cívky neulpěla skoro žádná kapalina. V ideálním případě by se měl zobrazit symetrický paraboloid, ovšem magnetické pole je příliš slabé a tvar je deformován povrchovým napětím kapaliny.

Zajímavější situace nastane při zobrazování pole několika cívek. Zopakujeme-li pokus z obr. 4.9 dostaneme tvar, který zobrazuje obr. 4.12. Opět bylo nutné pole zesílit tak, že byl do cívek přiveden proud $I = 4 \text{ A}$.

Jak je patrné z obr. 4.12, kapalina ulpěla pouze nad jednotlivými cívками a mezi nimi vzniklo „suché“ místo. To znamená, že hodnota intenzity magnetického pole je zde velice slabá, a to není příznivá situace. V těchto místech budou vznikat potenciální jámy a magnety budou do těchto prostorů vtahovány.

Poslední konfigurací je antiparalelní zapojení cívek. Dá se předpokládat, že se magnetický indukční tok uzavře mezi opačně zapojenými cívками a pole těchto cívek se bude zesilovat. Proto by efekt na ferrofluid měl být výrazně silnější než v předchozích případech.



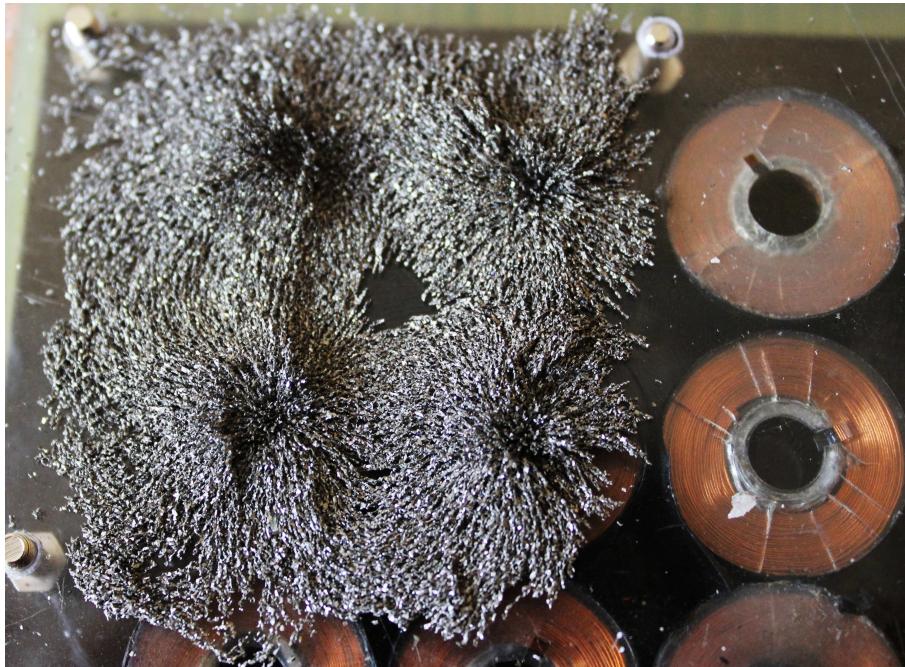
Obrázek 4.12: Magnetické pole generované souhlasně zapojenými cívkami



Obrázek 4.13: Magnetické pole generované opačně zapojenými cívkami

Z obr. 4.13 vyplývá, že domněnka byla správná. I při vstupním proudu $I = 250$ mA je pole velmi dobře zřetelné. Je zřejmé, že magnetický tok se uzavírá po obvodu cívek a uprostřed vzniká potenciálová propast.

Poslední technologií pro zobrazení magnetického pole je zobrazení pomocí železných pilin. Pole generované cívkami je natolik slabé, že nedokáže s železnými pilinami pohnout, proto byly piliny použity hlavně k zobrazení pole permanentních magnetů. Jedinou výjimkou bylo pole antiparalelně zapojených cívek. Tím, že se hodnoty pole sčítá, bylo možné dosáhnout pole dostatečně silného k natočení pilin. Přesto bylo nutné použít vyšší hodnotu proudu $I = 6$ A. Cívky se jeho průchodem zahřívaly na tak vysokou teplotu, že setrvání v tomto stavu mohlo být pro platformu likvidační.



Obrázek 4.14: Magnetické pole generované opačně zapojenými cívkami

Opět se potvrdil poznatek z předchozích experimentů. Magnetické pole je patrné hlavně nad cívkami a spojnicemi jejich středů (to je způsobeno antiparalelním zapojením cívek). Uprostřed je pole nedetekované.

Tato zjištění vedou k závěru, který se potvrzuje při experimentech v kapitole 4.3.3, že v poli budou místa s velice nízkou hodnotou potenciálu.

4.3.1.2 Zobrazování pole generované permanentními magnety

V této kapitole ukážeme pole generované permanentními magnety.

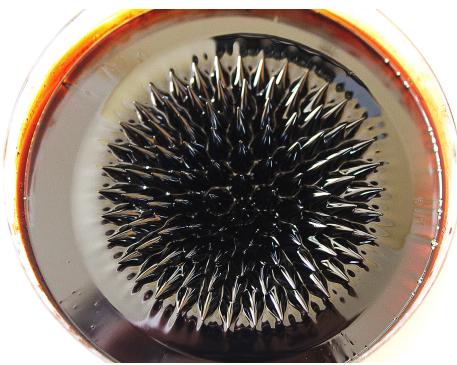
První magnet má tvaru disku. Protože pole magnetů různých velikostí vypadají prakticky identicky, omezím se na magnet největších rozměrů, který byl k dispozici. Tím je neodymový magnet o průměr $d = 60$ mm a výšce $v = 5$ mm.



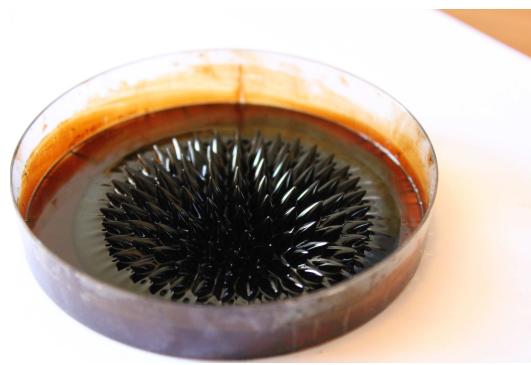
(a) Pole z bezprostřední blízkosti



(b) Pole z bezprostřední blízkosti



(c) Pole ze vzdálenosti 4 cm



(d) Pole ze vzdálenosti 4 cm z boku

Obrázek 4.15: Pole diskového magnetu zobrazené pomocí ferrofluidu a železných pilin

Na obr. 4.15 je vidět pole generované magnetem. Pokud je detektor pole blízko magnetu dojde k tomu, že převládne magnetický tok v okolí hran magnetu, a proto je veškerá kapalina nahromaděná po obvodu magnetu. Pokud detekční kapalinu oddálíme na vzdálenost několika centimetrů, lze pozorovat deformaci indukčních čar magnetického pole (vypouklá základna obrazce) spolu se stopami indukčních čar, které vedou dále do prostoru. Ty se projeví jako kužely na vrchu obrazce. Kuželovité tvary jsou způsobeny povrchovým napětím kapaliny, které se snaží minimalizovat povrch hladiny a tak dojde ke slití sousedních indukčních čar.

Dalšími použitými magnety, byly magnety válcového tvaru s otvorem uprostřed.

Náhled magnetů je dispozici na obr. 4.16.



(a) Magnet o velikosti $d \times v \times a = 50 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 7 \text{ mm}$



(b) Magnet o velikosti $d \times v \times a = 9 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$

Obrázek 4.16: Magnety o rozměrech $d \times v \times a$, kde d je průměr, v je výška
a a je vnitřní průměr

Při zobrazování magnetického pole se omezíme pouze na magnet větších rozměrů, neboť oba tvoří pole podobného tvaru. Tvar magnetického pole zobrazuje obr. 4.17.



Obrázek 4.17: Magnetické pole generované permanentním magnetem
s otvorem uprostřed

Obr. 4.17 zobrazuje kromě toku okrajem magnetu i tok okrajem vnitřního otvoru.

Vzhledem k tomu, že vhodný magnet ma maximálním průřezem a minimální tloušťkou, byly testovány i magnety pryžové. Tyto magnety se vyrábějí velice tenké (i ve formě folii), a tak se jevily nevhodnější pro experimenty. Podrobnějším zkoumáním bylo zjištěno, že problematika tvorby tenkých magnetů se zde obchází tím, že magnet není magnetován napříč, ale je podélně složen z mnoha malých magnetů. To mu zajišťuje dobrou přilnavost k feromagnetickým materiálům, ale není možné jej jiným magnetem odpudit. Tvar magnetizace je dobře patrný z obr. 4.18.



Obrázek 4.18: Magnetické pole tenkého pryžového magnetu

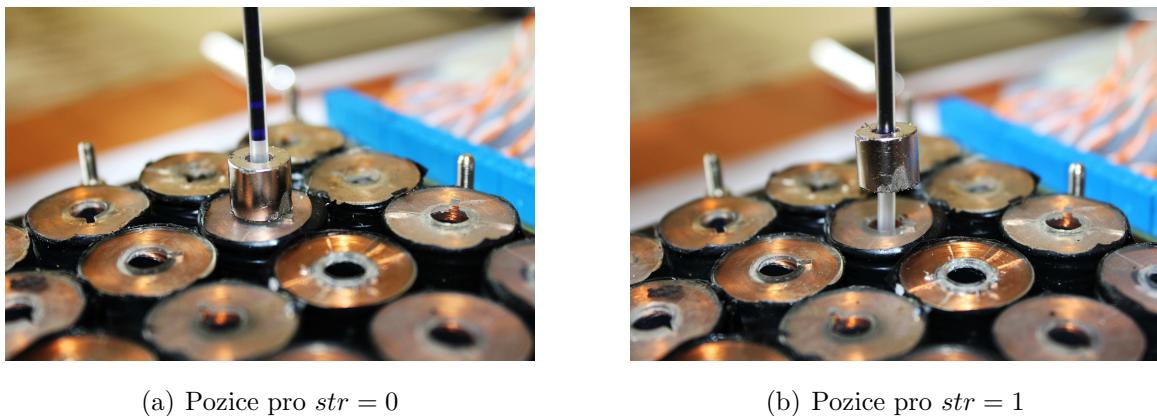
4.3.2 Levitace s omezením stupně volnosti

V této kapitole prozkoumáme možnost dosažení levitace magnetu, pokud omezíme stupně volnosti, ve kterých se může pohybovat. Pokud nebude řečeno jinak, bylo u všech experimentů použito napájecí napětí 12 V³

Stupeň volnosti omezíme tím, že magnetem provlékneme vzpěru. Tím zabráníme magnetu v horizontálním posuvu. Z tohoto důvodu použijeme magnety s otvorem (viz obr. 4.16).

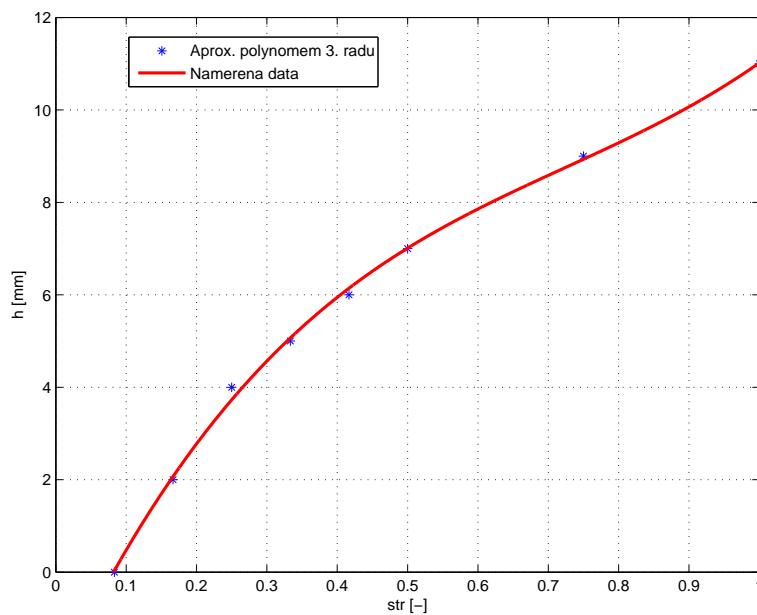
³To odpovídá maximálnímu proudu cívky $I_{max} \doteq 250$ mA, což koresponduje ze vztahem 4.6.

Prvním experimentem je pokus zvednout magnet pomocí jedné cívky. Nejdříve provedeme pokus se skokem střídy z hodnoty 0 na 1. Situaci ukazuje obr. 4.19.



Obrázek 4.19: Poloha magnetu při skokové změně střídy z 0 na 1

Podobného experimentu lze využít k měření celé statické převodní charakteristiky mezi hodnotou střídy a výškou magnetu. Pro měření výšky bylo použito kancelářské pravítko a výška byla měřena ke spodnímu okraji magnetu. Průběh ukazuje obr. 4.20.



Obrázek 4.20: Závislost výšky levitujícího magnetu na hodnotě střídy.

Aproximační funkce je polynom 3. řádu, který byl stanoven metodou nejmenších čtverců. Jeho hodnota je

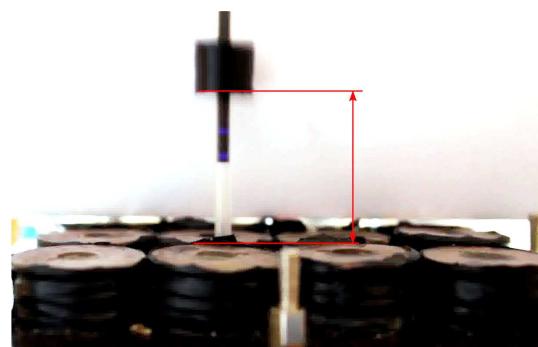
$$p(x) = 0,0227x^3 - 0,5234x^2 + 4,3692x + 0,8998 \quad (4.12)$$

Toto měření jsem provedl pro každou z cívek s cílem identifikovat rozdíly mezi nimi. Ukázalo se, že rozdíly jsou příliš malé, než abych je touto metodou měření detekoval. Můžeme proto prohlásit, že z hlediska statické převodní charakteristiky jsou cívky identické.

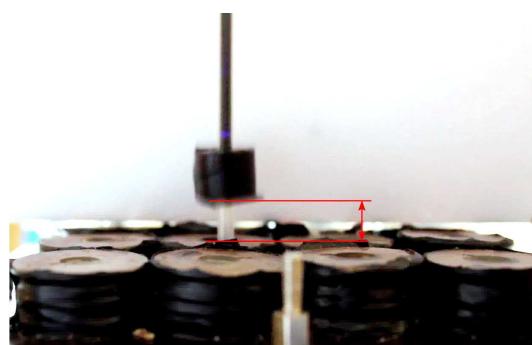
Ze základních dynamických charakteristik se nejsnáze změří přechodová charakteristika. V čase $t = 0$ přivedeme na vstup cívky skok střídy z hodnoty 0 na 1 a budeme pozorovat pohyb magnetu. Jako senzor použijeme digitální kameru a z pořízeného záznamu se pokusíme odečíst výšku magnetu na každém snímku. Naměřenou hodnotu výšky v různých časových okamžicích ukazuje následující obrázek.



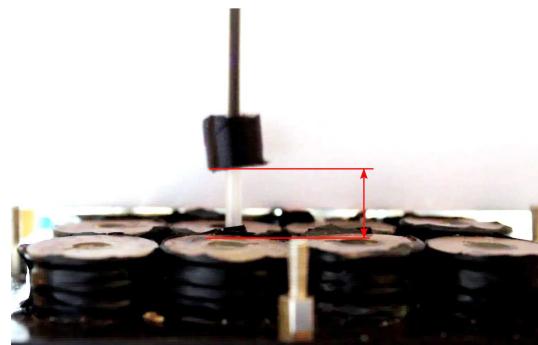
(a) Pozice magnetu pro $t = 0,0$ s



(b) Pozice magnetu pro $t = 0,28$ s



(c) Pozice magnetu pro $t = 0,36$ s

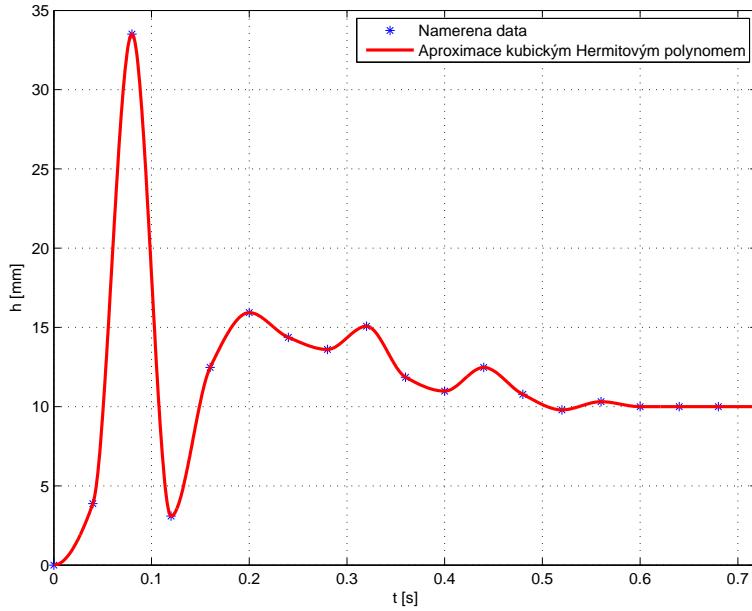


(d) Pozice magnetu pro $t = 0,48$ s

Obrázek 4.21: Poloha magnetu při měření přechodové charakteristiky

Měření jsme provedli tak, že jsme v každém snímku změřili vzdálenost v obrazových

bodech mezi podstavou magnetu a základnou. Pak jsme změřili velikost celého magnetu a tím jsme získali převod mezi velikosti v px a mm. Naměřená charakteristika je vykreslena na obr. 4.22.



Obrázek 4.22: Přechodová charakteristika magnetu

Tento systém je zcela jistě nelineární (jak dokazuje obr. 4.20), ovšem můžeme se pokusit najít diskrétní přenos lineárního systému, který bude mít stejnou přechodovou charakteristiku. Tento přenos určíme pomocí minimalizace šumu měření metodou nejmenších čtverců(ÅSTRÖM, K. J. a WITTENMARK, B., 1995).

Diskrétní lineární systém lze popsat přenosem ve tvaru (ŠÍBA, J., 2008).

$$G(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \dots b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \dots a_n z^{-n}} = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})}. \quad (4.13)$$

Přenos (4.13) převedeme na soustavu diferenčních rovnic

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n). \quad (4.14)$$

Pokud provedeme m měření, získáme soustavu m diferenčních rovnic pro $2n$ neznámých

koeficientů

$$\begin{aligned} y(k) &= -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + \dots + b_0u(k) + b_1u(k-1) + \dots + e(k), \\ y(k+1) &= -a_1y(k) + \dots + b_0u(k+1) + b_1u(k) + \dots + e(k+1), \\ &\vdots \\ y(k+m-1) &= -a_1y(k+m-2) + \dots + b_0u(k+m-1) + \dots + e(k+m-1), \end{aligned} \quad (4.15)$$

kde vektor \mathbf{e} je předpokládaný vektor šumu měření.

Vyjádříme-li soustavu (4.15) maticově získáme rovnici

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(k+m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(k-1) & \dots & u(k) & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ -y(k+m-2) & \dots & u(k+m-1) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e(k) \\ \vdots \\ e(k+m-1) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Nazveme matici rovnice (4.16) maticí \mathbf{Z} a matici koeficientů maticí Θ . Soustavu (4.16) můžeme přepsat do tvaru

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\Theta + \mathbf{e} \quad (4.17)$$

Metoda nejmenších čtverců se snaží minimalizovat kvadrát chyby. Kvadrát vektoru \mathbf{e} nazveme J a vyjádříme jej z rovnice (4.17)

$$J = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\Theta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\Theta) \quad (4.18)$$

Hledanou matici je matice Θ . Celou rovnici zderivujeme a získáme vztah pro výpočet koeficientu s minimálním vlivem kvadrátu šumu.

$$\Theta^* = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} (\mathbf{Z}^T \mathbf{y}) \quad (4.19)$$

Pro výpočet matice Θ použijeme funkci *arxid.m*, kterou jsem naprogramoval v rámci své bakalářské práce (ŠÍBA, J., 2008). Jedním ze vstupních parametrů funkce je i požadovaný řád systému. Začneme proto od prvního řádu a budeme jej zvyšovat, dokud bude zvýšení přinášet zlepšení. Nejlepší shody bylo dosaženo pro třetí řád. Přenos systému vyšel

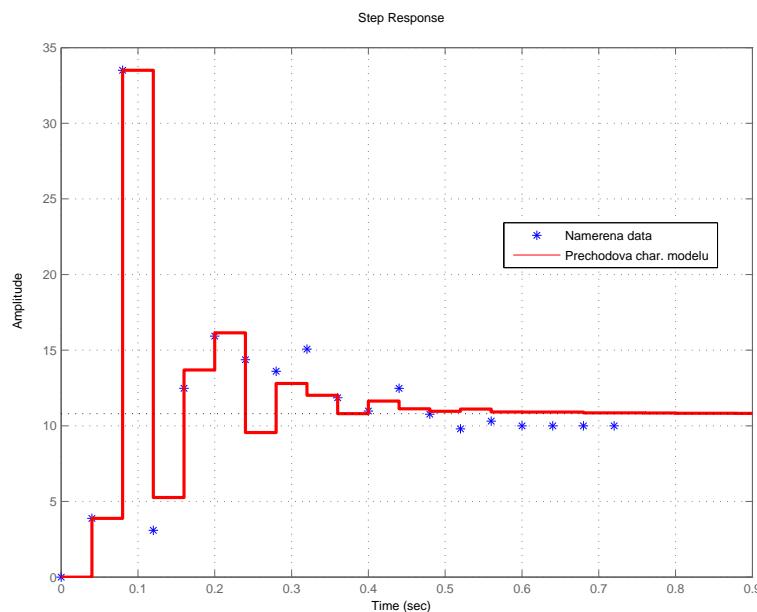
$$P_0(z) = \frac{1,056 \cdot 10^{-14}z^3 + 3,88z^2 + 29,79z - 27,77}{z^3 + 0,04292z^2 - 0,2057z - 0,2912}, \quad (4.20)$$

což po zanedbání nevýznamných koeficientů vede na přenos

$$P(z) = \frac{3,88z^2 + 29,79z - 27,77}{z^3 + 0,04292z^2 - 0,2057z - 0,2912} = \frac{3,88(z + 8,518)(z - 0,8402)}{(z - 0,7496)(z^2 + 0,7926z + 0,3884)}. \quad (4.21)$$

Tím jsme získali vnější linearizovaný model systému, skládajícího se z elektromagnetu a permanentního magnetu obr. 4.16b.

Srovnání naměřené přechodové charakteristiky a charakteristiky systému (4.21) ukazuje obr. 4.23.



Obrázek 4.23: Srovnání přechodové charakteristiky modelu a naměřených dat

Jak je patrné z (4.23), shoda je opravdu jen přibližná. To lze vysvětlit tím, že použitá identifikační metoda je navržená pro zjištění modelu lineárního systému. Přesto nám model (4.21) dává dobrou představu o základních vlastnostech našeho systému. Jedná se kmitavý, stabilní systém se zesílením $k = 11$.

Dalším experimentem bude levitace velkého magnetu, který bude podepřen více cívками. Celý experiment zachycuje obr. 4.24.

(a) Pozice pro $str = 0$ (b) Pozice pro $str = 1$

Obrázek 4.24: Poloha velkého magnetu při skokové změně střídy z 0 na 1

V tomto případě je situace prakticky totožná s předchozím experimentem. Pouze je zde magnet podepřen čtyřmi cívkami. Měření statické převodní charakteristiky i přechodové charakteristiky bylo komplikováno tím, že se magnet vnesl jen do výšky několika milimetrů. Tato výška se pomocí kamery měřila natolik nepřesně, že by data měla jen velmi malou vypovídací hodnotu. Proto jsem od identifikace upustil. Experiment poskytl představu o chování magnetu, který se vznáší v poli generované více akčními členy.

4.3.3 Levitace bez omezení stupně volnosti

Je zřejmé, že k udržení magnetu ve vzduchu je potřeba jej „podepřít“ co největším počtem cívek. Z toho důvodu jsem pokusy prováděl pouze s magnety o průměru větším než $d \geq 20$ mm.

Prvním experimentem bylo připojení všech cívek na stejný potenciál. Toto pole bude energeticky náročné, neboť pole všech cívek bude působit proti sobě a magnetický tok se bude uzavírat po velmi dlouhé dráze.

Pokud do výše zmíněného pole vložíme permanentní magnet (opačné orientace) můžeme pozorovat následující reakce:

- Magnet se okamžitě převrátí tak, aby se magnetický tok mohl uzavírat co nejkratší cestou. Tím se síla mezi mezi deskou a magnetem stane přitažlivou a magnet se přitáhne k platformě. Tato situace nastává zpravidla u vyšších magnetů s menším průřezem. Dalším častým případem, kdy tato situace nastane je, když nejdřív

položíme magnet na desku a pak skokem zapneme pole. Magnet je prudce odmrštěn vzhůru, kde se přetočí a dopadne opět na pracovní plochu opačně orientován.

- Magnet se vznese a velice rychle se rozletí náhodným směrem pryč z pracovní plochy. Pokud je tato plocha ohraničená stěnou, magnet se odrazem o ní přetočí a nastane stejná situace jako v předchozím bodě.
- Pokud je magnet dostatečně široký a nízký a pracovní deska je ohraničena stěnou zabraňující magnetu opustit plochu platformy, opře se o ni magnet v dolní části a zůstane pod úhlem viset.

Žádných dalších reakcí se mi s tímto typem pole nepodařilo docílit. Proto jsem pokračoval v experimentech s jiným typem pole.

V této skupině experimentů jsem do krajních cívek přivedl proud maximální hodnoty ($strida = 1$) a do vnitřního okruhu jsem přivedl proud poloviční hodnoty ($strida = 0,5$). Tím vzniklo jakési potenciálové údolí, jehož dno postačuje k levitaci magnetu a okraje by měly bránit v tom, aby magnet opustil pracovní plochu.

U těchto experimentů jsem pozoroval velikou citlivost na počáteční polohu magnetu. Většinou se magnet ihned po uvolnění převrátil a přitáhl se k některé z krajních cívek. Také jsem zaznamenal případ, kdy se magnet posunul do takové polohy, aby jeho střed splýval s prostorem mezi cívkami (potenciálová propast viz obr. 4.12) a pak „dosedl“ na plochu platformy. V ojedinělých případech jsem zpozoroval dojmu, že magnet skutečně po krátký okamžik levituje, ale pak velice rychle zaujal některou z předchozích poloh. Z toho bez důkazu usuzuji, že poloha magnetu přesně ve středu desky je ekvilibriem, ovšem ekvilibriem nestabilním (v souladu s Earnshawým teorémem (COEY, J., 1996)).

Když se mi, pomocí stejně orientovaných cívek, nepovedalo dosáhnout stabilního ekvilibria, pokusil jsem se vytvořit pole pomocí antiparalelně zapojených cívek. Tím vzniklo pole tvaru, který bylo uveden na obr. 4.13. Magnetický indukční tok nemusí obtékat celou platformu, ale uzavírá se přes sousední cívky. Orientaci jsem volil tak, aby vždy sousední cívka měla orientaci opačnou (do tvaru šachovnice). Po vložení magnetu na něj pole prakticky nepůsobilo žádnou silou ve vertikálním směru. Interakce cívek se vykompenzovala a magnet na desku „dosedl“ přitahován jen těhovou silou.

Dalším krokem bylo vyzkoušet pole dynamické. Cívky jsem zapojil podobně jako v předchozím případě, avšak polarita cívek se v čase střídala. Při různých frekvencích (měl jsem možnost změny od cca 200 Hz do 800 Hz) vykazoval magnet různé „chování“. U nižších frekvencí „odlétl“ směrem z platformy. U frekvencí nad cca 500 Hz jen dopadl na pracovní plochu. Zajímavá situace nastala při frekvenci okolo 300 Hz. Magnet se silně rozechvěl (což bylo velmi dobře slyšitelné) a pak velice rychle „odletěl“ z pracovní plochy. Domnívám se, že se v okolí této frekvence nachází rezonanční kmitočet soustavy.

Vzhledem k tomu, že v předchozích případech nepovedlo magnet stabilizovat, zkusil jsem vytvořit pole, které by magnet uvedlo do rotačního pohybu a tím jej stabilizovalo. Všechny cívky kromě prostředních čtyř jsem připojil přímo na napájecí napětí. Do prostředních čtyř jsem postupně přiváděl proud, vždy na dobu t_0 , kterou jsem měnil v rozsahu $t_0 \in \langle 0,01; 0,1 \rangle$ s. Tím jsem se snažil dosáhnout rotujícího magnetického pole. Přesto tento experiment nevedl ke stabilní levitaci. Magnet neměl tendenci ani k vertikálnímu pohybu ani k rotaci, pouze spočíval na podložce.

Po zhodnocení všech výše uvedených experimentů se domnívám, že k dosažení stabilní volné levitace je bezpodmínečně nutný senzor náklonu magnetu. S tímto senzorem by bylo možné ekvilibrium stabilizovat a dosáhnout volné levitace.

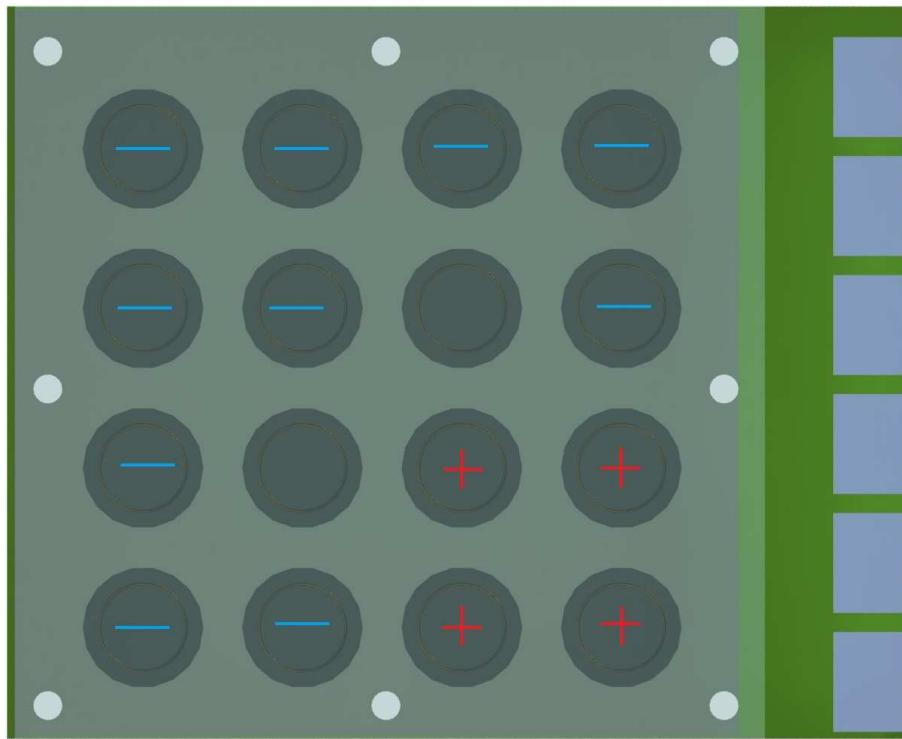
Dynamika magnetu je natolik velká, že kameru nemohu doporučit jako vhodný senzor. Běžná snímková frekvence 25 snímků za sekundu je příliš malá a snímky jsou silně rozmazené (jak se může čtenář přesvědčit z přiložených videí). Záznam z vysokorychlostní kamery je limitován dobou zpracovávání a vyhodnocování snímků, které zanese do řízení přílišné zpoždění. Dále se domnívám, že pro řízení je třeba výrazně rychlejší regulátor, než jakého lze v programu MATLAB dosáhnout.

4.3.3.1 Planární řízení polohy magnetu

Představme si situaci, kdy je magnet položený v rohu platformy a chceme jej umístit do protilehlého rohu. Nejjednodušší variantou je do cívek pod magnet pustit proud takové orientace, aby cívky magnet odpudily. Bude-li proud v cívkách dostatečně velké hodnoty, dojde k přemístění magnetu. Pokud bude tření mezi podložkou a magnetem dostatečně malé a proud do cívek se bude zvětšovat dostatečně pomalu, začne se magnet sunout po podložce. Pokud bude tření dostatečně velké, magnet se z počátku nebude posouvat, ale

po překročení kritické hodnoty proudu se s trhnutím přemístí pryč. Poslední možností je skoková změna proudu do maximální hodnoty. Na tu reaguje magnet nadskočením a odlétnutím. Při všech těchto způsobech manipulace lze jen těžko predikovat, kterým směrem se bude magnet pohybovat⁴.

Vhodnější variantou je, kromě odpuzování magnetu cívkami pod ním, jej zároveň přitahovat na cílové místo. Nejlepších výsledků bylo dosaženo, jestliže se pomocí okolních cívek vyznačí potenciálová cesta platformou, která zabrání magnetu pohybovat se jiným směrem. Tím magnet přinutíme k pohybu požadovaným směrem. Orientaci elektromagnetu na platformě ukazuje obr. 4.25.

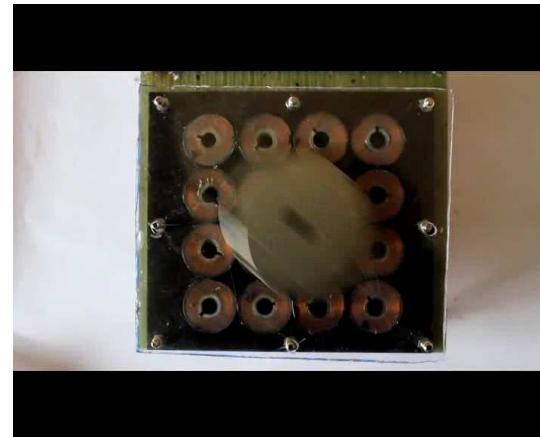
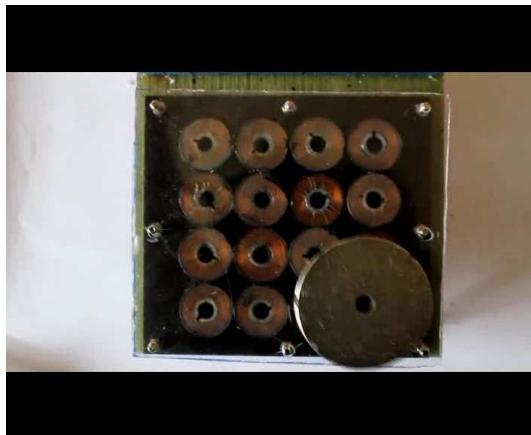
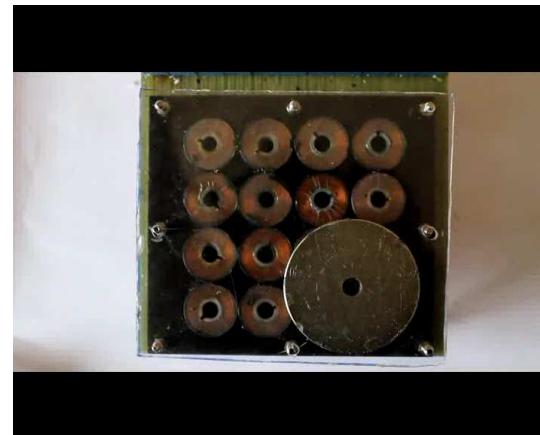


Obrázek 4.25: Orientace cívek vzhledem k permanentnímu magnetu

Tuto konfiguraci zabráníme magnetu, aby se přemístil na jiné místo platformy než jsme zamýšleli. Jedinou podmínkou je, aby byl magnet celým objemem nad platformou. Pokud část magnetu přesahuje okraj platformy, cívky jej vytlačí mimo plochu.

⁴Většinou je určující počáteční poloha magnetu a pořadí sepnutí cívek, které není nikdy v jeden okamžik.

Video s pohybem je součástí přílohy a na obr. 4.26 jsou zachyceny některé okamžiky pohybu.

(a) $t = 0 \text{ s}$ (b) $t = 1,03 \text{ s}$ (c) $t = 1,23 \text{ s}$ (d) $t = 1,7 \text{ s}$

Obrázek 4.26: Screenshoty z pohybu magnetu po platformě

Z obr. 4.26 je patrné, že magnet se přemístil diagonálně přes platformu. Kvůli zrychlení, které magnetické pole udělilo, překmitl magnet cílové místo. Velmi rychle se však vrátil zpět. Názornou představu o celém experimentu podává video „pohyb.mov“ přiložené k práci.

Pohyb byl natolik rychlý, že záznam kamery nebylo možné použít jako senzor pro zpětnovazební řízení, ani z něj provést identifikaci.

Kapitola 5

Závěr

Cílem práce bylo analyzovat možnosti řízení polohy a orientace permanentního magnetu v prostoru pomocí magnetického pole generovaného elektromagnety.

V první části jsem odvodil základní vztahy pro popis silového působení obecného silového pole na hmotné objemné těleso. V prostředí MATLAB jsem naprogramoval funkci, která tento pohyb simuluje. Také funkce obsahuje sadu vzorových polí, a také umožňuje uživateli načíst pole vlastní. Dále umožňuje načítání řídící sekvence, a tím pole během simulace měnit. Výstupem programu je, kromě obrazové online simulace, také video záznam a záznam průběhů všech stavů tělesa, které má uživatel k dispozici ve workspacu MATLABu.

Druhá část práce obsahuje sadu modelů vytvořených v programu COMSOL Multiphysics, které modelují možné konfigurace akčních prvků k dosažení magnetické levitace. Jsou zde nastíněny předpokládané problémy, které při generování vhodného pole nastanou a jejich důsledky jsou podrobně rozebrány.

Třetí část práce se zabývá experimentální platformou šestnácti elektromagnetů, na které jsou předchozí teoretické poznatky demonstrovány. Nejdříve jsou čtenáři seznámeni s požadavky a problematikou výroby elektromagnetů, poté kompletací celé platformy a na závěr příkládám výsledky a popisují průběh experimentů.

Při experimentech jsem se zaměřil na zobrazení magnetického pole, které mohu platformou a permanentními magnety generovat.

Dále jsem studoval možnost dosažení magnetické levitace. Konstatuji, že levitace jsem schopen dosáhnout pouze v případě, kdy má magnet omezen stupeň volnosti. Při volné levitaci není možné vytvořit stabilní ekvilibrium bez použití zpětnovazebního řízení se senzorem náklonu magnetu. Na základě pozorování chování magnetů při provádění experimentů se domnívám, že senzor poskytující pouze informaci o poloze v rovině (například shora postavená kamera) nebude dostatečným senzorem pro stabilní levitaci. Navíc dynamika systému je natolik rychlá, že použití kamery jako senzoru je velice omezené a ve spojení s dobou zpracování dat běžnou výpočetní technikou nedostatečné.

Na úplný závěr se práce zabývá řízením pohybu permanentního magnetu v rovině. Zde jsem úspěšně navrhl metodu přímovazebního řízení. Od pokusů o navržení zpětnovazebního řízení jsem upustil, protože systém je příliš rychlý na to, aby mohl být řízen pomocí MATLABu a připojené kamery. S ohledem na dynamiku systému musím také vyloučit kameru jako vhodný senzor.

Součástí práce je také experimentální platforma, soubor videozáznamů a fotografií z experimentů a funkce „pole.m“ (viz druhý odstavec).

Literatura

Diamagnetic Levitation (n.d.). [cit. 2010-01-3],

⟨<http://www.ian.org/Magnetics/Diamagnetic.html>⟩.

ÅSTRÖM, K. J. a WITTENMARK, B. (1995), *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company.

ŠÍBA, J. (2008), *Příklady pro identifikaci dynamických systémů*, ČVUT FEL, Bakalářská práce.

BARTOŇ, L., ČERMÁK, R. a MATOUŠEK, J. (2007), *Magnetick levitation models using FEM*, CADAM2007.

COEY, J. (1996), *Rare-earth iron permanent magnets*, Oxford Science Publications.

DRAXLER K., KAŠPAR, P. a RIPKA, P. (1998), *Magnetické prvky a měření*, Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-01080-5.

FEYNMAN, R.P, LEIGHTON, R.B a SANDS, M (2000), *Feynmanovy přednášky z fyziky I.*, Praha: Fragment. ISBN 80-7200-405-0.

KRATOCHVÍL, L. (2010), *Dvoustupňová inerciální stabilizace*, ČVUT FEL, Diplomová práce.

KVASNICA J. (1985), *Teorie elektromagnetického pole*, Praha: Vydavatelství Akademie.

KVASNICA J. (1997), *Matematický aparát fyziky*, Praha: Vydavatelství Akademie. ISBN 80-200-0603-6.

WOODSON, HERBERT H. a JAMES R. MELCHER (n.d.), Electromechanical dynamics. 3 vols. (massachusetts institute of technology: Mit opencourseware). [cit. 2010-01-3], ⟨<http://ocw.mit.edu>⟩.

ZUBATÝ, M. (2010), Šicí stroje shop . [cit. 2010-05-1],
[⟨http://www.sici-stroje-shop.cz/⟩](http://www.sici-stroje-shop.cz/).

Příloha A

Obsah přiloženého CD

- Fotografie : Fotografie z experimentů
- Videa : Video soubory z experimentů
- Matlab : Naprogramovaný software v prostředí MATLAB